**AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI**

*Əlyazması hüququnda*

***2m* TƏRTİBLİ ADİ DİFERENSİAL OPERATORLARA UYĞUN SPEKTRAL AYRILIŞLARIN**

**YIĞILMASININ TƏDQİQİ**

İxtisas: 1211.01 – Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Qocayeva Xədicə Rafael qızı**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün

təqdim edilmiş dissertasiyanın

**AVTOREFERATI**

**Bakı – 2021**

Dissertasiya işi Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin «Riyazi analiz» kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

**Vəli Məhərrəm oğlu Qurbanov**

Rəsmi opponentlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

**Məmməd Bayramoğlu**

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

**Nazim Baxış oğlu Kərimov**

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent

**Şirmayıl Həsən oğlu Bağırov**

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04

dissertasiya şurası.

Dissertasiya şurasının sədri: AMEA-nın müxbir üzvü,

f-r.e.d., professor

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.r.e.n.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: akademik, f.r.e.d., professor

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ **Yusif Əbülfət oğlu Məmmədov**

**İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI**

**Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi:** Dissertasiya işi cüt tərtibli adi diferensial operatorların doğurduğu məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sistemi üzrə spektral ayrılışların yığılmasının tədqiqinə həsr olunmuşdur.

Məlumdur ki, adi diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsi öz başlanğıcını Ş.Şturm, J.Luivilli sonralar isə V.A.Steklov, D.Ya.Tamakin, D.Birkkof, M.L.Rəsulov və digər məşhur riyaziyyatçıların klassik işlərindən götürür.

Diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin qurulma-sında aşağıdakı sualların araşdırılması mühüm rol oynayır: öyrənilən diferensial operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin bu və ya digər fəzalarda bazisliyi; diferensial operatorun təyin oblastına daxil olan və olmayan funksiyaların spektral ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması; bu və ya digər fəzalardan olan funksiyaların diferensial operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyaları üzrə spektral ayrılışının həmin funksiyanın triqono-metrik Furye sırası ilə birgəyığılması (eyniyığılması) və s.

Uzun müddət ərzində əsas araşdırma obyekti öz-özünə qoşma diferensial operatorların spektral xassələrinin öyrənilməsi olmuşdur. Buna baxmayaraq iyirminci əsrin birinci yarısından başlayaraq riyazi fizikanın bir sıra yeni məsələlərinin yaranması, öz-özünə qoşma olmayan diferensial operatorların spektral xassələrinin öyrənilməsinə təkan vermişdir. Belə məsələyə nümunə istilikeçirmə tənliyi üçün qeyi-lokal sərhəd şərtli Bitsadze-Samarski məsələsi ola bilər.

Öz-özünə qoşma olmayan sərhəd məsələlərinin öyrənilməsin-də aşkar olunmuşdur ki, belə operatorların məxsusi funksiyalar sistemi, ümumiyyətlə desək, nəinki də bazis təşkil etmir, həm də sinfində tam olmaya da bilər. Ona görə də belə sistemlər qoşulmuş funksiyalarla tamamlanmalıdır. Bu məsələlərdə məxsusi və qoşulmuş funksiyalar (kök funksiyalar) sistemi, ümumiyyətlə desək, fəzasında ortoqonal deyil, nə onun qapalılığı, nə də minimallılığı bu fəzada onun bazisliyini təmin etmir. Beləliklə, öz-özünə qoşma olmayan məsələlərin tədqiqi yeni yanaşmalar tələb edir.

Bu istiqamətdə M.V.Keldiş tərəfindən geniş sinif sərhəd məsələləri üçün xüsusi qurulmuş məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminində tamlığı isbat edilmişdir. Geniş sinif sərhəd məsələləri üçün tamlıq məsələsinin öyrənilməsi bir çox riyaziyyatçılar tərəfindən davam etdirilmişdir. Güclü requlyar sərhəd məsələlərinin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminində bazisliyiV.P.Mixaylov və Q.M.Keselman tərəfindən göstərilmişdir. Requlyar məsələlərinin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin blok bazisliyi (və ya mörtərizəli bazisliyi) A.A.Şkalikovun işində göstərilmişdir.

Əmsalları kifayət qədər hamar, requlyar sərhəd şərtli adi diferensial operatorlar üçün müntəzəm birgəyığılma məsələləri üçün ilk mühüm nəticələr D.Ya.Tamarkin tərəfindən alınmışdır. Sonralar analoji nəticə cəmlənən əmsallı diferensial operatorlar üçün M.Stoun tərəfindən alınmışdır. A.P.Xromov D.Ya.Tamarkinin birgəyığılma teoremini nüvəsi requlyar sərhəd şərtli diferensial operatorun Qrin funksiyasının xassələrini cəmləşdirən inteqral operatorlar halına ümumiləşdirmişdir.

Yuxarıda sadalanan nəticələrin əsasında rezolvent metod dayanır və bu işlərdə alınmış birgəyığılma blok\_\_birgəyığılmadır (mörtərizəli birgəyığılma).

