AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

ELÇİN ƏLİ oğlu MƏMMƏDOV

FUNKSİYALARIN LOKAL XARAKTERİSTİKALAR TERMİNİNDƏ TƏYİN OLUNMUŞ FUNKSİONAL FƏZALARDA HARMONİK ANALİZİN İNTEQRAL OPERATORLARI

1202.01 – Analiz və funksional analiz

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı - 2018

Dissertasiya işi **Bakı Dövlət Universitetinin «Riyazi analiz»** kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Sadiq Abdullayev**

Rəsmi opponentlər:

- fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Rəhim Rzayev**
(Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti)
- AMEA-nın professoru, r.e.d. **Rövşən Bəndəliyev**
(AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu)

Aparıcı təşkilat:
Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universitetinin «Ali riyaziyyat » kafedrası.

Dissertasiyanın müdafiəsi 07 dekabr 2018-ci il saat 14^{00}-da AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün fəaliyyət göstərən D.01.111 dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç., 9

Avtoreferat göndərilib 23 oktyabr 2018-ci il.

Dissertasiya Şurasının

elmi katibi **dosent Tamilla Həsənova**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Harmonik analizin güclü aparatlarından olan çoxölçülü sinqulyar inteqral operatorlar,maksimal və kəsr maksimal funksiyalar, Riss, Bessel potenensialları v.i. nəzəriyyəsinin ideya və metodları müasir dövrdə riyazi fizikada, funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analizdə, ehtimal nəzəriyyəsində və riyaziyyatın, fizikanın və mexanikanın bir çox başqa oblastlarında geniş tətbiq olunurlar.

Riss potensiallarının xassələri M.Riss, G.Hardi, J.Litlvud, S.L.Sobolev, İ.M.Steynin, Q.Veysin, O.V.Besovun, P.İ.Lizorkinin, S.Q.Samkonun v.b. və eləcədə, Azərbaycan riyaziyyatçılarından isə A.C.Hacıyevin, S.K.Abdullayevin, V.S.Quliyevin, R.M.Rzayevin v.b. işlərində tədqiq olunmuşdur. Riss potensiallarının bir çox xassələri İ.M.Steynin, S.L.Sobolevin monoqrafiyalarında şərh olunmuşdur.
İndi

$$\Delta_{B_{m+k,k}}(x)=\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial^2}{\partial x_i^2}+\sum_{i=m+1}^{m+k}B_{x_i},\ B_{x_i}=\frac{d^2}{dx_i^2}+\frac{2\nu_i}{x_i}\cdot\frac{d}{dx_i}$$

$$(x_i>0,\nu_i>0)\ \text{-}$$

Laplas-Bessel diferensial operatoru ilə bağlıFurye-Bessel çevirməsinin doğurduğu xüsusi sürüşmə ilə (ümumiləşmiş sürüşmə adlanan) bükmələr geniş tədqiq olunur, burada B_{x_i} -Bessel sinqulyar diferensial operatorudur.

Bessel sinqulyar diferensial operatorunu saxlayan xüsusi törəməli tənliklərin çoxölçülü Furye-Bessel çevirməsindən istifadə olunmaqla öyrənilməsi İ.A.Kipryanovun işlərindən başlanmışdır.

Onlar tərəfindən uyğun $L_{p,\gamma}$ - fəzaları daxil edilmiş, izlər haqqında düz və tərs teoremləri də qoşaraq daxiletmə teoremləri isbat olunmuşdur. Bu xüsusi halda, həllərin adı çəkilən fəzalar terminlərində aprior qiymətləndirmələrinin alınmasına imkan verdi. Bu işlərdə B- elliptik operator anlayışı daxil edilmişdir.

A.İ.Kipriyanov, L.A.İvanov Bessel operatorunun bir neçə dəyişənə görə götürüldüyü elliptik tənliklərin fundamental həllərinin göstərilişini almışlar, xüsusi halda eləcədə göstərilmişdir ki, ümumiləşmiş Riss potensialı adlanan

$$I_B^{\alpha}(f)(x)=\int_{R^+_{m+k,k}}|y|^{\alpha-(m+k)-|\gamma_{m+k,k}|}T^y(f(x))y^{\gamma_{m+k,k}}dy,$$

həcm potensialı $B-$elliptik $\Delta_{B_{m+k,k}}(x)=f(x)$ tənliyinin həllidir, haradaki T^y sürüşmə operatoru, $\Delta_{B_{m+k,k}}(x)-$Laplas-Bessel operatorunun doğurduğu, birölçülü halda B.M.Levitanın daxil etdiyi, ümumiləşmiş və ya Bessel sürüşməsi operatoru adlandırılmışdır.

Lakin sadə $\Delta_B u=f$ tənliyininin ikiölçülü halda (yəni $m=1$, $k=1$ olduqda) fundamental həlli ilk olaraq A.Vaynşteyn tərəfindən qurulmuşdur.

Klassik Furye Harmonik Analizindən fərqli olaraq, Furye-Bessel çevirməsinə uyğun Harmonik Analiz nəzəriyyəsində adi sürüşmə ilə deyil, T^y ümumiləşmiş sürüşmə ilə bükmə strukturlarına baxılır. Buna görə də yuxarıda göstərilən məsələlərin tədqiqi bəzi çətinliklərlə üzləşir, bu onunla əlaqədardır ki, $R^+_{m+k,k}$- yuxarı yarımfəza və S^+ yuxarı yarımsferanın hər ikisi $R_{m+k,k}$ və $S-$dən fərqli olaraq kənarlı çoxobrazlılardır və ümumiləşmiş sürüşmə T^y adi τ^h, $(h\in R_n)$ sürüşməsinin malik olduğu bir çox xassələrə malik deyil.

Dissertasiya işi, Furye-Bessel Harmonik Analizin əsas inteqral operatorlarının öyrənilməsinə həsr olunub və aparılan tədqiqatlar əsas etibarilə aşağıdakı iki istiqamətdə qruplaşıblar:

1.Furye-Bessel Harmonik Analizin Xardi-Litllvud- Sobolev və Sobolev-İlyin bərabərsizlikləri tipli bərabərsizliklərin doğru olduğuəsas inteqral operatorları sinfinin genişləndirilməsi.

2. Funksional fəzaların yeni şkalalarını daxil etmək və bu şkalalardaFurye-Bessel Harmonik Analizin əsas inteqral operatorlarının təsirinin öyrənilməsi.

Bu istaqamətdə ilk işlər İ.A.Kipriyanov və M.İ.Klyuçansevə məxsusdur.Bu işlərin sonrakı davamı A.C.Hacıyevə, S.K.Abdullayevə, V.S.Quliyevə və onların tələbələrinə aiddir.

