НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

На правах рукописи

НИГЯР МИРЯШАР кызы НАГИЕВА

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ СТЕРЖНЕЙ И ПЛАСТИН

2002.01-Механика деформируемого твердого тела

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по механике

Баку – 2018

Работа выполнена в отделе **«Теория ползучести» Института Математики и Механики НАН Азербайджана**.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор **Лятиф Талыблы**

Официальные оппоненты:

- доктор физико-математических наук, профессор **Вагиф Гаджиев**

(Институт Математики и Механики НАН Азербайджана);

- доктор физико-математических наук, профессор **Натиг Ахмедов**

(Азербайджанский Государственный Экономический Университет).

Ведущая организация:

Бакинский Государственный Университет

кафедра «Математические методы прикладного анализа»

Защита диссертации состоится 12 октября 2018 г. в 16^{00} часов на заседании Диссертационного Совета D.01.111 по присуждению ученой степени доктора наук и доктора философии по математике при Институте Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института Математики и Механики НАН Азербайджана.

Адрес: AZ 1141, г. Баку, ул. Б.Вагабзаде, 9.

Автореферат разослан 12 июля 2018 года.

Ученый секретарь Диссертационного Совета D.01.111 **доц. Т.Х.Гасанова**

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Многие конструкции, используемые в различных областях промышленности, работают в условиях циклического изменения внешней нагрузки. При этом, напряжения и деформации, которые возникают в этих конструкциях, оказываются также циклическими. Под действием циклически изменяющихся нагружений в твердых телах появляются повреждения –– образования, накопление которых в конечном итоге приводит к усталостному разрушению. Как известно, под усталостью или циклической долговечностью принято понимать нарушение сплошности материала исследуемой конструкции при циклическом изменении пластической деформации. Однако, усталостное разрушение может наступить даже тогда, когда напряжения в элементах конструкции не превосходят предела текучести. Оценка прочности элементов конструкций в реальных условиях работы связана с постановкой и решением задач определения соответствующих напряжений и деформаций и формулированием условий возникновения предельных состояний.

В исследование прочности элементов конструкций внесли существенный вклад следующие ученые: Л.Ф.Коффин, С.Мэнсон, Бейли, А.С.Палмгрин, M.A.Miner, Велер, Л.М.Качанов, Ю.Н.Работнов, А.А.Ильюшин, В.В.Новожилов, В.В.Москвитин, В.В.Болотин, Ю. В.Суворова, Р.А.Васин, Р.В.Гольдштейн, А.Я.Гольдман, В.С.Иванова, Ю.И.Рагозин, Н.А.Воробьев, А.Дж.Кеннеди, С.Коцаньда, Б.Лазан, А.М.Локощенко, С.А.Шестериков, Ю.Г.Матвиенко, А.А.Мовчан, П.П.Олдьерев, В.П.Тамуж, С.Б.Ратнер, В.П.Сдобырев, В.А.Стрижало, В.Т.Трощенко, Ю.Уржумцев.

Многие существующие в литературе условия прочности справедливы лишь в тех случаях, когда в процессе циклического нагружения амплитуды напряжений и амплитуды деформаций остаются неизменными в процессе нагружения, т.е. условия прочности имеют место в случаях стационарных нагружений. В.В. Москвитиным получено условие усталостного разрушения в общем случае переменных нагружений. Использована концепция накопления усталостных повреждений. В качестве определяющего параметра выбрана амплитуда напряжений.

При исследовании усталостного разрушения, которое наступает в результате действия пульсирующей внешней нагрузки, целесообразным является выбор в качестве определяющего параметра интенсивности остаточных деформаций за каждый механический цикл нагружения.

Настоящая диссертационная работа посвящена построению новых эффективных соотношений механического усталостного разрушения при пульсирующем нестационарном нагружении, экспериментальному обоснованию этих соотношений с использованием соответствующих опытных данных из литературы, а также их приложению к решениям задач об усталостном разрушении стержней и пластин, которые работают в условиях пульсирующего изменения различных внешних факторов. При этом, в качестве определяющего параметра усталостной прочности принята интенсивность остаточных деформаций.

Актуальность выбранной темы обусловливается необходимостью более точного прогнозирования циклической долговечности элементов конструкций, в частности, стержней и пластин.

Цель работы. Построение соотношений усталостной прочности, на основании выявленных экспериментами фактов, которые не учитываются существующими соотношениями аналогичного предназначения, а также приложение этих соотношений к конкретно поставленным задачам усталостного разрушения.

Общая методика выполнения исследований. Используется: концепция накопления поврежденностей; условия пластичности Треска-Сен-Венана и Мизеса; теория пластического течения; теория малых упругопластических деформаций А.А.Ильюшина; теорема об упругой разгрузке А.А.Ильюшина; теорема о переменном нагружении В.В.Москвитина; методы теории упругости.

Научная новизна. I. Теоретические результаты:

1. Выведены новые соотношения усталостной прочности тел при пульсирующих нестационарных нагружениях:

а) уравнение, описывающее кинетический процесс накопления усталостных повреждений;

б) условие поврежденности, позволяющее определить число пульсирующих нестационарных циклов нагружения до начала процесса накопления повреждений;

в) условие усталости, которое дает возможность определить число пульсирующих нестационарных циклов нагружения до усталостного разрушения.

Соотношения, отмеченные в пунктах а), б), в) обоснованы экспериментами, данные которых представлены в опубликованных трудах В.С. Ивановой, Ю.И. Рагозина, Н.А. Воробьева.

2. Предложена универсальная функция - характеристика процесса усталостного разрушения материалов при стационарных асимметричных циклах нагружения.

