AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

SƏRHƏD ŞƏRTİNƏ SPEKTRAL PARAMETR DAXİL OLAN BİR SİNİF KƏSİLƏN DİFERENSİAL OPERATORUN SPEKTRAL XASSƏLƏRİ

İxtisas: 1202.01- Analiz və funksional analiz

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Gülər Vidadi qızı Məhərrəmova**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2021

Dissertasiya işi Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunda "Qeyri-harmonik analiz" şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: r.e.d., dosent
Telman Benser oğlu Qasımov

Rəsmi opponentlər: f- r.e.d., professor
Həmidulla İsrafil oğlu Aslanov

f.-r.e.d., professor
İbrahim Mayıl oğlu Nəbiyev

r.ü.f.d.
Əli Abbas oğlu Hüseynli

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:

AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d., professor

__________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.-r.e.n.

__________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d., professor

__________ **Bilal Telman oğlu Bilalov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Müasir riyaziyyatın, mexanikanın və fizikanın bir çox məsələləri müəyyən fiziki prosesləri təsvir edən xüsusi törəməli diferensial tənliklərin həlli üçün yeni yanaşmalar tələb edir. Əksər hallarda tətbiq edilən dəyişənlərinə ayırma üsulu xüsusi törəməli diferensial tənliklərin həllini uyğun diferensial operatorların spektral xassələrinin öyrənilməsinə gətirir. Bu məsələ adi diferensial operatorların məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin müxtəlif funksional fəzalarda tamlıq, minimallıq və bazislik xassələrinin öyrənilməsini özündə ehtiva edir.

Sərhəd şərtlərinə spektral parametr daxil olan məsələlərin spektral xassələri M.L.Rəsulovun, J.Uolterin, Ç.T.Fultonun, A.Şnayderin, Y.M.Russakovskinin, D.Hintonun , A.Diksmanın, P.Baydinq, P.C.Braun və B.A.Vatsonun işlərində öyrənilmişdir. A.A.Şkalikovun[1] işində sərhəd şərtləri və tənliyin əmsalları spektral parametrdən polinomial asılı olduğu halda adi diferensial operator üçün spektral məsələlərin ümumi nəzəriyyəsi qurulmuşdur. Y.İ.Moiseyev və N.Y.Kapustinin[2] işində sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan Şturm-Liuvill məsələsi üçün göstərilmişdir ki, məsələnin məxsusi funksiyaları sistemi istənilən məxsusi funksiyanı atdıqdan sonra L_2 fəzasında Riss bazisi təşkil edir. Bu nəticələrin müxtəlif ümumiləşmələri Y.İ.Moiseyevin, N.Y.Kapustinin, N.B. Kərimovun, V.S.Mirzəyevin, Z.S.Əliyevin, R.Q.Poladovun, D.B. Marçenkovun işlərində alınmışdır. Daha ümumi şəkildə bu məsələlərin abstrakt analoqları B.T.Bilalov və T.R.Muradovun[3]

---

[1] Шкаликов *А.А.* Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений с параметром в граничных условиях. Тр. сем. им. И.Г.Петровского. М.: Изд. МГУ, 1983, т. 9, с. 190-229.

[2] Капустин Н.Ю., Моисеев Е.И. *О спектральных* задачах со спектральным параметром в граничном условии // Дифференц.уравнения, 1997, т.33, № 1, с. 115-119.

[3] Bilalov B.T., Muradov T.R. Defective bases of Banach spaces // Proc. IMM NAS Azerb., 2005, v.22, pp. 23-26.

işində baxılmışdır. Bu işdən əvvəl isə İ.S.Qoxberq, A.S.Markus, A.A.Şkalikov defekt bazisləri öyrənmişlər. T.B.Qasımovun[4] işlərində bu məsələlər abstrakt qoyuluşda tədqiq olunmuş, konstruktiv zəruri və kafi şərtlər tapılmışdır. T.B.Qasımov və Ş.C.Məmmədovanın[5], T.B.Qasımov və Ə.A.Hüseynlinin[6] işlərində orta kəsilmə nöqtəsinə malik və sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan kəsilən spektral məsələ rezolvent üsulu ilə tədqiq olunmuşdur. B.T.Bilalov və T.B.Qasımovun[7] işlərində kəsilən diferensial operatorların bazislik xassələrini tədqiq etmək üçün yeni üsul təqdim olunmuşdur. Son işlərdən A.A.Şkalikovun[8] işini qeyd edək ki, burada bu məsələlərə abstrakt yanaşmanın önəmi bir daha vurğulanır və geniş tətbiqləri izah olunur. Kəsilən diferensial operatorların məxsusi funksiyalarının Lebeq fəzalarında bazisliyi ilə əlaqədar V.M.Qurbanov və onun tələbələrinin işlərini də qeyd etmək olar ki, burada kəsilən diferensial operatorun V.A.İlin mənada ümumiləşmiş məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin bazisliyi öyrənilir. Kəsilən diferensial operatorların bu və ya digər spektral xassələri həmçinin, İ.S.Lomovun, A.M.Qomilko və

---

[4] Gasymov T.B. On necessary and sufficient conditions of basicity of some defective systems in Banach spaces // Trans. NAS Azerb., ser. phys.-tech. math. sci., math.mech., 2006, v.26, №1, p.65-70.

[5] Gasymov T.B., Mammadova Sh.J. On convergence of spectral expansions for one discontinuous problem with spectral parameter in the boundary condition // Trans. Of NAS of Azerb. 2006,vol. XXVI, №4, p. 103-116.

[6] Gasymov T.B., Huseynli A.A. The basis properties of eigenfunctions of a discontinuous differential operator with a spectral parameter in boundary condition // Proc. of IMM of NAS of Azerb. vol. XXXV(XLIII), 2011, pp. 21-32.

[7] Bilalov B.T., Gasymov T.B. On bases for direct decomposition. Doklady Mathematics. 93(2) (2016).pp 183-185.

[8] Шкаликов А.А. О базисных свойствах корневых функций дифференциальных операторов, содержащих спектральный параметрв краевых условиях // Дифференц. Уравнения, т.55, №5, 2019, с.647-659.

V.N.Pivovarçikin, M.Şəhriyarinin, M.Şəhriyari, Codayri, A.Əkbərfam və G.Tesçlinin işlərində öyrənilmişdir.

