AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

BƏZİ SİNİF DİFERENSİAL OPERATORLARIN SPEKTRAL XASSƏLƏRİNİN TƏDQİQİ

İxtisas: 1202.01-Analiz və funksional analiz

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Nigar Azad qızı Qədirli**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı -2021

Dissertasiya işi Sumqayıt Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz və funksiyalar nəzəriyyəsi" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Həmidulla İsrafil oğlu Aslanov

Rəsmi opponentlər:
AMEA-nın müxbir üzvü, professor
Bilal Telman oğlu Bilalov

fizika-riyaziyyat elmlər doktoru, professor
İbrahim Mayıl oğlu Nəbiyev

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Azad Məmməd oğlu Bayramov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:
AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor
__________________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi:
f-r.e.n.
__________________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri:
AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor
__________________ **Bilal Telman oğlu Bilalov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Operator-diferensial tənliklərin spektral nəzəriyyəsi müasir riyaziyyatın sürətlə inkişaf edən sahələrindən biridir. Operator-diferensial tənliklərin spektral xassələrinin öyrənilməsinə keçən əsrin 60-cı illərindən başlanılmışdır. F.S.Rofe-Beketov öz-özünə qoşma olan və olmayan operator əmsallı Şturm-Liuvill tənliyi üçün məxsusi funksiyalar üzrə ayrılış teoremləri isbat etmişdir. Sonra bu istiqamətdə F.Z.Ziyətdinov, M.L.Qorbacuk, M.Q.Qimadislamov, R.Z.Xəlilova, M.G.Qasımov, V.V.Jikov və B.M.Levitan, D.R.Yafayev və başqaları qiymətli nəticələr almışdır.

M.G.Qasımov $(2n+1)$ tək ölçülü Evklid fəzasında verilmiş Şredinger tənliyini qeyri-məhdud əmsallı operator tənliyə gətirməklə verilmiş operatorun spektrinin quruluşunu və spektral ayrılışını öyrənmişdir.

Bu istiqamətdə T.Katonun çoxölçülü Şredinger operatorunun spektral xassələrinin öyrənilməsinə həsr edilmiş işini xüsusi qeyd etmək lazımdır.

İlk dəfə A.Q.Kostyucenko və B.M.Levitan qeyri-məhdud, öz-özünə qoşma operator əmsallı Şturm-Liuvill tipli tənliklərin spektrinin diskretliyi şərtini müəyyən etmiş və məxsusi ədədlərin paylanma funksiyasının asimptotik düsturunu almışlar. B.M.Levitan öz-özünə qoşma operator əmsallı Şturm-Liuvill tənliyinin Qrin funksiyasını hərtərəfli öyrənmişdir. Bu məqsədlə onun tərəfindən operator-qiymətli funksiyalardan ibarət Banax fəzaları daxil edilmiş və Qrin funksiyasının inteqral tənliyini və digər xassələrini bu fəzalarda araşdırmışdır. Qeyd etdiyimiz bu iki elmi məqalələr bu istiqamətdə çoxsaylı araşdırmalara yol açmışdır. İstər keçmiş Sovetlər birliyində, istərsə də respublikamızda bu sahədə çox sayda qiymətli tədqiqatlar aparılmışdır. Bu istiqamətdə E.Abdukadırov, E.A.Beqovatov, K.X.Boymatov, M.Bayramoğlu, V.İ.Qorbacuk, V.İ.Qorbacuk və M.L.Qorbacuk, V.İ.Bruk, A.N.Koçubey, V.A.Mixaylets, V.A.Kutovoy, B.M.Levitan və Q.A.Suvorcenkova, V.P.Maslov, M.Otelbayev, H.İ.Aslanov, Ə.A.Abudov və

H.İ.Aslanov, H.D.Orucov, B.İ.Əliyev, N.M.Aslanova, Ə.A.Adıgözəlov, B.A.Əliyev, A.M.Bayramov və başqalarının araşdırmalarını göstərə bilərik.

Bu işlərin müfəssəl biblioqrafiyası M.Ş.Birman və M.Z.Solomyak, R.A.Aleksandryan, Y.M.Berezanskiy, V.A.İlyin və A.Q.Kostyucenko tərəfindən ümumiləşmiş məqalələrində və A.Q.Kostyucenko və İ.S.Sarqsyanın monoqrafiyasında geniş şəkildə şərh edilmişdir.

B.M.Levitanın aldığı nəticələr M.Bayramoğlu, H.İ.Aslanov, Ə.A.Abudov, B.İ.Əliyev və M.Bayramoğlu və H.İ.Aslanovun bir çox tələbələri tərəfindən ümumiləşdirilmiş və inkişaf etdirilmişdir.

Sonralar Q.İ.Mişnayevski, B.İ.Əliyev, M.Q.Duşdurov və başqaları normal operator əmsallı diferensial tənliklərin Qrin funksiyasını tədqiq etmişlər.

Diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin mühüm məsələlərindən biri də verilmiş operatorun mənfi spektrinin diskretlik şərtlərinin öyrənilməsindən ibarətdir. Skalyar diferensial operatorların mənfi spektri N.Rozenlfeld, B.Y.Skacek, Q.İ.Rozemblyum, R.V.Hüseynov və başqaları tərəfindən öyrənilmişdir.

Operator-diferensial tənliklərin mənfi spektrinin diskretliyi və asimptotik paylanması məsələləri M.G.Qasımov, V.V.Jikov və B.M.Levitan, D.R.Yafayev, M.Bayramoğlu, Ə.A.Adıgözəlov, G.Ə.Zeynalov, A.M.Bayramov və başqaları tərəfindən öyrənilmişdir.

Diferensial operatorların spektral məsələlərindən biri də verilmiş operatorun rezolventasının öyrənilməsindən ibarətdir. M.Otelbayev tərəfindən operator əmsallı Şturm-Liuvill tənliyinin rezolventasının müxtəlif σ_p Neyman-Şatten siniflərinə daxil olması şərtləri müəyyən edilmişdir. K.X.Boymatov tərəfindən yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin rezolventasının müxtəlif σ_p siniflərinə daxil olması isbat edilmişdir. M.Q.Duşdurov, H.İ.Aslanov və G.İ.Qasımova tərəfindən sonlu parçada ikinci tərtibli operator-diferensial tənliklərin rezolventasının Hilbert-Şmidt tipli operatorlar sinfinə daxil olması isbat edilmişdir. H.İ.Aslanov və

N.S.Abdullayeva sonlu parçada yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin rezolventasının σ_2 Hilbert-Şmidt sinfinə daxil olmasını göstərmişlər.

Verilmiş diferensial operatorun spektri diskret olduğu və operatorun spektrinin sonsuz sayda məxsusi ədədlərdən ibarət olduğu hallarda əsas məsələlərdən biri də məxsus ədədlərin asimptotik paylanmasını tədqiq etməkdən ibarətdir.

