

**AMEA RMI-nin “Funksiyalar nəzəriyyəsi” şöbəsinin 2020-ci il üçün elmi və elmi təşkilati fəaliyyəti haqqında**

**H E S A B A T I**

**Elmi fəaliyyəti haqqında**

Hesabat dövründə “Çoxdəyişənli funksiyaların ridge funksiyalar, neyron şəbəkələr, xətti və qeyri-xətti superpozisiyalarla yaxınlaşması, funksional fəzalar üçün daxilolma teoremləri” mövzuları üzrə 7 icraçını birləşdirən 5 iş yerinə yetrilmişdir. 9 məqalə çapdan çıxmışdır. Çap olunmuş məqalələrin 8-i Clarivate Analytics şirkətinin "Web of Science" bazasına (2-si "Science Citation Index ", 2-si "Science Citation Index Expanded", 4-ü "Emerging Sources Citation Index") daxildir. Bundan əlavə 3 məqalə çapa qəbul edilmişdir.

“ Funksiyalar nəzəriyyəsi” şöbəsində 7 əməkdaş çalışır.

1. İsmayılov Vüqar Elman oğlu- şöbə müdiri (r.e.d., professor)
2. Nəcəfov Alik Malik oğlu-baş elmi işçi (f.-r.e.d., professor)
3. Əliyev Rəşid Əvəzağa oğlu-baş elmi işçi (r.e.d., professor)
4. Məhərov İbrahim Kamran oğlu-böyük elmi işçi (f.-r.e.n., dosent)
5. Babayev Arzu Məlik-Baxış oğlu -böyük elmi işçi (f.-r.e.n.)
6. Orucova Aygün Tofiq qızı- elmi işçi (r.ü.f.d.)
7. Əsgərova Aida Xurşud qızı-kiçik elmi işçi

## **Ayrı-ayrı işlər haqqında**

İş 1: Çəki vektorları qeyd olunmuş istiqamətlər üzrə dəyişən neyron şəbəkələrin approksimasiya xətasının hesablanması

(icraçı: r.e.d. şöbə müdiri V.E.İsmayılov)

Çəki vektorları qeyd olunmuş istiqamətlər üzrə dəyişən birqat gizli laylı neyron şəbəkələrin approksimasiya xətası üçün aşağıdan qiymətləndirmə alınmışdır. Bu bərabərsizliyin sağ tərəfində verilmiş istiqamətlərin çıxır funksionallarının yaxınlaşdırılan funksiya üzərindəki qiymətlərinin supremumu durur.

Həmçinin göstərilmişdir ki, alınmış bərabərsizlik müəyyən sinif aktivasiya funksiyalarının doğurduğu birqat gizli laylı neyron şəbəkələrlə yaxınlaşma üçün bərabərliyə çevrilir. Beləliklə, kompakt çoxluqda təyin olunmuş istənilən çoxdəyişənli kəsilməz funksiyanın baxılan sinif aktivasiya funksiyalarının doğurduğu neyron şəbəkələrlə approksimasiya xətasını hesablamaq üçün analitik düstur tapılmışdır.

## **2 məqalə çapdan çıxmışdır:**

1. V.E. Ismailov, Computing the approximation error for neural networks with weights varyin1. on fixed directions, *Numer. Funct. Anal. Optim.* **40** (2019), no. 12, 1395-1409 (Clarivate Analytics SCI)

<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/01630563.2019.1605523>

2. R.A. Aliev, V.E. Ismailov, A representation problem for smooth sums of ridge functions, *Journal of Approximation Theory* **257** (2020), Article 105448, (Clarivate Analytics SCI)

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0021904520300848>

İş 2: Grand grand Lebeq-Morri tipli fəzalardan olan funksiyaların bəzi diferensial xassələri

(icraçılar f.-r.e.d., prof., baş e.i. A.M.Nəcəfov, r.ü.f.d., e.i. A.T.Orucova)

Hesabat dövründə həm grand grand Lebeq-Morri, həm də small small Lebeq-Morri tipli fəzalar tədqiq olunmuşdur. Başqa sözlə, qarışıq törəmələri dominant olan grand Sobolev-Morri və grand grand Sobolev-Morri, small small Sobolev-Morri və qarışıq törəmələri dominant olan Lizorkin-Tribel-Morri tipli fəzaları daxil olunmuş və bu fəzalardan olan funksiyaların həm diferensial, həm də diferensial-fərq xassələri öyrənilmişdir. Həmçinin bu fəzalardan olan funksiyaların ümumiləşmiş qarışıq törəmələrinin Hölder şərtini ödəməsi isbat olunmuşdur. Alınmış nəzəri nəticələrin köməyi ilə p-harmonik tip tənliyin grand Sobolev fəzalarında həllinin varlığı və yeganəliyi öyrənilmişdir. Bundan əlavə hesabat ilində qarışıq törəmələri dominant olan Sobolev-Morri tipli fəzalardan olan funksiyalar üçün Puankare tipli bərabərsizliklər isbat olunmuşdur.

