AMEA RMİ-nin “Funksiyalar nəzəriyyəsi” şöbəsinin 2014-cü il üçün elmi və elmi təşkilati fəaliyyəti haqqında

H E S A B A T I

I. Elmi fəaliyyəti haqqında

Hesabat ilində «Çoxdəyişənli funksiyaların ridge funksiyalar, neyron şəbəkələr, xətti və qeyri-xətti superpozisiyalarla yaxınlaşması, funksional fəzalar üçün daxilolma teoremləri» mövzuları üzrə 7 icraçını birləşdirən 7 iş yerinə yetirilmişdir.

Ayrı-ayrı işlər haqqında.

İş 1: Xətlər üzərində ridge funksiyalarla interpolyasiya
(icr. f.-r.e.n., dos. V.E.İsmayılov)

Riyaziyyatın bir sıra sahələrində ridge funksiyalar xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Ridge funksiya dedikdə $g(\mathbf{a}\cdot\mathbf{x})$ şəklində olan çoxdəyişənli funksiya başa düşülür. Burada g - birdəyişənli funksiya, $\mathbf{a}=(a_1,\ldots,a_n)$ – sıfırdan fərqli vektor (istiqamət), $\mathbf{x}=(x_1,\ldots,x_n)$ – asılı olmayan dəyişən və $\mathbf{a}\cdot\mathbf{x}$ – skalyar hasildir. Bu funksiyalar təbii şəkildə müxtəlif elm sahələrində meydana çıxır. Bu sahələrə xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsini (burada ridge funksiyalar müstəvi dalğalar adlanır), kompüter tomoqrafiyasını və riyazi statistikanı göstərmək olar.

Ridge funksiyaların geniş tətbiq tapdıqları müasir elm sahələrindən biri də neyron şəbəkələr nəzəriyyəsidir. Neyron şəbəkələr isə öz növbəsində kompüter elmi, maliyyə, tibb, mühəndislik, fizika və s. kimi biri-birindən fərqli sahələrdə istifadə olunur. Ridge funksiyalar bir sıra başlıca neyron şəbəkə modellərinin əsasını təşkil edirlər. Məsələn, neyron şəbəkələr nəzəriyyəsinin ən populyar modeli sayılan MLP modeli ən sadə halda $\sum_{i=1}^{r} c_i\sigma(\mathbf{w}_i\cdot\mathbf{x}-\theta_i)$ şəkilli funksiyalara baxır. Aydındır ki, $\sigma(\mathbf{w}_i\cdot\mathbf{x}-\theta_i)$ funksiyaları ridge funksiyalardır. Buna görə də neyron şəbəkələrə aid bir sıra nəzəri məsələlər ridge funksiyalara aid uyğun məsələlərlə sıx bağlıdır (bax: "A.Pinkus, Approximation theory of the MLP model in neural networks, Acta Numerica. 8 (1999), 143-195").

Ridge funksiyalara həsr edilmiş çoxlu sayda elmi işlərin olmasına baxmayaraq bəzi məsələlərin həlli üçün praktiki cəhətdən əlverişli üsullar hələ işlənib hazırlanmamışdır.

Hesabat ilində n ölçülü Evklid fəzasının verilmiş sonlu sayda xətləri üzərində ridge funksiyalarla interpolyasiya məsələsi araşdırılmışdır. Iki istiqamət üzrə ridge funksiyaların cəmləri çoxluğu ilə iki düz xətt üzərində interpolyasiyanın mümkünlüyü üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmışdır. İsbat edilmişdir ki, iki istiqamət üzrə ridge funksiyaların cəmləri çoxluğu ilə üç və daha çox düz xətt üzərində interpolyasiya mümkün deyil. Qeyd etmək lazımdır ki, uyğun məsələ müstəvinin nöqtələri üzərində N.Dyn, W.Light və E.Cheney tərəfindən həll edilmişdir. Lakin xətlər üzərində interpolyasiya məsələsi indiyə qədər hələ tədqiq edilməmişdir.

Tutaq ki, R^n fəzasında a^1 *və* a^2 istiqamətləri verilmişdir. Aşağıdakı çoxluğa baxaq

$$M(a^1, a^2) = \{f_1(a^1 \cdot x) + f_2(a^2 \cdot x): f_i: R \to R, i = 1,2\}.$$

Aydındır ki, $M(a^1, a^2)$ çoxluğu a^1, a^2 istiqamətlərinə nəzərən ridge funksiyaların xətti kombinasiyaları çoxluğudur. Tutaq ki, R^n fəzasında bizə $\{tb^j + c^j\}$, $b^j \neq 0, j = 1, \ldots, k,$ düz xətləri verilmişdir. Bu düz xətlər üzərində interpolyasiya məsələsi dedikdə elə şərtlərin tapılmasından söhbət gedir ki, istənilən $g_j(t)$, $j = 1, \ldots, k$, funksiyaları üçün

$$G(tb^j + c^j) = g_j(t), \qquad j = 1, \ldots, k,$$

bərabərliklərini ödəyən $G \in M(a^1, a^2)$ funksiyası mövcud olsun (burada nəzərdə tutulur ki, kəsişən düz xətlərin kəsişmə nöqtələrində uyğun g_j funksiyalarının aldığı qiymətlər bir-birinə bərabərdir). Əgər yuxarıdakı bərabərlikləri ödəyən $G \in M(a^1, a^2)$ funksiyası varsa, onda verilmiş xətlər üzərində "interpolyasiya məsələsi həll olunandır", əks halda isə "interpolyasiya məsələsi həll olunmayandır" deyəcəyik.

Hesabat ilində xətlər üzərində interpolyasiya məsələnin həlli üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmışdır. Əvvəlcə a^1, a^2 istiqamətlərinin kollinear olduğu hala baxaq. Bu zaman $M(a^1, a^2)$ çoxluğu

$$M(a) = \{f(a \cdot x): \ f: R \to R\}$$

kimi yazıla bilər. Başqa sözlə bu zaman biz yalnız bir istiqamətə nəzərən ridge funksiyalar çoxluğu ilə interpolyasiyadan söhbət apara bilərik. Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 1. Aşağıdakı hökmlər doğrudur.

1) $\{tb + c\}$, $b \neq 0$ düz xətti üzərində $M(a)$ çoxluğu ilə interpolyasiya məsələsinin həllinin olması üçün zəruri və kafi şərt $a \cdot b \neq 0$ münasibətinin ödənilməsidir.

2) İki müxtəlif $\{tb^1 + c^1\}$ və $\{tb^2 + c^2\}$ düz xətləri üzərində $M(a)$ çoxluğu ilə interpolyasiya məsələsi həll olunan deyil.

İndi isə $M(a^1, a^2)$ çoxluğundan olan funksiyalarla interpolyasiya məsələsinə baxaq. Tutaq ki, iki müxtəlif $\{tb^1 + c^1\}$ və $\{tb^2 + c^2\}$ düz xətləri verilmişdir. Aşağıdakı işarələmələri qəbul edək.

$$a^i b^j = B_{ij}; \ \ a^i c^j = C_{ij}, \ i, j = 1{,}2.$$

İki müxtəlif düz xətt üzərində interpolyasiyanın mümkünlüyü üçün zəruri və kafi şərt aşağıdakı teoremdə öz əksini tapmışdır.

Teorem 2. $M(a^1, a^2)$ çoxluğu ilə $\{tb^1 + c^1\}$ və $\{tb^2 + c^2\}$ düz xətləri üzərində interpolyasiya məsələsinin həllinin olması üçün zəruri və kafi şərt aşağıdakı münasibətlərin heç birinin ödənilməməsidir:

a) $B_{11} = B_{21} = 0$;

b) $B_{12} = B_{22} = 0$;

c) $rank \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & C_{12} - C_{11} \\ B_{21} & B_{22} & C_{22} - C_{21} \end{bmatrix} = 1$;

d) $B_{11} = B_{12} = 0$;

e) $B_{21} = B_{22} = 0$;

f) $B_{11}B_{22} + B_{12}B_{21} = 0$.

g) $B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21} \neq 0$ və $\{tb^1 + c^1\}$, $\{tb^2 + c^2\}$ düz xətləri kəsişmir.