Bütün $n-$ölçülü Evklid fəzasında verilmiş yüksək tərtib elliptik operatorun spektrinin diskretliyi və məxsusi ədədlərinin asimptotik paylanması A.Q.Kostyucenko tərəfindən öyrənilmişdir. Sonlu və sonsuz oblastlarda bu tipli məsələlər V.A.Mixaylets, A.N.Kojevnikov, K.X.Boymatov, Ş.G.Bayımov, H.İ.Aslanov və başqaları tərəfindən baxılmışdır.

Hilbert fəzasında yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin Qrin funksiyası, spektrinin diskretliyi şərtləri və məxsusi ədədlərinin asimptotik paylanması M.Bayramoğlu, H.İ.Aslanov, Ə.A.Abudov, B.İ.Əliyev, G.İ.Qasımova, K.H.Bədəlova və başqaları tərəfindən araşdırılmışdır.

Təqdim edilmiş dissertasiya işi də bu istiqamətdə aparılan elmi tədqiqatlardan ibarətdir.

Dissertasiya işində Hilbert fəzasında yarımoxda verilmiş yüksək tərtibli normal operator əmsallı diferensial tənliklərin Qrin funksiyası qurulmuş, onun asimptotik xassələri öyrənilmiş, törəmələri tədqiq edilmiş, müntəzəm qiymətləndirilməsi alınmış və spektrinin diskretliyi isbat edilmişdir. Yarımoxda ikinci tərtib operator-diferensial tənliklərin spektrinin quruluşu öyrənilmiş, mənfi spektrin diskretliyi isbat edilmiş, mənfi məxsusi ədədlərin sayı qiymətləndirilmiş və məxsusi ədədlərin asipmtotik paylanma düsturu alınmışdır. Sonlu parçada $2n-$tərtibli operator-diferensial tənliyin rezolventasının Hilbert-Şmidt tipli operator olması isbat edilmişdir. R^n fəzasında verilmiş $2m$ tərtibli xüsusi törəməli elliptik operator-diferensial tənliklərin spektrinin diskretliyi isbat edilmiş, məxsusi ədədlərin asimptotik paylanma düsturu alınmışdır.

Tədqiqatın obyekt və predmeti. Operator əmsallı diferensial tənliklərin Qrin funksiyasının tədqiqi, ikinci tərtib operatorların mənfi spektrinin quruluşunu öyrənmək, yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin rezolventasının və məxsusi ədədlərinin asimptotik paylanmasının tədqiqi.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Yarımoxda yüksək tərtibli normal operator əmsallı diferensial tənliklərin Qrin funksiyasını qurmaq və əsas xassələrini öyrənmək, Qrin funksiyasının törəmələrini araşdırmaq, müntəzəm qiymətləndirməsini almaq və spektrinin diskretliyini isbat etmək, yarımoxda ikinci tərtib operator-diferensial tənliklərin mənfi spektrinin quruluşunu öyrənmək, diskretliyini isbat etmək, mənfi məxsusi ədədlər sayını qiymətləndirmək və asimptotik paylanma düsturunu almaq, sonlu parçada yüksək tərtibli operator diferensial tənliyin rezolventasının Hilbert-Şmidt tipli operator olmasını isbat etmək.

Tədqiqat metodları. Dissertasiya işində Hilbert fəzasında öz-özünə qoşma və normal operatorların spektral nəzəriyyəsinin metodlarından, diferensial və inteqral tənliklər nəzəriyyəsindən, Hilbert fəzasında operator qiymətli funksiyalar nəzəriyyəsindən və funksional analizin variasiya üsullarından istifadə olunmuşdur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

1. Yarımoxda yüksək tərtibli normal operator əmsallı diferensial tənliklərin Qrin funksiyasının qurulması və əsas xassələrini öyrənmək.
2. Qrin funksiyasının törəmələrinin araşdırılması, müntəzəm qiymətləndirməsinin alınması və spektrinin diskretliyini isbat etmək.
3. Yarımoxda ikinci tərtib operator-diferensial tənliklərin mənfi spektrinin quruluşunun öyrənilməsi, mənfi spektrin diskretliyini isbat etmək.
4. Mənfi məxsusi ədədlər sayının qiymətləndirilməsi və mənfi məxsusi ədədlərin asimptotik paylanma düsturunu almaq.
5. Sonlu parçada yüksək tərtibli operator tənliyin rezolventasının Hilbert-Şmidt tipli operator olmasını isbat etmək.
6. R^n Evklid fəzasında $2m$ tərtibli xüsusi törəməli elliptik tip operator-diferensial tənliklərin məxsusi ədədlərinin asimptotik paylanma düsturunu isbat etməkdən ibarətdir.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində aşağıdakı yeni elmi nəticələr alınmışdır:

– Yarımoxda yüksək tərtib normal operator əmsallı diferensial tənliklərin Qrin funksiyası qurulmuş və onun əsas xassələri öyrənilmişdir;

– Qrin funksiyasının törəmələri öyrənilmiş, Qrin funksiyasının müntəzəm qiymətləndirilməsi alınmış və spektrin diskretliyi isbat olunmuşdur;

– Yarımoxda ikinci tərtib operator-diferensial tənliklərin spektrinin quruluşu öyrənilmiş, mənfi spektrin diskretliyi isbat olunmuşdur;

– Mənfi məxsusi ədədlər sayının qiymətləndirmələri alınmış və məxsusi ədədlərin asimptotik paylanma düsturu isbat edilmişdir;

– Sonlu parçada yüksək tərtib operator-diferensial tənliklərin rezolventsının Hilbert-Şmidt tipli operator olması isbat olunmuşdur;

– R^n Evklid fəzasında $2m$ tərtibli xüsusi törəməli elliptik tip operator-diferensial tənliklərin məxsusi ədədlərinin asimptotik paylanma düsturu isbat edilmişdir.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiyada alınmış bütün elmi nəticələr nəzəri xarakterə malikdir. Alınmış nəticələrdən diferensial operatorların spektral xassələrinin öyrənilməsi zamanı aparılan tədqiqatlarda və eləcə də kvant mexanikası sahəsində aparılan tədqiqatlarda istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiya işində alınmış nəticələr Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Funksional analiz" (prof. H.İ.Aslanov) və "Diferensial tənliklər" (prof. Ə.B.Əliyev) şöbələrinin elmi seminarlarında, Sumqayıt Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz və funksiyalar nəzəriyyəsi" (prof. N.T.Qurbanov) və "Diferensial tənliklər və optimallaşdırma" (prof. F.G.Feyziyev) kafedralarının elmi seminarlarında, eləcə də Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetində keçirilən Doktorantların və Gənc tədqiqatçıların XX Respublika Elmi konfransında (24-25 may 2016-cı il, Bakı), İnternational Workshop of Non-Harmonik Analysis and Differential Operators (25-27 may 2016-cı il, Bakı), Əməkdar Elm xadimi, professor Ə.Ş.Həbibzadənin 100 illiyinə həsr olunmuş “Funksional analiz və onun tətbiqləri” adlı Respublika elmi konfransında (Bakı-2016), Akademik Məcid Rəsulovun 100 illiyinə həsr olunmuş AMEA, BDU və ADPU-nun birgə “Nəzəri və tətbiqi riyaziyyatın aktual məsələləri” Respublika elmi konfransında (28-29 oktyabr, 2016-cı il, Şəki), Sumqayıt Dövlət Universiteti və AMEA-nın İnformasiya Texnologiyaları Universiteti ilə birgə “Riyaziyyatın tətbiqi problemləri” Beynəlxalq Elmi Konfransında (25-27 may – 2017, Sumqayıt), Bakı Dövlət Universiteti, AMEA-nın müxbir üzvü, professor Qoşqar Əhmədovun 100 illiyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri” adlı Respublika Elmi Konfransında (02-03 noyabr 2017, Bakı) məruzə edilmişdir.