**Teorem.** Tutaq ki,  $G \subset R^n$  məhdud oblastdır,  $1 < p < \infty$ ,  $2 \leq q < \infty$ ,  $\varphi \in W_p^1(G)$ ,

$f \in L_{(p-\varepsilon)}(G)$ ,  $(p-\varepsilon)' = \frac{p-\varepsilon}{p-\varepsilon-1}$ . Onda,

$$\operatorname{div} \left( |\nabla u|^{p-q} \nabla u \right) = \operatorname{div} f, \quad (1)$$

$$u|_{\partial G} = \varphi|_{\partial G} \quad (2)$$

məsələsinin, yəni harmonik (1) tənliyi üçün Dirixle məsələsinin  $W_p^1(G)$ -grand Sobolev fəzasında yeganə ümumiləşmiş həlli var.

Əgər  $u - \varphi \in \overset{0}{W}_p^1(G)$  olarsa, onda

$$\sum_{i=1}^n \int_G |\nabla u|^{p-q} u_{x_i} v_{x_i} dx = \sum_{i=1}^n \int_G f v_{x_i} dx$$

bərabərliyini ödəyən  $u \in W_p^1(G)$  funksiyasına (1) məsələsinin ümumiləşmiş həlli deyilir, burada  $v \in \overset{0}{W}_p^1(G)$ .

### **Çap olunmuş məqalələr:**

1. Alik M. Najafov, Sain T. Alekberli, Some properties of grand Sobolev-Morrey spaces with dominant mixed derivatives, *Journal of Mathematical Inequalities*, Volume 13, Number 4 (2019), 1171–1180 (Clarivate Analytics SCIE)

<http://files.ele-math.com/articles/jmi-13-83.pdf>

2. Alik M. Najafov, Rovshan F. Babayev, On embeddings of grand grand Sobolev-Morrey spaces with dominant mixed derivatives, *Tbilisi Mathematical Journal* 13(1) (2020), pp. 1–10 (Clarivate Analytics ESCI)

[http://tcms.org.ge/Journals/TMJ/Volume13/Volume13\\_1/PDF/tmj13\\_1\\_1.pdf](http://tcms.org.ge/Journals/TMJ/Volume13/Volume13_1/PDF/tmj13_1_1.pdf)

3. Alik M. Najafov, Sain T. Alekberli, On solvability of p-harmonic type equations in grand Sobolev spaces, *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, v.13, No 3, 2020, p.579-586 (Clarivate Analytics ESCI)

<https://www.ejpam.com/index.php/ejpam/article/view/3762>

### Çapa qəbul olunmuş məqalələr:

1. Alik M.Najafov, On some differential properties of small small Sobolev-Morrey spaces, *Eurasian Mathematical Journal*, (Clarivate Analytics ESCI)
2. Alik M. Najafov, Azizgul M.Gasymova, On some differential properties functions from Lizorkin-Triebel-Morrey spaces with dominant mixed derivatives, *Advances and Applications in Mathematical Sciences*, (Clarivate Analytics ESCI)
3. Aygun T. Orujova, Estimations of the norm of functions spaces type  $S_{p,\varphi,\beta}^l W(G)$  reduced by polynomials, *International Journal of Applied Mathematics*, (Scopus)

İş 3: Lebeq mənada inteqrallanan funksiyaların kompleks Riss çevirməsinin və onun diskret analoqlarının tədqiqi

(icraçı: r.e.d., baş e.i. R.Ə. Əliyev)

Hesabat dövründə AMEA RMI-nin “Funksiyalar nəzəriyyəsi” şöbəsinin müdiri, r.e.d. V.E.İsmayilovla birlikdə ridge funksiyalarla göstəriləşin hamarlığı haqqında A. Pinkusun “Ridge Functions” monoqrafiyasında qarşıya qoyduğu problem çoxhədli dəqiqliklə həll edilmiş, həmçinin harmonik analizdə geniş istifadə olunan bəzi inteqral çevirmələrin: Hilbert çevirməsi, Berlinq çevirməsi, Riss çevirməsi və s. əsas xassələri tədqiq edilərək cəmlənən funksiyaların inteqral çevirmələrinin ümumiləşmiş inteqral mənasında inteqrallanan olması məsələləri araşdırılıb və baxılan çevirmələrin diskret analoqları tədqiq olunub.