Teorem 3. Tutaq ki, üç müxtəlif $\{tb^1 + c^1\}$, $\{tb^2 + c^2\}$ və $\{tb^3 + c^3\}$ düz xətləri verilmişdir. Onda istənilən a^1, a^2 istiqamətləri üçün $M(a^1, a^2)$ çoxluğundan olan funksiyalarla interpolyasiya məsələsi həll olunan deyil.

<u>İş2.</u> Ümumiləşmiş Lizorkin-Tribel-Morri tipli fəzadan olan funksiyaların bir sıra diferensial xassələri (icr. f.r.e.d., prof. A.M.Nəcəfov)

Hesabat ilində Morri tipli fəzalar ailəsi və xüsusi törəməli diferensial tənliklərin tədqiqatı ilə məşğul olmuşam. Daha doğrusu ümumiləşmiş Besov-Morri və Lizorkin-Tribel-Morri fəzaları daxil olunmuş və bu fəzalardan olan funksiyaların həm diferensial həm də diferensial-fərq xassələri öyrənilmişdir. Bundan başqa yüksək kəsr tərtibli diferensial tənliklər sinfinin həllinin varlığı və yeganəliyi göstərilmişdir.

Tərif. G -də lokal cəmlənən,

$$\|f\|_{\bigcap_{i=0}^{n}\mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,\chi,\tau}(G,\lambda)} = \sum_{i=0}^{n}\|f\|_{\mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,\chi,\tau}(G,\lambda)},$$

$$\|f\|_{\mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,\chi,\tau}(G,\lambda)} = \left\{\int_0^{h_0}\left[\frac{\left\|\Delta^{m^i}\left(h^{\lambda};G,\lambda\right)D^{k^i}f\right\|_{p^i,a,\chi,\tau}}{h^{\left(\lambda,l^i-k^i\right)}}\right]^{\theta^i}\frac{dh}{h}\right\}^{\frac{1}{\theta^i}},$$

$$\|f\|_{p^i,a,\chi,\tau;G} = \|f\|_{L_{p^i,a,\chi,\tau}(G)} = \sup_{x\in G}\left\{\int_0^{\infty}\left[[t]_1^{-\frac{(\chi,a)}{p^i}}\|f\|_{p^i,G_{t^{\chi}}(x)}\right]^{\tau}\frac{dt}{t}\right\}^{\frac{1}{\tau}},$$

sonlu norması ilə təyin olunan fəzaya f funksiyalarının normallaşmış parametrli

$$\bigcap_{i=0}^{n}\mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,\chi,\tau}(G,\lambda)$$

fəzası deyilir. Burada

$p^i\in[1,\infty),\theta^i,\tau\in[1,\infty],(i=0,1,...,n);l^i=\left(l_1^i,l_2^i,...,l_n^i\right),l_j^0\ge 0,l_j^i\ge 0,l_i^i>0;m^i=\left(m_1^i,m_2^i,...,m_n^i\right),$

$m_j^0\ge 0,m_j^i\ge 0,\ m_i^i>0-$ natural ədədlər, $(i=1,2,...,n)$; $k^i=\left(k_1^i,k_2^i,...,k_n^i\right),k_j^i$ – mənfi olmayan tam ədədlərdir. Tutaq ki,

$m_j^i\ge l_j^i-k_j^i\ge 0,(j=1,...,n;i=0,1,...,n);m_i^i>l_i^i-k_i^i>0\,(i=1,...,n);\quad \lambda=\left(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n\right)\in(0,\infty)^n;$

$\left(\lambda,l^i-k^i\right)=\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\left(l_j^i-k_j^i\right);(\chi,a)=\sum_{j=1}^{n}\chi_j a_j,\ \Delta^{m^i}\left(h^{\lambda};G,\lambda\right)f(x)=\Delta^{m^i}\left(h^{\lambda};G_{h^{\lambda}}\right)f(x)$

$\Delta^{m^i}\left(h^{\lambda}\right)f(x)=\Delta_1^{m_1^i}\left(h^{\lambda_1}\right)...\Delta_n^{m_n^i}\left(h^{\lambda_n}\right)f;\ D^{k^i}f(x)=D_1^{k_1^i}...D_n^{k_n^i}f(x);G_{h^{\lambda}}=\left\{x:x+h^{\lambda}I\in G\right\};$

$G_{t^{\chi}}(x)=G\cap I_{t^{\chi}}(x)=G\cap\left\{y:\left|y_j-x_j\right|<\frac{1}{2}t^{\chi_j},(j=1,...,n)\right\};\ [t]_1=\min\{1,t\},G-\ n-$ölçülü R^n Evklid fəzasında açıq çoxluqdur.

Bu fəza $l^0=(0,0,...,0,)\ l^i=(0,0,...,0,l_i,0,...,0),\theta^i=\theta,\ p^i=p\ (i=1,2,...,n)$ olduqda $B^l_{p,\theta,a,\chi,\tau}(G,\lambda)$ fəzası ilə üst-üstə düşür.

Teorem 1. Tutaq ki, $G\subset R^n$ açıq çoxluğu çevik $\lambda-$buynuz şərtini ödəyir *[1]*, $1\le p^i\le p\le\infty,1\le\theta^i\le\infty,(i=0,1,2,...,n);\ \ 0<\chi_j\le\lambda_j\ (j=1,2,...,n)\ \ \nu=(\nu_1,\nu_2,...,\nu_n)\ \ \nu_j\ge 0-$ *tam ədədlərdir* $(j=1,2,...,n)$*; 1)* $\nu_j\ge l_j^0\ (j=1,2,...,n)$ *2)* $\nu_j\ge l_j^i\ (j\ne i,\ j=1,2,...,n)$ $\nu_i<l_i^i\ (j=i,i=1,2,...,n),\ \ a\in[0,1]^n,\ 1\le\tau_1\le\tau_2\le\infty;\overline{\chi}=c\chi,\frac{1}{c}=\max\limits_{j=1,...,n}\frac{\chi_j}{\lambda_j};\ f\in\bigcap\limits_{i=0}^{n}\mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i a,\chi,\tau}(G,\lambda)$ və tutaq ki, $\mu^i=\sum\limits_{j=1}^{n}\left[l_j^i\lambda_j-\nu_j\lambda_j-(\lambda_j-\chi_j a_j)\left(\frac{1}{p^i}-\frac{1}{p}\right)\right]>0$.

Onda $D^\nu:\bigcap\limits_{i=0}^{n}\mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,\chi,\tau_1}(G,\lambda)\to L_{p,b,\chi,\tau_2}(G)$. Daha dəqiq desək, $f\in\bigcap\limits_{i=0}^{n}\mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i a,\chi,\tau_1}(G,\lambda)$ G oblastında $D^\nu f$ ümumiləşmiş törəməsi var və

$$\left\|D^\nu f\right\|_{p,G}\le C_1\sum_{i=0}^{n}T^{\mu^i}\|f\|_{\mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i a,\chi,\tau_1}(G,\lambda)},$$

$$\left\|D^\nu f\right\|_{p,b,\chi,\tau_2;G}\le C_2\|f\|_{\bigcap\limits_{i=0}^{n}\mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i a,\chi,\tau_1}(G,\lambda)}\quad\left(p^i\le p<\infty\right).$$

bərabərsizlikləri doğrudur.

Xüsusi halda, $\mu^{i,0}>0(i=1,...,n)$, onda $D^\nu f$ G-də kəsilməzdir və

$$\sup_{x\in G}\left|D^\nu f(x)\right|\le C_1\sum_{i=0}^{n}T^{\mu^{i,0}}\|f\|_{\mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i a,\chi,\tau_1}(G,\lambda)}$$

Burada $T-(0,\min(1,T_0)]$-dən ixtiyari ədəddir, $0<T_0<\infty$ qeyd olunmuş ədəddir, $b=(b_1,b_2,\dots,b_n)$, b_j $-$müəyyən şərtləri ödəyən ədəddir, C_1 və C_2 $-$sabitdir, f -dən asılı deyildir,belə ki, həmçinin C_1 T -dən asılı deyildir.