Müəllifin şəxsi töhvəsi. Alınan bütün nəticə və təkliflər müəllifə aiddir.

Müəllifin nəşrləri. Dissertasiyanın əsas nəticələri 14 işdə çap olunub, onların siyahısı avtoreferatın sonunda verilib.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Sumqayıt Dövlət Universitetinin Riyazi analiz və funksiyalar nəzəriyyəsi kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işi girişdən -50000, titul -591, mündəricat -2191, üç fəsildən-164000 (I fəsil -72000, II fəsil - 54000, III fəsil -38000), nəticə-1695 və 121 adda olan ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiya işinin ümumi həcmi 218477 işarədir.

İŞİN QISA MƏZMUNU

Dissertasiya işi girişdən və üç fəsildən ibarətdir. Girişdə dissertasiya işinin mövzusu ilə əlaqədar olan elmi işlərin qısa xülasəsi verilmiş, dissertasiyada alınmış əsas nəticələr şərh edilmişdir.

Dissertasiya işinin **birinci fəsli** yarımoxda yüksək tərtibli normal operator əmsallı diferensial tənliklərin tədqiqinə həsr edilmişdir. Tənliyin Qrin funksiyası qurulmuş, onun əsas xassələri öyrənilmiş, spektral parametrin kifayət qədər böyük qiymətlərində Qrin funksiyasının müntəzəm qiymətləndirmələri alınmışdır. Bu qiymətləndirmələrdən istifadə edərək Qrin funksiyasının Hilbert-Şmidt tipli nüvə olması isbat edilmişdir. Buradan baxılan operatorun diskret spektrə malik olması alınır.

Tutaq ki, $H-$separabel Hilbert fəzasıdır.
$H_1 = L_2[[0,\infty);H]$ fəzasında

$$l(y)=(-1)^n y^{(2n)}+\sum_{j=2}^{2n} Q_i(x) y^{(2n-j)} \qquad (1)$$

diferensial ifadəsi və

$$y^{(l_1)}(0)=y^{(l_2)}(0)=\ldots=y^{(l_n)}(0)=0 \qquad (2)$$

sərhəd şərtləri ilə təyin edilən L operatoruna baxaq:

Burada $0\le l_1<l_2<\ldots<l_n\le 2n-1$.

Məsələni öyrənmək üçün verilmiş diferensial tənliyin $Q_j(x)\ (j=2,3,\ldots,2n)$ əmsallarının aşağıda göstərilən şərtləri ödədiyini fərz edəcəyik:

1°. Bütün $x\in[0,\infty)$ üçün H fəzasında hər yerdə sıx olan $D\{Q(x)\}=D(Q)$ (burada $Q(x)=Q_{2n}(x)$ işarə olunmuşdur) vardır ki, $Q(x)$ operatoru bu oblastda normal operatordur.

2°. Fərz edək ki $Q^{-1}(x)$ operatoru istənilən $x\in[0,\infty)$ üçün tamam kəsilməz operatordur. Belə ki, $Q(x)$ operatorunun məxsusi ədədləri kompleks müstəvi üzərində

$$\Omega=\{\lambda:|arq\lambda-\pi|<\varepsilon_0, 0<\varepsilon_0<\pi\}$$

oblastı xaricində yerləşir.

Tutaq ki, $\alpha_1(x),\alpha_2(x),\ldots,\alpha_n(x),\ldots Q(x)$ operatorunun məxsusi ədədləridir və onlar modullarının artma istiqamətində düzülmüşdür: $|\alpha_1(x)|\le|\alpha_2(x)|\le\ldots\le|\alpha_n(x)|\le\ldots$ Fərz olunur ki, $\sum_{j=1}^{\infty}|\alpha_j(x)|^{\frac{1-4n}{2n}}$ sırası bütün $x\in[0,\infty)$ üçün yığılan sıradır və onun cəmi $F(x)\in L_1[0,\infty)$.

3°. İstənilən $x \in [0,\infty)$ və $|x-\xi| \le 1$ üçün

$$\left\| [Q(\xi) - Q(x)] Q^{-a}(x) \right\|_H \le A|x-\xi|,$$

$$\left\| Q^{-\frac{1}{2n}}(x) Q^{\frac{1}{2n}}(\xi) \right\|_H < c_1, \left\| Q^{-\frac{1}{2n}}(\xi) Q^{\frac{1}{2n}}(x) \right\|_H < c_2$$

şərtləri ödənilir. Burada A, c_1, c_2 müsbət sabitlərdir və $0 < a < \dfrac{2n+1}{2n}$.

4°. Bütün $x \in [0,\infty)$ və $|x-\xi| > 1$ üçün aşağıdakı bərabərsizlik ödənilir.

$$\left\| Q(\xi) \exp\left(-\frac{Jm\omega_1}{2} |x-\xi| Q^{\frac{1}{2n}}(x) \right) \right\|_H < B, B > 0 - \text{sabitdir.}$$

$$Jm\omega_1 = \min_i \left\{ Jm\omega_i > 0, \omega_i^{2n} = -1 \right\}.$$

5°. Bütün $x \in [0,\infty)$ üçün

$$\left\| Q_j(x) Q^{\frac{1-j}{2n}+\varepsilon}(x) \right\|_H < c_3, c_3 > 0, j = 2,3,\ldots,2n-1$$

bərabərsizlikləri ödənilir.

L operatorunun Qrin funksiyasının qurulması üç mərhələdə aparılır. Birinci mərhələdə əmsalı "ξ" nöqtəsində dondurulmuş

$$l_1(y) = (-1)^n y^{(2n)} + Q(\xi) y + \mu y \tag{3}$$

diferensialın ifadəsi və (2) sərhəd şərtləri ilə təyin olunmuş L_1 operatorunun Qrin funksiyası qurulur.