Dissertasiya işində sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan kəsilən diferensial operatorların öyrənilməsi üçün ümumi yanaşma verilir, kəsilən diferensial operatorların məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin bazislik xassələrini tədqiq etmək üçün abstrakt teoremlər isbat olunur və bunların ikinci tərtib kəsilən diferensial operatorlara tətbiqi verilir. Belə ki, abstrakt teoremlərin köməyi ilə sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan ikinci tərtib kəsilən diferensial operatorun məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin Lebeq və Morri-Lebeq tip fəzalarda bazisliyi tədqiq olunmuşdur. Baxılan spektral məsələlərin sərhəd şərtləri Birkhofun təsnifatına görə requlyardır, lakin güclü requlyar deyil. Belə spektral məsələlərin bazislik xassələrinin rezolvent üsulu ilə tədqiqi müəyyən çətinliklərlə müşaiyət olunur. Bu tipli spektral məsələlər X.R.Məmmədov və N.B.Kərimovun, N.Dernek və O.A.Vəliyevin, P.Cakov və B.Mityaginin işlərində tədqiq olunmuşdur. Ona görə də hesab edirik ki, dissertasiya işinin mövzusu aktualdır və elmi maraq kəsb edir.

Tədqiqatın obyekti və predmeti. Banax fəzalarının düz cəmi, kəsilən diferensial operatorlar.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Dissertasiya işinin əsas məqsədi kəsilmə şərtinə spektral parametr daxil olan ikinci tərtib kəsilən diferensial operatorun məxsusi və qoşma funksiyalarının $L_p \oplus C$, L_p Lebeq və $M^{p,\alpha} \oplus C$, $M^{p,\alpha}$ Morri tipli fəzalarda bazislik xassələrinin öyrənilməsidir.

Tədqiqat metodları. İşdə həqiqi və kompleks dəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsinin, diferensial operatorlar nəzəriyyəsinin, funksional analizin metodları, o cümlədən Hilbert və Banax fəzalarında xətti operatorlar nəzəriyyəsinin metodları, bazislər və freymlər nəzəriyyəsinin, approksimasiya nəzəriyyəsinin metodları tətbiq olunur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

Birinci fəsil Banax fəzalarının düz cəmində sistemlərin bazislik xassələrinə həsr olunmuşdur. Bu fəsildə abstrakt yanaşma metodu verilir, Banax fəzalarının alt fəzalara düz cəmə ayrılışına baxılır, alt fəzaların bazisindən bütün fəzanın bazisinin qurulması üçün yeni üsul təklif olunur.

İkinci fəsildə sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan spektral məsələyə baxılır. Belə spektral məsələlər ucları bərkidilmiş yüklənmiş simin hərəkəti tənliyini Furye metodunu tətbiq etməklə həll edən zaman meydana çıxır. Bu fəsildə spektral məsələnin məxsusi funksiyalarının $L_p \oplus C$ və L_p fəzalarında bazisliyi öyrənilir.

Üçüncü fəsil spektral məsələlərin məxsusi funksiyalarının Morri tipli fəzalarda bazisliyin araşdırılmasına həsr olunmuşdur.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində aşağıdakı elmi yeniliklər alınmışdır:

-alt fəzaların müvafiq sistemlərindən çıxış edərək Banax fəzalarının düz cəmində verilmiş sistemlərin tamlığı, minimallığı, bazisliyi, o cümlədən *p*-bazisliyi haqqında teoremlər isbat edilmişdir;

-kəsilmə şərtinə spektral parametr daxil olan ikinci tərtib kəsilən diferensial operatorun məxsusi ədədlərinin və məxsusi funksiyalarının asimptotikası tapılmışdır;

-baxılan spektral məsələnin xəttiləşdirici operatorunun rezolventi qurulmuş, xəttiləşdirici operatorun məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin $L_p \oplus C, L_p, 1 < p < +\infty$ Lebeq fəzalarında tamlığı və minimallığı haqqında teoremlər isbat olunmuşdur;

-ikinci tərtib kəsilən diferensial operatorun məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin $L_p \oplus C$ və $L_p, 1 < p < +\infty,$ Lebeq fəzalarında bazisliyi, $L_2 \oplus C$ və L_2 fəzalarında Riss bazisliyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur;

-ikinci tərtib kəsilən diferensial operatorun məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin $M^{p,\alpha} \oplus C$ və $M^{p,\alpha}, 1 < p < +\infty, 0 < \alpha \leq 1,$ Morri tipli fəzalarda bazisliyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti.

Dissertasiyanın nəticələri nəzəri xarakter daşıyır. Onlardan diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsində, riyazi fizikanın və mexanikanın müxtəlif məsələlərinin, o cümlədən rəqslər nəzəriyyəsinin, hidromexanikanın, plastiklik nəzəriyyəsinin öz-özünə qoşma olmayan diferensial operatorların öyrənilməsinə gətirən məsələlərinin həllinin Furye metodu ilə əsaslandırılması zamanı istifadə oluna bilər. Bu nəticələrdən həmçinin approksimasiya nəzəriyyəsində də istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiya işinin əsas nəticələri aşağıda adları çəkilən elmi seminarlarda, respublika və beynəlxalq elmi konfranslarda məruzə edilmiş və müzakirə olunmuşdur:
AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Qeyri-harmonik analiz" şöbəsinin (rəhbər AMEA-nın müxbir üzvü, prof. B.Bilalov) elmi seminarlarında, BDU-nun "Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz" kafedrasının (rəhbər prof. Ə.Əhmədov) elmi seminarlarında, eləcə də ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 90-cı ildönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat və İnformatikanın Aktual problemləri" adlı Beynəlxalq Elmi Konfransda (Bakı, 2013), "Riyaziyyatın tətbiqi problemləri" Respublika Elmi Konfransında (Bakı, 2013), prof. Əmir Həbibzadənin 100 illiyinə həsr olunmuş "Funksional analiz və onun tətbiqləri" adlı Respublika Elmi Konfransında (Bakı, 2016), AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun təşkilatçılığı ilə " Qeyri-harmonik analiz və diferensial operatorlar" adlı Beynəlxalq Elmi Seminarda (Bakı, 2016), "Дифференциальные уравнения и смежные проблемы" adlı Beynəlxalq Elmi Konfransında (Sterlitamak, 2018), "Спектральная теория и смежные вопросы" (Ufa, 2018) adlı Beynəlxalq Elmi Konfransda, V.A.İlinin 90 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq Elmi Konfransda (Rusiya, 2018), ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 97-ci ildönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat, Mexanika və onların tətbiqləri" adlı Respublika Elmi Konfransında (Bakı, 2020) məruzə olunmuşdur.

İddiaçının şəxsi töhfəsi. Dissertasiyada alınan bütün nəticələr iddiaçıya məxsusdur.