Teorem 2. Tutaq ki, teorem 1-in bütün şərtləri ödənilir. Onda $\mu^i>0(i=1,2,...,n)$ olduqda $D^\nu f$ törəməsi G-də L_p metrikasında σ göstəricisi ilə Hölder şərtini ödəyir. Başqa sözlə

$$\left\|\Delta(\gamma,G)D^{\nu} f\right\|_{p,G} \le C\|f\|_{\bigcap_{i=0}^{n} \mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,\chi,\tau}(G,\lambda)} |\gamma|^{\sigma}.$$

Burada $\sigma-$ ədədi aşağıdakı şərtlərdən birini uyğun olaraq ödəyir:

$$0 \le \sigma \le 1, \quad \frac{\mu^0}{\lambda_0} > 1, olduqda$$

$$0 \le \sigma < 1, \quad \frac{\mu^0}{\lambda_0} = 1, olduqda$$

$$0 \le \sigma \le \frac{\mu^0}{\lambda_0}, \quad \frac{\mu^0}{\lambda_0} < 1, olduqda$$

harada ki, $\mu^0 = \min \mu^i, (i = 1,2,...,n), \lambda_0 = \max \lambda_j \ (j = 1,2,...,n)$ $C-$sabitdir, f və$|\gamma|$-dən asılı deyildir.

Xüsusi halda, əgər $\mu^{i,0} > 0(i = 1,2,...,n)$, onda

$$\sup_{x\in G}\left|\Delta(\gamma,G)D^{\nu} f(x)\right| \le C\|f\|_{\bigcap_{i=0}^{n} \mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,\chi,\tau}(G,\lambda)} |\gamma|^{\sigma^0}.$$

Burada σ^0 μ^i-ni $\mu^{i,0}$-la əvəz etməklə σ üçün ödənilən şərtləri ödəyir.

Sonra

$$\bigcap_{i=0}^{n} \mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,\chi,\tau}(G)$$

ümumiləşmiş Lizorkin-Tribel-Morri fəzası daxil olunub və bu fəzadan olan funksiyaların ümumiləşmiş qarışıq törəmələrinin L_q və Hölder sinfinə daxil olması isbat olunmuşdur.

Daha sonra $W_p^l(G)\left(1 \le p \le \infty,\ l \in (0,\infty)^n\right)$ kəsr tərtibli Sobolev fəzasının yeni tərifi verilmişdir.

Tərif. G oblastında local cəmlənən, $D_i^{l_i} f \ \ (i = 1,2,...,n)$ ümumiləşmiş törəmələrə malik və

$$\|f\|_{W_p^l(G)} = \|f\|_{L_p(G)} + \sum_{i=1}^{n} \left\|D_i^{l_i} f\right\|_{L_p(G)}, \qquad (1)$$

sonlu norması olan f funksiyalardan ibarət Banax fəzasına kəsr tərtibli $W_p^l(G)\left(1 \le p \le \infty,\ l \in (0,\infty)^n\right)$ fəzası deyilir. Burada $D_i^{l_i} f = D_i^{[l_i]} \cdot D_{+i}^{\{l_i\}} f$, l_i $-$ədədinin $[l_i]-$tam hissəsi, $\{l_i\}-$kəsr hissəsidir. Bu fəzada

$$D^{\nu}:W_p^l(G)\to L_q(G_m)$$
$$D^{\nu}:W_p^l(G)\to W_q^{l'}(G_m)$$

daxil olma teoremləri isbat olunmuşdur. Bu teoremlərin köməyi ilə yüksək kəsr tərtibli

$$\sum_{\substack{(\alpha,\lambda)\le 1,\\(\beta,\lambda)\le 1}} D^{\alpha}\left(a_{\alpha\beta}(x)D^{\beta}u(x)\right)=\sum_{(\alpha,\lambda)\le 1} D^{\alpha}f(x)$$

$$D^{\nu}u\big|_{\partial G}=\varphi_{\nu}\big|_{\partial G},$$

diferensial tənliyinin həllinin varlığı və yeganəliyi öyrənilmişdir.

<u>İş 3.</u> Funksiyanın lokal ossilyasiya xarakteristikaları ilə hamarlıq modulları arasında bərabərsizliklər və onların inteqral operatorların xassələrinin öyrənilməsinə tətbiqi (icr. f.r.e.d., prof. R.M. Rzayev)

Lokal cəmlənən funksiyanın lokal ossilyasiyası ilə onun L^p metrikasındakı hamarlıq modulu arasında bəzi bərabərsizliklər alınmışdır. Həmin bərabərsizliklə-rin köməyi ilə potensial tipli inteqral operator üçün müvafiq qiymətləndirmələr alınmışdır.

$\boldsymbol{R}^n$ ilə $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ nöqtələrinin $n-$ölçülü hesabi fəzasını işarə edək. Fərz edək ki, $B(a,r):=\{x\in R^n:\ |x-a|\le r\}$, yəni $B(a,r)-$mərkəzi $a\in R^n$ nöqtəsində yerləşən və radiusu $r>0$ ədədinə bərabər olan qapalı kürədir. Qismən leksikoqrafik qaydada düzülmüş $\{x^{\nu}\}$, $|\nu|\le k,$ qüvvət funksiyaları sisteminə

$$(f,g)=\frac{1}{|B(0,1)|}\int\limits_{B(0,1)} f(t)g(t)dt$$

skalyar hasilinə nəzərən ortoqonallaşdırma prosesini tətbiq edək; burada $|E|$ ilə $E\subset R^n$ çoxluğunun Lebeq ölçüsü işarə edilmişdir, $\nu=(\nu_1,\nu_2,...,\nu_n)$, $x^{\nu}=x_1^{\nu_1}\cdot x_2^{\nu_2}..x_n^{\nu_n}$, $|\nu|=\nu_1+\nu_2+...+\nu_n$; həm də $\nu_1,\nu_2,...,\nu_n$ və k ədədləri mənfi olmayan tam ədədlərdir. Ortoqonallaşma prosesi nəticəsində alınan ortonormal sistemi $\{\varphi_{\nu}\}$, $|\nu|\le k,$ kimi işarə edək.

R^n-də təyin olunmuş və modulunun p-ci qüvvəti $(1 \le p < \infty)$ lokal cəmlənən olan bütün funksiyaların çoxluğunu $L_{loc}^p\left(\boldsymbol{R}^n\right)$ ilə, R^n-də lokal məhdud olan bütün funksiyaların çoxluğunu isə $L_{loc}^\infty\left(R^n\right)$ ilə işarə edək.

$f \in L_{loc}^1\left(R^n\right)$ funksiyasını götürək və aşağıdakı çoxhədliyə baxaq:

$$P_{k,B(a,r)} f(x) := \sum_{|\nu| \le k} \left(\frac{1}{|B(a,r)|} \int_{B(a,r)} f(t) \varphi_\nu \left(\frac{t-a}{r} \right) dt \right) \varphi_\nu \left(\frac{x-a}{r} \right).$$

Asanlıqla görmək olar ki, $P_{k,B(a,r)} f(x)$ çoxhədlisi R^n-də verilmiş və dərəcəsi k-nı aşmayan çoxhədlidir. Belə çoxhədlilərin çoxluğunu $\boldsymbol{P}_k$ ilə işarə edək.

$f \in L_{loc}^p\left(R^n\right)$ $(1 \le p \le \infty)$ funksiyası üçün

$$\mathrm{O}_k\left(f, B(a,r)\right)_p = \left\| f - P_{k-1,B(a,r)} f \right\|_{L^p(B(a,r))}$$

işarələməsindən istifadə edəcəyik. $\mathrm{O}_k\left(f, B(a,r)\right)_p$ kəmiyyətini f funksiyasının $B(x,r)$ kürəsində L^p metrikasında k tətibli lokal ossilyasiyası adlandıracağıq.

$f \in L_{loc}^p\left(\boldsymbol{R}^n\right)$, $1 \le p \le \infty$, $k \in \boldsymbol{N}$ götürək və aşağıdakı kəmiyyətə baxaq:

$$M_f^k(x;r)_p := \inf_{\pi \in \boldsymbol{P}_{k-1}} |B(x,r)|^{-\frac{1}{p}} \| f - \pi \|_{L^p(B(x,r))} \quad \left(r > 0,\ x \in \boldsymbol{R}^n\right).$$

Yoxlamaq olar ki,

$$M_f^k(x;r)_p \sim \Omega_k\left(f, B(x,r)\right)_p := \left(\frac{1}{|B(x,r)|} \int_{B(x,r)} \left| f(t) - P_{k-1,B(x,r)} f(t) \right|^p dt \right)^{\frac{1}{p}} =$$

$$= |B(x,r)|^{-\frac{1}{p}} \mathrm{O}_k\left(f, B(a,r)\right)_p.$$

münasibəti doğrudur, yəni

$$\exists C_1 > 0,\ \ \exists C_2 > 0,\ \ \forall f \in L_{loc}^p\left(\boldsymbol{R}^n\right),\ \ \forall r > 0,\ \ \forall x \in R^n:$$

$$C_1 \cdot M_f^k(x;r)_p \le \Omega_k\left(f, B(x,r)\right)_p \le C_2 \cdot M_f^k(x;r)_p.$$

$\Omega_k\left(f, B(x,r)\right)_p$ kəmiyyətinə f funksiyasının $B(x,r)$ kürəsində L^p metrikasında k tərtibli orta ossilyasiyası deyirlər.

