AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

ABSTRAKT KONVOLUTİON OPERATOR-DİFERENSİAL TƏNLİKLƏRİN MAKSİMAL REQULYARLIQ XASSƏLƏRİ VƏ TƏTBİQLƏRİ

İxtisas: 1211.01 – Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Hümbət Kazım oğlu Musayev**

Elmlər doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2022

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universiteti Tətbiqi-Riyaziyyat Elmi-Tədqiqat İnstitutunun “Tərs məsələlər və qeyri-xətti tənliklər” şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçi: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Vəli Binnət oğlu Şahmurov

Rəsmi opponentlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Tahir Sədi oğlu Hacıyev

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Allaberen Orazməhəmməd oğlu Aşurəliyev

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Nihan Əlipənah oğlu Əliyev

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Bəhram Əli oğlu Əliyev

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası.

Dissertasiya şurasının sədri:
AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., prof.
_______________**Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f-r.e.n.
_____________**Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: AMEA-nın həqiqi üzvü, f-r.e.d., prof.

______________ **Yusif Əbülfət oğlu Məmmədov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Maksimal requlyarlıq məsələləri son illərdə diqqəti cəlb edib və bu sahədə əhəmiyyətli irəliləyişlər əldə edilib. Bunun əsas səbəblərindən biri də qeyri-xətti məsələlər üçün vacib olan qiymətləndirmələrin alınmasıdır. Məsələn, xəttiləşdirmə metodlarından istifadə kvazixətti məsələlərə sadə bir yanaşma tapmağa imkan verir. Analoji xüsusiyyətləri ilə maksimal requlyarlığın bəzi məsələlərinə X.Amann, F.Klement, S.Li, J.Pruss, A.Lunardi, V.B.Şahmurovun və s. işlərində baxılmışdır.

Hilbert fəzalarında abstrakt tənliklərin maksimal L_p-requlyarlığı üçün ilk ümumi nəticə L.Simon tərəfindən 1964-cü ildə əldə edilmişdir. O, bu halda əmsal operatoruna əlavə məhdudiyyət qoyulmadan müsbət nəticə aldı. L.Simon isbat prosesində yalnız Hilbert fəzasında doğru olan Planşerel teoremindən istifadə edir.

Maksimal L_p – requlyarlığın mühüm nəticələrindən biri də O.Ladıjenskaya, V.Solonnikov, N.Uralsevanın işlərində verilib. Onların isbatı potensial nəzəriyyəyə əsaslanır və asanlıqla ümumiləşdirilə bilməz.

XX-ci əsrin sonlarında N.Kalton $L_p(G)$-fəzasında L.Simonun nəticəsinin doğru olmadığını göstərdi, burada $G \subset R^n$ hamar sərhədli məhdud oblastdır. Doğrudan da, əgər baxılan məsələ maksimal L_p-requlyarlıq xassəsinə malikdirsə, onda Banax fəzası Hilbert fəzasına izomorf olmalıdır. Operatorun diferensial operator olması xüsusilə maraqlıdır.

Bu sahədə ilk ümumi nəticə L.Veys tərəfindən 2001-ci ildə əldə edildi. L.Veys məhdudluğu daha güclü R-məhdudluq şərti ilə əvəz edərək, operator-funksiyalar (məhdudiyyət olmadan) üçün Mixlin teoremini isbat etdi. O, R −məhdudluq terminləri ilə fəzanın UMD Banax fəzası olduğu halda, maksimal L_p-requlyarlığın xarakteristikalarını aldı. İstifadə olunan teorem, operator qiymətli Furye multiplikatorları haqqında Mixlin tipli teoremdi və əvvəllər yalnız Hilbert fəzaları üçün doğru idi.

Planşerel teoreminə görə hər bir Hilbert fəzası UMD-fəzasıdır, həmçinin əgər E-UMD fəzasıdırsa, onda qapalı alt fəzalar da UMD-fəzalarıdır, və $L_p(\mu, E)$ (Ω, μ) - ölçüsü ilə bütün $\sigma -$ sonluölçülü fəzalar üçün UMD-fəzasıdır, $p \in (1, +\infty)$.