İddiaçının nəşrləri. Dissertasiya işinin əsas nəticələri Azərbaycan Respublikası Prezidenti yanında AAK-ın tövsiyyə edilən jurnallarında 8, onlardan 2 həmmüəllifsiz, o cümlədən beynəlxalq xülasələndirmə və indeksləmə sistemlərinə daxil olan dövri elmi nəşrlərdə 4-ü dərc olunmuşdur. Respublika və beynəlxalq miqyaslı elmi tədbirlərin nəticələri üzrə dərc olunmuş elmi işlərin sayı 10-dur (3-xaricdə).

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun Qeyri-harmonik analiz şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrı-ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işi girişdən -41135 işarə (titul və mündəricat-2998 işarə), üç fəsildən- (I fəsil-39574 işarə, II fəsil-118807 işarə, III fəsil-33425 işarə) və 93 adda olan ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiya işinin ümumi həcmi 146 səhifədir.

İŞİN MƏZMUNU

Dissetasiya işi girişdən, üç fəsildən, nəticə və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Birinci fəsil Banax fəzalarının düz cəmində sistemlərin bazislik xassələrinə həsr olunmuşdur. Bu fəsildə abstrakt yanaşma metodu verilir, Banax fəzalarının alt fəzalara düz cəmə ayrılışına baxılır, alt fəzaların bazisindən bütün fəzanın bazisinin qurulması üçün yeni üsul təklif olunur. Bu yanaşmanın kəsilən diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsində geniş tətbiqi var. Birinci fəsildə $X = X_1 \oplus ... \oplus X_m$ düz cəmə ayrılışı zamanı $\hat{u}_{in} = \left(a_{i1}^{(n)} u_{1n}, ..., a_{im}^{(n)} u_{mn}\right)$, $i = \overline{1, m}, n \in N$ sisteminin tamlıq, minimallıq və bazislik xassələri araşdırılmış, nəticələr əldə olunmuşdur.

1.1-də zəruri anlayışlar və təkliflər verilmiş, dissertasiya işində istifadə olunan bazislər nəzəriyyəsinin əsas anlayışları və faktları göstərilmişdir.

Təklif 1. *Tutaq ki,* $\{x_n\}_{n\in N}$ *sistemi* X *-də mötərizəli bazis təşkil edir və* $\{n_k\}_{k\in N}$ *müvafiq indekslər ardıcıllığıdır. Əgər* $\{x_n\}_{n\in N}$ *sistemi müntəzəm minimaldırsa və* $\{n_{k+1}-n_k\}_{k\in N}$ *ardıcıllığı məhduddursa, onda bu sistem* X *-də adi bazis təşkil edir.*

Tərif 1. *H Hilbert fəzasında ortonormal bazisə ekvivalent olan bazisə Riss bazisi deyilir.*

Tərif 2. *Tutaq ki,* X *Banax fəzasında verilmiş* $\{x_n\}_{n\in N}$ *sistemi minimaldır və* $\{x_n^*\}_{n\in N}\subset X^*$ *onun biortoqonalıdır. Əgər elə* M *sabiti varsa ki, ixtiyari* $x\in X$ *üçün*

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty}\left|\left\langle x, x_n^*\right\rangle\right|^p\right)^{\frac{1}{p}}\le M\|x\|$$

münasibəti ödənsin, onda $\{x_n\}_{n\in N}$ *sisteminə* $p-$*Bessel sistemi deyilir. Əgər bazis* $p-$*Bessel sistemidirsə, ona* $p-$*bazis deyilir.*

Tərif 3. *X Banax fəzasında verilmiş iki* $\{x_n\}_{n\in N}$ *və* $\{y_n\}_{n\in N}$ *vektorlar sistemi o zaman p-yaxın adlanırlar ki,*

$$\sum_{n=1}^{\infty}\|x_n-y_n\|^p<\infty$$

şərti ödənsin. Xüsusi halda, p=2 olduqda onlar kvadratik yaxın adlanırlar.

Təklif 2. *Tutaq ki,* $\{u_n\}_{n\in N}$ *sistemi H Hilbert fəzasında mötərizəli Riss bazisi təşkil edir,* $\{\vartheta_n\}_{n\in N}$ *isə onun biortoqonal sistemdir. Əgər* $\sup_n\{\|u_n\|;\|\vartheta_n\|\}<+\infty$ *şərti ödənərsə və* $\{n_{k+1}-n_k\}_{k\in N}$ *ardıcıllığı məhdud olarsa, onda* $\{u_n\}_{n\in N}$ *sistemi H -da adi Riss bazisi təşkil edir. Burada* $\{n_k\}_{k\in N}$ *mötərizəli bazisin tərifindəki müvafiq indekslər ardıcıllığıdır.*

1.2-də Banax fəzalarının düz cəmində sistemlərin tamlığı və minimallığı araşdırılmış, müvafiq teoremlər isbat olunmuşdur.

Tutaq ki, $X = X_1 \oplus \ldots \oplus X_m$ düz cəmə ayrılışı doğrudur, burada $X_i, i = 1,2,\ldots,m$ - hər hansı Banax fəzasıdır və hər bir $X_i, i = 1,2,\ldots,m$ fəzasında hər hansı $\{u_{in}\}_{n \in N}$ sistemi verilmişdir. X fəzasında aşağıdakı kimi sistemə baxaq:

$$\hat{u}_{in} = \left(a_{i1}^{(n)} u_{1n}, \ldots, a_{im}^{(n)} u_{mn}\right), i = \overline{1,m}, n \in N \qquad (1)$$

burada $a_{ij}^{(n)}$ -hər hansı ədədlərdir. Fərz edək ki, $A_n = \left(a_{ij}^{(n)}\right)_{i,j=\overline{1,m}}$; $\Delta_n = \det A_n$. Aşağıdakı teoremlər doğrudur:

Teorem 1. *Tutaq ki,* $\{u_{in}\}_{n \in N}$ *sistemi* $X_i, i = \overline{1,m}$*, fəzasında tamdır (minimaldır). Əgər* $\Delta_n \neq 0, \forall n \in N$*, olarsa, onda* $\{\hat{u}_{in}\}_{i=\overline{1,m}; n \in N}$ *sistemi də* X *fəzasında tamdır (minimaldır).*

Teorem 2. *Tutaq ki,* $\{u_{in}\}_{n \in N}$ *sistemi* $X_i, i = \overline{1,m}$ *fəzasında minimaldır. Əgər* $\exists n_0 \in N, \Delta_{n_0} = 0$ *olarsa, onda* $\{\hat{u}_{in}\}_{i=\overline{1,m}; n \in N}$ *sistemi* X *fəzasında minimal deyil.*

Teorem 3. *Tutaq ki,* $\{u_{in}\}_{n \in N}$ *sistemi hər bir* $i \in \overline{1,m}$ *üçün* X_i *fəzasında tam və minimaldır. Əgər* $\exists n_0 \in N, \Delta_{n_0} = 0$ *olarsa, onda* $\{\hat{u}_{in}\}_{i=\overline{1,m}; n \in N}$ *sistemi* X *fəzasında tam və minimal deyil.*

1.3 yarımfəslində Banax fəzalarının düz cəmində sistemlərin bazisliyi, *p*-bazisliyi, o cümlədən Hilbert fəzalarının düz cəmində Riss bazisliyi öyrənilmişdir.