Hesab edək ki, $1 \le p, q \le \infty$. Aşağıdakı funksiyanı daxil edək:

$$M_f^k(r)_{pq} := \begin{cases} \left\| M_f^k(\cdot;r)_p \right\|_{L^q(\mathbf{R}^n)}, & 1 \le q < \infty \text{ olduqda,} \\ \sup\limits_{x\in\mathbf{R}^n} M_f^k(x;r)_p, & q = \infty \text{ olduqda.} \end{cases}$$

Yoxlamaq olar ki,

$$f \in BMO(\mathbf{R}^n) \Leftrightarrow \left(f \in L^1_{loc}(\mathbf{R}^n),\ M_f^1(\delta)_{1\infty} = O(1) \quad (\delta > 0) \right),$$
$$f \in BMO_\varphi \Leftrightarrow \left(f \in L^1_{loc}(\mathbf{R}^n),\ M_f^1(\delta)_{1\infty} = O(\varphi(\delta)) \quad (\delta > 0) \right).$$

Məlumdur ki, f funksiyasının L^p $(1 \le p \le \infty)$ metrikasında k tərtibli kəsilməzlik modulu (hamarlıq modulu) aşağıdakı bərabərliklə təyin edilir:

$$\omega_f^k(\delta)_p := \sup_{|h|\le\delta} \left\| \Delta_h^k f \right\|_{L^p(\mathbf{R}^n)} \qquad (\delta > 0),$$

burada $\Delta_h^1 f(x) = f(x+h) - f(x)$, $\Delta_h^k f = \Delta_h^1\left(\Delta_h^{k-1} f\right)$.

Hesabat dövründə aşağıdakı faktlar isbat edilmişdir.

Teorem 1. Hesab edək ki, $f \in L^p(\mathbf{R}^n)$, $(1 \le q \le p \le \infty)$ ($p = \infty$ halında hesab edilir ki, f funksiyası kəsilməz funksiyaya ekvivalentdir). Onda

$$M_f^k(\delta)_{qp} \le C \cdot \omega_f^k(\delta)_p \quad (\delta > 0) \tag{1}$$

bərabərsizliyi doğrudur; burada $C > 0$ sabiti f və δ-dan asılı deyildir.

Teorem 2. Hesab edək ki, $f \in L^q_{loc}(\mathbf{R}^n)$, $1 \le p \le \infty$, $1 \le q < \infty$ və

$$\int_0^1 \frac{M_f^k(t)_{qp}}{t}\,dt < +\infty.$$

Onda

$$\omega_f^k(\delta)_p \le C \cdot \int_0^\delta \frac{M_f^k(t)_{qp}}{t}\,dt \qquad (\delta > 0), \tag{2}$$

bərabərsizliyi doğrudur; burada $C > 0$ sabiti f və δ-dan asılı deyildir. Bundan əlavə, $p = \infty$ halında f funksiyası kəsilməz funksiyaya ekvivalentdir.

Teorem 3. Əgər $f \in L^\infty_{loc}(\mathbf{R}^n)$, $k \in \mathbf{N}$ olarsa, onda

$$\omega_f^k(\delta)_\infty \le C \cdot M_f^k(\delta)_{\infty\infty} \qquad (\delta > 0),$$

bərabərsizliyi doğrudur; burada $C > 0$ sabiti f və δ-dan asılı deyildir.

Teorem 4. Hesab edək ki, $f \in L^\infty(\mathbf{R}^n)$ və f funksiyası kəsilməz funksiyaya ekvivalentdir. Onda

$$C_1 \cdot \mathcal{M}_f^k(\delta)_{\infty\infty} \le \omega_f^k(\delta)_\infty \le C_2 \cdot \mathcal{M}_f^k(\delta)_{\infty\infty} \qquad (\delta > 0),$$

bərabərsizliyi doğrudur; burada müsbət C_1 və C_2 sabitləri f və δ-dan asılı deyildirlər.

İndi aşağıdakı potensial tipli inteqral operatora baxaq:

$$R_{\alpha,k} f(x) = \int_{\boldsymbol{R}^n} \left\{ K_\alpha(x-y) - \left(\sum_{|\nu| \le k-1} \frac{x^\nu}{\nu!} D^\nu K_\alpha(-y) \right) X_{\{|t|>1\}}(y) \right\} f(y) dy,$$

burada $K_\alpha(x) = |x|^{\alpha - n}$, $0 < \alpha < n$, $\nu = (\nu_1, \nu_2, ..., \nu_n)$, $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n$ ədədləri mənfi olmayan tam ədədlərdir $k \in N$, $\nu! = \nu_1! \cdot \nu_2! \cdots \nu_n!$,

$$D^\nu g := \frac{\partial^{|\nu|} g}{\partial x_1^{\nu_1} \partial x_2^{\nu_2} \cdots \partial x_n^{\nu_n}},$$

$X_{\{|t|>1\}}$ isə $\{t \in R^n : |t| > 1\}$ çoxluğunun xarakteristik funksiyasıdır.

Hesabat dövründə $R_{\alpha,k}$ operatoru üçün $M_f^k(r)_{pq}$ və $\omega_f^k(\delta)_p$ metrik xarakteristikaları terminlərində A.Zygmund tipli qiymətləndirmələr alınmışdır.

<u>İş 4</u>: Kompleks müstəvidə xətt üzərində verilmiş polinomların bəzi ekstremal xassələrinin öyrənilməsi (icr. f.r.e.n. N.M.Səbziyev)

Konstruktiv funksiyalar nəzəriyyəsində funksiyaların ekstremal xassələrinin öyrənilməsi məsələləri çox əhəmiyyətli məsələlərdən olmuşdur. Bu sahədə bir sıra görkəmli alimlərin apardığı tədqiqatlar həmişə diqqəti cəlb etmişdir.

Kompleks müstəvidə xətt (parça) üzərində təyin olunmuş aşağıdakı xətti ifadəyə nəzər salaq

$$P_n(x+ic) = P_n(z) = \sum_{j=1}^{n} a_j Q_j(z) + b_j \tilde{Q}(z) \qquad (1)$$

burada c-sonlu həqiqi ədəd, $z = x + ic$ və

$$Q_j(z) = \sum_{k=o}^{j} \alpha_k X_k(z), \qquad (2)$$

$$\tilde{Q}_j(z) = \sum_{k=o}^{j} \alpha_k \tilde{X}_k(z). \qquad (3)$$

Burada $z = x$ olarsa, $\tilde{X}_k(x) = X_k(x)$ olar. $X_k(x)$ isə (-1,1) aralığında verilmiş Lejandr ortonormal polinomlar sistemidir:

$$X_0(x) = 1$$

$$X_1(x)=x$$

$$X_2(x)=\frac{1}{2}\left(3x^2-1\right)$$

$$X_3(x)=\frac{1}{2}\left(5x^3-3x^2\right)$$

$$X_4(x)=\frac{1}{8}\left(35x^4-30x^2+3\right)$$

$$X_5(x)=\frac{1}{8}\left(63x^5-70x^3+15x\right)$$

Məlumdur ki, Lejandr polinomları Rodriq düstrları ilə

$$X_k(x)=\frac{1}{2^k\cdot k!}\;\frac{d^k}{dx^k}\left(x^2-1\right)^k,\left(k=0,1,2,...\right)$$

təyin olunur və $\sqrt{\frac{2k+1}{2}}\;X_k(x)$ polinomları (-1,1) aralığında ortonormal polinomlar sistemidir:

$$\frac{2}{2k+1}\int_{-1}^{1}X_k(x)\;\;X_\nu(x)\,dx=\begin{cases}1, \nu=k\\ 0, \nu\neq k\end{cases} \tag{4}$$

