Набиев Ибрагим Маил оглы

Тема доклада: «Обратная задача для оператора Штурма-Лиувилля со спектральным параметром в граничном условии»

В докладе рассматривается пара краевых задач $P(\alpha_j)$, порожденных уравнением $-y'' + q(x)y = \lambda^2 y \qquad (0 \le x \le \pi)$ и неразделенными граничными условиями $(\alpha_j \lambda + \beta)y(0) + y'(0) + \omega y(\pi) = 0, \qquad -\omega y(0) + \gamma y(\pi) + y'(\pi) = 0$,
где $q(x) \in L_2[0,\pi]$– вещественная функция, λ – спектральный параметр, $\alpha_j, \beta, \gamma, \omega$ – вещественные числа, причем $\alpha_j \ne 0$, $\omega \ne 0$, $j = 1,2$. Доказывается следующее утверждение.

Теорема. *Для того чтобы последовательности вещественных чисел* $\{\mu_k^{(1)}\}$, $\{\mu_k^{(2)}\}$ $(k = \pm 0, \pm 1, \pm 2, ...)$ *и* $\{\sigma_n\}$ $(\sigma_n = -1, 0, 1\,;\ n = \pm 1, \pm 2, ...)$ *были спектральными данными краевых задач вида* $P(\alpha_1)$ *и* $P(\alpha_2)$ $(\alpha_1 < \alpha_2)$, *достаточно, чтобы выполнялись следующие условия:*

1) *имеет место асимптотическая формула* $\mu_k^{(j)} = k + a_j + \dfrac{(-1)^{k+1} A_j - B_j}{k\pi} + \dfrac{\tau_k^{(j)}}{k}$, *где* $A_j = 2\omega \cos \pi a_j$, ω, a_j, B_j – *вещественные числа,* $-\dfrac{1}{2} < a_j < \dfrac{1}{2}$, $a_1 > a_2$, $\omega \ne 0$, $\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty} \left(\tau_k^{(j)}\right)^2 < \infty$*;*

2) *числа* $\mu_k^{(1)}$ *и* $\mu_k^{(2)}$ *при* $\omega < 0$ *удовлетворяют неравенствам*

$$0 < \mu_{+0}^{(2)} \le \mu_{+0}^{(1)} \le \mu_1^{(2)} \le \mu_1^{(1)} < \mu_2^{(2)} \le \mu_2^{(1)} \le \mu_3^{(2)} \le \mu_3^{(1)} < ...,$$
$$0 > \mu_{-0}^{(2)} \ge \mu_{-0}^{(1)} \ge \mu_{-1}^{(2)} \ge \mu_{-1}^{(1)} > \mu_{-2}^{(2)} \ge \mu_{-2}^{(1)} \ge \mu_{-3}^{(2)} \ge \mu_{-3}^{(1)} > ...,$$

а при $\omega > 0$ – *неравенствам*

$$0 < \mu_{+0}^{(2)} < \mu_{+0}^{(1)} < \mu_1^{(2)} \le \mu_1^{(1)} \le \mu_2^{(2)} \le \mu_2^{(1)} < \mu_3^{(2)} \le \mu_3^{(1)} \le ...,$$
$$0 > \mu_{-0}^{(2)} > \mu_{-0}^{(1)} > \mu_{-1}^{(2)} \ge \mu_{-1}^{(1)} \ge \mu_{-2}^{(2)} \ge \mu_{-2}^{(1)} > \mu_{-3}^{(2)} \ge \mu_{-3}^{(1)} \ge ...,$$

причем если $\mu_k^{(j)} = \mu_{k+1}^{(j)}$, *то* $\mu_{k-1}^{(3-j)} < \mu_k^{(3-j)} < \mu_{k+1}^{(3-j)}$.

; 3) *справедливо неравенство* $b_n \overset{def}{=} \left|\delta_j(\nu_n) - 2\omega\right| - 2|\omega| \ge 0$, *где*

$$\delta_j(\lambda) = \frac{\pi\left(\mu_{-0}^{(j)} - \lambda\right)\left(\mu_{+0}^{(j)} - \lambda\right)}{\cos \pi a_j} \prod_{\substack{k=-\infty \\ k \ne 0}}^{\infty} \frac{\mu_k^{(j)} - \lambda}{k}$$

ν_n – *нули функции* $\delta_1(\lambda) - \delta_2(\lambda)$, *причем* $\nu_{-n} = -\nu_n$*;*

4) σ_n *принимает значение, равное нулю, если* $b_n = 0$, *и значение 1 или -1, если* $b_n > 0$, *причем есть такое* $N > 0$, *что* $\sigma_n = 1$ *для всех* $|n| \ge N$.