II. Прикладные результаты:

Решены задачи:

а) упругопластическое пульсирующее кручение и усталость бруса узкого прямоугольного поперечного сечения;

б) усталостное разрушение призматического стержня овального поперечного сечения при пульсирующем кручении;

в) усталостное разрушение кольцевой пластины при действии по внутреннему контуру пульсирующего момента и давления.

Достоверность полученных результатов обеспечивается сравнением теоретически полученных соотношений усталостной прочности с опубликованными данными соответствующих экспериментов различных авторов, применением фундаментальных законов механики, математических методов, совпадением полученных результатов с уже имеющимися известными результатами в частных случаях.

Практическая ценность и реализация работы.

Представленные соотношения усталостной прочности могут быть использованы для прогнозирования срока службы различных конструкций, которые в течение работы подвергаются различным пульсирующим нагрузкам. Результаты решения задач об усталостном разрушении стержней (брусьев) и пластины могут быть применены при проектировании конструкций, элементы которых являются стержни и пластины. Результаты диссертационной работы могут быть реализованы в виде методики расчета усталостной прочности для использования в проектных организациях.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на: Международной конференции “Теория функций и проблемы гармонического анализа”, посвященной 100-летнему юбилею академика И.И.Ибрагимова (Баку, 2012); Международной конференции “Актуальные проблемы математики и информатики”, посвященной 90-летию со дня рождения Гейдара Алиева (Баку, 2013); Международной конференции “Актуальные проблемы математики и механики”, посвященной 55-летию Института математики и механики НАНА (Баку, 2014);

Международной конференции “Современные проблемы математики и механики”, посвященной 80-летному юбилею академика А.Дж.Гаджиева (Баку, 2017); на общем семинаре механиков Института математики и механики НАНА; на семинаре отделов “Теория ползучести”, “Прикладная математика” Института Математики и Механики НАНА.

Личный вклад автора. Все основные положения диссертации получены автором лично. В работах, написанных в соавторстве, соавтору принадлежит постановка задач.

Публикации. По теме диссертации опубликованы 9 работ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, выводов и списка литературы, содержащей 121 наименование. Объем работы 114 страниц, 5 рисунков.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы и приведена цель диссертационной работы, представлен краткий обзор работ, близких по содержанию к диссертационной работе. Здесь же приведены теоретические и практические научные новизны и практическая ценность полученных результатов, а также кратко изложено содержание диссертации по главам.

В первой главе диссертации представлены существующие в литературе основные нестационарные критерии усталостного разрушения материалов и приведены результаты их научного анализа. Показаны, что именно эти критерии наиболее правильно выражают процесс усталостного разрушения материалов. Вместе с тем, отмечены некоторые незначительные недостатки существующих нестационарных критериев, частичное устранение которых осуществляется во второй главе. Одновременно, изложенные в первой главе материалы служат для легкого чтения материалов второй и третьей глав.

Вторая глава посвящена разработке одного критерия циклической прочности материалов. Данный критерий отличается от существующих тем, что здесь в качестве характеристики усталостного разрушения впервые принимается интенсивность остаточных деформаций за каждый механический цикл нагружения. Этот критерий, в основном, применим к усталости материалов, которые подвергаются пульсирующим нагрузкам, так как в этом случае доминирующим фактором усталостного нагружения является остаточная деформация. При разработке этого критерия используется концепция накопления усталостных повреждений.

Вводим некоторый скалярный параметр $\eta(n)$, где n - текущее число циклов нагружения. С учетом нормировки принимаем: $0 \le \eta(n) \le 1$. Величина η характеризует циклическую поврежденность материала. Предполагаем, что $\eta(n) = 0$ при $0 \le n \le N'$, где N' - число циклов механического нагружения, при котором в материале начинается процесс накопления повреждений. В случае $N' \le n \le N_*$, где N_* - число циклов нагружения до разрушения, величина $\eta(n)$ однозначно определяется остаточной интенсивностью деформаций $\varepsilon_t^0(n)$. При $0 \le \eta < 1$, имеет место в интервале циклов нагружения $0 \le n < N_*$, состояние тела прочно. Циклическое разрушение наступает при числе циклов нагружения N_*, для которого $\eta(N_*) = 1$.

Для $\eta(n)$ выведено уравнение:

$$\eta(n) = H(n - N')\left[-\frac{N_1^{1+\alpha}\left(\varepsilon_{tk}^0(n)\right)}{N_0^{1+\alpha}\left(\varepsilon_t^0(n)\right) - N_1^{1+\alpha}\left(\varepsilon_t^0(n)\right)} + \right.$$

$$\left. + (1+\alpha)\int_0^n \frac{(n-k)^\alpha \, d\,k}{N_0^{1+\alpha}\left(\varepsilon_t^0(k)\right) - N_1^{1+\alpha}\left(\varepsilon_t^0(k)\right)} \right]. \qquad (1)$$

Здесь $N_1 = N_1\left(\varepsilon_{ik}^0\right)$; $N_0 = N_0\left(\varepsilon_{ik}^0\right)$ экспериментально определяемые универсальные для каждого функции от интенсивности остаточных деформаций в к- м цикле нагружения. N_1 есть число циклов нагружения, которое предшествует появлению в материале повреждений при постоянных ε_{tk}^0, N_0 - число циклов нагружения до разрушения при $\varepsilon_{tk}^0 = const$.

Уравнение (1) описывает процесс накопления повреждений в случае циклического нагружения материалов. Оно содержит две экспериментально определяемые функции N_1 и N_0 и одну константу α. При $N_1 \equiv 0$ и α =0 из уравнения (1) следует известное соотношение линейного суммирования повреждений Палмгрина – Майнера.