$$(R_j f)(x) = \gamma_{(k)} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\{y \in R^k : |x-y| > \varepsilon\}} \frac{x_j - y_j}{|x - y|^{k+1}} f(y) dy, \quad j = 1, 2, \dots, k,$$

sinqulyar inteqralına  $f \in L_p(R^k)$ ,  $1 \leq p < \infty$  funksiyasının Riss çevirməsi deyilir, burada  $\gamma_{(k)} = \frac{\Gamma((k+1)/2)}{\pi^{(k+1)/2}}$ .

Sinqulyar inteqrallar nəzəriyyəsiindən məlumdur ki, Riss çevirməsi  $L_p(R^k)$ ,  $1 < p < \infty$ , fəzalarında məhdud operatorudur.  $p=1$  halında isə Riss çevirməsi  $L_1(R^k)$  fəzasından zəif  $L_1(R^k)$  fəzasına təsir edir və ümumiyyətlə götürsək  $L_1(R^k)$  fəzasından götürülmüş funksiyanın Riss çevirməsi Lebeq mənada inteqrallanan olmur. Hesabat dövründə isbat olunmuşdur ki,  $L_1(R^k)$  fəzasından olan funksiyanın Riss çevirməsi Lebeq inteqralının ümumiləşməsi olan A-inteqral mənada inteqrallanandır və Riss bərabərliyinin analoqu ödənilir. Bundan əlavə kompleks Riss çevirməsi və diskret Riss çevirməsi üçün də analoji teoremlər isbat olunmuşdur.

#### **Hesabat dövründə 4 məqalə çap olunmuşdur:**

1. Rashid A. Aliev, Vugar E. Ismailov, A representation problem for smooth sums of ridge functions, *Journal of Approximation Theory*, **257** (2020), Article 105448, <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0021904520300848>

(Clarivate Analytics SCI, Scopus)

2. R.A.Aliev, Kh.I.Nebiyeva, The A-integral and Restricted Complex Riesz Transform, *Azerbaijan Journal of Mathematics*, **10:1** (2020), 209-221, <http://azjm.org/volumes/1001/pdf/1001-13.pdf>

(Clarivate Analytics ESCI, Scopus)

3. Rashid A. Aliev, Aynur N. Ahmadova, Discrete Ahlfors-Beurling transform and its properties, *Probl. Anal. Issues Anal.* **2: 9** (27) (2020), 3-15, <http://issuesofanalysis.petrstu.ru/article/genpdf.php?id=7390&lang=en>

(Clarivate Analytics SCIE, Scopus)

4. Rashid A.Aliev, Khanim I. Nebiyeva, The A-integral and Restricted Riesz Transform, *Constructive Mathematical Analysis*, **3:3 (2020)**, 104-112,

<http://dergipark.gov.tr/en/pub/cma>

İş 4: Radial funksiyalarla yaxınlaşma məsələsində approksimasiya xətası üçün ikiqat bərabərsizliklər

(icraçılar: : f.-r.e.n., b.e.i. İ. K. Məhərov və f.-r.e.n., b.e.i. A. M-B. Babayev)

Çoxdəyişənli funksiyanın qeyd olunmuş mərkəzli radial funksiyalarla yaxınlaşma məsələsində approksimasiya xətası üçün aşağıdan bərabərsizlik alınmışdır. Bu bərabərsizliyin sağ tərəfində approksimasiya xətası, sol tərəfində isə verilmiş mərkəzlərə uyğun konsentrik sferalar üzrə cığırlar üzərində qurulmuş funksionalların supremumu durur. Qeyd edək ki, yuxarıdan bərabərsizlik verilmiş funksiyanın norması ilə verilə bilər.

Gələcəkdə alınmış bərabərsizliyin radial bazis funksiyalarının doğurduğu neyron şəbəkələrlə yaxınlaşma məsələsinə tətbiqi gözlənilir.

Alınmış nəticələr məqalə şəklində hazırlanıb çapa təqdim edilmişdir.

İş 5: Kəsilməz funksiyalar fəzasının cəbrlər cəminin qapanması şəklində göstərilişi (icraçı: k.e.i. A.X.Əsgərova)

Kəsilməz funksiyalar fəzasının sonlu sayda qapalı cəbrlər cəmi ilə qapanması şəklində göstərilişi üçün bir zəruri şərt alınmışdır. Alınmış nəticə cəbrlər cəminin elementləri ilə kəsilməz funksiyanın yaxınlaşması məsələsini əvvəlcədən verilmiş ixtiyari dəqiqliklə müsbət həll edir.

