**АЗЕРБАЙДЖАНСКАЯ РЕСПУБЛИКА**

*На правах рукописи*

**СХОДИМОСТЬ СПЕКТРАЛЬНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ СООТВЕТСТВУЮЩИХ ОБЫКНОВЕННЫМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ ОПЕРАТОРАМ ТРЕТЬЕГО**

**ПОРЯДКА**

Специальность: 1211.01 – Дифференциальные уравнения Отрасль науки: Математика

Соискатель: **Эльнара Бухсай кызы Ахундова**

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой

степени доктора философии

**Баку – 2021**

Диссертационная работа выполнена в отделе «Функциональный анализ» Института Математики и Механики НАН Азербайджана.

Научный руководитель: д.ф.–м.н., профессор

 **Вали Магеррам оглы Курбанов**

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор

**Мамед Байрамоглы**

доктор математических наук, доцент

**Яшар Топуш оглы Мехралиев**

кандидат физико-математических наук, доцент

**Эльвин Ибрагим оглы Азизбеков**

Диссертационный совет ED 1.04 Высшей Аттестационной Комиссии при Президента Азербайджанской Республики, действующий на базе Института Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

Председатель диссертационного совета:

член–корр. НАНА, д.ф.–м.н., профессор

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ **Мисир Джумаил оглы Марданов**

Ученый секретарь диссертационного совета: к.ф.–м.н.,доцент

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ **Тамилла Хаверан кызы Гасанова**

Председатель научного семинара:

 академик НАНА, д.ф.–м.н., профессор

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ **Юсиф Абульфат оглы Мамедов**

**ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ**

**Актуальность темы и степень разработки.** Диссертационная работа посвящена исследованию сходимости спектральных разложений по собственным и присоединенным функциям обыкновенного дифференциального оператора третьего порядка.

Известно, что исследования по спектральной теории обыкновенных дифференциальных операторов берут свое начало с классических работ Ж.Лиувилля, Ш.Штурма, а также более поздних работ В.А.Стеклова, Я.Д.Тамаркина, Д.Биркгофа и других авторов, в работах которых изучались вопросы асимптотики собственных значений и сходимости спектраль- ных разложений для различных классов краевых задач.

В течении длительного времени основным объектом изучения были спектральные свойства самосопряженных дифференциальных операторов. Однако в последнее пяти- десятилетие возник ряд новых задач математической физики, приводящих к изучению спектральных свойств несамосоп- ряженных дифференциальных операторов. Примером задач такого ряда может служить задача Бицадзе-Самарского с нелокальными краевыми условиями для уравнения теплопроводности.

При изучении несамосопряженных задач было замечено, что система собственных функций таких операторов, вообще говоря, не только не образует базис в классе $L\_{2}$, но и не является полной $ L\_{2}$. Поэтому такие системы должны быть пополнены присоединенными функциями. В этих задачах собственные и присоединенные функции (корневые функции), вообще говоря не ортогональны в $L\_{2}$, и ни их замкнутость, ни их минимальность не влечет за собой их базисности в этом пространстве. Таким образом, исследования несамосопряжен-ных задач потребовали новых подходов. М.В.Келдыш установил факт полноты в  специально построенной системы корневых функций для широкого класса краевых задач.

В дальнейшем вопрос о полноте изучен для широкого класса краевых задач в работах В.Б.Лидского, М.А.Наймарка, В.Н.Визитея, А.СМаркуса, Дж.Э.Аллахвердиева, М.Г.Гасымова, А.П.Костюченко,А.П.Хромова,В.П.Михайлова,Г.М. Кесельмана, А.М.Кролла, А.А.Шкаликова и других

В последнее время успешно применяется разработанный В.А.Ильиным метод изучения дифференциальных операторов. Им было замечено, что при наличии бесконечного числа присоединенных функций свойства базисности и равно- сходимости в отличие от свойства полноты существенно зависит от выбора корневых функций, а также не определяется только конкретным видом краевых условий, на эти свойства влияют также значения коэффициентов дифференциального оператора, причем эти свойства, изменяются при каком угодно малом изменении значений коэффициентов в метриках тех классов, в которых заданы эти коэффициенты. Следовательно, в этой ситуации нельзя сформулировать условия базисности и равносходимости в терминах краевых условий.