$L_{p,\nu}$ fəzaları şkalalarında I_B^α $(\alpha>0)$ $B-$Riss potensialları üçünXardi-Litllvud- Sobolev bərabərsizlikləri ilk dəfə A.C.Hacıyev və İ.Ə.Əliyevin işlərində alınmışdır. $B-$Harmonik Analizin inteqral operatorları üçün müxtəlif metrikalarda Xardi-Litllvud-Sobolev bərabərsizliklərinin alınması istiqamətində V.S.Quliyev və onun tələbələrinin işləri mühüm yer tutur.

M.H.Hacıbəyov və Q.Samkonun işlərində bu məsələ baxılan bükmə operatorları və inteqrallama çoxobrazlıları anlayışlarının genişləndirilməsi və ümumiləşməsilə başqa qoyuluşlarda baxılır.

Birölçülü Xardi operatorunun dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında məhdudluğu məsələsi R.Ə.Bəndəliyevin işlərində geniş tədqiq olunmuşdur.

Furye-Bessel Harmonik Analizin inteqral operatorları sinfinin genişləndirilməsi üsullarından biri də additivlik şərtindən daha zəif olan, məsələn subadditivlik şərti ilə üstlü olmayan nüvələrə baxaraq maksimal funksiyaları, kəsr maksimal funksiyaları və b. operatorları əhatə etməkdir. Lakin məlumdur ki, üstlü olmayan nüvələrlə ümumiləşmiş Riss-Bessel potensialları (hətta adi Riss potensialları) ümumiyyətlə $L_{p,\gamma}$ fəzaları şkalasında təsir göstərmirlər.

Xardi-Litllvud-Sobolev bərabərsizliklərinin adi və T^{y} ümumiləşmiş sürüşməsi ilə üstlü olmayan nüvələrlə Riss potensialları halına genişləndirilməsi ilk dəfə, uyğun olaraq, S.K.Abdullayev və Z.A.Dəmirovanın və S.K.Abdullayev və B.K.Ağarzayevin işlərində aparılmışdır.

Funksional fəzaların yeni şkalaları lokal cəmlənən funksiyaların Ω_p və Ω_p^* xarakteristikaları terminlərində təyin olunan fəzalar vasitəsilə təqdim oluna bilər.

Klassik Furye Harmonik analizin inteqral operatorlarının Ω_p və Ω_p^* xarakteristikaları terminlərində öyrənilməsi başlanğıcını,birölçülü halda S.K.Abdullayev və A.Ə.Babayevin, Y.Q.Hüseynov və V.V.Salayevin işlərindən, çoxölçüçü halda isə S.K.Abdullayevin işlərindən götürür.

Bu tədqiqatlarda başlanğıc nöqtə müəyyən sinifdən olan operatorun obrazının bu xarakteristikalarını proobrazın həmin xarakteristikaları ilə əlaqələndirən qiymətləndirmələrin qurulmasıdır. Furye-Bessel Harmonik Analizin operatorları üçün analoji tədqiqatlar, ümumiləşmiş sürüşmə təkcə bir dəyişənə görə götürüləndə, ilk dəfə S.K.Abdullayev və N.R.Kərəməliyevin işlərində aparılmışdır.

Dissertasiyada, xüsusi halda, bu nəticələr də ümumiləşmiş sürüşmə çox sayda dəyişənə görə götürülən hala köçürülür.

İşin məqsədi

1.Xardi-Litllvud-Sobolev və Sobolev-İlyin bərabərsizlikləri tipligüclü və zəif bərabərsizliklərinqurulması məsələsinin adi və eləcədə Laplas-Bessel diferensial operatoru ilə assosiasiya olunmuş ümumiləşmiş sürüşmə operatorunun doğurduğu ümumiləşmiş Riss və Bessel potensialları, maksimal və kəsr-maksimal funksiyalar üçün bir mövqedən tədqiqi.

2. Xüsusi halda, Laplas-Bessel diferensial operatoru ilə assosiasiya olunmuş sinqulyar inteqral operatorları, Riss və Bessel potensiallarını, maksimal funksiyaları, kəsr–maksimal funksiyaları və Puasson inteqrallarını özündə saxlayankafi qədər geniş sinifdən olan subadditiv operatorların Ω_p və Ω_p^* inteqral xarakteristikaların terminlərində təyin olunan Banax fəzalarının yeni şkalalarında təsirinin öyrənilməsidir.

Elmi yenilik. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- Ümumiləşmiş kəsr–maksimal funksiyaları Riss və Bessel potensiallarını və başqalarını saxlayan, müəyyən sinifdən olan, adi və eləcədə Laplas-Bessel diferensial operatoru ilə assosiasiya olunmuş ümumiləşmiş sürüşmə ilə sanki monoton nüvəli, Riss potensialları tipli bükmə operatorları ilə majorantlanan, subadditiv operatorların kafi qədər geniş sinfi daxil edilmiş və bu sinifdən olan operatorlar üçün $L_{p,\gamma}$ fəzasından hər hansı Orliç fəzasına təsir göstərən operator kimi Xardi-Litllvud- Sobolev və Sobolyev-İlyin bərabərsizlikləri tipli güclü və zəif bərabərsizliklər haqqında teoremlər isbat olunmuş və onların dəqiqliyi göstərilmişdir.
- subadditiv operatorların, xüsusi halda Laplas-Bessel diferensial operatoru ilə assosiasiya olunmuş sinqulyar inteqral operatorları, Riss və Bessel potensiallarını, maksimal funksiyaları, kəsr – maksimal funksiyaları və Puasson inteqrallarını da özündə saxlayan,kafi qədər geniş sinfi və eləcədə lokal inteqrallanan funksiyaların Ω_p və Ω_p^* inteqral xarakteristikaları daxil edilmiş və onların terminlərində, daxil edilmiş sinifdən olan, operatorun obrazının və proobrazının həmin xarakteristikalarını əlaqələndirən qiymətləndirmələr alınmışdır.
- Ω_p və Ω_p^* xarakteristikaları ilə bağlı, xüsusi halda uyğun olaraq həm monoton artan və həm də monoton azalan çəki ilə çəkili fəzalara və eləcədə Morri tipli fəzalara gətirənqurmalar aparılır və belə fəzaların şkalalarında daxil edilmiş sinifdən olan operator üçün məhdudluq haqqında teoremlər isbat olunmuşdur.

Tədqiqatların ümumi metodikası. Dissertasiyada funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analizin, harmonik analizin inteqral operatorları nəzəriyyəsi, potensiallar nəzəriyyəsinin metodları tətbiq olunur.

Nəzəri və praktiki dəyəri. Dissertasiyada alınmış nəticələr nəzəri xarakter daşıyır. Onlar Furye və Furye-Bessel Harmonik Analizin müxtəlif məsələlərində istifadə oluna bilər.