İkinci mərhələdə əmsalı dəyişən $x-$dən asılı olan

$$l_0(y) = (-1)^n y^{(2n)} + Q(x) y + \mu y \tag{4}$$

diferensialın ifadəsi və (2) sərhəd şərtləri ilə təyin olunmuş L_0 operatorunun Qrin funksiyası qurulur və onun bəzi xassələri öyrənilir.

Üçüncü mərhələdə isə (1)-(2) məsələsinin Qrin funksiyası qurulur və onun xassələri öyrənilir. Qrin funksiyasının qiymətləndirmələrindən istifadə edərək onun Hilbert-Şmidt tipli nüvə olması isbat edilir.

1.2. paraqrafında L_1 operatorunun $G_1(x,\eta,\xi,\mu)$ Qrin funksiyası qurulur. Qrin funksiyası

$$G_1(x,\eta,\xi,\mu) = g(x,\eta,\xi,\mu) + V(x,\eta,\xi,\mu) \quad (5)$$

şəklində axtarılır. Burada $g(x,\eta,\xi,\mu)$ funksiyası $l_1(y)=0$ tənliyinin bütün həqiqi oxda Qrin funksiyasıdır:

$$g(x,\eta,\xi,\mu) = \frac{[Q(\xi)+\mu E]^{\frac{1-2n}{2n}}}{2n\cdot i}\cdot\sum_{\alpha=1}^{n}\omega_\alpha e^{i\omega_\alpha[Q(\xi)+\mu E]^{\frac{1}{2n}}|x-\eta|} \quad (6)$$

$V(x,\eta,\xi,\mu)$ funksiyası isə

$$\begin{cases} l_1(y)=0 \\ V^{(l_j)}_{(x,\eta,\xi,\mu)}\Big|_{x=o} = -g^{(l_j)}_{(x,\eta,\xi,\mu)}\Big|_{x=0} \end{cases}, \; j=1,2,\ldots,n \quad (7)$$

məsələsinin $x\to\infty$ şərtində məhdud həllidir.

Göstərilmişdir ki,

$$V(x,\eta,\xi,\mu) = \frac{[Q(\xi)+\mu E]^{\frac{1-2n}{2n}}}{2ni}\sum_{\alpha=1}^{n}\omega_\alpha e^{i\omega_\alpha[Q(\xi)+\mu E]^{\frac{1}{2n}}(x+\eta)} \quad (8)$$

$G_1(x,\eta,\xi,\mu)$ Qrin funksiyası üçün aşağıdakı ifadə alınmışdır:

$$G_1(x,\eta,\xi,\mu) = g(x,\eta,\xi,\mu)[E - r(x,\eta,\xi,\mu)] \quad (9)$$

Burada $\|r(x,\eta,\xi,\mu)\|_H = o(1)$, $\mu\to\infty$ olduqda.

1.3. paraqrafında Levi metodundan istifadə edərək L_0 operatorunun Qrin funksiyası üçün Fredholm tipli inteqral tənlik alınır:

$$G_0(x,\eta,\mu) = G_1(x,\eta,\mu) - \int_0^\infty G_1(x,\xi,\mu)[Q(\xi)-Q(x)]G_0(x,\eta,\mu)d\xi \quad (10)$$

Bu inteqral tənliyin həlli B.M.Levitan tərəfindən daxil edilmiş $X_1, X_2, X_3^{(p)}, X_2^{(s)}, X_5 (p\ge 1, s\le 0)$ operator qiymətli funksiyalardan ibarət olan Banax fəzalarında tədqiq edilir.

Bu məqsədlə X_1 (və ya X_2) fəzalarında aşağıdakı kimi operator təyin edilir:

$$TA(x,\eta)=\int_0^\infty G_1(x,\xi,\mu)[Q(\xi)-Q(x)]A(\xi,\eta)d\xi \qquad (11)$$

Burada $\|\alpha(x,\eta,\mu)\| = o(1), \mu \to \infty.$

Aşağıdakı mühüm teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 1.3.1. Əgər $Q(x)$ operator-funksiyası $1^\circ - 4^\circ$ şərtlərini ödəyərsə, onda $\mu > 0$ parametrinin kifayət qədər böyük qiymətlərində T operatoru X_1 (və ya X_2) fəzalarında sıxan operatordur.

Bu teoremdən (10) inteqral tənliyinin X_1 və X_2 fəzalarında yeganə həllinin olmasını və

$$G_0(x,\eta,\mu)=G_1(x,\eta,\mu)[E+\alpha(x,\eta,\mu)] \qquad (12)$$

asimptotik bərabərliyini alırıq.

1.4. paraqrafında $G_0(x,\eta,\mu)$ Qrin funksiyasının törəmələri öyrənilmişdir. İsbat olunmuşdur ki, $\frac{\partial^k G_0(x,\eta,\mu)}{\partial \eta^k}$ $(k=1,2,\ldots,2n-2)$ törəmələri hər iki x,η dəyişənlərinə nəzərən güclü mənada kəsilməz operator-funksiyalardır. $\eta \neq x$ qiymətlərində $\frac{\partial^{2n-1} G_0(x,\eta,\mu)}{\partial \eta^{2n-1}}$ törəməsi kəsilməz funksiyadır, amma $\eta = x$ qiymətlərində birinci növ kəsilməyə malikdir və bu nöqtədə

$$\frac{\partial^{2n-1} G_0(x,x+0,\mu)}{\partial \eta^{2n-1}} - \frac{\partial^{2-1} G_0(x,x-0,\mu)}{\partial \eta^{2n-1}} = (-1)^n E$$

"sıçrayışına" malikdir.

$G_0(x,\eta,\mu)$ funksiyasının

$$(-1)^n G_{0\eta}^{(2n)}(x,\eta,\mu)+G_0(x,\eta,\mu)[Q(\eta)+\mu E]=0$$

tənliyini və

$$\left.\frac{\partial^{l_1} G_0(x,\eta,\mu)}{\partial \eta^{l_1}}\right|_{\eta=0} = \left.\frac{\partial^{l_2} G_0(x,\eta,\mu)}{\partial \eta^{l_2}}\right|_{\eta=0} = \ldots = \left.\frac{\partial^{l_n} G_0(x,\eta,\mu)}{\partial \eta^{l_n}}\right|_{\eta=0} = 0$$

sərhəd şərtlərini ödəməsi göstərilmişdir.

1.5. paraqrafında (1)-(2) məsələsinin Qrin funksiyası qurulmuş və $\mu \to \infty$ şərtində onun (x,η) dəyişənlərinə nəzərən müntəzəm qiymətləndirmələri alınmışdır.