В связи с этим В.А.Ильиным предложена новая трактовка корневых функций, которые понимаются как регулярные решения соответствующего уравнения со спектральным параметром безотносительно квиду краевых условий. Она позволяет рассматривать произвольные краевые условия (как локальные, так и нелокальные), системы функций, не связанные какими–либо краевыми условиями, а также некоторые системы, полученные объединением подмножеств корневых функций двух различных краевых задач. В своих работах В.А.Ильин рассмотрел систему корневых функций обыкновенного диф- ференциального оператора и при некоторых естественных условиях установил теоремы о равномерной равносходимости и базисности на компакте.

В дальнейшем, изучение этих и других вопросов спектральной теории дифференциальных операторов развива- лись в работах В.А.Ильина и его последователей В.В.Тихомирова, И.Йо, И.С.Ломова, Н.Б.Керимова, В.Д.Будаева, В.Коморника, Л.В.Крицкова, Н.Лажетича, В.М.Курбанова и других.

Отметим, что покомпонентная равномерная равно- сходимость для оператора Шредингера исследована в работе В.А. Ильина ив работах В.М.Курбанова. А вопросы о скорости покомпонентной равносходимости в метриках C и изучалось В.М.Курбановым.

Для оператора Шредингера вопросы об абсолютной и равномерной сходимости и о скорости сходимости изучались в работах Н.Лажетича, В.М.Курбанова, Р.А.Сафарова и А.Т.Гараевой, а для оператора Дирака в работах В.М. Курбанова и А.И. Исмайловой.

За последнее время зависимость скорости сходимости и равносходимости от различных характеристик интенсивно исследуется и установлен ряд важных результатов В.М.Кур-ба­но­вым, Р.А.Сафаровым, Л.С.Ломовым, А.С.Марковым А.Т.Гараевой.

Несмотря на вышеуказанные исследования, для дифференциальных операторов высокого порядка скорость равномерной равносходимости на компакте и вопросы о скорости равномерной сходимости на отрезке мало изучены.

Следовательно, представляет интерес дальнейшее иссле- дование этих и других вопросов для дифференциальных опе-раторов методом В.А.Ильина.

В данной диссертации исследуются проблема абсол- ютной и равномерной сходимости, скорость равномерной сходимости ортогонального разложения функции из класса  по собственным функциям обыкновенного дифференциального оператора третьего порядка с сумми-руемыми коэффициентами; изучаются зависимость от модуля непрерывности коэффициента  скорости покомпонентной равномерной равносходимости биортогонального разложения с тригонометрическим рядом Фурье разлагаемой функции, устанавливается скорость равномерной равносходимости для вектор-функций из разных функциональных пространств

Исследуются абсолютная и равномерная сходимость биортогональных разложений функции  по корневым функциям дифференциального оператора третьего порядка с гладкими коэффициентами, устанавливается скорость равно- мерной сходимости этих биортогональных разложений.

**Цель и задачи исследования.** Исследовать вопросы абсолютной и равномерной сходимости и скорости равномерной равносходимости на компакте спектральных разложений по корневым функциям обыкновенного дифференциального оператора третьего порядка.

**Методы исследования.** В работе применяются методы теории дифференциальных операторов, теории функциональ- ного анализа и теории гармонического анализа.