İşin aprobasiyası. Dissertsiyanın nəticələri aşağıdakı seminarlarda məruzə və müzakirə edilmişdir. BDU-nun "Riyazi analiz kafedrasının seminarlarında (prof. S.K.Abdullayev), AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Riyazi analiz" şöbəsinin seminarlarında (AMEA-nın müxbir üzvü, prof. V.S.Quliyev). Dissertasiyanın nəticələri müəllif tərəfindən həmçinin Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 91 illiyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı respublika elmi konfransında (Bakı, 2014), AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illiyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda, BDU-nun 95 illiyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı respublika elmi konfransında (Bakı, 2014), Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 92 illiyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı respublika elmi konfransında (Bakı, 2015), MADEA-7 beynəlxalq konfransında (Bakı,2015), Əmir Həbibzadənin anadan olmasının 100 illiyinə həsr olunmuş "Funksional analiz və onun tətbiqləri" adlı respublika elmi konfransında (Bakı,2016) , akademik Akif Hacıyevin anadan olmasının 80 illiyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın müasir problemləri" beynəlxalq konfransında (Bakı,2017) məruzə edilmişdir.

Nəşrlər. Dissertasiyanın əsas nəticələri müəllifin 16 çap olunmuş işində dərc olunmuşdur, siyahı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

İşin strukturu və həcmi. Dissertasiyanın həcmi 132 səhifədir. Dissertasiya işi girişdən, üç fəsildən və 102 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

İŞİN MƏZMUNU

Girişdə mövzunun aktuallığı əsalandırılır, dissertasiya mövzusu iləbağlı nəticələrin qısa tarixi şərhi verilir və dissertasiyanın əsas nəticələri şərh olunur.

Birinci fəsildə adi və eləcədə Laplas-Bessel diferensial operatoru ilə assosiasiya olunmuş ümumiləşmiş sürüşmə ilə sanki monoton nüvəli Riss potensialları tipli bükmə operatorları ilə majorantlanan subadditiv operatorlar üçün Xardi-Litlvud-Sobolev və Sobolev-İlyin bərabərsizlikləri tipli zəif və güclü bərabərsizliklərin alınması məsələsi tədqiq olunur.

Bu fəslin birinci paraqrafında dissertasiya işində istifadə olunan əsas anlayışlar və Xardi-Litlvud-Sobolev və Sobolev-İlyin bərabərsizlikləri tipli zəif və güclü bərabərsizliklərin doğru olduğu subadditiv operatorlar sinfi daxil edilmişdir.

Tutaq ki, R^l - l ölçülü Evklid fəzası və $m,k \ge 0$ tam ədədlərdir, $n = m + k \ge 1$,

$R^+_{m+k,k} = \{(x_1,\dots,x_{m+k}) \in R^{m+k} : x_{m+i} > 0,\ i = 1,\dots,k\}$, $R^+_{m+0,0} \equiv R^m$.

$$-T^y_{\gamma_{n,k}}(u(x)) == c_\nu \int_0^\pi \dots \int_0^\pi u(x' - y', (x_{m+1}, y_{m+1})_{\alpha_1}, \dots, (x_{m+k}, y_{m+k})_{\alpha_k}) \times$$

$$\times \prod_{i=1}^{m+k} \sin^{\gamma_{m+i}-1} \alpha_i d\alpha_i$$

$\Delta_{B_{m+k,k}}$ -Laplas-Bessel operatorunun doğurduğu ümumiləşmiş sürüşmə operatorudur (ÜSO), burada $x', y' \in R^m$, $x = (x', x_{m+1}, \dots, x_{m+k})$, $y = (y', y_{m+1}, \dots, y_{m+k})$,

$(x_{m+i}, y_{m+i})_{\alpha_i} = \sqrt{x^2_{m+i} - 2x_{m+i}y_{m+i}\cos\alpha_i + y^2_{m+i}}$, $i = 1,\dots,k$, C_ν - normallaşdırıcı vuruqdur.

Bundan sonra

$$\gamma_{n,k} = (0,\dots,0,\gamma_{m+1},\dots,\gamma_{m+k}) \in R^+_{m+k,k},\quad |\gamma_{n,k}| = \sum_{i=1}^{k} \gamma_{m+i},$$

və eləcə də , əgər $y \in R^+_{m+k,k}$ olarsa,

$$y^{\gamma_{n,k}} = \prod_{i=1}^{m+k} y_i^{\gamma_i} = y_{m+1}^{\gamma_{m+1}} \dots y_{m+k}^{\gamma_{m+k}},\quad d\mu_{n,k}(y) = y^{\gamma_{n,k}} dy$$

götürəcəyik.

$\gamma_{n,k}$ ifadəsində n bu vektorun ölşüsünü k isəonun müsbət koordinatlarının sayını göstərir.

Qeyd 1. Əgər $k = 0$ olarsa, hesab edəcəyik ki, $\gamma_{n,k} = (0,\dots,0) \in R^m$, $T^y_{\gamma_{n,k}} f(x) = f(y - x)$ - adi sürüşmədir və $d\mu_{n,k}(y) = dy$.

$G \subseteq R^+_{n,k}$ ölçülən çoxluq və $p \geq 1$ olduqda

$$L_{p,\gamma_{n,k}}(G) =$$

$$= \left[f - изм.: \left\| f : L_{q,\gamma_{n,k}}(G) \right\| = \left(\int_G |f(y)|^p d\mu_{\gamma_{n,k}}(y) \right)^{1/p} < +\infty \right]$$

G çoxluğunda p dərəcədən cəmlənən funksiyalar fəzasıdır.

Tərif 1. $\Phi : [0,\infty) \to [0,\infty)$ funksiyası o vaxt N - funksiya adlanır ki, onu $\Phi(r) = \int_0^r a(t)dt$ şəklində göstərmək mümkün olsun, burada $a : [0,\infty) \to [0,\infty)$ soldan kəsilməz, azalmayan elə funksiyadır ki, $a(0) = 0$ və $a(t) \to \infty$ əgər $t \to \infty$.

Bütün gələcək işlərimizdə

$$L^{\Phi}_{\gamma_{n,r}}(R^+_{m+k,k}) = \left\{ f : \int_{R^+_{m+k,k}} \Phi(\varepsilon |f(x)|) d\mu_{n,k}(x) < \infty, \ \forall \varepsilon > 0 \right\}$$

- fəzası Φ $N-$funksiyası ilə təyin olunmuş Orliç fəzasıdır.

$\Phi(t) = |t|^p$, $t > 0$ və $1 \leq p < +\infty$, olduqda $L^{\Phi}_{\gamma_{n,r}}(R^+_{m+k,k})$ fəzası $L_{p,\gamma_{n,k}}(R^+_{m+k,k})$ fəzasıdır.

$n = m + k \geq 2$ və $s \in \{1,..., n-1\}$, olduqda $R^+_{n,k}$ fəzasını $_s x = (x_{n_1},...,x_{n_s})$ nöqtələrinin ($x_{n_1},..., x_{n_s}$ koordinatları ilə, burada $1 \leq n_1 < ... < n_s \leq n$ və bu koordinatlar gələcək işlərimiz üçün qeyd olunurlar) R^+_{s,k_s} fəzasının və $_s x'$ nöqtələrinin $R^+_{n-s,(k-k_s)}$ fəzasının düz cəminə ayırırıq, belə ki, $x = \uparrow(_s x, _s x') \in R^+_{n,k}$.