Diferensial operatorların spektral xassələrinin öyrənilməsində digər bir metod akademik V.A.İlintərəfindən təklif edilmişdir. İlin tərəfindən aydınlaşdırılmışdır ki, qoşulmuş funksiyaların ümumi sayı sonsuz olduqda məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin tamlıq xassəsindən fərqli olaraq bazislik və birgəyığılma (eyniyığılma) xassələri qoşulmuş funksiyaların seçilməsindən ciddi asılıdır və təkcə sərhəd şərtinin xüsusi forması ilə təyin olunmur. Bu xassələrə diferensial operatorun əmsallarının qiymətləri ciddi təsir edir, yəni, əmsalları öz sinfində saxlamaqla kiçik dəyişməsi bu xassənin yaranmasına və ya itməsinə səbəb ola bilər. Bu vəziyətdə bazislik və birgəyığılma (eyniyığılma) şərtləri sərhəd şərtləri termini ilə ifadə edilə bilməz. Bu səbəbdən də V.A.İlin diferensial operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyalarını konkret sərhəd şərtləri ilə bağlamadan spektral parametrli diferensial tənliyin requlyar həlli kimi təyin etməyi təklif etmişdir. Bu yanaşma ixtiyari sərhəd şərtlərinə (həm lokal, həm də qeyri-lokal), heç bir sərhəd şərti ilə bağlı olmayan funksiyalar sisteminə, həm də iki müxtəlif sərhəd məsələsinin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sistemlərinin alt çoxluqlarının birləşməsindən alınan sistemlərə baxmağa imkan verir.

V.A.İlinin işlərində adi diferensial operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminə baxılmış və müəyyən təbii şərtlər daxilində müntəzəm birgəyığılma (eyniyığılma) və kompaktda bazislik teoremləri isbat edilmişdir.

Bu tədqiqatlar V.A.İlin və onun davamçılarının işlərində müxtəlif istiqamətlərdə inkişaf etdirilmişdir: V.V.Tixomirov, Ş.A.Alimov, İ.Yo, İ.S.Lomov, N.B.Kərimov, V.D.Budayev, V.İ.Kamornik, N.Lajetic, V.M.Qurbanov, L.V.Kriçkovun və digərlərinin işlərində bu məsələlər geniş tədqiq olunmuşdur. Son dövrlər yığılma və birgəyığılma (eyniyığılma) sürətlərinin müxtəlif xarakteritikalardan asılılığı intensiv olaraq araşdırılır və bu istiqamətdə V.M.Qurbanov və A.T.Qarayeva, V.M.Qurbanov və R.A.Səfərov, İ.S.Lomov, A.S.Markovun tədqiqatlarında əhəmiyyətli nəticələr alınmışdır. Bu məsələlər ikinci və üçüncü tərtib diferensial operatorlar üçün V.M.Qurbanov və A.T.Qarayeva, İ.S.Lomov, E.B.Axundovanın işlərində ətraflı araşdırılmışdır.

Beləliklə, yüksəktərtib diferensial operatorlar üçün bu və ya digər sualların V.A.İlin metodu ilə araşdırılması riyazi maraq kəsb edir.

**Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri.** 2m tərtibli adi diferensial operatorlara uyğun spektral ayrılışların mütləq və müntəzəm yığılması, triqonometrik Furye sırası ilə kompaktda müntəzəm birgəyığılma məsələlərini tədqiq etmək.

**Tədqiqatın metodları.** Dissertasiya işində diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin, funksional analiz və harmonik analiz nəzəriyyələrinin üsullarından istifadə olunmuşdur.

**Müdafiəyə çıxarılan əsas müddüalar.**

* İxtiyari cüt tərtibli cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun məxsusi funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılışın mütləq yığılmasının və müntəzəm yığılma sürətinin tədqiqinin nəticələri.
* Cüt tərtibli hamar əmsallı adi diferensial operatorun kök funksiyaları üzrə sinfindən olan funksiyaların biortoqonal ayrılışlarının mütləq və müntəzəm yığılmasının tədqiqinin nəticələri.
* *(2m-2)-ci* tərtib törəmənin əmsalının inteqral kəsilməzlik modulunun biortoqonal ayrılış ilə adi triqonometrik Furye sırasının müntəzəm birgəyığılma (eyniyığılma) sürətinə təsirinin tədqiqinin nəticələri
* Sobolev, Nikolski, Besov funksional fəzalarından olan funksiyalar üçün kompaktda müntəzəm birgəyığılma (eyniyığılma) sürətinin tədqiqinin nəticələri.