**Основные положения, выносимые на защиту.** На защиту выносятся следующие основные положения:

* Результаты исследования вопросов об абсолютной и равномерной сходимости на отрезке  спектрального разложения функции из класса Соболева , по собственным функциям обыкновенного дифференциального оператора третьего порядка с суммируемыми коэффициентами и оценки равномерной сходимости данного разложения.
* Результаты исследования вопросов об абсолютной и равномерной сходимости ортогонального разложения функции , по собственным функциям обыкно- венного дифференциального оператора третьего порядка с суммируемыми коэффициентами и оценки равномерной сходимости данного разложения.
* Результаты исследования вопросов равномерной равносходимости на компакте с тригонометрическим рядом разложений по корневых функциям дифференциального оператора третьего порядка суммируемыми коэффициентами для функции из класса  , и оценки скорости равномерной равносходимости для функции из класса 
* Результаты исследования об абсолютной и равномерной сходимости биортогональных разложений функции из класса , по системе корневых функций обыкно- венного дифференциального оператора третьего порядка и оценки скорости равномерной сходимости данных биор- тогональных разложений.

**Научная новизна исследования.** В диссертации получены следующие основные результаты:

* + - * Исследована абсолютная и равномерная сходимость на отрезке  спектрального разложения функции из класса Соболева , , по собственным функциям обыкновенного дифференциального оператора третьего порядка с суммируемыми коэффициентами и оцениваются скорость равномерной сходимости на этом отрезке
* Доказана абсолютная и равномерная сходимость ортогонального разложения функции, по собственным функциям обыкновенного дифференциального оператора третьего порядка с суммируемыми коэффициентами и оценен остаток данного разложения в метрике .
* Доказаны теоремы о равномерной равносходимости на компакте с тригонометрическим рядом разложений по корневых функциям дифференциального оператора третьего порядка суммируемыми коэффициентами для функции из класса . Оценены скорость равномерной равносходимости для функции из класса 
* Доказаны теоремы об абсолютной и равномерной сходимости биортогональных разложений функции из класса по системе корневых функций обыкновенного дифференциального оператора третьего порядка и установлена скорость равномерной сходимости на 

**Теоретическая и практическая ценность исследования.** Работа носит теоретический характер. Ее результаты могут быть использованы в спектральной теории дифференциальных операторов; при обосновании методом Фурье решения задач математической физики и в теории аппроксимации функции.

**Апробация и применение.** Основные результаты диссертации неоднократно докладывались: на Международной конференции посвященной 90-летию со дня рождения Гейдара Алиева (Баку,2013); на Международной конференции посвященной 55-летию Института Математики и Механики (Баку,2014); на Международной конференции Азербайджан-Турция-Украина МАДЕА 7 (Баку,2015), на Республиканской конференции, посвященной 100-летию заслуженного деятеля наук, профессора А.Ш.Габибзаде (Баку, 2016); на семинарах отделов «Функциональный анализ» (рук.д.ф.-м.н., проф. Г.И. Асланов) и «Дифференциальные уравнения» (рук. д.ф.-м.н., проф.А.Б.Алиев) Института Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

**Личный вклад автора.** Все выводы и полученные результаты принадлежат лично автору.

**Публикации автора.** Основные результаты диссертации опубликованы в 10 работах, список которых приводится в конце автореферата.

**Наименование учреждения, где выполнена диссерта- ционная работа.** Работа выполнена на отделе «Функциональный анализ» Института Математике и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

**Структура и объем диссертации (в знаках, с указанием объема каждого структурного подразделения в отдельности).** Общий объем диссертационной работы – 207693 знаков (титульная страница – 320 знаков, содержание 2173 знаков, введение – 50000 знаков, первая глава – 84000 знаков, вторая глава – 70000 знаков, выводы - 1200). Список используемой литературы состоит из 72 наименований.

**СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ**

Во введении обосновывается актуальность темы, дается краткий обзор результатов, связанных с темой диссертации и излагаются основные результаты диссертации.

Перейдем к подробному изложению основных результатов диссертации.

Диссертация состоит из введения, двух глав и списка литературы. Каждая из глав разбита на параграфы.

