

## Отчёт отдела «Теория упругости и пластичности» ИММ НАНА

за 2014 год.

В отделе ведутся 11 работ по теме «Колебательные движения прочности и устойчивости вязких, эластичных, пластичных элементов конструкций».

**Работа А: Свободные колебания с учётом сопротивлений неоднородной среды, неоднородно ортотропной прямоугольной пластины.**

**(Гаджиев В.Д.)**

В работе предполагается, что основное сопротивление

$$q = k_1(x, y)w + k_2(x, y)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$

характеризуется равенством, модуля упругости и плотности непрерывных функций:

$$E = E_0 f(x, y); \quad \rho = \rho_0 \psi(x, y). \quad (2)$$

Здесь  $E_0$ ,  $\rho_0$  -соответствуют однородному состоянию. Коэффициент Пуассона принимается постоянным.

Учитывая (1) и (2), можно показать, что зависящее от искривления  $W$  уравнение движения записывается нижеследующим образом:

$$\begin{aligned} & D_0 \left[ f(x, y) \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \left( \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \nu \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] + \\ & + D_0 \left[ \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + 2 \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} \left( \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \nu \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right) \right] + \\ & + 2D_0^k \left[ \left( \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \right] + k_1(x)w + k_2(x)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \rho_0 \psi(x, y)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \end{aligned}$$

Здесь 
$$D_0 = \frac{E_0 h^3}{12(1-\nu^2)}; \quad D_0^k = \frac{G_0 h^3}{9}$$

На первом этапе, применяется метод разделения переменных, искривление находится нижеследующим образом:

$$w(x, y, t) = V(x, y)e^{i\omega t}$$

Метод Бубнова-Галёркина будет применяться на втором этапе.

**Работа В: Определение грузоподъёмности покрытий и укреплённых волокнами пластин.(Ильясов М.Х.)**

Построены критерии течения пластин и армированного трёхслойного композитного покрытия в среднеслоистых волокнах. Были рассмотрены специальные случаи, для применения определены наиболее приемлемые и простые условия течения. Найдены оценки соответствующие коэффициенту нагрузки цилиндрических пластин, а также круглых и кольцевых пластин под воздействием грузов разной формы.

**Работа С: Исследование краевых задач оболочек и гладких ребристых пластин. (Мусаев Х.И.)**

В работе исследуются вынужденные поперечные колебания тонкостенных оболочек. В цилиндрической форме из-за наклона уравнение равновесия пишется в нижеследующей форме:

$$D \frac{d^2 W}{dx^2} + Eh \frac{W}{R^2} = P^3$$

Здесь D- цилиндрическая жёсткость, E- модуль эластичности, R- радиус. Отсюда видно, что решение задачи приводится к решению луча положенного в основу эластичности.

**Работа D: Свободные колебания композитного стержня расположенного на основе линейно упругого. (Гасымов Г.М.)**

В работе исследуются движения свободных колебаний композитного стержня на неоднородной упругой основе. Сила реакции основы берётся следующим образом

$$q = k(x)w \quad (5)$$

здесь  $k(x)$  характеризует свойства основы и определяется в ходе эксперимента;  $w$  – искривление,  $x$ - координата длины. Принимая во внимание (3), уравнение движения записывается, как показано ниже:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ E_c(x) J \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right] + \rho_c(x) F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + k(x) w = 0, \quad (6)$$

Здесь  $F$  – площадь поперечного сечения множества.  $E_c(x)$ - локально упругий модуль композита,  $\rho_c(x)$ -локальная плотность;  $J$ - поперечное сечение момента инерции.

$$E_c(x) = E_f v_f(x) + E_m v_m(x) = v_f(x)(E_f - E_m) + E_m$$

$$\rho_c(x) = v_f(x)(\rho_f - \rho_m) + \rho_m$$

Для изотропной среды

$$v_f(x) + v_m(x) = 1$$

решение(6)-го

$$w(x,t) = v(x)e^{i\omega t} \quad (7)$$

находим следующим образом, здесь  $v(x)$  должно удовлетворять соответствующим граничным условиям. Написав вместо (7) ,(6) получим:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[ E_c(x) J \frac{d^2 V(x)}{dx^2} \right] + k(x) V(x) - \omega^2 \rho_c(x) F V(x) = 0. \quad (8)$$

Для решения уравнения (8) будет применяться один из приближённых методов.

**Работа Е: Устойчивость пластины локально искривлённой структуры. (Зейналова Т.Ю.)**

В работе основываясь на континуальной теории рассматривается задача устойчивости прямоугольной пластины изготовленной из изогнутого структурно слоистого композитного материала. Зависимость между напряжением и деформацией заключается в следующем:

$$\sigma_{11} = A_{11}\varepsilon_{11} + A_{12}\varepsilon_{22}$$

$$\sigma_{22} = A_{12}\varepsilon_{11} + A_{22}\varepsilon_{22} \quad (9)$$

$$\sigma_{12} = A_{66}\varepsilon_{12}$$

здесь

$$A_{sp} = A_{sp0} + \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n A_{spn} [A_{sp0}, F(x_1, x_2)] \quad (10)$$

$A_{sp0}$  - коэффициент эластичности однородного прямолинейного анизотропного материала;  $A_{spn}$  - определяется параметрами изогнутости и  $A_{sp0}$ ;  $\varepsilon$  - малый параметр.