Teorem 4. *Tutaq ki,hər bir* $i \in \overline{1,m}$ *üçün* $\{u_{in}\}_{n \in N}$ *sistemi* X_i*-də bazisdir. Əgər bütün* $\Delta_n = \det\left(a_{ij}^{(n)}\right) \neq 0, n \in N$ *,olarsa, onda (1) düsturu ilə təyin olunan* $\{\hat{u}_{in}\}_{i=\overline{1,m}; n \in N}$ *sistemi* $X = X_1 \oplus \ldots \oplus X_m$ *fəzasında mötərizəli bazis təşkil edir. Əgər bundan əlavə*

$$\sup_n \left\{\|A_n\|, \left\|A_n^{-1}\right\|\right\} < +\infty, \sup_n \left\{\|u_{in}\| : \|\vartheta_{in}\|\right\} < +\infty, i = \overline{1,m}, \qquad (2)$$

şərtləri ödənərsə, onda $\{\hat{u}_{in}\}_{i=\overline{1,m};n\in N}$ *sistemi* X *-də adi bazis təşkil edər.*

Bu teoremin Hilbert fəzası halında Riss bazisi üçün analoqu aşağıdakı kimi olacaq.

Teorem 5. *Əgər* X_i *-Hilbert fəzası,* $\{u_{in}\}_{n\in N}$ *isə* X_i, $i=\overline{1,m}$, *fəzalarında Riss bazisi olarsa, onda* $\Delta_n \neq 0, n\in N$, *olduqda* $\{\hat{u}_{in}\}_{i=\overline{1,m}:n\in N}$ *sistemi* $X = X_1 \oplus \ldots \oplus X_m$ *Hilbert fəzasında mötərizəli Riss bazisi təşkil edir. Əgər əlavə olaraq (2) şərtləri ödənərsə, onda* $\{\hat{u}_{in}\}_{i=\overline{1,m}:n\in N}$ *sistemi* X *-də adi Riss bazisi təşkil edər.*

Tutaq ki, $J=\{n_1,\ldots,n_m\}$-hər hansı m natural ədədlər dəstidir. 1.3 yarımfəsildə yuxarıdakı bəzi teoremlərin $p-$bazis halında analoqlarını isbat edilmişdir. Tutaq ki, X Banax fəzası və $\{u_{kn}\}_{k=\overline{1,m};n\in N}$ X -də hər hansı sistemdir.

Fərz edək ki, $a_{ik}^{(n)}, i,k=\overline{1,m}, n\in N$ -hər hansı kompleks ədədlərdir. Tutaq ki, $A_n = \left(a_{ik}^{(n)}\right)_{i,k=\overline{1,m}}$ və $\Delta_n = \det A_n$, $n\in N$. X fəzasında aşağıdakı kimi sistemə baxaq:

$$\hat{u}_{kn} = \sum_{i=1}^{m} a_{ik}^{(n)} u_{in}, \quad k=\overline{1,m};\, n\in N$$

Teorem 6. *Tutaq ki,* $\{u_{kn}\}_{k=\overline{1,m};n\in N}$ *sistemi* X *-də p-bazis təşkil edir və* $\{\vartheta_{kn}\}_{k=\overline{1,m};n\in N} \subset X^*$ *onun biortoqonal sistemdir. Əgər* $\Delta_n \neq 0, \forall n\in N$, *şərti ödənərsə, onda* $\{\hat{u}_{kn}\}_{k=\overline{1,m};n\in N}$ *sistemi* X *-də mötərizəli p-bazis təşkil edər. Əgər* $\{u_{kn}\}_{k=\overline{1,m};n\in N}$ *sistemi p-bazisdirsə və (2) şərtləri ödənərsə, onda* $\{\hat{u}_{kn}\}_{k=\overline{1,m};n\in N}$ *sistemi də* X *-də p-bazis təşkil edər.*

Tutaq ki, X hər hansı Banax fəzası, $X_1 = X\oplus C^m$ düz cəmi və $\{\hat{u}_n\}_{n\in N} \subset X_1$ hər hansı minimal sistemdir, $\{\hat{\vartheta}_n\}_{n\in N} \subset X_1^* = X^* \oplus C^m$ ona biortoqonal sistemdir:

$$\hat{u}_n = (u_n; \alpha_{n1}, ..., \alpha_{nm}); \quad \hat{\vartheta}_n = (\vartheta_n; \beta_{n1}, ..., \beta_{nm})$$

Fərz edək ki,

$$\delta = \det \left\| \beta_{n_i j} \right\|_{i,j=\overline{1,m}} \tag{3}$$

Teorem 7. *Tutaq ki,* $\{\hat{u}_n\}_{n\in N}$ *sistemi* X_1 *fəzasında p-bazis təşkil edir. Əgər (3) düsturu ilə təyin olunan* δ *determinantı sıfırdan fərqli olarsa, onda* $\{u_n\}_{n\in N_J}$, $N_J = N \setminus J$ *sistemi* X *-də p-bazis təşkil edər. Bu halda* $\{u_n\}_{n\in N_J}$ *sisteminə biortoqonal olan sistem*

$$\vartheta_n^* = \frac{1}{\delta} \begin{vmatrix} \vartheta_n & \vartheta_{n1} & \cdots & \vartheta_{nm} \\ \beta_{n1} & \beta_{n_1 1} & \cdots & \beta_{n_m 1} \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots \\ \beta_{nm} & \beta_{n_1 m} & \cdots & \beta_{n_m m} \end{vmatrix}$$

şəklində təyin olunur.

İkinci fəsildə aşağıdakı kimi spektral məsələyə baxılır:

$$l(y) = -y'' + q(x)y = \lambda y, \quad x \in \left(0, \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, 1\right) \tag{4}$$

$$\left. \begin{aligned} & y(0) = y(1) = 0, \\ & y(\tfrac{1}{3} - 0) = y(\tfrac{1}{3} + 0), \\ & y'(\tfrac{1}{3} - 0) - y'(\tfrac{1}{3} + 0) = \lambda m y(\tfrac{1}{3}) \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

burada λ spektral parametr, *m*-sıfır olmayan kompleks ədəddir. Belə spektral məsələlər ucları bərkidilmiş yüklənmiş simin hərəkəti tənliyini Furye metodunu tətbiq etməklə həll edən zaman meydana çıxır.