В первой главе излагаются основные результаты, касающиеся ортогонального разложения по собственным функциям дифференциального оператора третьего порядка с суммируемыми коэффициентами. Доказываются абсолютная и равномерная сходимость ортогонального разложения абсолютно непрерывной функции из класса  ,, по собственным функциям данного оператора и устанавливается скорость равномерной сходимости этого разложения, исследуется влияние на скорость равномерной сходимости: степень суммируемости коэффициентов данного оператора и степень суммируемости производной разлагаемой функции.

В параграфе 1.1 рассматриваются формальный дифференциальный оператор

, 

с суммируемыми комлекснозначными коэффициентами 

Обозначим через  класс функций абсолютно непрерывных своими производными до второго порядка включительно на замкнутом интервале . Под собственной функцией оператора , отвечающей собственному значению , будем понимать любую тождественно не равную функцию , удовлетворяющая почти всюду в  уравнению 

Пусть  полная ортонормированная в  система, состоящая из собственных функ­ций оператора , а  соответствующая система собственных значений, причём  (пред­полагается, что коэффициенты оператора  допускают существование такой системы .

Через  обозначим число  при Будем говорить, что функция  принадлежит в , , если  абсолютно непрерывна на  и 

Введём частичную сумму спектрального разложения функции  по системе :  

Обозначим .

В данной параграфе доказываются следующие теоремы.

**Теорема 0.0.1.** *Пусть**и выполняется условие*

* ,* (0.0.1)

*где  постоянная зависящая от функции *

*Тогда спектральное разложение функции  по системе  сходится абсолютно и равномерно на  и справедлива оценка*

** (0.0.2)

 *где*  * не зависит от ,  .*

 **Следствие 0.0.1** *Если в теореме 0.0.1. функция  удовлетворяет условию , то выполняется условие (0.0.1) и справедливо оценка*

**

*а если  или , то справедлива оценка*

*.*

**Теорема 0.0.2.** *Пусть* * и выполняется условие (0.0.1). Тогда спектральное разложение функции  по системе  сходится абсолютно и равномерно на  и справедлива оценка*

(0.0.3)

**Следствие 0.0.2.** *Если в теореме 0.0.2  или , то справедлива оценка*

.

**Теорема 0.0.3.** *Пусть*  ***выполняется условие (0.0.1) и система  равномерно ограничена. Тогда спектральное разложение функ­ции  по системе  сходится абсолютно и равномерно на и справедлива оценка*



**Следствие 0.0.3.** *Если в теореме 0.0.3  или , то справедлива оценка*

**

Отметим, что подобные результаты для оператора Шредингера  получены в работе Н.Л.Лажетича при  действительный потенциал, , ; в работах В.М.Курбанова и Р.А.Сафарова при  действительный или комплексный потенциал, ,; в работе В.М.Курбанова и А.Т. Гараевой при суммируемым матричным потенциалом  и , .

В параграфе 1.2. рассматривается оператор  при и исследуется абсолютная и равномерная сходимость ортогонального разложения функции ,  по собственным функциям данного оператора.

С этой целью оцениваются коэффициенты Фурье функции удовлетворяющие условию

*;* (0.0.4)

Основываясь на эту оценку в данном параграфе доказывается следующая теорема.

**Теорема 0.0.4.** *Пусть функция  принадлежит классу , система  равномерно ограничена и выполняются условия (0.0.4) и*

** (0.0.5)

*Тогда разложение функции  по системе  сходится абсолютно и равномерно на  и справедлива оценка*

 ** (0.0.6)

 *где  интегральный модуль непрерывности функции* *.   не зависит от .*

Подобные результаты для оператора Штурма-Лиувилля ранее доказаны в работах Н.Лажетича, В.М.Курбанова и Р.А.Сафарова и А.Т.Гараева .

Из теоремы 0.0.4 следуют ряд следствий.