**Tədqiqatın elmi yeniliyi.** Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

 sinfindən olan funksiyanın 2m tərtibli adi diferensial operatorun məxsusi funksiyaları üzrə spektral ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılıb və bu ayrılışın qalığı  metrikasında qiymətləndirilib.

 sinfindən olan funksiyanın *2m* tərtibli adi diferensial operatorun məxsusi funksiyaları üzrə spektral ayrılışının triqonometrik Furye ayrılışı ilə kompaktda müntəzəm birgəyığılma (eyniyığılma) sürəti tapılıb.

 sinfindən olan funksiyanın *2m* tərtibli hamar əmsallı diferensial operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyaları üzrə biortoqonal ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılıb və müntəzəm yığılma sürəti tapılıb.

2m tərtibli cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyaları üzrə fəzasından olan ixtiyari funksiyanın biortoqonal ayrılışının triqonometrik ayrılışla kompaktda müntəzəm birgəyığılması (eyniyığılması) haqqında teoremlər isbat edilmişdir. Müxtəlif funksional fəzalardan (, , ) olan funksiyalar üçün müntəzəm birgəyığılma sürəti qiymətləndirilib.

**Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyəti.** Dissertasiyada alınan nəticələr nəzəri xarakter daşıyır. Alınan nəticələr diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsində, riyazi fizika məsələlərinin həlli zamanı Furye metodunun əsaslandırılmasında və funksiyaların approksimasiyası nəzəriyyəsində istifadə oluna bilər.

**Aprobasiyası və tətbiqi.** Dissertasiyanın əsas nəticələri AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransında (Bakı, 2014); Azərbaycan-Türkiyə-Ukrayna MADEA 7 Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2015); İnternational Workshop on "Non-harmonic Analysis and Differential Operators'' (Baku, May 25-27, 2016 ); Riyaziyyatın nəzəri və tətbiqi problemləri Beynəlxalq Elmi konfransında (Sumqayıt, 2017); Riyaziyyatın və Mexanikanın Aktual Problemləri adlı Respublika Elmi Konfransında (Bakı, 2018); Akademik Mirabbas Göycə oğlu Qasımovun 80-illiyinə həsr olunmuş beynəlxalq workshop-da (Bakı, 2019); Фундаментальные и прикладные проблемы математики и информатики приуроченная к 55-летию ФМиКН (Дагестан, 2019) adlı XIII beynəlxalq konfransında, Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin Riyazi analiz kafedrasının seminarında; AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun “Funksional analiz” şöbəsinin seminarında (rəhbər, f.r.e.d., prof.H.İ.Aslanov ) məruzə edilmişdir.

**Müəllifin şəxsi töhvəsi.** Alınmış bütün nəticə və təkliflər müəllifə aiddir.

**Müəllifin nəşrləri.** Dissertasiyanın tam məzmunu müəllifin 12 elmi işində dərc edilmişdir, əsərlərin siyahısı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

**Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı.** Dissertasiya işi Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin «Riyazi analiz» kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

**Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi.** Dissertasiya işinin ümumi həcmi–2137000 işarə (titul səhifəsi–320 işarə, mündəricat–2180 işarə, giriş–54000 işarə, I fəsil–110000 işarə, II fəsil–46000 işarə, nəticə–1200 işarə). İstifadə olunan ədəbiyyat siyahısı 88 ədəbiyyatdan ibarətdir.

**DISSERTASİYANIN MƏZMUNU**

Dissertasiya işi giriş, iki fəsil və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Hər bir fəsil paraqraflara ayrılmışdır.

İşin giriş hissəsində mövzunun aktuallığı əsaslandırılır, dissertasiyanın məzmunu ilə bağlı nəticələrin qısa xülasəsi verilir və əsas nəticələr şərh olunur.

Dissertasiyanın I fəslində  sinfindən olan funksiyaların cəmlənən əmsallı cüt tərtibli adi diferensial operatorun məxsusi funksiyalar sistemi üzrə spektral ayrılışının  parçasında mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılıb, müntəzəm yığılma sürəti qiymətləndirilib.

Bu fəsildə həmçinin  sinfindən olan funksiyanın dördüncü tərtib adi diferensial operatora uyğun məxsusi funksiyalar sistemi üzrə spektral ayrılışı ilə triqonometrik Furye ayrılışının ixtiyari  kompaktında müntəzəm birgəyığılması (eyniyığılması) araşdırılıb, müntəzəm birgəyığılma (eyniyığılma) sürəti tapılıb.

Paraqraf 1.1-də həqiqi əmsallı



adi diferensial operatoruna baxılır. Burada 

ilə *(2m-1)-*ci tərtibə qədər törəmələri parçasında mütləq kəsilməz olan funksiyalar çoxluğunu işarə edək.

operatorunun  məxsusi ədədinə uyğun məxsusi funksiyası dedikdə, eynilik kimi sıfır olmayan və G-də sanki hər yerdə  tənliyini ödəyən ixtiyar funksiyası başa düşülür.

Tutaq ki,operatorunun-də məxsusi funksiyalarından təşkil olunmuş tam ortonormal sistemidir, isə uyğun məxsusi ədədlər sistemidir vəbərabərsizliyi ödənir.