$R -$məhdudluq anlayışını daxil edən J.Burqeynin işlərində buna bəzən Riss xassəsi də deyilir və "R" - "Təsadüfi məhdudluq" kimi təfsir edilmişdir.

R.Denk, M.Hiber və J.Prussun işlərində bu nəticələr inkişaf etdirilir və $R -$sektorial operatorlar sinfini müəyyənləşdirmək üçün sektoriallıq və $R -$məhdudluq anlayışları birləşdirilir. L.Veys tərəfindən təqdim olunan $R -$sektoriallıq terminləri ilə maksimal $L_p -$ requlyarlığın xarakteristikaları isbat olunur.

L.Veysin işlərindən sonra operator-diferensial tənliklər nəzəriyyəsi $R -$məhdudluq, $R -$sektorial operatorlar, operator qiymətli Furye multiplikatorları anlayışlarından istifadə edərək geniş tətbiqlər tapdı. Hilbert fəzalarında elliptik operator-diferensial tənliklər üçün müvafiq nəticələr var. Bəzi işlərdə Banax fəzalarında tam elliptik operator-diferensial tənliklər üçün lokal sərhəd məsələlərinə baxılır.

Maksimal requlyarlıq nəzəriyyəsi yarıxətti istilikkeçirmə tənliyi, sıxılmamış Naver-Stoks tənliyi və s. kimi xüsusi törəməli tənliklərin həllində də istifadə olunur.

Abstrakt fəzalarda elliptik operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin həlli metodu S.Q.Kreynin məşhur kitabındaki abstrakt mülahizələrə və S.Aqmon, A.Duqlis və L.Nirenberqin klassik işlərində təqdim olunan fikirlərə əsaslanır. Sonra bu metod işlənilib və Hilbert fəzaları çərçivəsində S.Yakubov, Y.Yakubovun kitabında son şəklində təqdim edilib.

Operator ailələrinin $R -$ məhdudluq anlayışı və onun xətti Koşi məsələləri üçün maksimal requlyarlıqla olan əlaqəsi son illərdə əhəmiyyətli dərəcədə inkişaf etmişdir. Bu silsilə işlərin məqsədi bu istiqamətdə bəzi vacib nəticələrin ümumiləşdirilməsi və parabolik tipli xətti və qeyri xətti xüsusi törəməli diferensial tənliklərə tətbiq olunma səviyyəsini nümayiş etdirməkdir. Sonra bu nəticələrin xətti və qeyri xətti parabolik xüsusi törəməli diferensial tənliklərə necə tətbiq oluna biləcəyi göstərilir. (məsələn: Naver-Stoks tənliyi, Stefan tipli məsələ və s.)

L_p tipli maksimal requlyarlıq, parabolik tipli kvazixətti və qeyri-avtonom tənliklərlə işləyərkən də vacib bir vasitədir.

Abstrakt elliptik sərhəd məsələləri üçün bu istiqamətdə yalnız bir neçə iş mövcüddur. Üstəlik, bu metod xüsusi törəməli diferensial tənliklərin çox geniş siniflərinə tətbiq oluna bilər.

Bu işdəki hədəflərimizdən biri, abstrakt elliptik sərhəd məsələlərinin həlli metodlarını çəkili Banax fəzalar çərçivəsində genişləndirməkdir. Bunun üçün $R-$ məhdudluq və $R-$sektorial operatorlar anlayışlarından, operator qiymətli Furye multiplikatorları üçün L.Veys teoremindən və V.Arendt, M.Duellinin izomorfizm teoremindən istifadə etdik. Bundan əlavə, UMD Banax fəzalarında elliptik konvolution operator-diferensial tənliklər üçün maksimal L_p-requlyarlıq əldə etdik. Sonra alınan abstrakt nəticələrin yüksək tərtibli elliptik tənliklər (parametrli və ya parametrsiz) üçün sərhəd məsələlərinin həllinə müvafiq tətbiqini veririk.