Tutaq ki,

$$m_s = rang(\{n_1,..., n_s\} \cap \{1,..., m\})$$

və $k_s = rang(\{n_1,..., n_s\} \cap \{m+1,..., m+k\})$, onda m_s, k_s elə tam ədədlərdir ki, $0 \le m_s \le m$, $0 \le k_s \le k$ və $m_s + k_s = s$.

Əgər $m_s > 0$, $(k_s > 0)$ olarsa ,

$$\{n_1,\dots,n_s\} \cap \{1,\dots,m\} = \{j_1,\dots,j_{m_s}\},\ j_1 < \dots < j_{m_s},$$

$$\{n_1,\dots,n_s\} \cap \{m+1,\dots,m+k\} = \{m+i_1,\dots,m+i_{k_s}\},\ i_1 < \dots < i_{k_s}$$

götürürük. Onda aşkardır ki,

$$_s y = (y_{j_1},\dots,y_{j_{m_s}}, y_{m+i_1},\dots,y_{m+i_{k_s}}) \text{ və}$$

$$d_s y = dy_{j_1}\dots dy_{j_{m_s}} dy_{m+i_1}\dots dy_{m+i_{k_s}}.$$

Eləcədə əgər $k_s > 0$ olarsa,

$$\gamma_{s,k_s} = (0,\dots,0,\gamma_{i_1},\dots,\gamma_{i_{k_s}}) \in R^+_{s,k_s},\ |\gamma_{s,k_s}| = \gamma_{i_1} + \dots + \gamma_{i_{k_s}},$$

$$_s y^{\gamma_{s,k_s}} = y_{m+i_1}^{\gamma_{i_1}} \dots y_{m+i_{k_s}}^{\gamma_{i_{k_s}}},\ d\mu_{k_s,s} = {}_s y^{\gamma_{k_s,s}} d_s y.$$

Bu işarələmələrlə eləcədə

$$m'_s = m - m_s,\ k'_s = k - k_s,\ R^+_{s,k_s} \equiv R^+_{m_s+k_s,k_s},\ R^+_{n-s,k-k_s} \equiv R^+_{m'_s+k'_s,k'_s}.$$

götürürük. Sonra γ_{n-s,k'_s} y^{n-s,k'_s} və $d\mu_{n-s,k'_s}(y)$ uyğun olaraq,

$$\gamma_{n,k} = \uparrow(\gamma_{s,k_s}, \gamma_{n-s,k'_s}),\ y^{\gamma_{n,k}} = y_{m+1}^{\gamma_{m+1}} \dots y_{m+k}^{\gamma_{m+k}} = y^{\gamma_{s,k_s}} y^{\gamma_{n-s,\gamma k_s}} \text{ və}$$

$d\mu_{n,k} = d\mu_{s,k_s} d\mu_{n-s,k'_s}(y)$ bərabərlikləri ilə təyin olunurlar.

Tərif 2. Müsbət $g(t)$ funksiyası $X \subset (0;+\infty)$ çoxluğunda o zaman sanki azalan (sanki artan) adlanır ki, elə $c_g^{\uparrow} > 0$ $(c_g^{\downarrow} > 0)$ sabiti var ki, istənilən $t_1, t_2 \in X$, $t_1 < t_2$, üçün

$$g(t_2) \le c_g^{\uparrow} g(t_1) \quad (g(t_1) \le c_g^{\downarrow} g(t_2)).$$

Tərif 3. Tutaq ki, $\Omega_{p,\alpha}$ $(\tilde{\Omega}_{p,\alpha})(p \ge 1, \alpha > 0)$ elə $\omega : (0,+\infty) \to (0,+\infty)$ funksiyalarının çoxluğudur ki, $\omega(t)$ artır (sanki artır), $t^{-(\alpha/p)+\varepsilon}\omega(t)$ azalır (sanki azalır) və kiçik $\varepsilon > 0$ üçün $\int_0^{\varepsilon} \omega(t)dt$ inteqralı yığılır.

Aşkardır ki, $\Omega_{p,\alpha} \subset \Omega_{1,\alpha}$, $\tilde{\Omega}_{p,\alpha} \subset \tilde{\Omega}_{1,\alpha}$ və əgər $\omega \in \tilde{\Omega}_{p,\alpha}$-dirsə, $\omega(2t) \le C\omega(t)$.

Tərif 4. A operatoru o zaman subadditiv adlanır ki, istənilən $\lambda, \mu > 0$ vəistənilən f və g funksiyaları üçün

$$|A(\lambda f + \mu g)(x)| \le \lambda |A(f)(x)| + \mu |A(g)(x)|.$$

Tərif 5. Əgər A subadditiv operatoru

1) $f \in L_{p,\gamma_{n,k}}(R^{+}_{m+k,k})$ olduqda sanki bütün $x \in R^{+}_{m+k,k}$, üçün $Af(x)$ var;

2) elə $\omega \in \tilde{\Omega}_{p,\alpha}$ və $C > 0$ var ki,

$$|Af(x)| \le C \int_{R^{+}_{m+k,k}} T^{y}\left(|f(x)|\right)\omega\left(|y|\right)|y|^{-(m+k+|\gamma_{n,k}|)} d\mu_{n,k}(y),$$

şərtlərini ödəyərsə deyəcəyik ki, A operatoru $K_{\gamma_{n,k}}(p, \tilde{\Omega}_{p,\alpha})$ sinfinə daxildir.

Tutaq ki, $\omega \in \tilde{\Omega}_{p,\alpha}, \alpha = m + k + |\gamma_{n,k}|$.

Onda $K_{\gamma_{n,k}}(p, \tilde{\Omega}_{p,\alpha})$ sinfinin tərifindən bilavasitə çıxır ki,

1.Ümumiləşmiş Riss potensialı

$$I^{\omega}_{B}(f)(x) = \int_{R^{+}_{m+k,k}} T^{y}\left(f(x)\right)\omega\left(|y|\right)|y|^{-(m+k+|\gamma_{n,k}|)} d\mu_{n,k}(y)$$

2.Ümumiləşmiş Bessel potensialı

$$(J^{\omega}_{B} f)(x) = \int_{R^{+}_{m+k,k}} T^{y}\left(f(x)\right) G^{\omega}_{\gamma_{n,k}}(y) d\mu_{n,k}(y)$$

$$G^{\omega}_{\gamma}(x) = c^{\omega}_{\gamma} \int_{0}^{\infty} \frac{\omega(\delta^{1/2})}{\delta^{(m+k+|\gamma|)/2}} e^{-\frac{\delta}{4\pi} - \frac{|x|^{2}\pi}{\delta}} \frac{d\delta}{\delta},$$

c^{ω}_{γ} elə normallaşdırıcı vuruqdur ki, $\left\| G^{\omega}_{\gamma} \right\|_{1,\gamma} = 1.$

3. Ümumiləşmiş B-kəsr-maksimal funksiya

$$M^{\omega}_{\gamma_{n,k}} f(x) = \sup_{r>0} \frac{\omega\left(\left|B(0,r)\right|^{1/\alpha}_{\gamma_{n,k}}\right)}{\left|B(0,r)\right|_{\gamma_{n,k}}} \int_{B(0,r)} T^y \left| f(x)\right| d\mu_{n,k}(y)$$

$$\left|B(0,r)\right|_{\gamma_{n,k}} = \int_{B(0,r)} d\mu_{n,k}(y) = C\int_0^r t^{m+k-1} t^{\left|\gamma_{m+k,k}\right|} dt = Cr^{\alpha},$$

$K_{\gamma_{n,k}}(p, \tilde{\Omega}_{p,\alpha})$ sinfinə daxildirlər.