Əgərfunksiyasıdə mütləq kəsilməzdirsə və olarsa, onda deyəcəyik ki, funksiyası sinfinə daxildir.

 qəbul edərək,  funksi-yasının sistemi üzrə ortoqonal ayrılışının xüsusi cəmini daxil edək:

 

Bu paraqrafın əsas nəticəsi aşağıdakı teoremdə cəmlənir.

**Teorem 1.** *Fərz edək ki, sinfindən olan*\_\_*funk-siyası və  məxsusi funksiyalar sistemi üçün*

** (1)

** (2)

*şərtləri ödənir. Ondafunksiyasının  sistemi üzrə ortoqonal ayrılışı mütləq və müntəzəm yığılır və aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur.*

 (3)

*Burada* *də kəsilməzlik moduludur, funksiyasından asılı deyil.*

Qeyd edək ki, oxşar nəticələr ikinci tərtib diferensial operatorlar üçün N.Lajetic, V.M.Qurbanov və R.A.Səfərov, A.T.Qarayevanın, dördüncü tərtib üçün isə Y.İ.Hüseynovanın işlərində alınmışdır.

Teorem 1\_\_ dən aşağıdakı bəzi nəticələr alınır:

**Nəticə 1.** *Əgər teorem 1*\_\_*də funksiyası  münasibətini ödəyərsə, onda (1)*\_\_*şərti ödənəcək, ( ilə) və bu funksiyanın ortoqonal ayrılışı mütləq və müntəzəm yığılır.*

**Nəticə 2.** *Əgər teorem 1*\_\_*də funksiyası  münasibətini ödəyərsə və əlavə olaraq (*\_\_*Nikolski sinfidir) olarsa, onda bu funksiyanın ortoqonal ayrılışı  mütləq və müntəzəm yığılır və*

**

*qiymətləndirməsi doğrudur. *

**Nəticə 3.** *Əgər teorem 1*\_\_*də funksiyası  münasibətini ödəyərsə və* * olarsa, onda bu funksiyanın ortoqonal ayrılışı mütləq və müntəzəm yığılır və aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur.*

*.*

Paraqraf 1.2\_\_də sinfindən olan funksiyaların cəmlənən əmsallı cüt tərtibli adi diferensial operatorun məxsusi funksiyalar sistemi üzrə spektral ayrılışının  parçasında mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılıb, müntəzəm yığılma sürəti qiymətləndirilib.

Bu paraqrafda aşağıdakı teorem isbat olunur.

**Teorem 2.** *Fərz edək ki, sinfindən olan  funksiyası və  məxsusi funksiyalar sistemi üçün*

**(4)

*qiymətləndirməsi ödənir.*

*Onda funksiyasının  sistemi üzrə ortoqonal ayrılışı* də *mütləq və müntəzəm yığılır və sıranın qalığı üçün*

(5)

*qiymətləndirməsi doğrudur. Burada, ,   funksiyasından asılı deyil.*

**Nəticə 4.** *Əgər teorem 2*\_\_*də  əmsalı sıfır olarsa və ya şərti ödənərsə, onda aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur.*

** (6)

**Nəticə 5.** *Əgər teorem 2*\_\_*də funksiyası  münasibətini ödəyərsə, (4) şərti ödənir və*

** (7)

*qiymətləndirməsi doğrudur. const* *funksiyasından asılı deyil, yəniki sinfindən olan və münasibətini ödəyən funksiyaların operatorunun məxsusi funksi-yaları üzrə ortoqonal ayrılışı \_\_də mütləq və müntəzəm yığılır və (7) qiymətləndirməsi doğrudur.*

** ilə vahidin dərəcədən köklərini işarə edək, **.

Yuxarı da qeyd olunan nəticələri isbat etmək üçün (4) şərtini ödəyən  funksiyasınınFurye əmsallarını qiymətləndirmək lazımdır.

**Lemma 1.** * sinfindən olan, (4) şərtini ödəyən funksiyaların* *Furye əmsalları üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur ():*

**

**

** (8)

Qeyd edək ki, N.İ.Lajetiçin işində ikinöqtəli öz-özünə qoşma sərhəd şərtli (sərhəd şərtlərinin əmsalları həqiqi olduqda) Şturm-Liuvilli opera-torunun doğurduğu məxsusi funksiyalar üzrə sinfindən olan, ** şərtini ödəyən funksiyaların ortoqonal ayrılışının**\_\_də mütləq və müntəzəm yığılması isbat olunub və müntəzəm yığılma sürəti üçün qiymətləndirməsi alınıb. Burada  funksiyasının spektral ayrılışının xüsusi cəminin tərtibidir. Əlavə olaraq  şərti ödəndikdə isə müntəzəm yığılma sürəti üçün  qiymətləndirməsi alınmışdır.

V.M.Qurbanov və R.A.Səfərovun işlərində (sərhəd şərtsiz, xüsusi halda sərhəd şərtlərinin əmsalları kompleks ola bilər)  həqiqi potensia operatoruna baxılıb.  sinfindən olan, ** şərtini ödəyən funksiyalar üçün p>1 olduqda alınan qiymətləndirmələrNəticə 4. və Nəticə 5. ilə üst-üstə düşür.