Bu dissertasiya, çəkili Banax qiymətli fəzalarda qeyri məhdud operator əmsallı konvolution operator-diferensial tənliklərinin maksimal requlyarlığının araşdırılmasına həsr edilib.

Teoremlərdə əsas şərt hansısa bir çoxluğun $R-$məhdudluğu ilə verilmişdir ki, bu da Banax fəzaları çərçivəsində çoxluğun normal məhdudluq anlayışının birbaşa ümumiləşdirilməsidir. Hilbert fəzalarında bu iki anlayış üst-üstə düşür. $R-$məhdudluğun tərifindən alırıq ki, hər bir $R-$məhdud operatorlar ailəsi məhduddur. Digər tərəfdən, Hilbert fəzalarında hər bir məhdud çoxluq $R-$məhduddur. Buna görə də, Hilbert fəzalarında $R-$məhdudluq anlayışı operatorlar ailəsinin məhdudluğuna ekvivalentdir. Çəkili fəzalarda müvafiq operator-funksiyaların Furye multiplikatorluğunun isbatı əsas teoremlərin isbatında həlledici məqamdır.

Bu işdə, UMD fəzalarında Mixlin multiplikatoru teoreminin operatorqiymətli versiyasını tez-tez istifadə edəcəyik ki, bu da L.Veysə aiddir. Biz həm də R^n fəzasında da bu teoremin versiyalarından istifadə edəcəyik.

İşdə, çəkili Banax fəzalarında cırlaşmış inteqro-diferensial tənliklərdən ibarət olan məsələni də nəzərdən keçiririk.

Bu cür tənliklər müxtəlif tətbiqi məsələlərdə meydana gəlir. A.Favinin, A.Yaqinin monoqrafiyası bu problemlərə həsr olunmuşdur və konkret məsələlərə geniş tətbiqlər vardır. İ.Melnikov və A.Filinkovun kitabında da abstrakt cırlaşmış tənliklər nəzərdən keçirilir. Təkamül inteqro-diferensial tənlikləri adətən riyazi fizikada yaddaş effektlərinin vacib olduğu materiallara aid qanunlarla enerji balansı və ya impuls balansı kimi qanunlarla kombinasiyalı şəkildə yaranır.

Hilbert fəzalarında bu tip məsələlərin həlli kifayət qədərdir. Bunun səbəbi Hilbert fəzasında Planşerel teoreminin ödənməsidir. Fəza Hilbert fəzası olmadığı halda, Banax qiymətli funksiyalar üçün Planşerel teoreminin doğru olması üçün, baza fəzasının Hilbert fəzasına izomorf olması tələb olunur.

Cırlaşmamış inteqro-diferensial tənliklər üçün həm dövri, həm də qeyri-dövri hallarda müxtəlif funksional fəzalarda korrektliyi əldə etmək üçün operator qiymətli Furye multiplikatorları, müxtəlif müəlliflər tərəfindən istifadə edilmişdir. Korrektliyin və ya maksimal requlyarlığın nəticələri qeyri-xətti problemləri həll etməyə də imkan verir.

Tədqiqatın obyekt və predmeti. Konvolution operator-diferensial tənliklər və onların çəkili fəzalarda maksimal requlyarlığı.

Tədqiqatın məqsədi və vəzifələri. Dissertasiyanın məqsədi aşağıdakı əsas məsələləri həll etməkdir:

- Çəkili Lp fəzalarda konvolution operator-diferensial tənliklərin (KODT) öyrənilməsi;
- Konvolution tənliklərin həll zamanı yaranan operator-funksiyaların müntəzəm məhdudluğunun və R-məhdudluğunun isbatı;
- Cırlaşmış elliptik tənliklərin maksimal requlyarlığının öyrənilməsi;
- Cırlaşmış konvolution operator-diferensial tənliklərin həllinin varlığı və yeganəliyinin göstərilməsi və koersitiv qiymətləndirmələrin alınması;

- Çəkili Besov fəzalarında cırlaşan konvolution operator-diferensial tənliklərin koersitivliyinin isbatı;

- Çəkili Besov fəzalarında parabolik operator-diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinin öyrənilməsi;

- Kvazixətti konvolution elliptik tənliklərin və cırlaşan inteqro-diferensial tənliklərin sonsuz sisteminin həllinin tədqiqi;

- Elliptik konvolution diferensial-operator tənliklər üçün Ventzel-Robin tipli sərhəd məsələsinin və müəyyən inteqro-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsinin tədqiqi;

- Parametrlərdən asılı konvolution operator-diferensial tənliklərin müntəzəm separabellik xassələrinin göstərilməsi.