2.1-də bu spektral məsələnin xəttiləşdirici operatoru və Qrin funksiyası qurulmuşdur. Qrin funksiyası (5) sərhəd şərtlərini ödəyən və bircins olmayan

$$-y''(x)+q(x)y-\lambda y(x)=f(x)$$

tənliyinin həllinin inteqral ifadəsinin nüvəsi kimi təyin olunur.

$W_p^k\left(0,\frac{1}{3}\right)\oplus W_p^k\left(\frac{1}{3},1\right)$ ilə $\left[0,\frac{1}{3}\right]$ və $\left[\frac{1}{3},1\right]$ parçalarına daralmaları uyğun olaraq $W_p^k\left(0,\frac{1}{3}\right)$ və $W_p^k\left(\frac{1}{3},1\right)$ Sobolev fəzalarında yerləşən funksiyalar fəzasını işarə edək. $L_p(0,1)\oplus C$ fəzasında L operatorunu aşağıdakı kimi təyin edək:

$$D(L)=\left\{\widehat{u}\in L_p(0,1)\oplus C:\widehat{u}=\left(u(x);\ mu\left(\frac{1}{3}\right)\right),\ u\in W_p^2\left(0,\frac{1}{3}\right)\oplus\right.$$
$$\left.\oplus W_p^2\left(\frac{1}{3},1\right), u(0)=u(1)=0, u\left(\frac{1}{3}-0\right)=u\left(\frac{1}{3}+0\right)\right\} \tag{6}$$

və $\widehat{u}\in D(L)$ üçün

$$L\widehat{u}=\left(l(u);\ u'\left(\frac{1}{3}-0\right)-u'\left(\frac{1}{3}+0\right)\right),\quad \hat{u}\in D(L) \tag{7}$$

Teorem 8. *(6)-(7) düsturları ilə təyin olunan L xətti operatoru $L_p(0,1)\oplus C$ fəzasında sıx təyin olunmuş, kompakt rezolventli qapalı operatordur. L operatoru ilə (4)-(5) məsələsinin məxsusi ədədləri üst-üstə düşür, uyğun məxsusi və qoşulmuş vektorları arasında isə qarşılıqlı birqiymətli uyğunluq var, belə ki, $u(x)$ funksiyası (4)-(5) məsələsinin məxsusi (qoşulmuş) funksiyasıdırsa, $\widehat{u}=\left(u(x);\ mu\left(\frac{1}{3}\right)\right)$ vektoru L operatorunun məxsusi (qoşulmuş) vektorudur.*

$\hat{f}=(f,\beta)\in L_p(0,1)\oplus C$ götürək və aşağıdakı tənliyə baxaq:

$$L\hat{u}=\lambda\hat{u}+\hat{f} \tag{8}$$

$\Delta(\lambda)$ ilə (4)-(5) spektral məsələsinin xarakteristik determinantını işarə edək. Bu yarımfəsildə (8) tənliyinin həlli üçün inteqral göstəriş alınmışdır ki, bu da Qrin funksiyasının, o cümlədən rezolvent operatorun strukturunu müəyyən etməyə imkan verir. Burada həmçinin, diferensial ifadənin doğurduğu maksimal və minimal operatorlar təyin olunmuş və nəticədə (8) tənliyinin həllolunanlığı ilə bağlı aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 9. *λ parametrinin $\Delta(\lambda)\neq 0$ şərtini ödəyən hər bir qiymətində $\forall\hat{f}\in L_p(0,1)\oplus C$ üçün (8) tənliyinin yeganə həlli var. L operatorunun məxsusi ədədləri yalnız $\Delta(\lambda)$-nın sıfırları ola bilər və ona görə də ən çoxu hesabi saydadır. Məxsusi ədədlərin limit nöqtəsi yalnız sonsuzluqda ola bilər. L operatorunun köklü vektorları $L_p(0,1)\oplus C$ fəzasında minimal sistem təşkil edir.*

2.2-də (4)-(5) spektral məsələsini xüsusi halda, yəni $q(x)\equiv 0$ halında tədqiq edilir.

$$y''+\lambda y=0,\quad x\in\left(0,\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3},1\right),\tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned}&y(0)=y(1)=0,\\&y(\tfrac{1}{3}-0)=y(\tfrac{1}{3}+0),\\&y'(\tfrac{1}{3}-0)-y'(\tfrac{1}{3}+0)=\lambda m y(\tfrac{1}{3}),\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

burada λ spektral parametr, m isə sıfırdan fərqli kompleks ədəddir.

Teorem 10. *(9), (10) məsələsinin iki seriya sadə məxsusi ədədləri var:*

$$\lambda_{1,n}=(\rho_{1,n})^2,\ n=1,2,\ldots,\ \text{və}\ \lambda_{2,n}=(\rho_{2,n})^2,\ n=0,1,2,\ldots$$

burada

$$\left.\begin{aligned}&\rho_{1,n}=3\pi n,\\&\rho_{2,n}=\frac{3\pi n}{2}+\frac{2+(-1)^n}{\pi m n}+O(\frac{1}{n^2}).\end{aligned}\right\}$$

Onlara uyğun $u_n(x),\ n=0,1,2,\ldots,$ məxsusi funksiyaları isə

$$\begin{cases} u_{2n-1}(x) = \sin 3\pi n x, \qquad x \in [0,1], \quad n = 1,2,\ldots \\ u_{2n}(x) = \begin{cases} \sin \rho_{2,n}(x - \frac{1}{3}) + \sin \rho_{2,n}(x + \frac{1}{3}), & x \in \left[0, \frac{1}{3}\right], \\ \sin \rho_{2,n}(1 - x), & x \in \left[\frac{1}{3}, 1\right], n = 0,1,2,\ldots \end{cases} \end{cases}$$

düsturları ilə ifadə olunur.

(9),(10) məsələsinin Qrin funksiyası (10) sərhəd şərtini ödəyən bircins olmayan

$$y''(x) + \rho^2 y(x) = f(x) \qquad (11)$$

məsələsinin həllinin inteqral ifadəsinin nüvəsi kimi, yəni müvafiq inteqral operatorun nüvəsi kimi təyin olunur.