Bölmə 1.2.-də $K_{\gamma_{n,k}}(p, \tilde{\Omega}_{p,\alpha})$ sinifindən olan operatorlar üçün Xardi-Litlvud-Sobolev bərabərsizlikləri tipli bərabərsizliklərin doğruluğu haqqinda əsas teorem isbat olunur.

Teorem 1. Tutaq ki, $1 \le p < +\infty$ və $A \in K_{\gamma_{n,k}}(p, \tilde{\Omega}_{p,\alpha})$, $\alpha = m + k + \left|\gamma_{n,k}\right|$. Onda elə Φ N - funksiya var ki,

$$C^{-1}\Phi^{-1}\left(\frac{1}{r^a}\right) \le \frac{1}{r^{\alpha/p}} \int_0^r \frac{\omega(t)}{t} dt \le C\Phi^{-1}\left(\frac{1}{r^a}\right), \; r > 0$$

burada, Φ^{-1} funksiyası Φ-nin tərsidir, ω $K_{\gamma_{n,k}}(p, \tilde{\Omega}_{p,\alpha})$ sinfinin tərifindəki funksiyadır, C - isə r -dən asılı olmayan sabitdir.

$a)$ əgər $p > 1$, onda $\exists C > 0, \; \forall f \in L_{p,\gamma_{n,k}}\left(R^+_{m+k,k}\right)$,

$$\left\|Af\right\|_{L^{\Phi}_{\gamma_{n,k}}(R^+_{m+k,k})} \le C\left\|f\right\|_{L_{p,\gamma_{n,k}}};$$

$б)$ əgər $p = 1$, onda $\exists C > 0, \; \forall f \in L_{1,\gamma_{n,k}}\left(R^+_{m+k,k}\right), \forall \beta > 0$,

$$\int_{\{x:\left|Af(x)\right|>2\beta\}} d\mu(x) \le \left\{\Phi\left[\left(\frac{c}{\beta}\left\|f\right\|_{L^{-1}_{\gamma_{n,k}}}\right)^{-1}\right]\right\}^{-1}.$$

Teoremin dəqiqliyini göstərən misal göstərilmişdir

Qeyd edək ki, $\omega(t) = t^s, 0 \le s < a = m + k + \left|\gamma\right|$ olarsa, I^{ω}_B - s tərtibli Riss potensialı , J^{ω}_B - s tərtibli Bessel potensialı, $M^{\omega}_{\gamma} f(x)$ isə

$M_\gamma^s f(x)$ B-kəsr-maksimal funksiyasıdır (əgər $k=0$ olarsa, I_B^ω və J_B^ω uyğun olaraq adi Riss və Bessel potensiallarıdır).

Bu fəsildə bölmə 1.3.-də $K_{\gamma_{n,k}}(p,\tilde{\Omega}_{p,\alpha})$ sinifindən olan operatorlar üçün Sobolev-İlyin bərabərsizlikləri qurulur.

Aşağıdakı işarələməni daxil edək:

$$a_{s,k_s}=s+\left|\gamma_{s,k_s}\right|,\quad \omega_{p,a_s,k_s}(t)=\omega(t)t^{-a_{s,k_s}/p}.$$

İsbat olunur:

Teorem 2. Tutaq ki, $1\le p<+\infty$, $k\ge 0$, $m\ge 0$, $n=m+k\ge 2$, $A\in K_{\gamma_{n,k}}(p,\tilde{\Omega}_{p,\alpha_{n,k}})$ və ω uyğun funksiyadır. Əgər $s\in\{1,\dots,m+k-1\}$, $0\le m_s\le m$, $0\le k_s\le k$ və $\omega_{p,a_{n-s,k'_s}}\in\tilde{\Omega}_{p,a_{s,k_s}}$ olarsa elə N-funksiya $\Phi=\Phi_{p,s}$ var ki,

$$\Phi_{p,s}^{-1}\left(r^{-a_{s,k_s}}\right)\sim r^{-a_{s,k_s}/p}\int_0^r \omega_{p,a_{n-s,k'_s}}(t)t^{-1}dt,\quad r>0,\ \text{və}$$

$a)$ Əgər $p>1$, elə $C>0$ varki $f\in L_{p,\gamma_{n,k}}(R^+_{m+k,k})$ və ${}_s x'\in R^+_{n-s,k'_s}$ üçün $\|(Af)(\cdot,{}_s x')\|_{L^{\Phi_{p,s}}_{\gamma_{s,k_s}}(R^+_{s,k_s})}\le C\|f\|_{p,\gamma_{n,k}}(R^+_{m+k,k})$,

$б)$ elə $C>0$ var ki, ixtiyari $f\in L_{1,\gamma_{n,k}}(R^+_{n,k})$ funksiyası və hər bir $\beta>0$ və ${}_s x'\in R^+_{n-s,k'_s}$ üçün

$$\int\limits_{\{x:|(Af)(\cdot,{}_s x')|>2\beta\}} d\mu(x)\le\left\{\Phi_{1,s}\left[\left(\frac{c}{\beta}\|f\|_{L_{1,\gamma_{n,k}}(R^+_{n,k})}\right)^{-1}\right]\right\}^{-1}.$$

İkinci fəsildə harmonik analizin inteqral operatorlarının funksiyaların lokal xarakteristikaları terminlərində təyin olunmuş fəzalarda məhdudluğu məsələsinə baxılır.

2.1-də bəzi təriflər, işarələmələr və əlavə məlumatlar daxil edilir. Operatorların daha geniş sinfinin bir mövqedən öyrənilməsi məqsədilə $\overline{K}_{\gamma_{n,k}}(p,q)$ sinfi daxil edilir

Tərif 6. Tutaq ki, $1 \le p \le q < +\infty$. Əgər $A: L_{p,\gamma_{n,k}}(R_{n,k}^{+}) \to L_{q,\gamma_{n,k}}(R_{n,k}^{+})$ məhduddursa və kompakt daşıyıcılı hər bir $u \in L_{p,\gamma_{n,k}}(R_{n,k}^{+})$ funksiyası üçün,

$$|Au(x)| \le c \int_{R_{m+k,k}^{+}} |y|^{-\beta} T_{\gamma_{n,k}}^{y} |u(x)| d\mu_{\gamma_{n,k}}(y), \; x \notin \sup pu,$$

doğrudursa,deyəcəyik ki, A operatoru $\overline{K}_{\gamma_{n,k}}(p,q)$, sinfinə daxildir.