$G(x,\eta,\mu)$ Qrin funksiyası

$$G(x,\eta,\mu) = G_0(x,\eta,\mu) - \int_0^\infty G_0(x,\xi,\mu)\rho(\xi,\eta)d\eta \qquad (13)$$

şəklində axtarılır. (13) bərabərliyinə daxil olan $\rho(x,\eta)$ funksiyası üçün

$$\rho(x,\eta) = F(x,\eta,\mu) - \int_0^\infty F(x,\eta,\mu)\rho(\xi,\eta)d\xi \qquad (14)$$

Fredholm tipli inteqral tənlik alınır.
Burada

$$F(x,\eta,\mu) = -\sum_{j=2}^{2n} Q_j(x) \int_0^\infty \frac{\partial^{2n-j} G_0(x,\xi,\mu)}{\partial \eta^{2n-j}} \qquad (15)$$

(15) bərabərliyindən istifadə edərək aşağıdakı qiymətləndirmələr alınmışdır:

$$\|F(x,\eta,\mu)\|_H \le c \cdot \mu^{-\varepsilon} \cdot \delta_0^{-\varepsilon} \cdot e^{-r_0 Jm\omega_1 \cdot \mu^{\frac{1}{2n}} \cdot \delta_0^{\frac{1}{2n}} |x-\eta|} \qquad (16)$$

$$\sup_{0 \le x < \infty} \int_0^\infty \|F(x,\eta,\mu)\|_H^2 d\eta \le \frac{c^1}{\mu^\beta}, \beta > 0 \qquad (17)$$

(17) bərabərsizliyindən $\|F(x,\eta,\mu)\| \in X_3^{(2)}$ olduğunu və eyni zamanda $\|F(x,\eta,\mu)\|_{X_3^{(2)}} \to 0$ olduğunu alırıq.

Nəticədə $\|\rho(x,y) - F(x,\eta,\mu)\|_{X_3^{(2)}} \to 0$ və μ parametrinin kifayət qədər böyük qiymətlərində

$$G(x,\eta,\mu) = G_0(x,\eta,\mu)[E + \sigma(x,\eta,\mu)], \quad \|\sigma(x,\eta,\mu)\|_H = o(1) \qquad (18)$$

alırıq.

(10), (13) və (18) bərabərliklərindən son nəticədə

$$G(x,\eta,\mu) = g(x,\eta,\mu)[E + \beta(x,\eta,\mu)], \quad \|\beta(x,\eta,\mu)\|_H = o(1) \qquad (19)$$

olduğunu alırıq.

(19) bərabərliyindən

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \|G(x,\eta,\mu)\|_H^2 \, dx d\eta < \infty \qquad (20)$$

alınır. (20) şərtindən $G(x,\eta,\mu)$ funksiyasının Hilbert-Şmidt tipli nüvə olmasını alırıq. $G(x,\eta,\mu)$ nüvəsi H_1 fəzasında $R_\mu = (L+\mu E)^{-1}$ operatorunun nüvəsi olduğundan L operatorun diskret spektrə malik olmasını alırıq.

Dissertasiya işinin **ikinci fəsli** yarımoxda ikinci tərtib operator-diferensial tənliyin mənfi spektrinin quruluşunun öyrənilməsinə, mənfi spektrinin diskretliyinin isbat edilməsinə, mənfi məxsusi ədədlər sayının qiymətləndirilməsinə və mənfi məxsusi ədədlər sayı üçün asimptotik düsturun alınmasına həsr olunmuşdur.

Tutaq ki, H separabel Hilbert fəzasıdır. $H_1 = L_2[[0,\infty);H]$ fəzasında

$$l(y) = -(P(x)y')' - Q(x)y \qquad (21)$$

diferensial ifadəsi və

$$y'(0) = 0 \qquad (22)$$

sərhəd şərti ilə təyin olunmuş L operatoruna baxılır.

Fərz edək ki, L operatorunun $P(x)$ və $Q(x)$ əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyir:

1) $P(x) - [0,\infty)$ intervalında kəsilməz və kəsilməz törəməyə malik olan skalyar funksiyadır və elə $c_1 > 0, c_2 > 0$ sabitləri vardır ki, $c_1 < P(x) < c_2$.

2) İstənilən $x \in [0,\infty)$ üçün $Q(x)$ tamam kəsilməz, müsbət, monoton azalan operatordur və $\|Q(x)\|_H$ kəsilməz funksiyadır, belə ki,

$$\lim_{x\to\infty} \|Q(x)\|_H = 0$$

2.1. paraqrafında alınmış əsas nəticə aşağıdakı teoremdən ibarətdir.

Teorem 2.1.1. Əgər L diferensial operatorunun əmsalları 1),2) şərtlərini ödəyirsə, onda L aşağıdan məhdud operatordur və onun spektrinin mənfi hissəsi diskretdir.

Tutaq ki, $\alpha_1(x)$ $Q(x)$ operatorunun birinci məxsusi ədədidir. $\alpha_1(x)=\|Q(x)\|_H$. $\psi_1(x)$ ilə $\alpha_1(x)$ funksiyasının $(0,\alpha_1(0))$ intervalında tərs funksiyasını işarə edək.

$\widetilde{H}_{01}=L_2[[0,\psi_1(\varepsilon)];H]$ fəzasında (21) diferensial ifadəsi və

$$y(0)=y[\psi_1(\varepsilon)]=0 \tag{23}$$

$$y'(0)=y'[\psi_1(\varepsilon)]=0 \tag{24}$$

sərhəd şərtləri ilə təyin olunmuş operatorları L_1 və L_2 ilə işarə edək. L, L_1, L_2 operatorlarının $(-\varepsilon)-$dan kiçik olan məxsusi ədədləri sayını uyğun olaraq $N(\varepsilon), N_1(\varepsilon)$ və $N_2(\varepsilon)$ ilə işarə edək.

Aşağıdakı köməkçi lemma doğrudur:

Lemma 2.2.1. Əgər L operatorunun əmsalları 1), 2) şərtlərini ödəyərsə, onda $N(\varepsilon)\geq N_1(\varepsilon)$ və $N(\varepsilon)\leq N_2(\varepsilon)$ münasibətləri doğrudur.

L_{01} ilə $H_1=L_2[[0,\infty);H]$ fəzasında

$$l_0(y)=-y''-c_1^{-1}Q(x)y \tag{25}$$

diferensial ifadəsi və

$$y'(0)=0 \tag{26}$$

sərhəd şərti ilə təyin olunmuş operatoru L_{02} ilə $\widetilde{H}_{02}=L_2[[\psi_1(\varepsilon),\infty);H]$ fəzasında (24) diferensial ifadəsi və $y'[\psi_1(\varepsilon)]=0$ sərhəd şərti ilə təyin olunmuş operatoru işarə edək. $o=x_0<x_1<x_2<\ldots<x_m=\psi_1(\varepsilon)$ilə $[0,\psi_1(\varepsilon)]$ parçasının uzunluğu $\delta=\dfrac{\psi_1(\varepsilon)}{[\psi_1^k(\varepsilon)]+1}$ olan bölgüsünü işarə edək.