(4) bərabərliyini (2) və (3) bərabəliklərində nəzərə alsaq

$$\alpha_k=\int_{-1}^{1}Q(t)\;X_k(t)dt\quad(k=0,1,2,...)$$

və

$$\begin{aligned}Q_j(z)&=\sum_{\nu=0}^{j}X_\nu(z)\int_{-1}^{1}Q_n(t)X_j(t)dt\quad=\\ &=\int_{-1}^{1}Q_n(t)\sum_{\nu=o}^{j}X_\nu(z)X_j(t)dt=\int_{-1}^{1}Q_n(t)K_j(t,z)dt\end{aligned} \tag{5}$$

Burada

$$K_j(t;z)=\sum_{\nu=0}^{j}X_\nu(z)X_j(t) \tag{6}$$

Analoji olaraq alırıq ki,

$$\tilde{Q}_j(z)=\int_{-1}^{1}Q_n(t)\tilde{K}_j(z,t)dt \tag{7}$$

və

$$\tilde{K}_j(z,t)=\sum_{\nu=0}^{j}\tilde{X}_\nu(z)X_j(t) \tag{8}$$

Tutaq ki,

$$P_n(x+ic)=\sum_{j=1}^{n}\left(a_jQ_j(x+ic)+b_jQ_j(x+ic)\right) \qquad (9)$$

xətti ifadəsi verilmışdir, burada a_j və b_j kompleks ədədləridir; c isə həqiqi ədəddir. (5) və (7) bərabərsizliklərini (9) bərabəizliyində nəzərə alsaq

$$P_n(x+ic)=\int_{-1}^{1}Q_n(t)\left(\sum_{j=1}^{n}a_jK_j(t,z)+b_j\tilde{K}_j(t,z)\right)dt \qquad (10)$$

olur.

Teorem 1. $P_n(x+ic)$ xətti ifadəsi üçün aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur

$$\|P_n(x+ic)\|_c \le 2nM\|Q_n(t)\|_p \ (p\ge 1). \qquad (11)$$

Burada

$$\|Q_n(t)\|_p=\left(\int_{-1}^{1}|Q_n(t)|^p\,dt\right)^{4p}$$

və

$$M=\max_{(j)}\left|a_jK_j(t,z)+b_j\tilde{K}_j(t;z)\right|$$

$K_j(t;z)$ və $\tilde{K}_j(t;z)$ uyğun olaraq (6) və (8) bərabərliklərində təyin olunmuşdur.

Teorem 2. $P_n(x+ic)$ xətti ifadəsi üçün aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur

$$\|P_n(x+ic\|_p \le (2n)^{\frac{1}{p}}\,M\|Q_n(t)\|_1, \qquad (12)$$

burada

$$\|Q_n(t)\|_1=\left(\int_{-1}^{1}|Q_n(t)|\,dt\right)^{\frac{1}{p}}$$

Teorem 3. $1\le p\le q\prec\infty$ olduqda $P_n(x+ic)$ xətti ifadəsi üçün aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur.

$$\|P_n(x+ic\|_q \le (2n)^{\frac{1}{p}-\frac{1}{q}+1}\,M\|Q_n(t)\|_p,$$

Burada

$$\|Q_n(t)\|_p=\left(\int_{-1}^{1}|Q_n(t)|^p\,dx\right)^{\frac{1}{p}}.$$

<u>İş 5</u>. Ridge funksiyalarla yaxınlaşma məsələsi üçün Diliberto-Straus alqoritmi (icr. f.r.e.n. İ.K.Məhərov)

İşdə R^2-nin qabarıq kompakt alt çoxluğunda təyin olunmuş kəsilməz ikidəyişənli funksiyanın bazis istiqamətlərinə nəzərən ridge funksiyaların cəmləri ilə (yəni birdəyişənli funksiyaların cəmləri ilə) ən yaxşı yaxınlaşmasının hesablanması alqoritminə baxılmışdır. Tərəfləri koordinat oxlarına paralel olan düzbucaqlılar üçün bu alqoritm Diliberto S.P. Və Straus E.G. tərəfindən verilmişdir.

$G \subset R^2$ qabarıq kompakt çoxluq, $f : G \to R$ G-də təyin olunmuş ikidəyişənli kəsilməz funksiya olsun. G- çoxluğunun Ox oxuna proyeksiyası I_x, Oy oxuna proyeksiyası I_y olsun . $C(I_x) = C_x, C(I_y) = C_y, C(G)$ ilə uyğun olaraq I_x, I_y və G-də təyin olunmuş kəsilməz funksiyalar sinfini işarə edək . Bu fəzalarda norma adi qaydada təyin olunur, məs: $f \subset C(G),\ \|f\| = \max\limits_{(x,y)\in G} |f(x,y)|..$

C_s ilə $C(G)$-nin $f + g,\ f \in C_x,\ g \in C_y$ şəklində funksiyalardan ibarət alt çoxluğunu işarə edək: $C_s = \{f + g,\ f \in C_x\ g \in C_y).$ $C_s \subset C(G)$. $f \in C(G)$ funsiyasının C_s çoxluğundan olan funsiyalarla ən yaxşı yaxınlaşması belə təyin olunur

$$E(f) = dist(f; C_s) = \inf_{w\in C_s} \|f - w\|$$

Əgər $u + v \in C_s$ üçün $E(f) = \|f - u - v\|$ olarsa , $u + v$ cəmi f-in C_s-də ən yaxşı yaxınlaşdıran funksiyası adlanır.

$$H : C(G) \to C_x,\ Hf(a) = \frac{1}{2}\left(\max_{y,(a;y)\in G} f(a,y) + \min_{y,(a;y)\in G} f(a,y) \right),$$ bütün $a \in I_x$-lər üçün,

$$L : C(G) \to C_y, Lf\ (b) = \frac{1}{2}\left(\max_{x,(x;b)\in G} f(x,b) + \min_{x,(x,b)\in G} f(x;b) \right),$$ bütün $b \in I_y$-lər üçün,

operatorlarına baxaq.

$f_1 = f,\ f_2 = f_1 - Hf_1;\ f_3 = f_2 - Lf_2,\ f_4 = f_3 - Hf_3,\ f_5 = f_4 - Lf_4,\ \ldots$ və s. funksiyalar ardıcıllığına baxaq. Aşkardır ki, $f - f_n \in C_s$. $\|f_n\| \to E(f)$ sualı mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

Tərif. $\ell = (P_1, P_2, ..., P_n) \subset G$ nizamlı nöqtələr çoxlugu $P_i P_{i+1}$ parçaları növbə ilə koordinat oxlarına paralel olan sınıq xətt əmələ gətirdikdə cığır adlanır və $(P_1, P_2 ..., P_n, P_{n+1})$ cığırında $P_{n+1} = P_1$ olarsa, ona qapalı cığır deyilir.

Teorem. $G \in R^2$ qabarıq kompakt çoxluğunun istənilən $\ell = (P_1, ..., P_n)$ cığırı üçün elə $P_{n+1}, P_{n+2}, ..., P_{n+m} \in G$ nöqtələri varsa ki, $(P_1, P_2, ..., P_n, P_{n+1}, ..., P_{n+m})$ qapalı cığırlardır və m ədədi l cığırlarından asılı olmayan hər hansı müsbət tam N ədədini aşmır, onda $\|f_n\|$ normalar ardıcıllığı $E(f)$-ə yığılır, yəni $\lim_{n\to\infty} \|f_n\| = E(f)$.

<u>İş 6.</u> İnterpolyasiya polinomları ilə yaxınlaşma (icr. f.r.e.n. Ar.M-B. Babayev)

Bölünmüş fərqdən istifadə edərək sonlu parçada n dərəcəli çoxhədlilər sistemi üçün dəqiq annulyator qurulmuşdur. Bu dəqiq annulyatorun köməyi ilə yuxarıdan və aşağıdan ən yaxşı yaxınlaşmanın dəqiq ikitərəfli qiymətləndirməsi alınmışdır.

Həmçinin f funksiyasının A-hamarlıq modulunun tərifi verilmiş və ən yaxşı yaxınlaşmanın yuxarıdan qiymətləndirilməsi alınmışdır.