$p = q$ halında, $A \in \overline{K}_{\gamma_{n,k}}(p,q)$ operatoru sinqulyar da ola bilər.

$B_{\gamma_{n,k}}$ - Puasson inteqralı:

$$\left(U_{\gamma_{n,k}} f\right)(x) \overset{df}{=}$$

$$\sup_{t>0} \int_{R_{m+k,k}^{+}} t\left(t^2 + |y|^2\right)^{-\frac{m+k+1+|\gamma_{n,k}|}{2}} T_{\gamma_{n,k}}^{y} (f(x)) d\mu_{n,k}(y)$$

və $B_{\gamma_{n,k}}$ - maksimal funksiya:

$$M_{\gamma_{n,k}} f(x) = \sup_{r>0} |B(0,r)|_{\gamma_{n,k}}^{-1} \int_{B(0,r)} T_{\gamma_{n,k}}^{y} |f(x)| d\mu_{n,k}(y),$$

$p > 1$ olarsa $\overline{K}_{\gamma_{n,k}}(p,p)$ sinfinə daxildirlər.

Eləcədə, I_{B}^{ω}, $J_{B}^{\omega}, M_{\gamma_{n,k}}^{\omega} \in \overline{K}_{\gamma_{n,k}}(p,q)$, əgər $1 < p < q < \infty$

$\omega(t) = t^{s}$ və $s = \left(m + k + |\gamma_{n,k}|\right)\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q}\right)$.

2.2-də funksiyaların $\Omega_{p,\mu_{n,k}}^{(s\,x)}$ xarakteristikaları terminində təyin olunmuş fəzalar halına baxılır və əsas teoremlər verilir.

$s \in \{1,\dots,m+k\}$ olduqda, $A_{p,\gamma_{n,k}}({}_s x)$ ilə $R^{+}_{m+k,k}$ çoxluğunda ölçülən və hər bir $\xi > 0$ üçün $L_{p,\gamma_{n,k}}(\{x \in R^{+}_{m+k,k} : |{}_s x| \geq \xi\})$ –yə daxil olan funksiyalar çoxluğunu işarə edirikvə $\overline{\alpha}_{p,s} = \left(s + \left|\gamma_{s,k_s}\right|\right)/p'$.

$u \in A_{p,\gamma_{n,k}}({}_s x)$ funksiyası üçün

$$\Omega^{({}_s x)}_{p,\mu_{n,k}}(u,\xi) = \left\{ \int_{\{x \in R^{+}_{m+k,k} : |{}_s x| \geq \xi\}} |u(x)|^p \, d\mu_{n,k}(x) \right\}^{1/p}, \ \xi > 0,$$

xarakteristikasını və

$$J_{p,\mu_{n,k}}({}_s x) = \left\{ u \in A_{p,\mu_{n,k}}({}_s x) : \int_0^{\xi} t^{\overline{\alpha}_{p,s} - 1} \Omega^{({}_s x)}_{p,\mu_{n,k}}(u,t)\, dt < +\infty, \ \forall \xi > 0 \right\}$$

çoxluğunu daxil edək.

Tərif 7. Mənfi olmayan $\varphi(t)$, $0 < t < \infty$, funksiyası N çoxluğuna daxildir, əgər $\varepsilon > 0$ kiçik olduqda sanki bütün $t \in (0,\varepsilon)$ üçün $\varphi(t) > 0$ və $\forall\ \varepsilon > 0$ üçün $\int_0^{\varepsilon} \varphi(t)\,dt$ inteqralı yığılır.

Tutaq ki, $1 \leq p < \infty$ və $\varphi \in N$.

$$I^{({}_s x)}_{p,\mu_{n,k}}(\varphi) = \left\{ u - \text{изм.} \left\| u : I^{({}_s x)}_{p,\mu_{n,k}}(\varphi) \right\|^p \overset{df}{=} \int_0^{\xi} \left(\Omega^{({}_s x)}_{p,\mu_{n,k}}(u,\xi) \right)^p \varphi(\xi)\, d\xi < +\infty \right\}$$

fəzasını daxil edək.

Tutaq ki

$$L_{p,\mu_{n,k}}(\omega : G) = \left[f - \text{изм.} : \left\| f : L_{p,\mu_{n,k}}(G) \right\| = \left(\int_G |f(y)\omega(y)|^p \, d\mu_{n,k}(y) \right)^{1/p} < +\infty \right]$$

$\omega(y)$ çəkisi ilə $L_{p,\mu_{n,k}}(G)$ fəzasıdır.

2.2-nin əsas nəticələri aşağıdakı iki teoremlə verilir.

Teorem 3. Tutaq ki, $A \in \overline{K}_{\gamma_{n,k}}(p,q)$, $s \in \{1,\dots,m+k\}$ və $u \in J_{p,\mu_{n,k}}({}_s x)$. Onda sanki bütün $x \in R^+_{m+k,k}$-lər üçün $\mathsf{v}(x) = A(u)(x)$ var və

$$\Omega^{({}_s x)}_{q,\mu_{n,k}}(\mathsf{v},\xi) \le c\xi^{-\overline{\alpha}_{p,s}} \int_0^{\xi} t^{\overline{\alpha}_{p,s}-1} \Omega^{({}_s x)}_{p,\mu_{n,k}}(u,t)dt, \ \ \xi > 0$$

bərabərsizliyi doğrudur, burada c sabiti u və ξ -dən asılı deyil.

Teorem 4. Tutaq ki, $1 < p \le q < \infty$, $A \in \overline{K}_{\gamma_{n,k}}(p,q)$, $\varphi,\psi \in N$, $s \in \{1,\dots,m+k\}$ və aşağıdakı şərt ödənir

$$\sup_{t>0}\left(\int_0^{\infty}\left|\xi^{-\overline{\alpha}_{p,s}}\psi^{1/q}(\xi)\right|^q d\xi\right)^{1/q}\left(\int_0^{\infty}\left|\varphi^{1/p}(\xi)\xi^{(1-\overline{\alpha}_{p,s})}\right|^{-p'} d\xi\right)^{1/p'} < \infty$$

Onda A operatoru $I^{({}_s x)}_{p,\mu_{n,k}}(\varphi)$ fəzasından $I^{({}_s x)}_{q,\mu_{n,k}}(\psi)$ fəzasına təsir edir və

$$\left\| Au : I^{({}_s x)}_{q,\mu_{n,k}}(\psi) \right\| \le c \left\| Au : I^{({}_s x)}_{p,\mu_{n,k}}(\varphi) \right\|,$$

bərabərsizliyi doğrudur, harada ki, c sabiti u funksiyasından asılı deyil.