Tutaq ki,  $X$  kompakt hausdorf fəzası,  $C(X)$   $X$ -də həqiqi qiymətli kəsilməz funksiyalar fəzası və  $A_i$ ,  $i=1, \dots, k$   $C(X)$ -in qapalı, sabitləri saxlayan altcəbrləridir.  $C(X) = \overline{A_1 + \dots + A_k}$  göstərilişi haqqında məsələ, yəni  $A_1 + \dots + A_k$  cəminin  $C(X)$ -də sıxlığı, müstəqil maraq kəsb edir və əsasən Marshall, O'Farrell və Sproston, Strausun işlərində baxılmışdır. Bu günə qədər olan məlum nəticələr bu məsələni yalnız  $k=2$  halı üçün tamamilə həll edir.

Hesabat ilində alınmış nəticə  $A_1 + \dots + A_k$ -nın  $C(X)$ -də sıxlığı üçün zəruri şərti təmin edir,  $k=2$  halında və orbitlərin qapalılığı şərti daxilində isə bu şərt həm də kafidir.

### **Hesabat dövründə 1 məqalə çap olunmuşdur:**

1. A.Kh. Asgarova, On the density of a sum of algebras in the space of continuous functions, Azerbaijan Journal of Mathematics V. 10, No 1, 2020, pp. 102-109, <https://www.azjm.org/volumes/1001/pdf/1001-6.pdf> (Clarivate Analytics ESCI)



## **Elmi təşkilati fəaliyyəti haqqında**

Hesabat dövründə şöbənin baş elmi işçisi, r.e.d., Rəşid Əvəzağa oğlu Əliyev “Hilbert çevirməsinin approksimasiyaları” mövzusunda ümuminstitut seminarında çıxış etmişdir. Şöbə əməkdaşları şöbə seminarlarında ardıcıl olaraq çıxışlar edirlər.

Hesabat dövründə şöbə müdiri r.e.d. Vüqar İsmayılov riyaziyyatın tətbiqləri və neyron şəbəkələr nəzəriyyəsi üzrə nəşr edilən nüfuzlu beynəlxalq elmi jurnallarda rəyçilik fəaliyyətini genişləndirmişdir. Belə ki, son illər o, IEEE təşkilatı tərəfindən dərc edilən “IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems”, “IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence” jurnallarının, Elsevier nəşriyyatı tərəfindən dərc edilən “Neural Networks”, “Neurocomputing”, “Applied Mathematical Modelling”, “Journal of Mathematical Analysis and Applications” jurnallarının, Springer nəşriyyatı tərəfindən dərc edilən “Neural Processing Letters”, “Advances in Computational Mathematics”, “Results in Mathematics”, “Analysis Mathematica” jurnallarının, Wiley nəşriyyatı tərəfindən dərc edilən “Australian & New Zealand Journal of Statistics” jurnalının və bir sıra digər jurnalların rəyçisi olmuşdur. Vüqar İsmayılovun yuxarıda adı çəkilən jurnallarda rəyçilik fəaliyyəti Web of Science şəbəkəsinin Publons platformasında öz əksini tapmışdır (bax: <https://publons.com/researcher/1715055/vugar-ismailov/peer-review/>).

### **İstinadlar:**

2020-ci ildə şöbə əməkdaşlarına Google Scholar tərəfindən aşağıdakı sayda istinadlar olmuşdur:

1. Vüqar İsmayılov – 91
2. Nəcəfov Alik – 31
3. Əliyev Rəşid – 14

4. Məhərov İbrahim – 0
5. Babayev Arzu – 0
6. Orucova Aygün – 2
7. Əsgərova Aida – 2

**Şöbə müdiri**

**r.e.d. Vüqar İsmayılov**

**AMEA RMI-nun “Funksiyalar nəzəriyyəsi” şöbəsinin əməkdaşlarının  
2020-ci ildə çapdan çıxmış və çapda olan işlərinin  
siyahısı**