Пластина сжимается силой  $p$  воздействующей на середину поверхности. Для получения приближённой формулы депрессивной силы используется энергетический метод. Для определения этой силы надо взять равный работе образующийся от внешней силы искривлённый потенциал энергии соответствующий малому изгибу средней поверхности:

$$V_{ey} = A(P)$$

Исследования продолжаются.

**Работа Э: Нелинейные параметрические колебания армированных цилиндрических оболочек в контакте со средой и структурными искривлениями (Мехтиев М.А.)**

В работе исследовались нелинейные параметрические колебания анизотропного цилиндрического покрытия армированного стержнем, в контакте с вязкоупругой средой, под действием внутреннего давления с помощью принципа вариации. Были рассмотрены два армированных случая:

- 1) Система стержней с регулярным распределением в поперечном направлении.
- 2) Система стержней с регулярным распределением в продольном направлении.

Воздействие анизотропности было исследовано численным методом.

**Работа Г: Свободные колебания трубопроводов с учётом сопротивления неоднородной среды. (Шукюрова Н.А.)**

В работе исследуется задача устойчивости прямого участка трубопровода с учётом неоднородной основы сопротивления. Основа характеризуется следующей математической зависимостью:

$$q = k(1 + \varepsilon \rho(x)),$$

Здесь  $k$ - коэффициент Винклера.

Уравнение движения трубы неоднородной по всей длине и с меняющейся плотностью записывается нижеследующим образом:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ f(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] + k(1 + \varepsilon f(x)) + \rho_0 \psi(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 .$$

Уравнение решается приближённым аналитическим методом.

**Работа Н: Асимптотический анализ напряжённо деформированного состояния сферического покрытия. (Гусейнов Ф.)**

В работе исследуются геометрические уравнения теории оболочек.

**Работа Х: Решение задачи термопластичности для перфорированного тепла разделяющей среды. (Шахбандаев Э.Г.)**

В отчётный период проводились исследования по теме. Решение задачи строится на основе потенциалов Колосова-Мухомелишвили и комплексной переменной.

**Работа Ё: Вопрос оптимизации для нахождения задачи напряжения соединений тела. (Мамедова К.С.)**

Армированные волокна имеют круглое поперечное сечение. Тело располагается в состоянии плоской деформации или плоского напряжения. Был дан метод решения, как задачи линейного программирования из-за малой величины формы разделения данной функции с соответствующими граничными условиями и в составе дополнительных условий путём симплексного алгоритма. Были отобраны основные элементы методом Гаусса, поскольку полученная система линейных алгебраических уравнений замкнута, задача оптимизации была решена численным методом.

**Работа J: Исследование процесса распространения волн балок, под воздействием сил касающихся конечного сечения. ( Мирзоева Г.Р.)**

Рассматривается полубесконечная прямоугольная призма охватывающая часть пространства  $-a \leq x \leq a, -b \leq y \leq b$  системе Декартовых координат. Предполагается, что призма изотропна, эластична.

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{U} + \mu \Delta \vec{U} \\ \vec{U} &= \vec{U}(u, v, w) \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $\vec{U}$  - вектор смещения,  $\rho$  - плотность материала,  $\lambda, \mu$  - постоянные Ламе. Задача была исследована с учетом начальных и побочных условий.

## **Научно-организационные вопросы отдела «Теория упругости и пластичности»**

В отделе каждый понедельник в 11<sup>00</sup> проводятся научные семинары. Работники отдела и сотрудники других организаций представляют здесь свои исследовательские работы и результаты диссертационных работ. Работники отдела принимали активное участие в конференции посвящённой 55-летию ИММ. Заведующий отделом В.Д.Гаджиев был оппонентом 1-докторской диссертации (Учёный Совет ИММ) и 2- кандидатских диссертаций (Учёный Совет АГНА), сотрудники отдела М.Х. Ильясов был оппонентом 1-докторской (Учёный Совет ИММ), а М. Мехтиев 1-канддатской диссертации (Учёный Совет АГНА).

2 диссертанта В.Д. Гаджиева представили свои диссертационные работы на соискание степени доктора философии по строительной механике на Учёный Совет.

Заведующий отделом В.Д.Гаджиев получил грант ГНКАР по проекту «Выбор оптимальных вариантов характеристик упругости элементов конструкций, которые используются в нефтедобыче и перевозке». М.Мехтиев также стал победителем вышеупомянутого гранта.

Г.М.Гасымов стал победителем грантового проекта на тему «Программное обеспечение для оперативного и оптимального режима работы скважин методами математической статистики».

Работа докторанта заочника (2 года)идёт по плану (Рзаев Н.)

Идёт работа над диссертацией на соискание степени доктора наук (Калантарлы Г.М.)

В отделе 15 сотрудников, 2-ое из которых доктора наук, 9 – кандидатов наук, 4- научных сотрудников работают на 0,5 штата. Отдел нуждается в 1 лаборанте.

В отчётный период было опубликовано 34 научные работы, из них 10-зарубежом, 22- в местных изданиях, 4 статьи приняты в печать, 8 тезисов опубликовано, 6 статей готовится в печать.

#### Важный результат

**М.Х.Ильясов** **Определение грузоподъёмности покрытий и укреплённых волокнами пластин.**

**Полученные результаты:** Найдены оценки соответствующие коэффициенту нагрузки цилиндрических пластин, а также круглых и кольцевых пластин под воздействием грузов разной формы.

Заведующий отделом:

**д.ф.-м.н., проф. Гаджиев В.Д.**