Paraqraf 1.3\_\_də sinfindən olan funksiyaların diferensial operatorunun məxsusi funksiyalar sistemi üzrə spektral ayrılışının  parçasında mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılıb, müntəzəm yığılma sürəti qiymətləndirilib. Qeyd edək ki, burada  məxsusi funksiyalar sisteminin müntəzəm məhdudluğu tələb edilmir.

**Teorem 3.** *Fərz edək ki, sinfindən olan funksiyası üçün (4) şərti və (2) bərabərsizliyi ödənir. Ondafunksiyasının  sistemi üzrə ortoqonal ayrılışı  mütləq və müntəzəm yığılır və*

(9)

*qiymətləndirməsi doğrudur. Burada* *də kəsilməzlik moduludur, const sabiti f(x)* *funksiyasından asılı deyil.*

**Nəticə 6.** *Əgər teorem 3*\_\_*də funksiyası  münasibətini ödəyərsə, onda (4)* \_\_*şərti ödənir ( ilə) və bu funksiyanın*  *sistemi üzrə ortoqonal ayrılışı *\_\_*də mütləq və müntəzəm yığılır və müntəzəm yığılma sürəti üçün*



*qiymətləndirməsi doğrudur.*

**Nəticə 7.** *Əgər teorem 3*\_\_*də funksiyası  münasibətini ödəyərsə və əlavə olaraq (*\_\_*Nikolski sinfidir) olarsa, onda (4), (2) şərtləri ödənilir və bu funksiyanın* *sistemi üzrə ortoqonal ayrılışı -də mütləq və müntəzəm yığılır və müntəzəm yığılma sürəti üçün*

(10)

*qiymətləndirməsi doğrudur., const sabiti f(x)*  *funksiyasından asılı deyil.*

**Nəticə 8.** *Əgər teorem 3*\_\_*də funksiyası  münasibətini ödəyərsə və* * olarsa, onda (4), (2) şərtləri ödənili və onun* *sistemi üzrə ortoqonal ayrılışı -də mütləq və müntəzəm yığılır və müntəzəm yığılma sürəti üçün*

*.* (11)

*qiymətləndirməsi doğrudur.*

Yuxarı da qeyd olunan nəticələrin isbatları aşağıdakı lemmalara əsaslanır.

**Lemma 2.** * sinfindən olan və (4) şərtini ödəyən funksiyaların* *Furye əmsalları üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur :*

**

** (12)

**Lemma 3.** *Fərz edək ki, sinfindən olan funksiyalar üçün (2) şərti ödənir. Onda*

** (13)

*qiymətləndirməsi doğrudur. Burada  C4* \_\_ *sabiti  və f(x) funsiyasından asılı deyil.*

Növbəti paraqrafda isə 1.1\_\_1.3 paraqraflarında alınmış nəticələr konkret diferensial operatorlara tətbiq edilib.

Paraqraf 1.5\_\_də G=(0,1) intervalında təyin olunmuş dördüncü tərtib diferensial operatoruna baxılıb. sinfindən olan funksiyaların operatorun doğurduğu məxsusi funksiyalar sistemi üzrə spektral ayrılışı ilə triqonometrik Furye ayrılışının ixtiyari  kompaktda müntəzəm birgəyığılması (eyniyığılması) araşdırılıb, müntəzəm birgəyığılma (eyniyığılma) sürəti qiymətləndirilib.

*G=(0,1)* intervalında təyin olunmuş, həqiqi əmsallı



adi diferensial operatoruna baxaq. 

Tutaq ki,operatorunun\_\_də məxsusi funksiyalarından təşkil olunmuş tam ortonormal sistemdir , \_\_ isə uyğun məxsusi ədədlər sistemidir və bərabərsizliyini ödənir. funksiyasının sistemi üzrə ortoqonal ayrılışının xüsusi cəmini daxil edək:



işarələməsi daxil edək, burada  *f(x)* funksiyasının triqonometrik Furye sırasına ayrılışının xüsusi cəmidir.





münasibəti ödəndikdə deyəcəyik ki, funksiyasının  sistemi üzrə ortoqonal ayrılışı ilə triqonometrik Furye sırası ixtiyari  kompaktda müntəzəm birgəyığılır (eyniyığılır).

Bu paraqrafda birgəyığılma məsələsi üçün alınan nəticələr aşağıdakı teoremlərdə cəmləşirlər.