Tədqiqat metodları. İşdə Banax fəzalarında xətti operator-diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin metodları, funksional fəzalar nəzəriyyəsi, funksiyaların inteqralla ifadəsi nəzəriyyəsi və daxiletmə teoremləri, Furye multiplikatorları nəzəriyyəsi, Mixlin multiplikatoru teoreminin operator qiymətli versiyası, pozitiv və sektorial operatorlar nəzəriyyəsi, konvolution nəzəriyyəsi (ümumiləşmiş funksiya və ya paylanma mənasında) və operatorlar yarımqrupu nəzəriyyəsindən istifadə edilib.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

Qeyri məhdud operator əmsalı konvolution operator-diferensial tənliklərin separabellik xassələrinin tədqiqi,

Çəkili Besov fəzalarda konvolution operator-diferensial tənliklərin maksimal requlyarlıq xassələrinin öyrənilməsi,

Çəkili fəzalarda konvolution operator-diferensial tənliklərin koersitivliyinin isbatı və onların tətbiqi,

Parametrli konvolution operator-diferensial tənliklərin bəzi xassələrinin öyrənilməsi,

o cümlədən

- çəkili Banax fəzalarda konvolution operator-diferensial tənliklərin həllinin alınması, həllinin varlıq və yeganəliyinin isbat edilməsi;

- konvolution tənliklərin həllinin araşdırılması zamanı alınan operator-funksiyaların müntəzəm məhdudluğunun və R – məhdudluğunun isbatı;

- çəkili fəzalarda qarışıq törəməli cırlaşmış konvolution operator-diferensial tənliklər üçün maksimal requlyarlığı təmin edən kafilik şərtlərinin tapılması və koersitiv qiymətləndirmənin alınması;

- cırlaşmış konvolution parabolik tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinin varlıq və yeganəliyinin isbatı;

- nəzərdən keçirilmiş məsələnin yaratdığı operatorun rezolventası üçün uyğun qiymətləndirmənin isbatı;

- kvazixətti elliptik konvolution operator-diferensial tənliklərin həlli üçün koersitiv qiymətləndirmənin alınması;

- çəkili fəzalarda cırlaşmış inteqro-diferensial tənliklərin sonsuz sistemləri üçün uyğun rezolventanın qiymətləndirilməsi və koersitiv qiymətləndirmənin alınması;

- cırlaşmış inteqro-diferensial tənliklər üçün Ventzel-Robin tipli sərhəd şərtləri olan qarışıq məsələnin həllinin varlığı üçün şərtlərin tapılması və koersitiv qiymətləndirmənin alınması;

- Parametrli cırlaşmış xətti konvolution operator-diferensial tənliklərin maksimal requlyarlığının araşdırılması və parametrdən asılı olan konvolution operator-diferensial tənliklərin həllinin koersitiv qiymətləndirməsinin alınması.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində aşağıdakı yeni nəticələr əldə edilib:

- Çəkili Banax qiymətli fəzalarda konvolution operator-diferensial tənliklərin həllinin ifadəsi alınır;

- Konvolution tənliklərin həllində yaranan operator-funksiyaların müntəzəm məhdudluğu və R-məhdudluğu isbat olunur;

- Qarışıq törəməli cırlaşan konvolution operator-diferensial tənliklərin həllinin çəkili fəzalarda varlığı və yeganəliyi isbat olunmuş, koersitiv qiymətləndirmə alınmışdır;