Tutaq ki, $f = f(x)$ həqiqi oxun sonlu $J = [a, b]$ kəsiyində verilmiş funksiyadır. $\Pi(f) = \Pi_{ab}(f)$ ilə dərəcəsi $n-1$ ədədini aşmayan və $f(a) = P_{n-1}(a)$, $f(b) = P_{n-1}(b)$ şərtini ödəyən $P_{n-1}(x)$ çoxhədlilər sinfini qeyd edək.

$$E(f, \Pi_J)_{C(J)} = \inf_{P_{n-1} \in \Pi_J(f)} \|f(x) - P_{n-1}(x)\|_{C(J)}$$

ən yaxşı yaxınlaşmanı nəzərdən keçirək.

$[x_0, x_1, ..., x_r;\ f;\ x_0] = [x_0, x_1, ..., x_r] \cdot \prod_{j=1}^{r} (x_0 - x_j)$ ilə f funksiyasının $\{x_0, ..., x_r\}$ nöqtələr çoxluquna nəzərən sonlu fərqini işarə edək. Burada

$$[x_0, x_1, \dots, x_r] = \sum_{k=0}^{r} \frac{f(x_k)}{\prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^{r} (x_k - x_i)}$$

f funksiyalarının $\{x_0, ..., x_r\}$ nöqtələr çoxluğuna nəzərən bölünmüş fərqidir.

Bundan sonra belə fərz edək ki,

$$x_0 = x,\ x_1 = a,\ x_r = b.$$

$$[x, a, x_2, ..., x_{r-1};\ f;\ x] = [x, r, J, f],$$

$$\nabla_J f = [x, r, J, f](\prod x),$$

işarələməsini aparaq, burada $(\prod x) = \prod_{1 \le i < j \le r} (x_i - x_j)$. $B = \{x_2, \ldots, x_{r-1}\}$ nöqtələr dəstəsini dəyişib $\{[x, r, J, f]\}$ və $\{\nabla_J f\}$ çoxluqlarını alırıq. $\forall$ x_1 və x_2 halına uğun olaraq $[x, r, f]$ və ∇f işarələrini edək.

Teorem 1. Xətti məhdud operatorlar birliyi $\{[x, r, J, f]\}$ Π_J çoxluqunun dəqiq annulyatorudur, yəni

$$f \in \Pi_J \Leftrightarrow [x, r, J, f] = 0,\ \forall B \in R^{r-2}. \qquad (1)$$

Nəticə. $\{\nabla_J\}$ operatorlar birliyi Π_J sinfinin dəqiq annulyatorudur.

Bu ondan irəli gəlir ki, hər bir $\nabla_J f$ müvafiq $[x, r, f]$-dan yalnız (Πx) sabit vuruq ilə fərqlənir.

Teorem 2. $f \in C[a, b]$ funksiyası üçün

$$(r-1)^{-1} \left\| \Pi_x^* \right\|_{C(J^{r-2})} \left\| \nabla_J f \right\|_{C(J^{r-1})} \le E[f, \Pi_J]_{C(J)} \le \left\| \Pi_x^* \right\|_{C(J^{r-2})}^{-1} \left\| \nabla_J f \right\|_{C(J^{r-1})} \qquad (2)$$

münasibəti doğrudur.

Teorem 3. $f \in C(I) \Rightarrow E[f, \Pi_N]_{C(I)} \le \omega_r \left(\frac{1}{N}, f \right)_{C(I)}$. (3)

<u>İş 7.</u> Bir sinif operator-differensial tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin bəzi çəkili fəzalarda həlli (icr. f.r.e.d Hümbətəliyev R.Z.)

İl ərzində "Bir sinif yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsinin çəkili fəzada elementar həllərinin tamlığı" məsələsinin həlli ilə məşğul olmuşam. İlkin olaraq

$$\left(-\frac{d^2}{dt^2} + A^2 \right)^n (t) + \sum_{j=0}^{2n-1} A_{2n-j} u^{(j)}(t) = f(t), t \in R_+ = (0, +\infty)., \qquad (1)$$

$$u^{(s_\nu)}(0) = 0, \qquad \nu = \overline{0, n-1}, \qquad (2)$$

məsələsinin çəkili fəzada həll olunması şərtlərini tapırıq. Bundan sonra həmin məsələni

$$P(\lambda) = \left(-\lambda^2 E + A^2\right)^n + \sum_{j=1}^{n} A_{n-j}\lambda^j \ . \qquad (3)$$

operator dəstəsi ilə birləşdirərək (1), (2) məsələsinin çəkili fəzada elementar həllinin tamlığı teoremini alırıq. Nəticədə aşağadakı teoremləri isbat edirik.

Teorem. Tutaq ki, $0 \le \gamma < \mu_0$ *və (1), (2) məsələsinin çəkili fəzada requlyar həlli var və aşağadakı şərtlərdən heç olmazsa biri ödənir:* $A^{-1} \in \sigma_p (0 < p < 1)$ *və ya* $A^{-1} \in \sigma_p (0 < p < \infty)$, $B_j \in \sigma_\infty \left(j = \overline{1, 2n}\right)$. *Onda* $P(\lambda)$ *operatorlar dəstəsinin* $\Pi(-\gamma) = \{\lambda : \operatorname{Re}\lambda < -\gamma\}$ *yarımmüstəvisindəki məxsusi qiymələrinə uyğun vektorlar tamdır* $H_{2n-j-1/2}$.

Teorem. *Tutaq ki, əvvəlki teoremin şərtləri ödənir. Onda* $\Pi(-\gamma)$ *yarımmüstəvisindəki məxsusi qiymətlərə cavab verən elementar həllər* $P\left(d/dt\right)u(t) \equiv 0$ *olduqda (1), (2) məsələsinin bütün requlyar həlləri fəzasında tamdır.*

II. Elmi-təşkilati fəaliyyəti haqqında

Hesabat müddətində şöbənin müntəzəm seminarları (III gün, saat 12.00-da) keçirilmiş və əməkdaşlar öz işləri haqqında danışmışlar. Şöbənin əməkdaşı prof. Alik Nəcəfov ümuminstitut seminarında çıxış etmişdir.

Elmi işçilərin əksəriyyəti May 15-16, 2014-cü il tarixlərində keçirilmiş "Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illiyinə həsr olunmuş riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" mövzusunda beynəlxalq konfransda fəal iştirak etmişlər və tezislər nəşr olunmuşdur. Şöbə müdiri f.r.e.n., dos. Vüqar İsmayılov 2014-cü ilin yanvar ayında riyaziyyat üzrə elmlər doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün "İstiqamətləri qeyd olunmuş ridge funksiyalarla yaxınlaşma" adlı dissertasiya işini müdafiə etmişdir.

Hesabat ilində 6 məqalə, 1 kitab, 2 dərs vəsaiti və 7 tezis çap olunmuşdur, 2 məqalə isə çapdadır. Məqalələrdən ikisi Science Citation İndex bazasına daxil olan "Journal of Approximation Theory" və "Journal of Mathematical Analysis and Applications" jurnallarında dərc edilmişdir.

Şöbə müdiri f.r.e.n., dos. Vüqar İsmayılov SOCAR Elm Fondunun dəstəklədiyi "İkiqat gizli laya malik neyron şəbəkələrin neft hasilatının optimallasdırılması məsələlərində rolu" adlı layihəni müvəffəqiyyətlə başa çatdırmışdır.

Şöbə müdiri: **f.-r.e.n., dos. İsmayılov V.E.**

AMEA RMİ-nin "Funksiyalar nəzəriyyəsi" şöbəsinin 2013-cü il üçün nəzərdə tutulan elmi-tədqiqat, mövzu və işlərin yerinə yetirilməsi haqqında