**Teorem 5.** *Fərz edək ki,*  *funksiyası və  sistemi üçün*

** (14)

*qiymətləndirməsi ödənir.*

*Onda funksiyasının  sistemi üzrə ortoqonal ayrılışı ilə triqonometrik Furye ayrılışı ixtiyari  kompaktda müntəzəm birgəyığılır və müntəzəm birgəyığılma sürəti üçün*

*,* (15)

*qiymətləndirməsi doğrudur. Burada, sistemi müntəzəm məhdud olduqda; əks halda isə *

**Teorem 6.** *Fərz edək ki,*  *funksiyası və  sistemi üçün (14) və (2) şərtləri ödənir.*

*Onda funksiyasının  sistemi üzrə ortoqonal ayrılışı ilə triqonometrik Furye ayrılışı ixtiyari  kompaktda müntəzəm birgəyığılır və müntəzəm birgəyığılma sürəti üçün (15) qiymətləndirməsi doğrudur.*

Teorem 5 və Teorem 6\_\_nın isbatı  məxsusi funksiyaları üçün orta qiymət düsturlarına və *m=2* olduqda  sinfindən olan funksiyaların Furye əmsalları üçün (9), (12) qiymətləndirmələrinə əsaslanır.

Dissertasiyanın II fəslində *G=(0,1)*intervalında təyin olunmuş cüt tərtibli adi diferensial operatoruna baxılır.  sinfindən olan funksiyaların baxılan operatorun doğurduğu məxsusi və qoşulmuş funksiyaları üzrə biortoqonal ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılıb, müntəzəm yığılma sürəti qiymətləndirilib. Bundan əlavə operatoruna uyğun məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sistemi üzrəfəzalarından olan funksiyaların biortoqonal ayrılışı ilə triqonometrik Furye sırasının kompaktda müntəzəm birgəyığılması məsələsi araşdırılıb və *P2(x)*\_ əmsalının kəsilməzlik modulunun müntəzəm birgəyığılma sürətinə təsiri araşdırılır.

Paraqraf 2.1 \_\_ də əmsalları kompleksqiymətli funksiyalar olan



adi diferensial operatoruna baxılır. Burada 

 sinfindən olan *f(0)=f(1)=0* münasibətini ödəyən funksiyaların baxılan operatorun doğurduğu məxsusi və qoşulmuş funksiyalar üzrə biortoqonal ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılıb,  parçasında müntəzəm yığılması sürəti qiymətləndirilib.

operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyalarından təşkil olunmuş ixtiyari** sisteminə baxaq və ** uyğun məxsusi ədədlər sistemi olsun. Tələb edək ki, bu sistemə daxil olan ** tərtibli qoşulmuş funksiya ilə yanaşı ona uyğun *r* \_\_dən kiçik tərtibli bütün qoşulmuş funksiyalar da daxildir və məxsusi funksiyaların ranqı müntəzəm məhduddur. Bu o deməkdir ki,**və də sanki hər yerdə

,

tənliyini ödəyir. Burada  ya 0 (bu halda**\_\_ məxsusi funksiya olur) ya da 1 (bu halda ** olunduğu tələb olunur və ** qoşulmuş funksiya olur) qiymətini alır.

**spektral parametrini daxil edək. Burada 

 operatoruna formal qoşma operatoru  işarə edək, yəni



*L* operatorunun**  məxsusi və qoşulmuş sisteminin

А şərtlərini ödəməsi tələb olunur:

1) ** sistemi **-də tam və minimaldır;

2) Karleman və «birlərin cəmi» şərtləri ödənir

 (16)

** (17)

3)** sisteminə biortoqoal qoşma **sistemi  formal qoşma operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyalarından təşkil olunub, yəni



4) Aşağıdakı antiaprior qiymətləndirmələr ödənir

 (18)

 (19)

5) Elə  sabiti var ki,

 (20)

6) İxtiyari müsbət  üçün aşağıdakı qiymətləndirmə ödənir

** (21)

** (22)

 funksiyanın **sistemi üzrə biortoqonal ayrılışının xüsusi cəmini daxil edək

**

Bu paraqrafın əsas nəticəsi aşağıdakı biortoqonal ayrılışın mütləq və müntəzəm yığılması haqqında teoremdə cəmləşir.

**Teorem 7.** *Fərz edək ki, A şərtləri ödənir və*  *funksiyası f(0)=f(1)=0 şərtini ödəyir.*

*Onda* *funksiyasının sistemi üzrə biortoqonal ayrılışı  parçasında mütləq və müntəzəm yığılır, müntəzəm yığılması sürəti üçün*

(23)

*qiymətləndirməsi doğrudur. Burada*  *və*  *const sabiti f(x) funk-siyasından asılı deyil.*

**Nəticə *9.*** *Fərz edək ki, A şərtləri ödənir. Onda*  *və f(0)=f(1)=0 şərtini ödəyən f(x) funksiyasının biortoqonal ayrılışı  parçasında mütləq və müntəzəm yığılır, müntəzəm yığılması sürəti üçün*

 (24)

 (25)

*qiymətləndirmələri doğrudur. Burada*  *const sabiti f(x) funk-siyasından asılı deyil və «о» simvolu isə f(x) funksiyasından asılıdır.*

Paraqraf 2.2 - də cüt tərtibli adi diferensial operatora uyğun kök funksiyalar sistemi üzrə spektral ayrılışın triqonometrik Furye sıra ilə müntəzəm birgəyığılma (eyniyığılma) məsələləri tədqiq olunur. Operatordakı ci tərtib törəmənin əmsalının kəsilməzlik modulunun müntəzəm birgəyığılma sürətinə təsiri araşdırılır. Tədqiqat V.A.İlin metodu ilə aparılır.