Из (1) при условиях $\eta(N')=0$ и $\eta(N_*)=1$ соответственно следует:

$$\frac{N_1^{1+\alpha}\left(\varepsilon_{tk}^0(N')\right)}{N_0^{1+\alpha}\left(\varepsilon_t^0(N')\right)-N_1^{1+\alpha}\left(\varepsilon_t^0(N')\right)}=$$
$$=(1+\alpha)\int\limits_0^{N'}\frac{(N'-k)^\alpha\,dk}{N_0^{1+\alpha}\left(\varepsilon_t^0(k)\right)-N_1^{1+\alpha}\left(\varepsilon_t^0(k)\right)}, \qquad (2)$$

$$\frac{N_0^{1+\alpha}\left(\varepsilon_t^0(N_*)\right)}{N_0^{1+\alpha}\left(\varepsilon_t^0(N_*)\right)-N_1\left(\varepsilon_t^0(N_*)\right)}=$$
$$=(1+\alpha)\int\limits_0^{N_*}\frac{(N_*-k)^\alpha\,dk}{N_0^{1+\alpha}\left(\varepsilon_t^0(k)\right)-N_1^{1+\alpha}\left(\varepsilon_t^0(k)\right)}. \qquad (3)$$

Соотношение (2) есть условие циклической поврежденности и определяет число циклов N', с которого начинается процесс накопления повреждений. Соотношение (3) является условием циклической долговечности и определяет число циклов N_* до разрушения при произвольном $\varepsilon_t^0(n)$.

Рассмотрены частные случаи.

а) Пусть $N_1\left(\varepsilon_t^0\right)/N_0\left(\varepsilon_t^0\right)\approx A=const$. Тогда условия (2) и (3) переходят к соотношениям соответственно:

$$(1+\alpha)\int\limits_0^{N'}\frac{(N'-k)^\alpha\,dk}{N_0^{1+\alpha}\left(\varepsilon_t^0(k)\right)}=A^{1+\alpha}$$
$$\int\limits_0^{N_*}\frac{(N_*-k)^\alpha\,dk}{N_0^{1+\alpha}\left(\varepsilon_t^0(k)\right)}=\frac{1}{1+\alpha} \qquad (4)$$

б) $N_1\equiv 0$. В этом случае соотношение (2) исключается, соотношение же (3) переходит к второму соотношению (4). Таким образом, обнаружен интересный факт: условие усталостной прочности (3) в рассматриваемых двух разных случаях переходит к одному и тому же соотношению, которое является условием усталостной прочности В.В.Москвитина.

Сформулирована система опытов для определения универсальных функций N_1 и N_0 и универсальной константы α. Обработаны некоторые данные экспериментов из литературы авторов В.С. Ивановой, Ю.И. Рагозина, Н.А.Воробьева. Для стали марки 45 получены: $N_0 \approx 8{,}8 \cdot 10^{-4}\left(\varepsilon_t^0\right)^{-2,5}$; $N_1 \approx 3{,}9 \cdot 10^{-4}\left(\varepsilon_t^0\right)^{-2,5}$. При этом $N_1 / N_0 \approx 0{,}45$ или $A \approx 0{,}45$. Кроме того, $\alpha \approx 0{,}9$. Результаты эксперимента по циклической долговечности по программе нагружения $\varepsilon_t^0(k) = \varepsilon_t^{00}$, где $\varepsilon_t^{00} = 6 \cdot 10^{-4}$ оказалось: $N_* = 1{,}46 \cdot 10^7$ цикл. Результат же расчета циклической долговечности по отмеченной программе следующий: $N_* = 1{,}53 \cdot 10^7$ цикл. Различие между расчетным и экспериментальным значениями долговечности составляет примерно 4,4%, что свидетельствует о применимости полученных здесь соотношении к расчету на усталостное разрушение элементов конструкций из стали марки 45. Произведена также обработка данных экспериментов для стали марки ЭИ826. Сравнение теоретических и опытных данных для этой марки стали приведено в диссертации.

В этой же главе предложена функция-характеристика, описывающая процесс усталостного разрушения материалов при стационарных асимметричных циклах нагружения. Пусть процесс циклического нагружения происходит около некоторого постоянного значения напряжения S_o и S_a есть амплитуда рассматриваемого процесса нагружения. Кривая усталости при этом будет зависеть от S_o и S_a. Пусть N_s есть число циклов до усталостного разрушения: $N_s = N_s(S_0, S_a)$. Формула для этой функции имеет вид:

$$N_s(S_0,S_a) = \\ = \begin{cases} N_0 \exp\left[\alpha\left(1 - \dfrac{(S_0+S_a)^2}{r^2}\right) + \beta\left(1 - \dfrac{(S_0-S_a)^2}{r^2}\right)\right], при \quad S < r. \\ \infty, \qquad при \qquad S \geq r; \end{cases} \tag{5}$$

Здесь N_0 - базовое число циклов до усталостного разрушения, α и β - константы материала, r - предел выносливости.

В предложенной формуле (5) учтены экспериментальные факты о том, что на N_s имеют существенные влияния отношения максимального и минимального напряжений на предел выносливости. Отмеченное позволяет учитывать влияния степени асимметрии цикла на N_s. Сформулирована система опытов для определения неизвестных материальных констант, которые содержатся в предложенной функции. Произведена обработка некоторых опытных данных на усталостное разрушение конструкционной стали, используемой в сооружениях, работающих в морской воде.