Əməkdaşların soyadları, elmi dərəcələri və vəzifələri	Elmi əsərlərin adları	Çap olunub ya çapa təqdim olunub	Nəşriyyatın, jurnalın adı, №-si, il	Səh.	Müştərək müəlliflər
1	2	3	4	5	6
<b>Science Citation Index Expanded bazasına daxil olan jurnallarda dərc edilmiş məqalələr</b>					
1.Vüqar İsmayılov	1. Computing the approximation error for neural networks with weights varying on fixed directions	Məqalə	Numer. Funct. Anal. Optim. <b>40</b> (2019), no. 12, 1395-1409 (Clarivate Analytics SCI) <a href="https://www.tandfonline.com//doi.org/10.1080/01630563.2019.1605523">https://www.tandfonline.com//doi.org/10.1080/01630563.2019.1605523</a>	15	
	2. A representation problem for smooth sums of ridge functions	Məqalə	Journal of Approximation Theory, 257 (2020), Article 105448, (Clarivate Analytics SCI) <a href="https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0021904520300848">https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0021904520300848</a>	13	R.A. Aliev

2.Alik Nəcəfov	3. Some properties of grand Sobolev-Morrey spaces with dominant mixed derivatives	Məqalə	Journal of Mathematical Inequalities, Volume 13, Number 4 (2019), pp.1171–1180, (Clarivate Analytics SCIE) <a href="http://files.ele-math.com/articles/jmi-13-83.pdf">http://files.ele-math.com/articles/jmi-13-83.pdf</a>	10	Sain T. Alekberli
	4. On embeddings of grand grand Sobolev-Morrey spaces with dominant mixed derivatives	Məqalə	Tbilisi Mathematical Journal 13(1) (2020), pp.1–10, (Clarivate Analytics ESCI) <a href="http://tcms.org.ge/Journals/TMJ/Volume13/Volume13_1/PDF/tmj13_1_1.pdf">http://tcms.org.ge/Journals/TMJ/Volume13/Volume13_1/PDF/tmj13_1_1.pdf</a>	10	Rovshan F. Babayev
	5. On solvability of p-harmonic type equations in grand Sobolev spaces	Məqalə	European Journal of Pure and Applied Mathematics, v.13, No 3, 2020, pp.579-586 (Clarivate Analytics ESCI) <a href="https://www.ejpam.com/index.php/ejpam/article/view/3762">https://www.ejpam.com/index.php/ejpam/article/view/3762</a>	8	Sain T. Alekberli

3. Rəşid Ə.Əliyev	6. The A-integral and Restricted Complex Riesz Transform	Məqalə	Azerbaijan Journal of Mathematics, <b>10:1 (2020)</b> , 209-221, <a href="http://azjm.org/volumes/1001/pdf/1001-13.pdf">http://azjm.org/volumes/1001/pdf/1001-13.pdf</a> (Clarivate Analytics ESCI, Scopus)	13	Kh.I.Nebiyeva
	7. Discrete Ahlfors-Beurling transform and its properties	Məqalə	Probl. Anal. Issues Anal. <b>2: 9 (27)</b> (2020), 3-15, <a href="http://issuesofanalysis.petrus.ru/article/genpdf.php?id=7390&amp;lang=en">http://issuesofanalysis.petrus.ru/article/genpdf.php?id=7390&amp;lang=en</a> (Clarivate Analytics SCI, Scopus)	13	Aynur N. Ahmadova
	8. The A-integral and Restricted Riesz Transform	Məqalə	Constructive Mathematical Analysis, <b>3:3 (2020)</b> , 104-112, <a href="http://dergipark.gov.tr/en/pub/cma">http://dergipark.gov.tr/en/pub/cma</a>	9	Khanim I. Nebiyeva
4. Aida X. Əsgərova	9. On the density of a sum of algebras in the space of continuous functions	Məqalə	Azerbaijan Journal of Mathematics V. 10, No 1, 2020, pp. 102-109, (Clarivate Analytics ESCI) <a href="https://www.azjm.org/volumes/1001/pdf/1001-6.pdf">https://www.azjm.org/volumes/1001/pdf/1001-6.pdf</a>	8	

Çapa qəbul olunmuş məqalələr					
1. Alik M.Najafov	1. On some differential properties of small Sobolev-Morrey spaces,	Məqalə	Eurasian Mathematical Journal, (Clarivate Analytics ESCI)		
	2. On some differential properties functions from Lizorkin-Triebel-Morrey spaces with dominant mixed derivatives	Məqalə	Advances and Applications in Mathematical Sciences, (Clarivate Analytics ESCI)		Azizgul M.Gasymova
2. Aygun T. Orujova	3. Estimations of the norm of functions spaces type $S_{p,\varphi,\beta}^l W(G)$ reduced by polynomials	Məqalə	International Journal of Applied Mathematics, (Scopus)		

Şöbə müdiri

r.e.d. Vüqar İsmayılov