Kompaktda müntəzəm birgəyığılma məsələləri V.A.İlin, V.M.Qurbanov tərəfindən ixtiyari tərtib diferensial operator üçün hərtərəfli tədqiq edilmişdir. Diferensial operatorun əmsallarının cəmlənmə dərəcəsinin birgəyığılma sürətinə təsiri V.M.Qurbanov və İ.S.Lomovun işlərində tədqiq edilmişdir. Qeyd edək ki, V.M.Qurbanov tərəfindən ayrılışı öyrənilən funksiyanın inteqral modul kəsilməzlikləri terminində müntəzəm birgəyığılma (eyniyığılma) üçün qiymətləndirmələr alınmışdır.

Müntəzəm birgəyığılma (eyniyığılma) sürətinin birölçülü Şredinger operatoru üçün potensial kəsilməzlik modulundan asılılığı V.M.Qurbanov və R.A.Səfərov, V.M.Qurbanov və A.T.Qarayevanın işlərində tədqiq edilmişdir.

Bu paraqrafda yuxarıda qeyd olunan nəticələr ixtiyari cüt tərtibli diferensial operatorlar halına genişləndirilir.

intervalında təyin olunmuş, əmsalları kompleks-qiymətli, cəmlənən funksiyalar  operatoruna baxaq, burada, . Fərz edək ki, operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyalarından təşkil olunmuş ** sistemi**(V.A.İlin şərtləri) şərtlərini ödəyir:

1)  sistemi müəyyən qeyd olunmuşüçün  -də qapalı və minimaldır;

2) Karleman və «birlərin cəmi» şərtləri ödənir





3) İxtiyari kompaktı üçün elə  sabiti var ki,



qiymətləndirməsi ödənir. Buradasistemi  \_\_nın biortoqonal qoşma sistemidir. .

Növbəti işarələmələri daxil edək.







Buradafunksiyasının  \_ də normallaşmış triqonometrik sistem üzrə Furye əmsallarıdır;

Burada  \_\_  funksiyasının də modul kəsilməzliyidir;

; 

;;



burada   -nin tam hissəsidir.

Tutaq ki,  \_\_  yarımintervalında təyin olunmuş, kəsilməz azalmayan və aşağıdakı şərtləri ödəyən funksiyadır

а)  olduqda; b)  artmayandır.

 ilə  sinfindən olan və , şərtini ödəyən funksiyalar çoxluğunu işarə edək, burada  sabiti-dən asılıdır.  fəzasında norma aşağıdakı kimi təyin edilir.

.

Besovfunksiyalar sinfini işarə edək. Bu fəzada norma



münasibəti ilə təyin edilir.

Qeyd edək ki,    olduqda isə (-Nikolski sinfidir).

**Teorem 8.** *Fərz edək ki,  və  sistemi Ap şərtlərini ödənir.*

*Onda ixtiyari funksiyasının  sistemi üzrə biortoqonal ayrılışı ilə triqonometrik Furye ayrılışı ixtiyari kompaktında müntəzəm birgəyığılırlar (eyniyığılırlar), yəni*

 (26)

*və  olduqda*

 (27)

*r=1* *olduqda isə*

 (28)

*qiymətləndirmələri doğrudur. Burada , * \_\_ * və * \_\_ *dən asılı olmayan müsbət sabitlərdir.*

**Teorem 9.** *Fərz edək ki, teorem 8* \_\_ *in şərtləri p=1 olduqda ödənir və  funksiyasınınəmsalları üçün aşağıdakı qiymətləndirmə ödənir*

 (29)

*Onda*  * olduqda*

 (30)

*olduqda isə*

 (31)

*qiymətləndirmələri doğrudur. Burada , * \_\_ * və * \_\_ *dən asılı olmayan sabitlərdir.*

Teorem 9 \_\_ dan aşağıdakı nəticələr alınır.

**Nəticə 10.** *Teorem 9* \_\_ *un şərtləri daxilində aşağıdakı qiymətləndirmələri doğrudur:*

  *olduqda*  (32)

 (33)

*burada .*

**Nəticə 11.** *Teorem 9*\_\_*un şərtləri ödəndikdə funksiyaları üçün  halında aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur,*

 (34)

*əgər əlavə olaraq , ,  olarsa, onda*

 ** (35)

*qiymətləndirməsi doğrudur. Burada «O» simvolu f*\_\_*dən asılıdır. Xüsusi halda olarsa*

** (36)

*qiymətləndirməsi doğrudur.*

Sonda məsələlərin qoyuluşuna, dəyərli məsləhətlərinə və müntəzəm diqqətinə görə elmi rəhbərim professor V.M.Qurbanova öz dərin minnətdarlığımı bildirirəm.