H E S A B A T I

№	Mövzu, elmi işin adı, icraçının adı, soyadı, elmi adı və dərəcəsi	Faktiki vəziyyət, alınmış əsas nəticələr
1	2	3
1.	Mövzu: «Çoxdəyişənli funksiyaların ridge funksiyalar, neyron şəbəkələr, xətti və qeyri-xətti superpozisiyalarla yaxınlaşması, funksional fəzalar üçün daxilolma teoremləri» İş1: Xətlər üzərində ridge funksiyalarla interpolyasiya İcraçı: f.-r.e.n., dos. V.E. İsmayılov	Iki istiqamət üzrə ridge funksiyaların cəmləri çoxluğu ilə iki düz xətt üzərində interpolyasiyanın mümkünlüyü üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmışdır. İsbat edilmişdir ki, iki istiqamət üzrə ridge funksiyaların cəmləri çoxluğu ilə üç və daha çox düz xətt üzərində interpolyasiya mümkün deyil.
2.	İş 2. Ümumiləşmiş Lizorkin-Tribel-Morri tipli fəzadan olan funksiyaların bir sıra diferensial xassələri İcraçı: f-r.e.d., dos. A.M.Nəcəfov	Ümumiləşmiş Besov-Morri və Lizorkin-Tribel-Morri fəzaları daxil olunmuş və bu fəzalardan olan funksiyaların həm diferensial həm də diferensial-fərq xassələri öyrənilmişdir. Bundan başqa yüksək kəsr tərtibli diferensial tənliklər

		sinfinin həllinin varlığı və yeganəliyi göstərilmişdir.
3.	İş 3. Funksiyanın lokal ossilyasiya xarakteristikaları ilə hamarlıq modulları arasında bərabərsizliklər və onların inteqral operatorların xassələrinin öyrənilməsinə tətbiqi İcraçı: f.r.e.d., prof. R.M. Rzayev	Lokal cəmlənən funksiyanın lokal ossilyasiyası ilə onun L^p metrikasındakı hamarlıq modulu arasında bəzi bərabərsizliklər alınmışdır. Həmin bərabərsizliklə-rin köməyi ilə potensial tipli inteqral operator üçün müvafiq qiymətləndirmələr alınmışdır.
4	İş4: Kompleks müstəvidə xətt üzərində verilmiş polinomların bəzi ekstremal xassələrinin öyrənilməsi İcraçı: f.r.e.n. N.M.Səbziyev	Lejandr polinomlarına nəzərən qurulmuş xətti ifadələrin müxtəlif metrik fəzalarda normaları arasında bərabərsizliklər isbat edilmişdir.
5.	İş 5. Ridge funksiyalarla yaxınlaşma məsələsi üçün Diliberto-Straus alqoritmi İcraçı: f.-r.e.n. İ.K. Məhərov	R^2-nin qabarıq kompakt alt çoxluğunda təyin olunmuş kəsilməz ikidəyişənli funksiyanın bazis istiqamətlərinə nəzərən ridge funksiyaların cəmləri ilə ən yaxşı yaxınlaşmasının hesablanması alqoritmi qurulmuşdur.
6.	İş 6. İnterpolyasiya polinomları ilə yaxınlaşma İcraçı: f.r.e.n. Ar. M-B. Babayev	Bölünmüş fərqdən istifadə edərək sonlu parçada n dərəcəli çoxhədlilər sistemi üçün dəqiq annulyator qurulmuşdur. Bu dəqiq annulyatorun köməyi ilə yuxarıdan və aşağıdan ən yaxşı yaxınlaşmanın

		dəqiq ikitərəfli qiymətləndirməsi alınmışdır.
7.	İş7. Bir sinif operator-differensial tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin bəzi çəkili fəzalarda həlli. İcraçı: f.r.e.d Hümbətəliyev R.Z.	Bir sinif yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsinin çəkili fəzada elementar həllərinin tamlıq məsələsi həll edilmişdir.

Şöbə müdiri **f.r.e.n., dosent V.E. İsmayılov**

AMEA RMİ-nun “Funksiyalar nəzəriyyəsi” şöbəsinin əməkdaşlarının hesabat ilində çapdan çıxmış və çapda olan işlərinin siyahısı

Əməkdaşların soyadları, elmi dərəcələri və vəzifələri	Elmi əsərlərin adları	Çap olunub ya çapa təqdim olunub	Nəşriyyatın, jurnalın adı, №-si, il	Səh.	Müştərək müəlliflər
1	2	3	4	5	6
Science Citation Index bazasına daxil olan jurnallarda dərc edilmiş məqalələr					
1. İsmayılov V.E., f.-r.e.n., dos., şöbə müdiri	1. Interpolation on lines by ridge functions.	Məqalə	J. Approx. Theory 175 (2013), 91--113. Qeyd: məqalə 2013-ci ilin hesabatına daxil edilməmişdir.	23	A.Pinkus
	2. On the approximation by neural networks with bounded number of neurons in hidden layers.	Məqalə	J. Math. Anal. Appl. 417 (2014), no. 2, 963--969.	7	
Digər jurnallarda dərc edilmiş məqalələr					
1. Nəcəfov A.M. f-r.e.d., a.e.i.	1. On properties of functions from generalized Besov-Morrey spaces.	Məqalə	Proceedings of Institute of Mathematics and Mechanics, XXXIX, Baku-2013, p.93-104	12	Orucova A.T.
	2.Trace theorems in fractional Sobolev space	Məqalə	Caspian journal of applied math., ecology and economics, vol.1 N2 December 2013 p.89-96	8	
2. Rzayev	1. Some	Məqalə	American Journal	9	Aliyev

R.M. f.-r.e.d., prof.	embedding theorems and properties of Riesz potentials		of Mathematics and Statistics, 2013, v.3, №6, p.445-453.		F.N.
3. Hümbətəli-yev R.Z.	1. İqtisadi informatikanın əsasları 2. О разрешимости краевых задач для операторно-дифференциальных уравнений и некоторые спектральные задачи 3. Ehtimal nəzəriyyəsi və riyazi statistika	Kitab Kitab Kitab	Kooper.nəşriyyatı Bakı, 2014 Москва, "Наука", 2014, 170 с. Kooper.nəşriyyatı Bakı, 2014	335 170 441	F.A.Quliyeva, H.N. Tağıyev F.A.Quliyeva
4. Babayev Ar.M-B.	İkidəyişənli dövrü funksiyanın triqonometrik polinomlarla yaxınlaşması	Məqalə	Xəbərlər XXXIV, No 1, Bakı-2014, səh. 21-29	9	
		Tezislər			
1. Nəcəfov A.M. f-r.e.d., a.e.i.	1.Интерполяционные теоремы для обобщенного пространства Бесова-Морри. 2.Некоторые свойства обобщенного пространства Лизоркина-Трибеля- Морри	Tezis Tezis	Riyaziyyat və mexanika institunun 55 illiyinə həsr olunmuş Beyn.Konfransın materialları, Bakı-2014,s.280-281 Riyaziyyat və mexanika institunun 55 illiyinə həsr olunmuş Beyn.Konfransın materialları, Bakı-2014,s.282	2 1	Orucova A.T. Xanməmmədova H.A.

2. Rzayev R.M. f.-r.e.d., prof.	Некоторые оценки аппроксимации функций сингулярными интегралами	Tezis	Материалы Международной конференции, посвященной 55-летию ИММ. Баку, 2014, с.298-300.	1	Мамедова Г.Х.
3.Səbziyev N.M. f.-r.e.n. b.e.i.	Analytic repre-sentation of the amount of prime numbers and Rieman conjecture	Tezis	Riyaziyyat və mexanika insti-tunun 55 illiyinə həsr olunmuş Beyn.Konfransın materialları, Bakı-2014,s.317-319	3	
4. Məhərov İ.K. f.-r.e.n., b.e.i.	On the alternating algorithm for the appox. by linear superpositions	Tezis	Riyaziyyat və mexanika insti-tunun 55 illiyinə həsr olunmuş Beyn.Konfransın materialları, Bakı-2014,s.194	1	İsmayılov V.E.
5.Hümbətəli-yev R.Z. f.r.e.d, a.e.i.	1.О полноте сис-темы элемен-тарных решений в весовом прос – транстве. 2.О некоторых разрешимости краевых задач в весовых прос-транствах.	Tezis Tezis	Межд. Конф. «Актуальные проблемы математики и механики» посв. 55-летию ИММ, стр. 132-134, Баку-2014 XXII Межд. Кон ференция «Математика, экономика, образование» Ростов- на-Дону Россия , стр. 48-49, 2014	3 2	
Çapda olan məqalələr					
1. İsmayılov	Approximation by	Çapa	Applicable		

V.E., f.-r.e.n., dos., şöbə müdiri	ridge functions and neural tetüorks üith a bounded number of neurons	qəbul olunub	Analysis (Taylor and Francis, USA)		
2. Hümbətəli-yev R.Z. f.r.e.d, a.e.i.	О полноте системы элементарных решений для одного класса операторно-дифференциальных уравнений высокого порядка в весовом пространстве.	Çapa qəbul olunub	AMEA-nın məruzələri		

Şöbə müdiri **f.r.e.n., dosent V.E. İsmayılov**

AMEA RMİ-nin "Funksiyalar nəzəriyyəsi" şöbəsi 2013-cü ilin yekunlarına görə aşağıdakı işi ilin vacib işi hesab edir

<u>İş 1</u>: Xətlər üzərində ridge funksiyalarla interpolyasiya
(icr. f.-r.e.n., dos. V.E.İsmayılov)

Qısa xülasə: İki istiqamət üzrə ridge funksiyaların cəmləri çoxluğu ilə iki düz xətt üzərində interpolyasiyanın mümkünlüyü üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmışdır. İsbat edilmişdir ki, iki istiqamət üzrə ridge funksiyaların cəmləri çoxluğu ilə üç və daha çox düz xətt üzərində interpolyasiya mümkün deyil.