Teorem 11. *L operatorunun $\{\hat{y}_n\}_{n\in N}^{\infty}$ məxsusi vektorlar sistemi $L_p(0,1) \oplus C$, $1 < p < \infty$, fəzasında tamdır.*

Nəticə 1. *L operatorunun $\{\hat{u}_n\}_{n\in N_0}$ məxsusi vektorlar sistemi $L_p(0,1) \oplus C, 1 < p < \infty$, fəzasında tam və minimaldır.*

Teorem 12. *Tutaq ki, $n_0 \in N_0$ nömrəsi cüt ədəd və ona uyğun məxsusi ədəd sadə olarsa, onda $\{u_n(x)\}_{n\in N_0 \setminus \{n_0\}}$ sistemi $L_p(0,1), 1 < p < \infty$, fəzasında tam və minimaldır. Əgər n_0 nömrəsi istənilən tək ədəd olarsa, onda $\{u_n(x)\}_{n\in N_0 \setminus \{n_0\}}$ sistemi bu fəzada nə tam, nə də minimal deyil.*

Teorem 13. *L operatorunun $\{\hat{u}_n\}_{n\in N_0}$ məxsusi vektorları $1 < p < \infty$ olduqda $L_p(0,1) \oplus C$ fəzasında bazis, $p = 2$ olduqda Riss bazisi təşkil edir.*

Teorem 14. *(9)-(10) məsələsinin $\{y_0\} \cup \{y_{i,n}\}_{i=1,2;\, n\in N}^{\infty}$ məxsusi və qoşma funksiyalar sistemindən sadə məxsusi qiymətə uyğun hər hansı $y_{2,n_0}(x)$ funksiyasını atsaq, onda alınmış sistem $L_p(0,1), 1 < p < \infty$, fəzasında bazis, $p = 2$ olduqda isə Riss bazisi* *təşkil edir. Əgər bu sistemdən hər hansı $y_{1,n_0}(x)$ funksiyasını atsaq, alınan sistem $L_p(0,1)$ -də nəinki bazis təşkil etməyəcək, həm də bu halda alınmış sistem bu fəzada tam və minimal olmayacaq.*

2.3 yarımfəslində potensial olan halda məxsusi funksiyaların bazisliyi araşdırılmışdır. Nəticələri ifadə etmək üçün aşağıdakı funksiyaları daxil edək:

$$q_1(x)=\frac{1}{2}\int_0^x q(t)dt, \; q_2(x)=\frac{1}{2}\int_x^1 q(t)dt.$$

(4)-(5) məsələsinin məxsusi ədədləri və məxsusi funksiyaları üçün aşağıdakı teoremlər isbat olunmuşdur.

Teorem 15. *(4)-(5) məsələsinin məxsusi ədədləri asimptotik sadə olub üç seriyadan ibarətdir: $\lambda_{i,n}=\rho_{i,n}^2$, $i=1,2,3;\; n=1,2,\ldots,$ $\rho_{i,n}$ ədədləri üçün aşağıdakı asimptotik düsturlar doğrudur:*

$$\begin{cases} \rho_{1,n}=3\pi n+O\left(\dfrac{1}{n^2}\right), \\ \rho_{2,n}=3\pi n+\dfrac{\alpha_1}{n}+O\left(\dfrac{1}{n^2}\right), \\ \rho_{3,n}=3\pi n-\dfrac{3\pi}{2}+\dfrac{\alpha_2}{n}+O\left(\dfrac{1}{n^2}\right), \end{cases}$$

burada

$$\alpha_1=\frac{3+2mq_1+2mq_2}{3\pi m}, \; \alpha_2=-\frac{1+mq_2}{3\pi m}, q_1=q_1\left(\frac{1}{3}\right), \; q_2=q_2\left(\frac{1}{3}\right)$$

işarə olunmuşdur.

Teorem 16. *(4)-(5) məsələsinin $\lambda_{i,n}=(\rho_{1,n})^2, i=1,2,3; n\in N,$ məxsusi ədədlərinə uyğun $y_{i,n}(x)$ məxsusi funksiyaları üçün aşağıdakı asimptotik düsturlar doğrudur:*

$$y_{1n}(x)=\begin{cases}\sin 3\pi nx+O\left(\frac{1}{n}\right), & x\in\left[0,\frac{1}{3}\right],\\ \gamma_{1,n}\sin 3\pi nx+O\left(\frac{1}{n}\right), & x\in\left[\frac{1}{3},1\right],\end{cases}$$

$$y_{2,n}(x)=\begin{cases}\sin 3\pi nx+O\left(\frac{1}{n}\right), & x\in\left[0,\frac{1}{3}\right],\\ \gamma_{2,n}\sin 3\pi nx+O\left(\frac{1}{n}\right), & x\in\left[\frac{1}{3},1\right],\end{cases}$$

$$y_{3,n}(x)=\begin{cases}O\left(\frac{1}{n}\right), & x\in\left[0,\frac{1}{3}\right],\\ \gamma_{3,n}\cos 3\pi\left(n-\frac{1}{2}\right)x+O\left(\frac{1}{n}\right), & x\in\left[\frac{1}{3},1\right],\end{cases}$$

burada $\gamma_1=(1+mq_1)+O\left(\frac{1}{n}\right)$, $\gamma_2=\frac{mq_1-mq_2}{3}+O\left(\frac{1}{n}\right)$,

$\gamma_3=m+O\left(\frac{1}{n}\right)$.

Teorem 17. *L operatorunun* $\{\hat{y}_{in}\}_{i=\overline{1,3};n\in N}^{\infty}$ *köklü vektorlar sistemi* $L_p(0,1)\oplus C,\ \ 1<p<\infty$, *fəzasında tamdır*.

Nəticə 2. *L operatorunun* $\{\hat{y}_{in}\}_{i=\overline{1,3};n\in N}^{\infty}$ *köklü vektorlar sistemi* $L_p(0,1)\oplus C, 1<p<\infty$, *fəzasında tam və minimaldır.*

Teorem 18. *(4),(5) spektral məsələsinin məxsusi funksiyaları sistemindən hər hansı* $y_{in}(x)$ *funksiyasını atmaqla alınan sistemin* $L_p(0,1)$ *fəzasında tam və minimal olması üçün zəruri və kafi şərt ona uyğun biortoqonal* $z_{in}(x)$ *funksiyasının* $z_{in}\left(\frac{1}{3}\right)\neq 0$ *şərtini ödəməsidir; burada uyğun biortoqonal funksiya dedikdə* $\langle\hat{y}_{in},\hat{z}_{in}\rangle=1$

şərtini ödəyən $\hat{z}_{in} = \left(z_{in}(x), \overline{m} z_{in}\left(\frac{1}{3}\right)\right)$ *vektorunun birinci komponenti başa düşülür.*

Teorem 19. *L operatorunun $\{\hat{y}_{in}\}_{i=\overline{1,3};n\in N}^{\infty}$ köklü vektorlar sistemi $L_p(0,1)\oplus C$, $1<p<\infty$, fəzasında bazis, $p=2$ olduqda isə Riss bazisi təşkil edir.*