Отметим, что предложенная формула (5), как характеристическая функция усталостного разрушения, может быть использована в детерминистических и стохастических теориях усталостного разрушения материалов.

Третья глава посвящена приложению полученных во второй главе результатов к решению конкретных задач об усталостном разрушении призматических стержней и кольцевой пластины. Здесь излагается общая постановка задач усталостного разрушения элементов конструкций при пульсирующих нагружениях. Отмечается, что эти задачи решаются в три этапа:

В первом этапе решается соответствующая упругопластическая задача;

Во втором этапе решается задача о разгрузке – задача об определении остаточных напряжений и деформаций при полной разгрузке после предварительного упругопластического деформирования. В этом же этапе решается задача определения остаточных напряжений и деформаций при *к*-ой полной разгрузке после *к* –го упругопластического деформирования. Рассматриваются различные виды разгрузки: упругие разгрузки и разгрузки с появлением вторичных пластических деформаций. По найденным остаточным деформациям находится интенсивность остаточных деформаций.

В третьем этапе с использованием результатов второй главы определяет число циклов нагружения (или время) до появления в материале первых повреждений и число циклов нагружения (или же время) до усталостного разрушения (нарушения сплошности) материала исследуемых элементов конструкций.

Рассмотрены конкретные самостоятельные задачи. Решается задача об усталостном разрушении призматического бруса овального поперечного сечения при пульсирующем кручении. Материал бруса не обладает упрочнением и пластическая область полностью охватывает контур сечения. При исходном упругопластическом кручении стержня из естественного состояния использовано решение В.В.Соколовского. За определяющий параметр усталостного разрушения принята интенсивность остаточных деформаций. В процессе разгрузки допускается появление области вторичных пластических деформаций. Остаточные деформации, напряжения находятся с использованием теоремы о вторичных пластических деформациях В.В.Москвитина. Считается, что имеет место гипотеза плоских сечений как при исходном упругопластическом, так и при последующих пульсирующих циклах нагружения.

Пусть полуоси овала (эллипса) будут: $a+b,\ a-b$ и φ - угол наклона касательной к контуру сечения, $a>3b.$ Используется координатная система xyz, начало которой совпадает с центром овала, ось z- с осью стержня , ось x- с большой полуосью, ось у- с малой полуосью. Брус подвергается кручению из естественного недеформированного состояния крутящим моментом M'. Первые пластические деформации появляются в точках $x=0,\quad y=\pm(a-b)$ при значении крутящего момента

$$M_s=\left(1-5\frac{b^2}{a^2}+\frac{51}{8}\frac{b^4}{a^4}\right)\frac{\pi a^5\tau_s}{2(a-b)(a+2b)}.$$

Здесь τ_s - предел текучести при сдвиге. При $M'>M_s$ в поперечном сечении стержня возникает область пластической деформации. Предполагается, что пластическая область полностью охватывает поперечное сечение бруса. При этом имеет место решение В.В.Соколовского. Определяются остаточные напряжения и деформации, которые сохранятся в овальном стержне после удаления крутящего момента. Считается, что в процессе разгрузки возникают вторичные пластические деформации. Пусть значение крутящего момента в начале разгрузки будет M'. Условием появления вторичных пластических деформаций при полной разгрузке есть

$$M' \ge \left(1 - 5\frac{b^2}{a^2} + \frac{51}{8}\frac{b^4}{a^4}\right)\frac{\pi a^5 \tau_s}{(a-b)(a+2b)}.$$

При предельном значении $M_{\lim}$ крутящего момента M' пластическая область при исходном кручении заполняет все поперечное сечение: $M_{\lim} = \frac{1}{3}\pi\tau_s\left(2a^3 - 9ab^2 + 8b^3\right)$. Формулы для остаточных напряжений и остаточных деформаций как в случае упругой разгрузки, так и в случае разгрузки с появлением вторичных пластических деформаций приведены в диссертации. Поскольку материал стержня считается идеально пластическим, то остаточные деформации при любом k-м цикле полной разгрузки будут теми же, что при первой полной разгрузке. Этот вывод справедлив и в том случае, если при первой полной разгрузке возникли вторичные пластические деформации. В овальном стержне опасным для разрушения сечением будет сечение $x = 0$. Разрушение овального стержня начнется в точках $(0,\ a-b)$; $(0, -(a-b))$. Наличия вторичных пластических деформаций при полной разгрузке ускоряет процесс разрушения материала. При $x = 0$, $y = a - b$ для интенсивности остаточных деформаций имеем: $\varepsilon_t^0 = \frac{\theta^0}{\sqrt{3}}(a + 3b)$, где θ^0 -остаточная крутка, формула которой приведена в диссертации. С использованием условий усталостной поврежденностей и усталостного разрушения, полученных в первой главе, применительно к стали марки 45, при значениях $\frac{M'}{\tau_s a^3} = 1$, $\frac{G\theta^0 a}{\tau_s} = 1{,}5$ и $\frac{a}{b} = 6{,}5$, для величины N' и N_* получены следующие значения: $N' = 1{,}2 \cdot 10^5$ цикл, $N_* = 2{,}67 \cdot 10^5$ цикл. Это говорит о том, что в точках $(0,\ a-b)$; $(0, -(a-b))$ рассматриваемого бруса из стали марки 45 после $N' = 1{,}2 \cdot 10^5$ число пульсирующих кручений появится первое повреждение, а после $N_* = 2{,}67 \cdot 10^5$ число пульсирующих кручений начнется разрушение бруса.