Riyaziyyatın bir sıra sahələrində ridge funksiyalar xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Ridge funksiya dedikdə g(**a**·**x**) şəklində olan çoxdəyişənli funksiya başa düşülür. Burada g - birdəyişənli funksiya, **a**=(a_1,…,a_n) – sıfırdan fərqli vektor (istiqamət), **x**=(x_1,…,x_n) – asılı olmayan dəyişən və **a**·**x** – skalyar hasildir. Bu funksiyalar təbii şəkildə müxtəlif elm sahələrində meydana çıxır. Bu sahələrə xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsini (burada ridge funksiyalar müstəvi dalğalar adlanır), kompüter tomoqrafiyasını və riyazi statistikanı göstərmək olar.

Ridge funksiyaların geniş tətbiq tapdıqları müasir elm sahələrindən biri də neyron şəbəkələr nəzəriyyəsidir. Neyron şəbəkələr isə öz növbəsində kompüter elmi, maliyyə, tibb, mühəndislik, fizika və s. kimi biri-birindən fərqli sahələrdə istifadə olunur. Ridge funksiyalar bir sıra başlıca neyron şəbəkə modellərinin əsasını təşkil edirlər. Məsələn, neyron şəbəkələr nəzəriyyəsinin ən populyar modeli sayılan MLP modeli ən sadə halda $\sum_{i=1}^{r} c_i\sigma(\mathbf{w}_i\cdot\mathbf{x}-\theta_i)$ şəkilli funksiyalara baxır. Aydındır ki, $\sigma(\mathbf{w}_i\cdot\mathbf{x}-\theta_i)$ funksiyaları ridge funksiyalardır. Buna görə də neyron şəbəkələrə aid bir sıra nəzəri məsələlər ridge funksiyalara aid uyğun məsələlərlə sıx bağlıdır (bax: "A.Pinkus, Approximation theory of the MLP model in neural networks, Acta Numerica. 8 (1999), 143-195").

Ridge funksiyalara həsr edilmiş çoxlu sayda elmi işlərin olmasına baxmayaraq bəzi məsələlərin həlli üçün praktiki cəhətdən əlverişli üsullar hələ işlənib hazırlanmamışdır.

Hesabat ilində n ölçülü Evklid fəzasının verilmiş sonlu sayda xətləri üzərində ridge funksiyalarla interpolyasiya məsələsi araşdırılmışdır. Iki istiqamət üzrə ridge funksiyaların cəmləri çoxluğu ilə iki düz xətt üzərində interpolyasiyanın mümkünlüyü üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmışdır. İsbat edilmişdir ki, iki istiqamət üzrə ridge funksiyaların cəmləri çoxluğu ilə üç və daha çox düz xətt üzərində interpolyasiya mümkün deyil. Qeyd etmək lazımdır ki, uyğun məsələ müstəvinin nöqtələri üzərində N.Dyn, W.Light və E.Cheney tərəfindən həll edilmişdir. Lakin xətlər üzərində interpolyasiya məsələsi indiyə qədər hələ tədqiq edilməmişdir.

Tutaq ki, R^n fəzasında $a^1 \; və \; a^2$ istiqamətləri verilmişdir. Aşağıdakı çoxluğa baxaq

$$M(a^1, a^2) = \{f_1(a^1 \cdot x) + f_2(a^2 \cdot x): f_i: R \to R, i = 1,2\}.$$

Aydındır ki, $M(a^1, a^2)$ çoxluğu a^1, a^2 istiqamətlərinə nəzərən ridge funksiyaların xətti kombinasiyaları çoxluğudur. Tutaq ki, R^n fəzasında bizə $\{tb^j + c^j\}$, $b^j \neq 0, j = 1, \dots, k,$ düz xətləri verilmişdir. Bu düz xətlər üzərində interpolyasiya məsələsi dedikdə elə şərtlərin tapılmasından söhbət gedir ki, istənilən $g_j(t)$, $j = 1, \dots, k,$ funksiyaları üçün

$$G(tb^j + c^j) = g_j(t), \qquad j = 1, \dots, k,$$

bərabərliklərini ödəyən $G \in M(a^1, a^2)$ funksiyası mövcud olsun (burada nəzərdə tutulur ki, kəsişən düz xətlərin kəsişmə nöqtələrində uyğun g_j funksiyalarının aldığı qiymətlər bir-birinə bərabərdir). Əgər yuxarıdakı bərabərlikləri ödəyən $G \in M(a^1, a^2)$ funksiyası varsa, onda verilmiş xətlər üzərində "interpolyasiya məsələsi həll olunandır", əks halda isə "interpolyasiya məsələsi həll olunmayandır" deyəcəyik.

Hesabat ilində xətlər üzərində interpolyasiya məsələnin həlli üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmışdır. Əvvəlcə a^1, a^2 istiqamətlərinin kollinear olduğu hala baxaq. Bu zaman $M(a^1, a^2)$ çoxluğu

$$M(a) = \{f(a \cdot x): \; f: R \to R\}$$

kimi yazıla bilər. Başqa sözlə bu zaman biz yalnız bir istiqamətə nəzərən ridge funksiyalar çoxluğu ilə interpolyasiyadan söhbət apara bilərik. Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 1. Aşağıdakı hökmlər doğrudur.

1) $\{tb + c\}$, $b \neq 0$ düz xətti üzərində $M(a)$ çoxluğu ilə interpolyasiya məsələsinin həllinin olması üçün zəruri və kafi şərt $a \cdot b \neq 0$ münasibətinin ödənilməsidir.

2) İki müxtəlif $\{tb^1 + c^1\}$ və $\{tb^2 + c^2\}$ düz xətləri üzərində $M(a)$ çoxluğu ilə interpolyasiya məsələsi həll olunan deyil.

İndi isə $M(a^1, a^2)$ çoxluğundan olan funksiyalarla interpolyasiya məsələsinə baxaq. Tutaq ki, iki müxtəlif $\{tb^1 + c^1\}$ və $\{tb^2 + c^2\}$ düz xətləri verilmişdir. Aşağıdakı işarələmələri qəbul edək.

$$a^i b^j = B_{ij}; \;\; a^i c^j = C_{ij}, \; i,j = 1,2.$$

İki müxtəlif düz xətt üzərində interpolyasiyanın mümkünlüyü üçün zəruri və kafi şərt aşağıdakı teoremdə öz əksini tapmışdır.

Teorem 2. $M(a^1, a^2)$ çoxluğu ilə $\{tb^1 + c^1\}$ və $\{tb^2 + c^2\}$ düz xətləri üzərində interpolyasiya məsələsinin həllinin olması üçün zəruri və kafi şərt aşağıdakı münasibətlərin heç birinin ödənilməməsidir:

a) $B_{11} = B_{21} = 0$;

b) $B_{12} = B_{22} = 0$;

c) $rank \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & C_{12} - C_{11} \\ B_{21} & B_{22} & C_{22} - C_{21} \end{bmatrix} = 1$;

d) $B_{11} = B_{12} = 0$;

e) $B_{21} = B_{22} = 0$;

f) $B_{11}B_{22} + B_{12}B_{21} = 0$.

g) $B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21} \neq 0$ və $\{tb^1 + c^1\}, \{tb^2 + c^2\}$ düz xətləri kəsişmir.

Teorem 3. Tutaq ki, üç müxtəlif $\{tb^1 + c^1\}$, $\{tb^2 + c^2\}$ və $\{tb^3 + c^3\}$ düz xətləri verilmişdir. Onda istənilən a^1, a^2 istiqamətləri üçün $M(a^1, a^2)$ çoxluğundan olan funksiyalarla interpolyasiya məsələsi həll olunan deyil.

Şöbə müdiri **f.r.e.n., dosent V.E. İsmayılov**