- Müəyyən xətti məsələlərin çəkili Banax qiymətli fəzalarda separabelliyi üçün kafi şərt alınmışdır;

- Koersitiv qiymətləndirmənin köməyilə cırlaşan konvolution parabolik tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinin varlığı və yeganəliyi göstərilir;

- Baxılan məsələnin yaratdığı operatorun rezolventasının varlığı öyrənilir və uyğun qiymətləndirmə alınır;
- Kvazixətti elliptik konvolution operator-diferensial tənliklərin həlli üçün qiymətləndirmə alınır;
- Anizotrop tipli konvolution diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsinə baxılmış və çəkili qarışıq normalı fəzalarda maksimal requlyarlığı isbat olunmuşdur;
- Cırlaşan inteqro-diferensial tənliklərin sonsuz sistemləri üçün çəkili fəzalarda koersitiv qiymətləndirmənin və rezolventa üçün uyğun qiymətləndirmənin doğruluğu göstərilmişdir;
- Cırlaşan inteqro-diferensial tənliklər üçün Ventzel-Robin tipli sərhəd şərtlərinə malik qarışıq məsələnin həllinin varlığı üçün şərt müəyyənləşdirilmiş və qiymətləndirmə alınmışdır;
- Parametrli xətti və cırlaşan konvolution operator-diferensial tənliklərin maksimal requlyarlığı müəyyənləşdirilir;
- Parametrdən asılı konvolution operator-diferensial tənliklərin həlli üçün koersitiv qiymətləndirmə isbat olunur.

Cırlaşmış KODT koersitiv həlli haqqında olan teoremlər müvafiq konkret tənliklərin və sərhəd məsələlərin öyrənilməsinə stimul verir. Xüsusi məsələlərin həllində ikinci və üçüncü fəsillərdə əldə olunan metodlardan istifadə olunur. Qeyd edək ki, klassik metodlar burada tətbiq olunmur.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Çəkili Banax fəzalarında abstrakt elliptik sərhəd məsələlərinin həlli üçün metodlar genişləndirilmişdir. Müxtəlif növ cırlaşmış inteqro-diferensial və xətti konvolution operator-diferensial tənliklərə baxılıb - hər iki halda isbat edilmiş nəticələr kvazixətti elliptik konvolution operator-diferensial tənliklər nəzəriyyəsində xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Əvvəlcə, abstrakt xətti operatorun maksimal requlyarlığını təmin edən kafilik şərti müəyyənləşdirilir.

İkinci fəslin nəticələri xüsusi törəməli xətti və qeyri-xətti parabolik tənliklərin həllinə tətbiq olunur (məsələn: Navier-Stoks tənliyi, Stefan tipli məsələ və s.). Bundan əlavə, əldə edilən nəticələr yüksək tərtibli parametrli və ya parametrsiz elliptik tənliklər üçün sərhəd məsələlərinə tətbiq olunur.

Operator funksiyaların müntəzəm R −məhdudluğu konvolution operator-diferensial tənliklərin həlli üçün koersitiv qiymətləndirmələrin isbatı zamanı istifadə olunur.

Məlumdur ki, parametrli diferensial tənliklər fiziki proseslərin modelləşdirilməsində mühüm rol oynadığından kiçik parametrli konvolution operator-diferensial tənliklər də riyazi fizika məsələləri nəzəriyyəsinin inkişafında mühüm rol oynayır.

Fizikada və tətbiqi elmlərdə yaranan xüsusi törəməli diferensial tənliklər, məsələn, məsaməli mühütlərdə mayenin süzülməsi, termodinamikada və dinamik sistemlər üçün tənliklər nəzəriyyəsində çoxsaylı məsələlər cırlaşan konvolution operator-diferensial tənliklərin köməyi ilə modelləşdirildiyindən baxılan tənliklərin maksimal requlyarlığının praktik əhəmiyyəti bəlli olur. Ən tipik nümunə A operatorun Laplasian olmasıdır.