**Следствие 0.0.4.** *Если система  равномерно ограничена, ,  и ( - класс Никольского), то*

*,*

*где .*

**Следствие 0.0.5.** *Если система  равномерно ограничена, ,  и для некоторого  выполняется оценка*

*.*

*то*

*.*

В параграфе 1.3. изучается влияние коэффициента на абсолютной и равномерной сходимости спектрального разложения функции * и* доказывается следующая теорема.

**Теорема 0.0.5.** *Пусть функция  принадлежит классу  система  равномерно ограничена и выпол-няются условия (0.0.4) и*

*,  ,* (0.0.7)

*Тогда разложение функции  по системе  сходится абсолютно и равномерно на  и справедлива оценка*

**(0.0.8)

*  не зависит от .*

Доказательство теоремы 0.0.5 опирается на следующую лемму.

**Лемма 0.0.3.** *Пусть система  равномерна ограничена, функция  и система удовлетворяют условиям (*0.0.10*)*. *Тогда для коэффициентов Фурье  функции  справедлива оценка *

**

Во второй главе диссертации на интервале  рассматривается обыкновенный дифференциальный оператор третьего порядка с суммируемыми комплекснозначными коэффициентами. Исследуются вопросы равносходимости биортогонального разложения функции из класса  с ее тригонометрическим рядом Фурье. Оценивается скорость равномерной равносходимости на компакте, изучается влияние модуль непрерывности коэффициента  на скорость равносходимости. А также исследуются абсолютная и равномерная сходимость на  биортогонального разложения функции из класса  по собственным и присоединенным функциям данного оператора.

В параграфе 2.1. рассматривается обыкновенный диф- ференциальный оператор третьего порядка

, (0.0.10)

где .

Для корневых функций данного оператора выводятся формула сдвига и формула среднего значения. Эти формулы являются основным аппаратом исследования вопросов равномерной равносходимости и абсолютной и равномерной сходимости биортогональных разложений по корневым функциям оператора (0.0.10).

В параграфе 2.2 рассматривается обыкновенный дифференциальный оператор  с коэффициентом **.** Исследуются вопросы равносходимости на компакте спектрального разложения по корневым функциям данного оператора с тригонометрическим разложением. Исследуется влияние модуля непрерывности коэффициента на скорость равномерной равносходимости на компакте интервале  биортогонального разложения по корневым функциям данного оператора с тригонометрическим разложением. При этом применяется спектральный метод В.А.Ильина.

Рассмотрим на интервале  формальный дифференциальный оператор  с комплекснозначными коэффициентами 

Под собственной функцией оператора , отвечающей комплексному собственному значению , будем понимать любую не равную тождественно нулю комплекснозначную функцию , удовлетворяющую почти всюду в  уравнению . Аналогично, под присоединенной функцией этого оператора порядка , отвечающей тому же собственному значению  и собственной функции  будем по­нимать любую комплекснозначную функцию , удовлетворяющую почти всюду в  уравнению .

Каждую собственную функцию будем считать присоединенной функцией порядка 0. Наивысший порядок корневых (присоединенных) функций отвечающих заданной собственной функции, будем называть рангом этой собственной функции .

Рассмотрим произвольную систему , состоящую из корневых функций оператора , отвечающую системе собственных значений  и потребуем, чтобы вместе с каждой корневой функцией порядка , эта система включала себя соответствующие ей корневые функции порядка меньше  и ранг собственных функций был равномерно ограничен. Это означает, что  и удовлетворяет почти всюду в  уравнению  где -равно либо 0 ( в этом случае -собственная функция), либо 1 (в этом случае мы требуем  и называем -присоединенной функцией).

Обозначим 

где .

Пусть система  удовлетворяет условиям  (условия В.А.Ильина):

1. система замкнута и минимальна в  при фиксированном ;
2. выполняются условия Карлемана и «сумма единиц»

 

1. для любого компакта  существует постоянная  такая, что



 где ,

 - биортогонально сопряженная система к системе .