Вторая задача, решенная в третьей главе - задача об усталостном разрушении кольцевой пластины при действии по внутреннему контуру пульсирующего момента и давления. В рамках теории пластического течения приводится постановка математической задачи о деформации из естественного (недеформированного) состояния кольцевой пластины с внутренним радиусом a, внешним радиусом $в$ при нагружении по внутреннему контуру давлением $P(t)$ и распределенным моментом $M(t)$, где t - время: $0 \le t \le t_*$, t_* - время до усталостного разрушения. Используется цилиндрическая система координат, (r, θ, z), начало которой совпадает с центром кольцевой пластины. При этом $a \le r \le b$; $0 \le \theta \le 2\pi$. Считается, что имеет место плоское напряженное состояние.

Упругопластическая задача при исходном нагружении решена Нордгреном и Нахди; определены компоненты напряжения $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_{r\theta}$, деформации $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_{r\theta}$ и перемещения u_r, u_θ. Использование определяющих уравнений теории пластического течения диктует выполнения условий:

$$\frac{M(t)}{2\pi\tau_s} \le a^2, \quad \frac{p(t)}{\tau_s} < 1 + \left[1 - \left(\frac{M(t)}{2\pi\tau_s}\right)^2\right]^{1/2}.$$

Первые пластические деформации появятся на внутреннем контуре пластины. При этом имеет место соотношение между внутренним давлением $P(t)$ и распределенным моментом $M(t)$:

$$\frac{p(t)}{\tau_s} = \frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2}\left[a^r - \left(\frac{M(t)}{2\pi\tau_s}\right)^2\right]^{1/2}.$$

Если $M(t) = 0$, то $p_s = \dfrac{b^2 - a^2}{b^2}\tau_s$, если же $P(t) = 0$, то

$M_s = 2\pi a^2 \tau_s$.

Считается, что внешние усилия $P(t)$ и $M(t)$ монотонно возрастали в интервале времени $0 \le t \le \dfrac{t_1}{2}$. Начиная со времени $t = \dfrac{t_1}{2}$ эти усилия начинают убывать и при времени $t = t_1$ становятся нулями:

$P(t_1)=0$, $M(t_1)=0$. В интервале времени $\frac{t_1}{2} \le t \le t_1$ в пластине происходит разгрузка. Предполагается, что процесс разгрузки сопровождается появлением вторичных пластических деформаций. С использованием решения Нордгрена и Нахди и методами В.В.Москвитина определены остаточные напряжения, деформации и перемещения, которые сохранятся в кольцевой пластине после удаления внутреннего давления $P(t)$ и распределенного момента $M(t)$. Условия появления вторичных пластических деформаций по В.В.Москвитину есть

$$\frac{M(t_1/2)}{4\pi\tau_s} \le a^2; \quad \frac{P(t_1/2)}{2\tau_s} < 1 + \left[1 - \left(\frac{M(t_1/2)}{4\pi\tau_s a^2}\right)^2\right]^{1/2}.$$

Если $M(t) \equiv 0$, то должно быть $P > \frac{2\left(b^2 - a^2\right)}{a^2 b^2}\tau_s$, если же $P(t) \equiv 0$, то $M > 4\pi a^2 \tau_s$. В области упругой разгрузки остаточные напряжения и деформации определены в соответствии с теоремой об упругой разгрузке А.А.Ильюшина. На границах областей упругой разгрузки и разгрузки с появлением вторичной пластической деформации учтены условия непрерывности соответствующих остаточных напряжений и деформаций. Полученные формулы для остаточных напряжений и деформаций, а также для границы упругой и пластической разгрузок приведены в диссертации. После определения остаточных величин решается вопрос об усталостном разрушении рассматриваемой пластины. Пусть рассматриваемая пластина после полной разгрузки вновь нагружается монотонно возрастающими усилиями $P(t)$ и $M(t)$ и пусть процесс нагружения продолжается до времени $t = \frac{3}{2}t_1$ и в дальнейшем интервале времени $\left(\frac{3}{2}t_1,\ 2t_1\right)$ происходит полная разгрузка. Предполагается, что такой процесс нагружения и разгрузки пластины продолжается вплоть до усталостного разрушения. При этом время каждого цикла нагружения - разгрузки равно t_1. Так как предполагали, что материал пластины является циклически - идеальным, то остаточные напряжения, деформации и перемещения в любом *к*-м цикле нагружения будут такими же, что при первой разгрузке. Этот факт учитывается при вычислении интенсивности остаточных деформаций, а также при определении число циклов до усталостного разрушения N_0 и число циклов до появления первых повреждений N_f. Число N_0 будет: $N_0 = t_* / t_1$. Число же N_f выразится формулой: $N_f = t_f / t_1$, где t_f - время до появления первых повреждений. Из физических соображений ясно, что первые повреждения в пластине появятся на внутреннем контуре $r = a$. На этом же контуре начинает разрушение пластины. Для определения N_0 и N_f использованы формулы:

$$N_0 = A_0 \left(\frac{\varepsilon_t^0}{\varepsilon_s} \right)^{\alpha_0}; \quad N_f = A_1 \left(\frac{\varepsilon_t^0}{\varepsilon_s} \right)^{\alpha_1},$$

где A_0, α_0, A_1, α_1 - универсальные константы материала, ε_t^0 - интенсивность остаточных деформаций, ε_s - некоторая деформация приведения. Величина ε_t^0 применительно к нашей задаче выражается формулой: $\varepsilon_t^0 = \frac{2}{3}\left[\left(\varepsilon_r^0\right)^2 + \left(\varepsilon_\theta^0\right)^2 - \varepsilon_r^0 \varepsilon_\theta^0 + 3\left(\varepsilon_{r\theta}^0\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$.