Bu teoremlərin isbatları 2.4.-də verilir. Bu məqsədlə 2.3-də $\Omega^{({}_s x)}_{p,\mu_{n,k}}$ xarakteristikaları terminlərində nöqtəvi və inteqral bərabərsizliklər qurulur. Sonra $\varphi \in N$ və $\omega^p(t) = \int_0^t \varphi(\xi)d\xi$, $t > 0$, olduqda $I^{({}_s x)}_{p,\mu_{n,k}}(\varphi) = L_{p,\nu}\left(\omega\left(\left|{}_s x\right|\right), R^+_{m+k,k}\right)$ və uyğun normaların ekvivalent olması faktından istifadə edərək, $A \in \overline{K}_{\gamma_{n,k}}(p,q)$ operatorunun, p,q,ω,ω_1 üzərinə müəyyən şərtlər daxilində, $L_{p,\nu}\left(\omega\left(\left|{}_s x\right|\right), R^+_{m+k,k}\right)$ fəzasından $L_{q,\nu}\left(\omega_1\left(\left|{}_s x\right|\right), R^+_{m+k,k}\right)$ fəzasına məhdud təsir etməsi haqqında teoremi alırıq.

2.2, 2.3, 2.4-də aparılan tədqiqatlar 2.5, 2.6 və 2.7-dəfunksiyaların $\Omega^{*(_s x)}_{p,\mu_{n,k}}$ xarakteristikaları terminində aparılır. 2.5-də əsas teoremlər verilir.Əvvəlki hala analoji olaraq

$$\Omega^{*(_s x)}_{p,\mu_{n,k}}(u,\xi)=\left\{\int\limits_{\{x\in R^+_{m+k,k}:|_s x|\le\xi\}}|u(x)|^p d\mu_{n,k}(x)\right\}^{1/p},\ \xi>0$$

xarakteristikası daxil edilir və $A\in\overline{K}_{\gamma_{n,k}}(p,q)$ olduqda $\mathrm{v}(x)=A(u)(x)$ üçün

$$\Omega^{*(_s x)}_{q,\mu_{n,k}}(\mathrm{v},\xi)\le c\xi^{\alpha^*_{q,s}}\int\limits_{\xi}^{+\infty}t^{-(\alpha^*_{q,s}+1)}\Omega^{*(_s x)}_{q,\mu_{n,k}}(u,t)dt,\ \ \xi>0,$$

qiymətləndirməsi alınır, burada c sabiti u və ξ-dən asılı deyil, və $\alpha^*_{q,s}=\left(s+\left|\gamma_{s,k_s}\right|\right)/q$.

Qeyd edək ki, bu qiymətləndirmə bütün koordinatlara görə adi sürüşmə halında da yenidir. Bu qiymətləndirmələr əsasında $A\in\overline{K}_{\gamma_{n,k}}(p,q)$ operatoru

$$I^{*(_s x)}_{p,\mu_{n,k}}(\varphi)=\left\{u-\text{изм.}\left\|u:I^{*(_s x)}_{p,\mu_{n,k}}(\varphi)\right\|^p\overset{df}{=}\int\limits_0^{+\infty}\left(\Omega^{*(_s x)}_{p,\mu_{n,k}}(u,\xi)\right)^p\varphi(\xi)d\xi<+\infty\right\}$$

fəzalar şkalasında və

$$I^{*(_s x)}_{p,\mu_{n,k}}(\varphi)=L_{p,\nu}\left(\omega(|_s x|),R^+_{m+k,k}\right)\omega^p(t)=\int\limits_t^{\infty}\varphi(\xi)d\xi,\ t>0.$$

olduğunu nəzərə alaraq eləcədə monoton azalan çəkilərlə $L_{p,\nu}\left(\omega(|_s x|),R^+_{m+k,k}\right)$fəzaları şkalasında öyrənilir.

Fəsil II –də daxil edilmiş xarakteristikalar terminlərində alınmış qiymətləndirmələr elə bu xarakteristikaların terminlərində təyin olunmuş, biri də Morri tipli fəzalar olan, Banax fəzalarının müxtəlif şkalalarında operatorların oyrənilməsində istiqamətverici nöqtədir. Fəsil III bu məsələyə həsr olunmuşdur.

Bu fəslin əsas nəticəsini verək.

Teorem 5. Tutaq ki, $1 < p \le q < +\infty$, $A \in \overline{K}_{\gamma_{n,k}}(p,q)$ və $0 < \eta < (n + |\gamma_{n,k}|)/p'$. Onda,

1) $$\sup_{t>0} t^{\eta} \left\{ \int_{|x|\ge t} |u(x)| d\mu_{n,k}(x) \right\}^{1/p} \le cC_u$$, olarsa

$$\sup_{t>0} t^{\eta} \left\{ \int_{|x|\ge t} |Au(x)|^q d\mu_{n,k}(x) \right\}^{1/q} \le cC_u,$$

burada c sabiti u funksiyasından asılı deyil;

2) $$\lim_{t\to 0} t^{\eta} \left\{ \int_{|x|\ge t} |u(x)| d\mu_{n,k}(x) \right\}^{1/p} = 0$$ olarsa,

$$\lim_{t\to 0} t^{\eta} \left\{ \int_{|x|\ge t} |Au(x)|^q d\mu_{n,k}(x) \right\}^{1/q} = 0.$$

Eləcədə, $-(n + |\gamma_{n,k}|)/q < \eta < 0$ olduqda

1) $$\sup_{t>0} t^{\eta} \left\{ \int_{|x|\le t} |u(x)| d\mu_{n,k}(x) \right\}^{1/p} \le cC_u$$ olarsa,

$$\sup_{t>0} t^{\eta} \left\{ \int_{|x|\le t} |Au(x)|^q d\mu_{n,k}(x) \right\}^{1/q} \le cC_u,$$

burada c sabiti u funksiyasından asılı deyil;

2) $$\lim_{t\to 0} t^{\eta} \left\{ \int_{|x|\le t} |u(x)| d\mu_{n,k}(x) \right\}^{1/p} = 0$$ olarsa,

$$\lim_{t\to 0} t^{\eta} \left\{ \int_{|x|\le t} |Au(x)|^q \, d\mu_{n,k}(x) \right\}^{1/q} = 0.$$

Sonda elmi rəhbərim prof. S.K. Abdullayevə məsələnin qoyuluşu və elmi nəticələrin müzakirəsinə görə öz səmimi təşəkkürümü bildirirəm.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Abdullayev S.K., Məmmədov E.Ə.,AbuzərovaS.H. Bəzi subxətli operatorların diskret analoqlarının l_N^P fəzalarında məhdudluğu // Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 91-ci ildönümünə həsr olunmuş respublika elmi konfransının materialları, 2014, 10-11.

2. Abdullayev S.K., Məmmədov E.Ə., AbuzərovaS.H. l_N^p fəzaları şkalasında bəzi subxətti operatorların diskret analoqları üçün bəzi qiymətləndirmələr // Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 91-ci ildönümünə həsr olunmuş respublika elmi konfransının materialları, 2014, 7-9.