Через  обозначим частичную сумму тригонометрического ряда функции  и введем частичную сумму биортогонального разложения функции  по системе :



где .

Введем следующие обозначения:

 ;

 

где - коэффициенты Фурье функции  по нормированной в  тригонометрической системе;



где - модуль непрерывности функции  в ;

;

; .



Пусть  не убывающая непрерывная функция на  удовлетворяет условиям а)  при ; b)  не возрастает. Через , обозначим множество функ- ций из  удовлетворяющих условию , где - постоянная зависящая от . Норма в  определяется равенством.

А через , обозначим класс Беcсова с нормой

.

Отметим что,  при  ( - класс Никольского).

Главными результатами этого параграфа являются следующие теоремы:

**Теорема 0.0.6.** *Пусть  и система  удовлетворяет условиям . Тогда разло- жения произвольной функции  в биортогональный ряд по системе  и в тригонометрический ряд равномерно равносходятся на любом компакте , т.е.*

, (0.0.11)

*и справедливы оценки:*

 (0.0.12)

 , при , (0.0.13)

*где* , *постоянные не зависящие от  и*.

**Теорема 0.0.7.** *Пусть выполняются условия теоремы 0.0.6 при  и для коэффициентов  функции  выполняется оценка*

 (0.0.14)

*Тогда при  справедлива оценка*

 (0.0.15)

*а при  справедлива оценка*

 (0.0.16)

*где постоянные ,  не зависят от  и .*

Из теоремы 0.0.7 следует ряд следствий :

**Следствие 0.0.6*.*** *При условиях теоремы 0.0.7 имеют место оценки*

 при   (0.0.17)

 *если *

(0.0.18)

 *где *

**Следствие 0.0.7.** *Пусть  и выполняются условия теоремы 0.0.7. Тогда для любой функции справедлива оценка*

 (0.0.19)

*а если дополнительно требовать, что , , , то при выполняется следующая оценка*

 (0.0.20)

*где символ «O» зависит от функции , .В частности при,  справедлива оценка .*

Отметим что, равномерная равносходимость на компакте исчерпывающим образом исследованы в работах В.А.Ильина, В. М. Курбанова, Р.А. Сафарова и А.Т.Гараевой для оператора Шредингера с суммируемым потенциалом. Влияние степени суммируемости коэффициентов дифференциального оператора на скорость равномерной равносходимости изучались в работах В.С. Рыхлова, В. М. Курбанова, Р.А. Сафарова и А.Т.Гараевой. В работах В. М. Курбанова установлены оценки равномерной равносходимости в терминах интегральных модуля непрерывности разлагаемой функции. Зависимость скорости равномерной равносходимости от модулей непрерывности потенциала одномерного оператора Шредингера изучена в работах В. М. Курбанова и А.Т.Гараевой.

В последнем параграфе диссертации рассматривается формальный дифференциальный оператор

,  ,

с комплекснозначными коэффициентами , , . В этом параграфе на систему  и на числа  налагаются некоторые условия А и доказывается аналог теоремы 0.0.2. для биортогонального разложения функции из класса  по собственным и присоединенным функциям данного оператора.

В заключение, выражаю глубокую благодарность научному руково­ди­телю профессору В.М.Курбанову за постановку задачи, постоянное внимание и полезные советы.

**ВЫВОДЫ**

Исследована абсолютная и равномерная сходимость ортогонального разложения функции из класса  , , , по собственным функциям дифференциального оператора третьего порядка, найдены достаточные условия разложимости и оценена скорость равномерной сходимости этих разложений на .

 Доказана теорема об абсолютной и равномерной сходимости ортогонального разложения функции  по собственным функциям дифференциального оператора третьего порядка с суммируемыми коэффициентами и оценен остаток данного разложения в равномерной метрике, т.е. в метрике С.

 Изучена влияние коэффициента  на абсолютной и равномерной сходимости разложение функции . Установлена скорость ее равномерной сходимости на .