Компоненты остаточных деформаций, которые входят в правую часть, определены в ходе решения поставленной задачи.

Обработка экспериментальных данных по циклической долговечности для стали марки ЭИ 826, которые содержатся в работе В.С.Ивановой, Ю.И.Рагозина, Н.А.Воробьева при $\varepsilon_s = 0{,}01$, дали следующие результаты: $\alpha_0 \approx \alpha_1 \approx 1{,}6$; $A_1 / A_0 \approx 0{,}56$; $A_0 \approx 1{,}8 \cdot 10^6$ цикл. При использовании этих данных, а также после вычисления интенсивности остаточных деформаций были найдены числа циклов нагружения до появления первых повреждений и до усталостного разрушения внутреннего контура пластины. В диссертации представлены графики зависимостей $\frac{N_0}{A_0} \sim \frac{M(t_1/2)}{2\pi a^2 \tau_s}$, $\frac{N_f}{A_0} \sim \frac{M(t_1/2)}{2\pi a^2 \tau_s}$ на внутреннем контуре $(r = a)$

пластины. Кроме вышеприведенных цифровых данных, использованы следующие значения параметров: $p(t_1/2)/\tau_s = 1;$ $b/a = 4;$ $\nu = 0{,}3;$ $E = 2\cdot 10^4$ МПа. Определена кинетика разрушения пластины по радиусу r при $M(t_1/2)/\left(2\pi a^2\tau_s = 0{,}4\right).$ После начала разрушения внутреннего контура отмечается усиленное усталостное разрушение остальной части пластины.

Третья задача, решенная в третьей главе есть задача об упругопластическом пульсирующем кручении и усталости бруса узкого прямоугольного поперечного сечения. Упругопластическое кручение и тем более переменное кручение и усталость бруса с узким прямоугольным поперечным сечением мало изучены. Исходя из этого, в диссертационной работе делается попытка восполнить этот пробел в некоторой степени.

При формулировке постановки упругопластической задачи считаются, что известные гипотезы, которые используются при решении задачи об упругом кручении остаются в силе также в случаях упругопластического и переменного кручения. Используются декартовые координаты x, y, z; начало координатной системы - в центре прямоугольного сечения бруса, ось x направляется вдоль большой, ось y - вдоль малой стороны, ось $z -$ вдоль оси бруса. Материал бруса принимается упруго-идеально пластическим; пренебрегается свойством упрочнения. Принимаются следующие обозначения: $a -$ большая полуось, $b -$ малая полуось эллипса; $M_t -$ крутящий момент. В силу принятой выше гипотезы имеет место геометрические соотношения: $u_1 = -\theta zy,\ \ u_2 = -\theta zx,\ \ u_3 = w(x, y)\theta.$ Здесь компоненты вектора перемещения - $u_i\,(i = 1,2,3),$ θ - относительный угол закручивания - угол закручивания на единицу длины бруса; $w = w(x, y)$ есть депланация поперечного сечения - функция, которая подлежит определению. Отличными от нуля компоненты деформации будут $\varepsilon_{31}, \varepsilon_{21}$, напряжения -$\sigma_{31}; \sigma_{32}$. Сначала решается соответствующая задача упругого кручения. Для решения этой задачи используются известное из литературы решение задачи об упругом кручении бруса с эллиптическим поперечным сечением, при условии, когда отношение малой полуоси к большой пренебрежимо малы. В этом случае эллиптическое поперечное сечение бруса может быть заменено с узким прямоугольным поперечным сечением. Замена узкого прямоугольного поперечного сечения с эллиптическим поперечным сечением с пренебрежимо малым отношением его малой полуоси к большой здесь производится впервые. С использованием этой замены для компонентов упругого напряжения и деформации получили следующие формулы: $w = \frac{M_t xy}{a^2 b^2 \pi G}$,

$$\sigma_{31} = -2G\theta y; \qquad \sigma_{32} = 0; \qquad M_t = G\theta ab^3\pi, \qquad \varepsilon_{31} = -\frac{\sigma_{31}}{2G} = -\theta y,$$

$$\varepsilon_{32} = -\frac{\sigma_{32}}{2G} = 0.$$

Полученное решение задачи упругого кручения бруса узкого прямоугольного сечения совпадает с соответствующим решением этой задачи, найденным иным путем - путем использования мембранной аналогии. С использованием условия пластичности Мизеса определено значение M_t^s - крутящего момента, при котором в исследуемом брусе возникает пластическая деформация: $M_t^s = \frac{\pi ab^2}{2\sqrt{3}}\sigma_s$, где σ_s - предел текучести при растяжении. Как видим, первые пластические деформации появляются в точках $y = \pm b$ при крутящем моменте M_t^s. Решена также задача об упругопластическом кручении $M_t > M_t^s$. Решение для напряжений упругопластической задачи имеет вид:

$$\sigma_{31} = -\frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}\frac{y}{\xi}, \quad \text{при } |y| \le \xi, \qquad \sigma_{31} = -\frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} signy, \quad \text{при } |y| \ge \xi.$$

Входящая в эти решения граница ξ есть координата, которая разделяет упругую и пластическую областей. Она уменьшается от b до нуля при $y > 0$, увеличивается от $(-b)$ до нуля при $y < 0$. Для величины ξ получена формула: $|\xi| = 3\left[\frac{2ab^2\sigma_s - \sqrt{3}M_t}{2a\sigma_s}\right]^{\frac{1}{2}}$. Решение для деформаций имеет вид: $\varepsilon_{31} = -\frac{\sigma_s}{2\sqrt{3}G}\frac{y}{\xi}$, при $|y| \le \xi$,

$\varepsilon_{31} = -\dfrac{\sigma_s}{2\sqrt{3}G} signy$, при $|y| \geq \xi$. Определено значение предельного крутящего момента $M_{\lim}$, при котором брус переходит в чисто пластическое состояние $(\xi = 0)$: $M_{\lim} = \dfrac{2ab^2}{\sqrt{3}}\sigma_s$. Для угла закручивания θ получена формула: $\theta = \dfrac{\sigma_s}{2\sqrt{3}G\xi}$. Для депланации $w(x, y)$ упругопластического кручения формулой $w = -\theta xy,$. После определения величин θ и w, компоненты вектора перемещения находятся по выше представленным геометрическим соотношениям.