$L_2[[x_{i-1}, x_i]; H]$ fəzasında aşağıdakı kimi operatorlar daxil edək:

$$l_{i(1)}(y) = -p(x_i)y''(x) - Q(x_i)y \tag{27}$$

diferensial ifadəsi və $y(x_{i-1}) = y(x_i) = 0$ sərhəd şərtləri ilə təyin olunmuş operatoru $L_{i(1)}$ ilə,

$$l_{i(2)}(y) = -p(x_{i-1})y''(x) - Q(x_{i-1})y \tag{28}$$

diferensial ifadəsi və $y'(x_{i-1}) = y'(x_i) = 0$ sərhəd şərtləri ilə təyin edilmiş operatoru $L_{i(2)}$ kimi işarə edək.

Aşağıdakı lemma da doğrudur:

Lemma 2.2.2. Fərz edək ki, 1),2) şərtləri ödənilir. Onda $L_{(1)i} < L_{i(1)}$ və $L_{(2)i} < L_{i(2)}$ bərabərsizlikləri doğrudur.

2.2. paraqrafında aşağıdakı əsas teoremlər isbat edilmişdir.

Teorem 2.2.2. Əgər L operatorunun əmsalları 1),2) şərtlərini ödəyirsə, onda L operatorunun mənfi məxsusi ədədlərinin sayı üçün aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur:

$$N(\varepsilon) > \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{l_\varepsilon}\int_0^{\psi_i(\varepsilon)}\sqrt{\frac{\alpha_i(x)-\varepsilon}{p(x)}}dx - c\cdot l_\varepsilon\int_0^{\delta}\sqrt{\alpha_1(x)}dx - c\cdot l_\varepsilon\psi_1^k(\varepsilon) \tag{29}$$

Burada $l_\varepsilon = \sum_{\alpha_1(0)>\varepsilon} 1.$

Teorem 2.2.5. Əgər L operatorun əmsalları 1),2) şərtlərini ödəyərsə, onda $\varepsilon > 0-$ın kifayət qədər kiçik qiymətlərində aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$N(\varepsilon) < \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{l_\varepsilon}\int_0^{\tilde{\psi}_j(\varepsilon)}\sqrt{\frac{\alpha_i(x)-\varepsilon}{p(x)}}dx + const\cdot l_\varepsilon\cdot\int_0^{\delta}\sqrt{\alpha_1(x)}dx + const\cdot l_\varepsilon\cdot\psi_1^k(\varepsilon) \tag{30}$$

2.3. paraqrafında (20) diferensial ifadəsi və (21) sərhəd şərti ilə təyin olunmuş L operatorunun mənfi məxsusi ədədlərinin asimptotik paylanma düsturu isbat edilmişdir.

Fərz olunur ki, $P(x)$ və $Q(x)$ əmsalları 1),2) şərtini ödəyirlər və bundan əlavə $Q(x)$ operatorunun birinci məxsusi ədədi olan $\alpha_1(x)$ funksiyası aşağıdakı şərtləri ödəyir:

3) İstənilən $\eta > 0$ ədədi üçün

$$\lim_{x\to\infty}\alpha_1(x)x^{k_0-\eta}=\lim_{x\to\infty}\left[\alpha_1(x)x^{k_0+\eta}\right]^{-1}=0,$$

burada $k_0\in(0,2)$ hər hansı ədəddir.

4) $\sum_{i=1}^{\infty}\left[\alpha_i(0)\right]^m$ sırası yığılan sıradır, $0<m<\frac{(2-k_0)^2}{8k_0-2k_0^2}$.

Aşağıdakı teorem isbat edilmişdir:

Teorem 2.3.1. Tutaq ki, L operatorunun əmsalları 1)-4) şərtlərini ödəyir. Onda $\varepsilon\to 0$ şərtində aşağıdakı asimptotik düstur doğrudur:

$$N(\varepsilon)=\frac{1}{\pi}\left[1+O\left(\varepsilon^{-t_0}\right)\right]\sum_{j=1}^{l_\varepsilon}\int_{\alpha_j(x)}\sqrt{\frac{\alpha_j(x)-\varepsilon}{p(x)}}\,dx \qquad (31)$$

Burada t_0 − müəyyən müsbət ədəddir.

Dissertasiya işinin **üçüncü fəsli** Hilbert fəzasında sonlu parçada yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin rezolventasının araşdırılmasına və bir sinif xüsusi törəməli elliptik tip operator-diferensial tənliklərin məxsusi ədədlərinin asimptotik paylanma düsturunun alınmasına həsr edilmişdir.

3.1. paraqrafında sonlu parçada yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin rezolventası araşdırılmış, rezolventanın Hilbert-Şmidt tipli inteqral operator olması isbat edilmişdir.

$L_2\left[[0,\pi];H\right]$ fəzasında

$$l(y)=(-1)^n\left(P(x)y^{(n)}\right)^{(n)}+Q(x)y \qquad (32)$$

diferensial ifadəsi və

$$\begin{cases} y(0)=y'(0)=\ldots=y^{(n-1)}(0)=0 \\ y(\pi)=y'(\pi)=\ldots=y^{(n-1)}(\pi)=0 \end{cases} \qquad (33)$$

sərhəd şərtləri ilə təyin olunmuş L operatoruna baxılır.

Fərz edilir ki, $P(x)$ və $Q(x)$ əmsalları aşağıda göstərilən şərtləri ödəyir:

1) İstənilən $x\in[0,\pi]$ üçün $P(x)$ $n-$dəfə müntəzəm diferensiallanan operator-funksiyadır və istənilən $h\in H$ üçün $m(h,h)_H\le(P(x)h,h)_H\le M(h,h)_H,\ m,M>0$

şərti ödənir.

2) İstənilən $x \in [0, \pi]$ üçün H fəzasında hər yerdə sıx olan elə ümumi $D\{Q(x)\} = D(Q)$ çoxluğu vardır ki, $Q(x)$ operatoru həmin çoxluqda təyin edilmiş, öz-özünə qoşma, aşağıdan məhdud operatordur, yəni istənilən $f \in D(Q)$ üçün $(Q(x)f, f)_H > (f, f)_H$ ödənilir.

3) Elə $A > 0,\ 0 < a < \dfrac{2n+1}{2n}$ sabit ədədləri vardır ki, istənilən $x \in [0, \pi]$ üçün $|x - \xi| \le 1$ olduqda $\left\| [Q(x) - Q(\xi)] Q^{-a}(x) \right\|_H < A|x - \xi|$ ödənilir.