Доказаны теоремы о равномерной равносходимости на компакте с тригонометрическим рядом разложений по собственным и присоединенным (корневым) функциям дифференциального оператора третьего порядка с суммируемыми коэффициентами для функции из класса , . Оценены скорость равномерной равносходимости для функций из классов ,.

Доказаны теоремы об абсолютной и равномерной сходимости биортогональных разложений функции из класса  по корневым функциям дифференциального оператора третьего порядка и установлена скорость равномерной сходимости на  этих разложений

**Публикации автора**

1. Akhundova, E.B. Representation for eigen functions of third order differential operator // Proc. of IMM of NAS of Azerbaijan, - Baku: - 2012. v.XXXVII (XLV), - p. 25-32.
2. Ахундова, Э.Б. О скорости сходимости разложения функции из класса  по собственным функциям дифференциального оператора третьего порядка // Riyaziyyat və informatikanın aktual problemləri Heydər Əliyevin anadan olmasının 90 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransın tezisləri, - Bakı: 29 – 31 May, - 2013. -s. 133-134.
3. Ахундова, Э.Б. Сходимости спектрального разложения функции из класса  по собственным функциям обыкновенного дифференциального оператора третьего порядка // - Баку: Известия Педагогического Университета, - 2014. № 3, - с. 17-22.
4. Ахундова, Э.Б.Cкорость сходимости спектрального разложения по собственным функциям дифференциального оператора третьего порядка // “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransın materialları, - Bakı: 15 – 16 may, - 2014, -s. 67-68.
5. Kurbanov, V.M., Akhundova, E.B. Absolute convergence of spectral expansion in eigenfunctions of third order ordinary differential operator // - Baku: Proc. of the İMM of NAS of Azerbaijan, - 2014. v.40, special issue , - p.264-274.
6. Kurbanov, V.M., Akhundova, E.B. Convergence of spectral expansion of an absolutely continuous function eigenvalues of third order differential operator. // Madea -7 . Azerbaijan – Turkey - Ukrainian International conference . Mathematical Analysis , Differential Equations and their applications. - Baku: September -8-13, - 2015, - p.93-94.
7. Ахундова, Э.Б. Абсолютная и равномерная сходимость биортогонального разложения функции из классапо корневым функциям дифференциального оператора третьего порядка // - Баку: Известия Педагогического Университета, - 2015, № 2, - с. 18-23.
8. Курбанов, В.М., Ахундова, Э.Б. О скорости равносходимости спектрального разложения с тригонометрическим рядом для дифференциального оператора третьего порядка // “Funksional analiz və onun tətbiqləri” adlı Əməkdar elm xadimi, professor Əmir Şamil oğlu Həbibzadənin anadan olmasının 100-cü ildönümünə həsr olunmuş respublika elmi konfransının materialları. - Bakı: - 2016. - s.157-158.
9. Kurbanov, V.M., Akhundova, E.B. Absolute and uniform convergence of spectral expansion of the function from the class , in eigen functions of third order differential operator//-Serbia (Beograd): Publications De’L Institut Mathematique, - 2017. v.101, № 115, - p.169-182.
10. Garayeva, A.T., Akhundova , E. On dependence of uniform equiconvergence rate on modulus of continuity of coefficient of third order differential operator //- Baku: Transactions of Pedaqogical University, - 2017. v.65. №2, - p.61-71.

Защита диссертации состоится 23 апрел 2021 года в 1400 часов на заседании диссертационного совета ED 1.04 действующего на базе Института Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

Адрес: AZ 1141, г. Баку, ул. Б. Вахабзаде, 9.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

Электронная версия диссертации и автореферата размещена на официальном сайте Института Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

Автореферат разослан по соответствующим адресам 09 марта 2021 года.

Подписано в печать: 09.03.2021

Формат бумаги: 60х84 1/16

Объём: 80000

Тираж: 70