3. Абдуллаев С.К., Мамедов Э.А. Оценки типа Харди-Соболева для потенциалов Бесселя с обобщенным сдвигом и почти монотонным ядром // Научная конференция «Актуальные проблемы математики и механики», посвященная 95-летию БГУ, Баку, 2014 с.7-9.

4. Abdullayev S.K., Mammadov E.A., Bayramova L.M. The limitation of sublined operator`s discrete analogues on the discrete morrey spaces // İnternational conference devoted to 55-th anniversary of the IMM,2014, p.71-73.

5. Abdullayev S.K., Məmmədov E.Ə., Mirzəyeva L.M. Ümumiləşmiş kəsr maksimal funksiyalar üçün bəzi qiymətləndirmələr //Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 92-ci ildönümünə həsr olunmuş respublika elmi konfransının materialları, Bakı, 2015, s.3.4.

6. Abdullayev S.K., Məmmədov E.Ə., Mirzəyeva L.M. Dəyişən dərəcəli Morri fəzalarında sinqulyar və zəif sinqulyar inteqral operatorların məhdudluğu //Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 92-ci ildönümünə həsr olunmuş respublika elmi konfransının materialları, Bakı, 2015, s. 5-6.

7. Abdullayev S.K., Mammadov E.A. On a class of subadditive operators with generalized shift //Azerbaijan-Turkey-Ukrainian International scientific conference, MADEA-7, 2015, p.5-6.
8. Абдуллаев С.К., Мамедов Э.А. Неравенства Харди-Литтлвуда-Соболева для одного класса субаддитивних операторов с бобщенным сдвигом // Вестник БГУ, серия физ.-мат. наук, 2016, №1, 16-25.
9. Мамедов Э.А. Неравенства Харди-Литтлвуда-Соболева для потенциалов Бесселя и дробно максимальных функций //Республиканская научная конференция "Функциональный анализ и его применения", посвященная 100-летию со дня рождения А.Габибзаде. 2016, s.171-172.
10. Мамедов Э.А. Интегральные операторы гармонического анализа в пространствах определенных в терминах локальных характеристик функций //Известия педагогического университета, 2017 , Сер.65, №4, с 27-37.
11. Абдуллаев С.К., Мамедов Э.А., Гаджиева Ж.Б. Некоторые оценки интегральных операторов гармонического анализа в терминах локальных характеристик функций//Тезисы респ. конф. посв. 94-летию со дня рождения общенац. лидера Гейдара Алиева, Баку, 2017, с.138-141.
12. Abdullayev S.K., Mammadov E.A. Sobolev-Il'in Inequality for a Class of Generalized Shift Subadditive Operators // Nonlinear Analysis and Diferential Equations, Vol.5, 2017, №2, p.75-88.
13. Abdullayev S.K., Mammadov E.A. Integral operators of harmonic analysis is spaces determined in terms of local characteristic functions // International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol.114-3, 2017, p.65-73.
14. Abdullayev S.K., Mammadov E.A. Integral operators of harmonic analysis is spaces determined in terms of local characteristic functions II // International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol.115-2, 2017, p.419-443.
15. Abdullayev S.K.,Mammadov E.A. Integral operators of Laplace-Bessel harmonic analysis in spaces determined in the terms of local characteristic functions / Modern problems of mathematics and mechanics. Proceedings of the International conference devoted to the 80-th anniversary of academician Akif Gadjiev, 2017, p.10-11.
16. Абдуллаев С.К., Мамедов Э.А.Об одном свойстве обобщенного интеграла Пуассона // Тезисы респ. конф. посв. 95-летию со дня рождения Гейдара Алиева, Баку, 2018, 111-113.

ЭЛЬЧИН АЛИ оглы МАМЕДОВ

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В ПРОСТРАНСТВАХ ОПРЕДЕЛЕННЫХ В ТЕРМИНАХ ЛОКАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ФУНКЦИЙ

РЕЗЮМЕ

Диссертационная работа посвящена изучению основных интегральных операторов гармонического анализа Фурье-Бесселя.

В диссертации работе получены следующие основные результаты:

1.Введен достаточно широкий класс субаддитивних операторов, содержащий обобщенных дробно-максимальных функций, потенциалов Рисса и Бесселя и других, мажорирующихся операторами из определенного класса интегральных сверток типа потенциалов Рисса, с почти монотонными ядрами, порожденными операторами как обычного, так и обобщенного сдвига, ассоциированного с дифференциальным оператором Лапласа-Бесселя. И для операторов этого класса доказаны теоремы о сильных и слабых неравенств типа неравенств Харди-Литтлвуда-Соболева и Соболева-Ильина как для операторов из $L_{p,\gamma}$ пространства в некоторое пространство Орлича и показана их точность.

2.Введены, достаточно широкий класс субаддитивних операторов, содержащий, в частности, основные интегральные операторы гармонического анализа Фурье-Бесселя, как сингулярные интегральные операторы, потенциалы Рисса и Бесселя, максимальные функции, дробно-максимальные функции, интегралы Пуассона,

а также введены интегральные характеристики Ω и Ω^*, локально интегрируемых функций, в терминах которых установлены оценки, связывающие те же характеристики образа и прообраза операторов из введенного класса.

3.Проводятся конструкции связанные с характеристиками Ω и Ω^*, которые в частности, приводят к весовым $L_{p,\gamma}$ пространствам как с монотонно возрастающими, так и монотонно убывающими весами соответственно, а также к пространствам типа Морри, и доказываются теоремы об ограниченности в шкале таких пространств, для операторов из введенного класса.

ELCHIN ALI oglu MAMEDOV

INTEGRAL OPERATORS OF HARMONIC ANALYSIS IN THE SPACES DETERMINED IN THE TERMS OF LOCAL CHARACTERISTICS OF FUNCTIONS

ABSTRACT

The work is devoted to study of main integral operators of Fourier-Bessel harmonic analysis. The following main results were obtained:

- A rather wide class of subadditive operators containing generalized fractional-maximal function, the Riezs and Bessel potentials, majorized by the operators from the definite class of Riezs potentials type integral convolutions, with almost monotone kernels generated by both ordinary and generalized shift, associated with the Laplace-Bessel differential operator, was introduced and for the operators of this class, theorems on strong and weak inequalities of Hardy-Littlwood-Sobolev and Sobolev-Ilin type as for operators from the $L_{p,\gamma}$ space to some Orlicz space were proved and their accuracy was shown.
- A rather wide class of subadditive operators containing in particular main integral operators of Fourier-Bessel harmonic analysis, as singular integral operators, the Riesz and Bessel potentials, maximum function, fractional-maximum functions, Poission integrals and also estimations connecting the same were introduced.
- The constructions connected with characteristics Ω and Ω^*, that in particular reduce to weight spaces $L_{p,\gamma}$ both with monotonically increasing and monotomically decreasing weight, respectively, and also to Morrey type speces and theorems on boundedness in the scale of such spaces were proved for the operators from the introduced class.