4) İstənilən $x \in [0, \pi]$ və $|x - \xi| > 1$ üçün

$$\left\| K(\xi) \exp\left(-\frac{Jm\varepsilon_1}{2} |x - \xi| \omega \right) \right\|_H < B,$$

burada

$$K(\xi) = P(\xi)^{\frac{1}{2}} Q(\xi) P^{-\frac{1}{2}}(\xi),\ \omega = \left[K(\xi) + \mu P^{-1}(\xi) \right]^{\frac{1}{2n}},\ \mu > 0,$$
$$Jm\varepsilon_1 = \min_i \left\{ Jm\varepsilon_i > 0, \varepsilon_i^{2n} = -1 \right\}.$$

5) İstənilən $x, \xi \in [0, \pi]$ üçün

$$\left\| Q(x) P^{\pm\frac{1}{2}}(x) Q^{-1}(x) \right\|_H < c, \quad \left\| Q(\xi) P^{-\frac{1}{2}}(x) P^{\frac{1}{2}}(\xi) Q^{-1}(\xi) \right\|_H < c.$$

şərtləri ödənilir.

6) $Q^{-1}(x)$ operatoru tamam kəsilməz operatordur. (Bu zaman $K^{-1}(x)$ operatoru da tamam kəsilməz operatordur). $\beta_1(x) \le \beta_2(x) \le \ldots \le \beta_n(x) \le \ldots$ ilə $K(x)$ operatorunun artma istiqamətində düzülmüş məxsusi ədədlərini işarə edək, belə ki, bu məxsusi ədədlər ölçülən funksiyalardır $\sum_{k=1}^{\infty} \beta_k^{\frac{1-4n}{2n}}(x)$ sırası istənilən $x \in [0, \pi]$ üçün yığılandır və onun cəmi $F(x) \in L_1[0, \pi]$. Bu şərtlər

ödəndikdə isbat olunmuşdur ki, L operatorunun spektri diskretdir. $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n, ..$ ilə L operatorunun məxsusi ədədlərini işarə edək. $L -$ qeyri-məhdud operatordur və $n \to \infty$ şərtində $\lambda_n \to \infty$.

Aşağıdakı əsas teorem isbat edilmişdir.

Teorem 3.1.1. Əgər L operatorunun əmsalları 1)-6) şərtlərini ödəyirsə, onda $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k^2}$ sırası yığılandır, yəni, L operatoru Hilbert-Şmidt tipli operatordur.

3.2. paraqrafında Hilbert fəzasında xüsusi törəməli yüksək tərtibli elliptik tip operator-diferensial tənliklərin spektrinin diskretliyi və məxsusi ədədlərin asimptotik paylanması tədqiq edilmişdir.

Tutaq ki, $H -$ separabel Hilbert fəzasıdır. $H_1 = L_2(R^n; H)$ fəzasında

$$l(y) = (-1)^m \sum_{k_1+k_2+...+k_n=2m} A^{k_1 k_2 ... k_n}(x) \frac{\partial^{2m} u}{\partial x_1^{k_1} \partial x_2^{k_2} .. \partial x_n^{k_n}} + Q(x)u, \qquad (34)$$

diferensial ifadəsi ilə təyin edilmiş L operatoruna baxılır. Fərz edilir ki, (34) diferensial ifadəsinin baş hissəsi müntəzəm elliptiklik şərtini ödəyir, yəni, elə c_1, c_2 sabitlər vardır ki,

$$c_1 |s|^2 \le \sum_{k_1+k_2+...+k_n=2m} A^{k_1 k_2 ... k_n}(x) s_1^{k_1} s_2^{k2} .. s_n^{kn} \le c_2 |s|^{2m}$$

Burada $s = (s_1, s_2, ..., s_n) \in R^n$.

Fərz edək ki, (34) ifadəsinin əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyir:

1. $A^{k_1 k_2 ... k_n}(x) -$ bütün R^n fəzasında həqiqi qiymətlər olan məhdud funksiyadır və Hölder şərtini ödəyir:

$$\left| A^{k_1 k_2 ... k_n}(x) - A^{k_1 k_2 ... k_n}(\xi) \right| \le K |x - \xi|^{\gamma}, |x - \xi| < 1, 0 < \gamma < 1.$$

2. $Q(x)$ öz-özünə qoşma, aşağıdan müntəzəm məhdud operatordur və $Q^{-1}(x) \in \sigma_\infty$.

3. Müəyyən $l>0$ üçün $Q^{-l}(x)\in\sigma_1$, $x\in R^n$ və $\int\limits_{R^n}\left\|Q^{-l}(x)\right\|_1 dx<\infty.$

4. Elə $f(x)$ funksiyası vardır ki, $|x-\xi|\le 1$ olduqda

$$\left\|e^{-ctQ(\xi)}\right\|_1\le\left\|e^{-f(c)tQ(\xi)}\right\|_1$$

ödənilir, burada $c>0,t>0\ \left(f(c)>0\right)$ istənilən ədəddir.

5. İstənilən $M>0$ ədədi üçün

$$\int\limits_{R^n} tre^{-MtQ(x)}dx=\overline{\overline{O}}(1)\int\limits_{R^n} tre^{-tQ(x)}dx$$

6. $\alpha_1(x)\le\alpha_2(x)\le\ldots\le\alpha_n(x)\le\ldots$ ilə $Q(x)$ operatorunun H fəzasında məxsusi ədədlərini işarə edək.

$$\Phi(x)=\int\limits_{R^n}e^{-L_0(x,is)}ds,\ \rho(\lambda)=\sum_{i=1}^{\infty}\int\limits_{\alpha_1(x)<\lambda}\Phi(x)\left[\lambda-\alpha_i(x)\right]^{\frac{n}{2m}}dx,$$

funksiyası təyin edək. Fərz edək ki, $\lambda>0-$ın kifayət qədər böyük qiymətlərində $\lambda\rho'(\lambda)<\alpha_0\rho(\lambda)$ şərti ödənilir.

Aşağıdakı teorem isbat edilmişdir.

Teorem 3.2.1. Əgər (34) diferensial ifadəsinin əmsalları 1.-6. şərtlərini ödəyərsə, onda L operatorunun spektri diskretdir və λ ədədindən kiçik olan məxsusi ədədlərin sayını göstərən $N(\lambda)=\sum\limits_{\lambda_n<\lambda}1$ funksiyası üçün $\lambda\to\infty$ şərtində aşağıdakı asimptotik düsturu doğrudur:

$$N(\lambda)\sim\frac{1}{(2\pi)^n\Gamma\left(\frac{n}{2m}+1\right)}\sum_{i=1}^{\infty}\int\limits_{\alpha_1(x)<\lambda}\Phi(x)\left[\lambda-\alpha_i(x)\right]^{\frac{n}{2m}}dx.\qquad(35)$$

NƏTİCƏ

Dissertasiya işində Hilbert fəzasında yarımoxda verilmiş yüksək tərtibli normal operator əmsallı diferensial tənliklərin Qrin funksiyası qurulmuş, spektrinin diskretliyi isbat edilmişdir. Yarımoxda ikinci tərtib operator-diferensial tənliklərin spektrinin quruluşu öyrənilmiş, mənfi məxsusi ədədlərin asimptotik paylanma düsturu alınmışdır. Sonlu parçada yüksək cüt tərtibli operator-diferensial tənliyin rezolventasının Hilbert-Şmidt tipli operator olması isbat edilmişdir. Yüksək tərtibli elliptik operator-diferensial tənliklərin məxsusi ədədlərinin asimptotik paylanma düsturu alınmışdır.