Teorem 20. *(4)-(5) məsələsinin $\{y_0\}\cup\{y_{i,n}\}_{i=1,2;\,n\in N}^{\infty}$ məxsusi və qoşma funksiyalar sistemindən hər hansı $y_{i,n_0}(x)$ funksiyasını atmaqla alınmış sistemin $L_p(0,1), 1<p<\infty$, fəzasında bazis, $p=2$ olduqda isə Riss bazisi təşkil etməsi üçün zəruri və kafi şərt biortoqonal sistemin ona uyğun $z_{i,n_0}(x)$ funksiyasının $z_{i,n_0}\left(\frac{1}{3}\right)\neq 0$ şərtini ödəməsidir. Əgər $z_{i,n_0}\left(\frac{1}{3}\right)=0$ olarsa, onda bu sistemdən ona uyğun $y_{1,n_0}(x)$ funksiyasını atsaq, alınan sistem $L_p(0,1)$ -də nəinki bazis təşkil etməyəcək, həm də bu halda alınmış sistem bu fəzada nə tam və nə də minimal olmayacaq.*

Üçüncü fəsil spektral məsələlərin məxsusi funksiyalarının Morri tipli fəzalarda bazisliyin araşdırılmasına həsr olunmuşdur.

3.1-də Morri fəzaları barədə məlumatlar verilmişdir. $L^{p,\alpha}(-\pi,\pi)$, $1\le p<+\infty$, $0\le\alpha\le 1$, fəzası $(-\pi,\pi)$ -də ölçülən və

$$\| f\|_{L^{p,\alpha}(-\pi,\pi)} = \sup_{I\subset[-\pi,\pi]}\left(|I|^{\alpha-1}\int_I |f(t)|^p |dt|\right)^{1/p} < +\infty ,$$

sonlu normaya malik funksiyalardan ibarət fəza kimi təyin olunur. $L^{p,\alpha}$-də yuxarıdan kəsilməz $f(\cdot)$ fuksiyalarından ibarət $M^{p,\alpha}$ alt fəzasına baxaq, $\| f(\cdot+\delta)-f(\cdot)\|_{p,\alpha}\to 0,\ \delta\to 0.$ $M^{p,\alpha}$, $1\le p<+\infty$, $0<\alpha\le 1$, fəzası Banax fəzasıdır və $C_0^{\infty}[-\pi,\pi]$ fəzası burada sıxdır.

3.2-də [-1,1] parçasında

$$-y''(x)=\lambda y(x), \quad x\in(-1,0)\cup(0,1),$$

$$y(-1)=y(1)=0\ ,$$
$$y(-0)=y(+0),$$
$$y'(-0)-y'(+0)=\lambda m y(0),$$

məsələsinə baxılmışdır.

Bu fəsildə göstərilmişdir ki, B.T.Bilalov və T.B.Qasımovun[7] işində təklif olunan abstrakt metodu həm də qeyri-standart fəzalarda, məsələn Morri tipli fəzalarda da tətbiq etmək olar.

Təklif 3. $\{\sin nx\}_{n=1}^{\infty}$ *və* $\{\cos nx\}_{n=0}^{\infty}$ *triqonometrik sistemlərinin hər biri* $M^{p,\alpha}$, $1<p<+\infty,\ 0<\alpha\le 1$, *fəzasında bazis təşkil edir.*

$$e_{1,n}(x)=\sin\pi nx,\ x\in[-1,1]$$
$$e_{2,n}(x)=\begin{cases}\sin\pi nx, & x\in[-1,0],\\ \\ -\sin\pi nx, & x\in[0,1],\end{cases}$$

işarə edək və $\{\hat{e}_n\}_{n=0}^{\infty}$ *sisteminə baxaq, burada*

$$\hat{e}_0=(0;1),\ \hat{e}_{2n}=(e_{2,n};0),\ \hat{e}_{2n-1}=(e_{1,n};0),\ n\in N$$

Teorem 21. $\{\hat{u}_n\}_{n=0}^{\infty}$ *sistemi* $M^{p,\alpha}(-1,1)\oplus C, 1<p<\infty$, $0<\alpha\le 1$, *fəzasında* $\{\hat{e}_n\}_{n=0}^{\infty}$ *sisteminə ekvivalent bazis təşkil edir.*

$\{u_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$ sisteminin bir atılmış funksiya ilə $M^{p,\alpha}(-1,1)$ fəzasında bazisliyinə baxaq.

Teorem 22. *Əgər* n_0*-ixtiyari cüt ədəd olarsa,* $\{u_n(x)\}_{n=0,n\ne n_0}^{\infty}$ *sistemi* $M^{p,\alpha}(-1,1), 1<p<\infty, 0<\alpha\le 1$, *fəzasında* $\{e_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sisteminə ekvivalent bazis təşkil edir. Əgər* n_0*-ixtiyari tək ədəd* *olarsa,* $\{u_n(x)\}_{n=0,n\neq n_0}^{\infty}$ *sistemi* $M^{p,\alpha}(-1,1)$*-də bazis təşkil etmir, bundan əlavə o, bu fəzada tam və minimal deyil.*

3.3-də (9)-(10) spektral məsələsinin məxsusi funksiyalarının Morri tipli fəzalarda bazislik xassələrinə baxılmışdır.

Teorem 23. *L operatorunun məxsusi və qoşma funksiyaları* $M^{p,\alpha}(0,1)\oplus C$, $1<p<\infty$, $0<\alpha\leq 1$, *fəzasında bazis təşkil edir.*

Teorem 24. *(9)-(10) məsələsinin* $\{y_0\}\cup\{y_{i,n}\}_{i=1,2;\, n\in N}^{\infty}$ *məxsusi və qoşma funksiyalar sistemindən hər hansı* $y_{2,n_0}(x)$ *funksiyasını atsaq, alarıq ki, o,* $M^{p,\alpha}(0,1)$, $1<p<\infty$, $0<\alpha\leq 1$, *fəzasında bazis təşkil edir. Əgər biz hər hansı* $y_{1,n_0}(x)$ *funksiyasını atsaq, alınmış sistem* $M^{p,\alpha}(0,1)$*-də bazis təşkil etmir, bundan əlavə alırıq ki, o bu fəzada minimal və tam deyil.*

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan ikinci tərtib kəsilən diferensial operatorun məxsusi və qoşma funksiyalarının Lebeq və Morri tipli fəzalarda bazislik xassələrinin tədqiqinə həsr olunmuşdur.