**NƏTİCƏ**

* İxtiyari cüt tərtibli cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun məxsusi funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılışın mütləq yığılmasının və müntəzəm yığılma sürətinin tədqiqinin nəticələri.
* Cüt tərtibli hamar əmsallı adi diferensial operatorun kök funksiyaları üzrə sinfindən olan funksiyaların biortoqonal ayrılışlarının mütləq və müntəzəm yığılmasının tədqiqinin nəticələri.
* *(2m-2)-ci* tərtib törəmənin əmsalının inteqral kəsilməzlik modulunun biortoqonal ayrılış ilə adi triqonometrik Furye sırasının müntəzəm birgəyığılma (eyniyığılma) sürətinə təsirinin tədqiqinin nəticələri
* Sobolev, Nikolski, Besov funksional fəzalarından olan funksiyalar üçün kompaktda müntəzəm birgəyığılma (eyniyığılma) sürətinin tədqiqinin nəticələri.

**Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:**

1.Годжаева (Мехдизаде), Х.Р. О скорости равномерной равно-сходимости разложения по собственным функциям дифферен-циального четного порядка. //Актуальные проблемы математики и механики. Материалы международной конференции посвященной 55-летно Института Математики и Механики, -Bakı: -2014. - с.250-251.

2.Годжаева (Мехдизаде), Х.Р. Сходимости спектрального разло-жения функции из класса  по собственным функциям дифференциального оператора четного порядка. // Известия Педагогического Университета, -Bakı: -2015. №2, -c. 35-38.

3.Kurbanov, V.M., Gojayeva, X.R. On convergence of spectral expansion in eigen functions of an even order differential operator. // Mathematical Analysis. Differential Equations and their applications. Madea-7. Azerbaijan-Turkey- Ukrainian International conference, - Baku: -2015. -pp.97.

4. Kurbanov, V.M., Gojayeva, X.R. İnfluence of summability degree of the expanded function on equiconvergence rate for differential operator even order. // İnternational Workshop on "Non-harmonic Analysis and Differential Operators, Baku: -2016. May 25-27; - pp.66.

5. Kurbanov, V.M., Gojayeva, X.R. Convergence of biorthogonal expansion of a function  in eigen an associated functions of even order ordinary differential operator // Proceeding of the Institute of Mathematics and Mechanics. NAS of Azerbaijan, - 2017. v.43, №2, - pp. 252-260.

6.Kurbanov, V.M., Gojayeva, X.R. On influence of modulus of continuty of the coefficient  on uniform equiconvergence rate for an even order differential operator. // Transactions of National Academy of Sciences of Azerbaijan. Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences, -2017. v.XXXVII, №4. -pp77-86.

7.Годжаева, Х.Р. О сходимости спектрального разложения функ-ции из класса  по собственным функциям дифференциаль-ного оператора четного порядка. Riyaziyyatın nəzəri və tətbiqi problemləri Beynəlxalq Elmi Konfransın materialları. –Sumqayıt: -2017. -s.71-72.

8.Годжаева, Х.Р. О сходимости биортогонального разложения по собственным и присоединенным функциям дифференциаль-ного оператора четного порядка. “Riyaziyyatın və Mexanikanın Aktual Problemləri” adlı Respublika Elmi Konfransının Materialları, May; 17-18 . -Bakı: -2018. - s.145-146.

9.Годжаева, Х.Р. О скорости равносходимости спектрального разложения с тригонометрическим рядом для обыкновенного дифференциального оператора четвертого порядка. // Известия Педагогического Университета, - Bakı: -2019. №1, - c.1-16.

10.Годжаева, Х.Р. О скорости равномерной равносходимости на компакте для обыкновенного дифференциального оператора четвертого порядка. // XIII Международная конференция Фундаментальные и прикладные проблемы математики и информатики, приуроченная к 55-летию ФМиКН ДГУ,- Махачкала: -2019 г. -с.56-57.

11.Курбанов, В.M., Годжаева, Х.Р. О сходимости спектрального разложения по собственным функциям дифференциального оператора четного порядка. // Дифференциальные уравнения, - 2019, т.55, №1, - с.10-24.

12. Kurbanov, V.M., Gojayeva X.R. On equiconvergence rate of spectral expansion in eigen function of even order differential operator with trigonometric series. // Spectral Theory and Its Applications, An International Workshop dedicated to the anniversary of an academician Mirabbas Geogja oglu Gasymov, - Baku: -2019. –pp.101-102.

Dissertasiyanın müdafiəsi 31 may 2021-ci il tarixində saat 1400-da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının nəzdində fəaliyyət göstərən Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küçəsi, 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər AkademiyasıRiyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyasıyaları Azərbaycan Milli Elmlər AkademiyasıRiyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 26 aprel 2021-ci il tarixdə zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 26.04.2021

Kağızın formatı: 60х84 1/16

Həcmi: 80000

Тiraj: 50