Dissertasiya işində aşağıdakı yeni elmi nəticələr alınmışdır:

– Yarımoxda yüksək tərtib normal operator əmsallı diferensial tənliklərin Qrin funksiyası qurulmuş və onun əsas xassələri öyrənilmişdir;

– Qrin funksiyasının törəmələri öyrənilmiş, Qrin funksiyasının müntəzəm qiymətləndirilməsi alınmış və spektrin disrkretliyi isbat olunmuşdur;

– Yarımoxda ikinci tərtib operator-diferensial tənliklərin spektrinin quruluşu öyrənilmiş, mənfi spektrin diskretliyi isbat olunmuşdur;

– Mənfi məxsusi ədədlər sayının qiymətləndirmələri alınmış və məxsusi ədədlərin asimptotik paylanma düsturu isbat edilmişdir;

– Sonlu parçada yüksək tərtib operator-diferensial tənliklərin rezolventsının Hilbert-Şmidt tipli operator olması isbat olunmuşdur;

- R^n Evklid fəzasında $2m$ tərtibli xüsusi törəməli elliptik tip operator-diferensial tənliklərin məxsusi ədədlərinin asimptotik paylanma düsturu isbat edilmişdir.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı elmi işlərdə çap olunmuşdur

1. Гадирли, Н.А. О резольвенте операторного уравнения высокого порядка с номальным операторным коэффициентом на полуоси // Doktorantların və Gənc Tədqiqatçıların XX Respublika elmi konfransının materialları, I cild, -Bakı:-2016, -s. 24-25.

2. Aslanov, H.İ., Gadirli, N.A. Asymptotic distribution of eigenvalues of higher order elliptic operator-differential equations in Hilbert space // İnternational Workshop on Non-Harmonic Analysis and Differential Operators, -Baku: -25-27 may, -2016, -p. 22.

3. Гадирли, Н.А. Распределение собственных значений эллиптических операторно-дифференциальных уравнений высокого порядка в Гильбертовом пространстве //"Funksional analiz və onun tətbiqləri" əməkdar elm xadimi, professor Əmir Şamil oğlu Həbibzadənin anadan olmasının 100-cü ildönümünə həsr olunmuş Respublika elmi konfransın materialları, -Bakı: -2016, -s. 121-123.

4. Гадирли, Н.А. О дискретности отрицательной части спекра операторно-дифференциального уравнения на полуоси //"Nəzəri və tətbiqi riyaziyyatın aktual məsələləri" əməkdar elm xadimi, professor Məcid Lətif oğlu Rəsulovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş Respublika elmi konfransının materialları, -Şəki: -28-29 oktyabr, -2016, -s. 183-184.

5. Гадирли, Н.А. Распределение собственных значений эллиптических операторно-дифференциальных уравнений высокого порядка в Гильбертовом пространстве // -Baku: Journal of Qafqaz University-Mathematics and computer science, v.4, №2, -2016, -p. 177-184.

6. Гадирли, Н.А. О дискретности отрицательной части спекра уравнения высокого порядка с операторными коэффициентами на полуоси // "Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları" III Respublika elmi konfransının materialları, -Sumqayıt: -15-16 dekabr, -2016, -s. 96-97.

7. Асланов, Г.И., Гадирли, Н.А. Оценки для числа собственных значений операторно-дифференциального уравнения второго порядка на полуоси // “Riyaziyyatın nəzəri və tətbiqi problemləri” Beynəlxalq elmi konfransın materialları, -Sumqayıt: -25-26 may, -2017, -s. 61-62.

8. Aslanov, H.İ., Gadirli, N.A. On asymptotic distribution of negative eigen values of second order equation with operator coefficients on a semi-axis //-Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, series of physical-technical and mathematical sciences, vol. XXXVII, № 1, -2017, -p. 44-52.

9. Aslanov, H.İ., Gadirli, N.A. On discreteness of negative part of spectrum and estimates for the number of eigen values of second order equation with operator of coefficients on the semi-axis // -Baku: Proceedings of the İnstitute of Mathematincs and Mechanics of ANAS, -2017. v. 43, № 1, -p. 132-145.

10. Асланов, Г.И., Гадирли, Н.А. Асимптотика числа отрицательных собственных значений операторно-дифференциального уравнения второго порядка на полуоси //“Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri” AMEA-nın müxbir üzvü, professor Qoşqar Teymur oğlu Əhmədovun anadan olmasının 100 illik yubileyinə həsr olunmuş Respublika elmi konfransının materialları, -Bakı: -02-03 noyabr, -2017, -s. 150-151.

11. Гадирли, Н.А. Асимптотика функции Грина дифференциального уравнения высокого порядка с нормальными операторными коэффициентами на полуоси // -Baku: Journal of Baku Engineering University, mathematics and computer science, -2017. v. 1, № 1, -p. 33-41.

12. Гадирли, Н.А. О спектре и резольвенте операторно-дифференциального уравнения высокого порядка на конечном отрезке //- Baku: Journal of Baku Engineering Univercity-Mathematics and computer science, -2017. v.1, № 2, -p. 118-125.

13. Aslanov, H. İ., Gadirli, N.A. On asymptotics of the function of distribution of spectrum for higher order partial operator-differential equation in Hilbert spaces // IX İnternational Conference of the Georgian Mathematical Union, dedicated to 100-th

anniversary of İvane Javakhishvili Tbilisi State University, -Batumi-Tbilisi: -september 3-8, -2018, -p. 77.

14. Aslanov, H.İ., Gadirli, N.A. On the Green function of higher order differential equation with normal operator coefficients on the semi-axis // -London: Journal of Mathematical and Computational Science, -2018. v.8, № 6, -p. 705-713.

Elmi rəhbərim professor Həmidulla Aslanova dissertasiya işində həll edilmiş məsələlərin qoyuluşuna, daimi diqqət və qayğısına görə dərin təşəkkürümü bildirirəm.

Dissertasiyanın müdafiəsi **28 yanvar 2022-ci il tarixində saat 14^{00}-da** Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: Az 1141, Bakı şəhəri, B. Vahabzadə küç., 9.

Dissertasiya ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **24 dekabr 2021-ci il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 22.12.2021

Kağızın formatı: 60x84 1/16

Həcm: 36906

Tiraj: 100