Определены остаточные напряжение и деформации при разгрузке после первого упругопластического нагружения. Пусть пластическая область полностью охватывает поперечное сечение бруса и пусть производится полная разгрузка, то есть удаляется крутящий момент $M_{\lim}$. При предположении об упругости процесса разгрузки (пренебрегаем возникновением вторичных пластических деформаций) остаточные напряжение σ_{31}^0 и деформация ε_{31}^0 определены по теореме об упругой разгрузки А.А.Ильюшина:

$$\sigma_{31}^0 = \frac{M_{\lim}}{ab^2}\left(\frac{2y}{\pi b} - \frac{signy}{2}\right); \;\; \varepsilon_{31}^0 = \frac{M_{\lim}}{Gab^2}\left(\frac{y}{\pi b} - \frac{signy}{4}\right).$$

Исследована усталость рассматриваемого бруса при пульсирующем кручении крутящим моментом $M_{\lim}$. Определена интенсивность остаточных деформаций в к-м кручении бруса, представляющая интерес в случаях $y = \pm b$:

$$\left.\varepsilon_t^0\right|_{y=\pm b} = \frac{(4-\pi)M_{\lim}}{2\sqrt{3}\pi Gab^2}.$$

Сделан вывод о том, что при пульсирующем кручении бруса с узким прямоугольным сечением, первые повреждения (дефекты) появляются при $y = \pm b$ после N' число кручений, а его усталость (циклическое разрушение) наступает также при $y = \pm b$ после N_* число кручений, которые определяются следующими формулами соответственно:

$$N' = AB\left[\frac{(4-\pi)M_{\lim}}{2\sqrt{3}\pi Gab^2}\right]^{\beta}; \; N_* = B\left[\frac{(4-\pi)M_{\lim}}{2\sqrt{3}\pi Gab^2}\right]^{\beta}.$$

Здесь A,B и β экспериментально определяемые материальные константы, при этом $0 \le A < 1$.

Автор выражает искреннюю признательность научному руководителю профессору Лятифу Талыблы за постоянное внимание к работу и полезные советы.

ВЫВОДЫ

1. Построено и экспериментально обосновано уравнение, описывающее нестационарный кинетический процесс усталостного разрушения материалов, где учтен инкубационный период процесса разрушения и за определяющий параметр принята остаточная интенсивность деформаций.
2. Получено условие поврежденности, определяющее число нестационарных циклов нагружения, при котором в материале возникают первые повреждения.
3. Получено условие циклической прочности, позволяющее находить число циклов нагружения до разрушения (нарушения сплошности) материалов.
4. Предложены универсальные функции циклической поврежденности и прочности материалов.
5. Предложена функция-характеристика, которая описывает процесс усталостного разрушения материалов при стационарных асимметричных циклах нагружения. На основе этой функций произведена обработка некоторых опытных данных на усталостное разрушение конструкционной стали, используемой в сооружениях, работающих в морской воде.
6. Определено условие появления вторичных пластических деформаций при полной разгрузке после предварительного упругопластического деформирования кольцевой пластины под действием по внутреннему контуру давления и распределенного момента.
7. Определены числа циклов нагружения до усталостного повреждения и полного разрушения кольцевой пластины при её циклическом упругопластическом деформировании под

пульсирующими действующими по внутреннему контуру давлением и моментом .

8. Определено условие появления вторичных пластических деформаций при полной разгрузке после предварительного упругопластического кручения призматического стержня овального поперечного сечения.

9. Определены числа пульсирующих циклов упругопластического кручения до усталостного повреждения и полного разрушения призматического стержня овального поперечного сечения.

10. Решена задача об упругопластическом кручении из естественного состояния призматического бруса узкого прямоугольного поперечного сечения. Предложен новый подход к решению этой задачи; рассматриваемый брус заменен с брусом эллиптического поперечного сечения, в котором отношением малой полуоси к большой можно пренебрегать. Получены аналитические формулы для компонентов напряжения, деформации и перемещения, которые возникают в брусе при его исходном упруго идеально пластическом кручении.

11. Определены числа пульсирующих кручений, при которых в призматическом брусе узкого прямоугольного поперечного сечения появляются первые повреждения и происходит разрушение.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих научных статьях:

1. Нагиева Н.М. Формула определения числа стационарных асимметричных циклов нагружения до усталостного разрушения материалов./ Межд. конф. посв. 100-лет. юбилею акад. И.И.Ибрагимова, Баку 2012, 219с.

2. Nagiyeva N.M. On a characteristic function of fatigue failure under asymmetric loading cycles// Proceedings of IMM, v.XXXVI, 2012, pp.105-108.

3. Нагиева Н.М. Характеристическая долговечность бесконечной пластины с отверстием под действием стационарного случайного давления./ Межд. конф. посв. 90 лет.со дня рожд. Гейдара Алиева, Баку 2013, 182с.