Dissertasiyada aşağıdakı əsas elmi nəticələr alınmışdır:

- alt fəzaların müvafiq sistemlərindən çıxış edərək Banax fəzalarının düz cəmində verilmiş sistemlərin tamlığı, minimallığı, bazisliyi haqqında teoremlər isbat edilmişdir;
- kəsilmə şərtinə spektral parametr daxil olan ikinci tərtib kəsilən diferensial operatorun məxsusi ədədlərinin və məxsusi funksiyalarının asimptotikası tapılmışdır;
- baxılan spektral məsələnin xəttiləşdirici operatorunun rezolventi qurulmuş, xəttiləşdirici operatorun məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin $L_p\oplus C$, $L_p, 1<p<+\infty$ Lebeq fəzalarında tamlığı və minimallığı haqqında teoremlər isbat olunmuşdur;

- ikinci tərtib kəsilən diferensial operatorun məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin $L_p \oplus C$ və $L_p, 1 < p < +\infty,$ Lebeq fəzalarında bazisliyi, $L_2 \oplus C$ və L_2 fəzalarında Riss bazisliyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur;

- ikinci tərtib kəsilən diferensial operatorun məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin $M^{p,\alpha} \oplus C$ və $M^{p,\alpha}, 1 < p < +\infty, 0 < \alpha \le 1,$ Morri tipli fəzalarda bazisliyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Касумов, Т.Б., Магеррамова, Г.В. Свойства собственных значений и собственных функций разрывного дифференциального оператора со спектральным параметром в краевом условии // Тезисы Межд.Конф.,посвящен. 80-летнему юбилею академика Ф.Г.Максудова,- Баку:2010, -с.186-187.

2. Məhərrəmova, G.V. Bir kəsilən diferensial operatorun spektral xassələri. “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” adlı BDU Respublika elmi konfransı,- Bakı,-2012,- s. 138.

3. Məhərrəmova, G.V. Sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan bir kəsilən diferensial operatorun məxsusi funksiyalarının bazislik xassələri. “Riyaziyyatın tətbiqi problemləri” Respublika elmi konfransı,- Bakı: 2013,- s. 56-59.

4. Gasymov, T.B., Maharramova, G.V. Basicity of eigenfunctions in spaces $L_p(0,1) \oplus C$ for one discontinuous problem with spectral parameter in the boundary conditions // On Actual Problems of Mathematics and Informatics, Abstracts of International conference dedicated to the 90-th anniversary of Haydar Aliyev, -Baku: -May 29-31, -2013,- p. 42.

5. Билалов, Б.Т., Касумов, Т.Б., Магеррамова, Г.В. О базисах в прямой сумме банаховых пространств//Матер. Республ. Научн.

Конф. Посвящ. 100-летию проф. А.Ш.Габибзаде -Баку: 2016, -с. 112-115.

6. Bilalov, B.T., Gasymov, T.B., Maharramova, G.V. On a method for obtaining a complete and minimal system in the direct sum of Banach spaces // International Workshop on "Non-harmonic Analysis and Differential Operators”, -Baku: May 25-27, -2016, -pp. 29.
7. Bilalov, B.T., Gasymov, T.B., Maharramova, G.V. On basicity of eigenfunctions of one discontinuous spectral problem in Morrey type spaces // -India:The Aligarh Bulletin of Mathematics, -2016. v. 35, No 1-2,- p.119-129.
8. Касумов, Т.Б., Магеррамова, Г.В. Об одном способе получения базисов из собственных функций разрывных дифференциальных операторов//Современные методы теории краевых задач, Материалы Международной конференции, посвященной 90-летию В. А. Ильина,- Москва : 2-6 мая,- 2018,- с.124-125.
9. Билалов, Б.Т., Касумов, Т.Б., Магеррамова, Г.В. О базисности в пространствах типа Морри собственных функций одной разрывной спектральной задачи со спектральным параметром в условиях разрыва//«Дифференциальные уравнения и смежные проблемы», Международная научная конференция, Стерлитамак :-25- 29 июня,- 2018,- с. 265-268.
10. Билалов, Б.Т., Касумов, Т.Б., Магеррамова, Г.В. О базисности в $L_p(0,1)$ собственных функций одного дифференциального оператора второго порядка с точкой разрыва//Международная научная конференция. Спектральная теория и смежные вопросы, Уфа, Россия:-1-4 октября,- 2018 года,- с.59-61.
11. Магеррамова, Г.В. О полноте собственных функций одного дифференциального оператора второго порядка//-Баку: Journal of Contemporary Applied Mathematics, -2018. в.8, №2,- с.45-55.
12. Gasymov, T.B, Maharramova, G.V., Mammadova, N.G. Spectral properties of a problem of vibrations of a loaded string in Lebesgue spaces//-Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue Mathematics, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences,-2018. v.38(1),-p.62-68 .

13. Gasymov, T.B, Maharramova, G.V., Jabrailova, A.N. Spectral properties of the problem of vibration of a loaded string in Morrey type spaces//-Baku: Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan,-2018.v. 44(1),-,p.116-122.

14. Gasymov, T.B., Maharramova, G.V. The stability of the basis properties of multiple systems in a Banach space with respect to certain transformations // -Baku: Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics,- December,-2018.v.6, No 2, p. 66-77.

15. Maharramova G.V. Properties of Eigenvalues and Eigenfunctions of a Spectral Problem with Discontinuity Point //-Baku: Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics, - July,-2019. v.7, No1,-pp.114-125.

16. Билалов, Б.Т., Касумов, Т.Б., Магеррамова, Г.В. О базисности функций одной спектральной задачи с точкой разрыва в лебеговых пространствах//- Москва : Дифференц.уравнения,-2019. т.55, № 12, -с. 1-10.

17. Qasımov, T.B., Məhərrəmova, G.V., Ömərova, G.S. Kəsilmə nöqtəsinə malik bir spektral məsələnin məxsusi ədədlərinin və məxsusi funksiyalarının xassələri // Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 97-ci ildönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat, Mexanika və onların tətbiqləri" adlı Respublika Elmi Konfransının materialları, Bakı, 20-21 may 2020.

18. Gasymov, T.B., Maharramova, G.V., Kasimov, T.F. Completeness and minimality of eigenfunctions of a spectral problem in spaces $L_p \oplus C$ and L_p - Baku: Journal of Contemporary Applied Mathematics, - 2020. v.10, №2, - p.85-100.

Dissertasiyanın müdafiəsi 17 sentyabr 2021-ci il tarixində saat 14^{00} –da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ1141, Bakı ş., B.Vahabzadə küç., 9

Dissertasiya ilə Azərbaycan Milli ElmlərAkademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 02 iyul 2021-ci il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 29.06.2021
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 40000
Tiraj: 50