4. НагиеваН.М. Усталостное разрушение пластины в стационарном стохастическом температурном воздействии/ Материалы межд. конф. посв. 55 лет. ИММ, Баку 2014, 279 с.

5. Talybly L.Kh., Nagiyeva N.M. Fatigue failure of an annular plate under the action of pulsating moment and pressure along the internal contour.// Inter.Journal of Engineering and Innovative Technology, v.4,2014.,pp.122-127, imp.fac. 0,477.
6. Talybly L.Kh., Nagiyeva N.M. Fatigue failure of an oval cross section prismatic bar at pulsating torsion//Inter.Journal of Engineering and Innovative Technology, v.5, issue, 2016, pp.76-83.
7. Talybly L.Kh.,Nagiyeva N.M. On fatigue of materials with regard to incubation period of failure and influence of loading history.//Journal of Baku Engineering university-mechanical and industrial engineering. 2017, v.1, №1, p.21-25.
8. Нагиева Н.М.. Упругопластическое пульсирующее кручение и усталость бруса узкого прямоугольного поперечного сечения// Научные труды Аз.ТУ, серия техн. наук, 2017, №4, с.121-127.
9. Nagiyeva N.M. Fatigue failure of a prismatic barof elliptic cross section under pulsating torsion// Международная конференция "Современные проблемы математики и механики", посв. 80 летию акад. А.Гаджиева, 2017 г., с.157.

NIGAR MIRYAŞAR qızı NAĞIYEVA

MÜXTƏLIF ÇUBUQ VƏ LÖVHƏLƏRDƏ YORĞUNLUQ DAĞILMASININ TƏDQIQI

XÜLASƏ

Dissertasiya işi pulsasiyalı qeyri-stasionar yüklənmə zamanı mexaniki yorğunluq dağılması üçün yeni effektiv münasibətlərin qurulmasına həsr edilmişdir. İşdə aşağıdakı yeni nəticələr alınmışdır:

II. **Nəzəri yenilik.** Pulsasiyalı qeyristasionar yüklənmə zamanı cisimdə yaranan yorğunluq möhkəmliyi üçün yeni münasibətlər alınmışdır. Bu münasıbətlər aşağıdakılardır:

a) yorğunluq zədələnmələrinin yığılmasının kinetik prosesini xarakterizə edən tənlik;

b) zədələnmələrin yığılması prosesinin başlanmasına qədər ki, yüklənmənin pulsasiyalı qeyri-stasionar dövrlərinin sayını təyin etməyə imkan verən zədələnmə şərti;

c) yorğunluq dağılmasına qədər olan yüklənmənin pulsasiyalı qeyri-stasionar dövrlərinin sayını təyin etməyə imkan verən yorğunluq şərti.

a, b, c bölmələrində qeyd olunan münasibətlər [26-28] işlərində təqdim olunan eksperimental verilənlərlə əsaslandırılmışdır.

II. **Tətbiqi yenilik.** Aşağıdakı məsələlər həll edilmişdir:

a) ensiz düzbucaqlı en kəsikli tirin elastikiplastik pulsasiyalı burulma və yorğunluğu;

b) oval en kəsikli prizmatik çubuğun pulsasiyalı burulması zamanı yorğunluq dağılması;

c) daxili konturu pulsasiyalı moment və təzyiqin təsiri altında olan halqavari lövhənin yorğunluq dağılması.

d) Yorğunluq möhkəmliyi üçün təyin edilmiş münasibətlər, istifadə müddətində müxtəlif pulsasiyalı yüklənmənin təsiri altında olan müxtəlif konstruksiyaların xidməti müddəti haqqında qabaqcadan məlumat vermək üçün istifadə edilə bilər. Çubuqlar (tirlər)və lövhələrin yorğunluq dağılması haqqında məsələnin həllindən alınmış nəticələr, elementləri çubuqlar və lövhələr olan konstruksiyaların proyektləşdirilməsində tətbiq oluna bilər. Dissertasiya işinin nəticələri yorğunluq möhkəmliyinin hesablanması metodikası şəklində proyektləşdirmə müəssisələrinin istifadəsi üçün həyata keçirilə bilər.

NIGAR MIRYASAR kizi NAGIYEVA

STUDYING FATIGUE FAILURE IN DIFFERENT RODS AND PLATES

ABSTRACT

The dissertation work is devoted to establishment of new effective relations for mechanical fatigue failure under nonstationary loading. The following new results were obtained:

II. **Theoretical novelty.** New relations for fatigue failure under pulsational nonstationary loading were obtained. These relations are the followings:

a) An equation characterizing the kinetic process of fatigue failure accumulation;

b) The failure condition enabling to determine the number of pulsational nonstationary periods of loads to the failure accumulation process;

c) The failure condition enabling to determine the number of pulsational nonstationary periods of loads to fatigue failure.

The relations in a), b) and c) were justified by experimental data given in [26-28].

II. **Applied novelty.** The following problems were solved:

a) Elastico-plastic pulsational torsion and fatigue of narrow rectangular cross-section beam;

b) Fatigue failure of oval cross-section prizmatic rod under pulsating torsion;

c) Fatigue failure of annular plate with internal contour under the influence of pulsating moment and pressure.

d) The relations determined for fatigue failure may be used to predict the durability of different constructions under the influence of different pulsation loads during use. The results obtained from the solution of a problem of fatigue failure of rods (beams) may be applied to design the constructions with rod and plate elements. The results of the dissertation work can be implemented in the from of the method for calculating the fatigue failure in design institutions.