Maksimal requlyarlıq kvazixətti və qeyri-avtonom parabolik tənliklərlə işləyərkən vacib bir üsuldur. Riyazi fizikanın enerjinin və ya impulsun saxlanması qanunları və s. kimi bir çox proseslər də çəkili Banax qiymətli fəzalarda cırlaşan inteqro-diferensial tənliklərin köməyi ilə modelləşdirilir.

Məlumdur ki, diferensial və psevdodiferensial operatorların bir çox sinifinin pozitivlik və sektoriallıq (analoji olaraq, R −pozitivlik və R −sektoriallıq) xassələri var. Buna görə də, xüsusi fəzalar və bu fəzalarda təsir edən xüsusi operatorlar seçərək, fərqli fəzalarda fərqli sinif cırlaşmış konvolution tənliklərin maksimal requlyarlıq xassələrini və parabolik konvolution operator-diferensial tənliklər və ya onların sistemləri üçün Koşi məsələsini almış oluruq.

Baxılan məsələlərdə E Banax fəzası və xətti A operatoru ixtiyari olduğundan, E fəzasını və A operatorunu seçərək, biz müxtəlif fiziki sistemlərdə geniş istifadə olunan konvolution elliptik operatorların requlyarlıq xassələri, elliptik, kvazielliptik tənliklərin və onların sistemlərinin çoxsaylı siniflərinin sinqulyar həyacanlanma xassələri haqqında müxtəlif nəticələr əldə edə bilirik.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyada əldə olunmuş əsas müddəalar və nəticələr müxtəlif beynəlxalq, respublika konfranslarında, seminarlarda məruzə və müzakirə edilmişdir:

Q.T.Əhmədovun 80 illik yubileyinə həsr olunmuş konfransda (Bakı –1998), gənc alimlərin 61-ci elmi konfransında (Bakı-2000), "Diferensial tənliklər və onların tətbiqi" mövzusunda elmi konfransda (Bakı-2002), professor Q.K.Namazovun 70 illik yubileyinə həsr olunmuş elmi konfransda (Bakı-2002), "X İnternational conference on mathematics and mechanics devoted to the 45th anniversary of İnstitute of Mathematics and Mechanics" (Baku-2004), "İnternational conference on mathematics and mechanics devoted to the 50-th anniversary from birthday of member of the correspondent of NASA, professor İ.T.Mamedov" (Baku-2005), akademik A.Hüseynovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş elmi konfransda (Bakı-2007), Azərbaycanın Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin 85 illik yubileyinə həsr olunmuş Respublika konfransında (Bakı-2008), "The 2nd International conference on control and optimization with Industrial Applications" (Baku-2008), «The 3^{d} congress of the world mathematical society of Turkish countries» (Almaty-2009), "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı beynəlxalq konfransda (Bakı-2010), "İnternational conference devoted to the 80-th anniversary of academician F.G.Magsudov" (Baku-2010), "The 4^{d} congress of the Turkish World Mathematical Society" (Baku-2011), "The international conference devoted to the 100-th anniversary of academician Z.İ.Khalilov" (Baku- 2011), "The international conference devoted to the 100-th anniversary of academician İ.İ.İbrahimov" (Baku-2012), "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı elmi konfransda (Bakı-2012), "Magistrantlar, doktorantlar və gənc tədqiqatçılar" adlı Respublika konfransında (Bakı-2012), Azərbaycanın Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin 90 illik yubileyinə həsr olunmuş Respublika konfransında (Bakı-2013), "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı beynəlxalq konfransda (Bakı-2014), "The international conference devoted to the 55-th anniversary of the İnstitute of Mathematics and Mechanics" (Baku-2014), Azərbaycanın Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 91-ci ildönümünə həsr olunmuş Respublika konfransında (Bakı-2014), "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı elmi konfransda (Bakı-2014), "Magistrantlar, doktorantlar və gənc tədqiqatçılar" adlı Respublika konfransında (Bakı-2014), Azərbaycanın Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 94-cü ildönümünə həsr olunmuş Respublika konfransında (Bakı-2017), AMEA-nın üzvü prof. Q.T.Əhmədovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş Respublika elmi konfransında (Bakı-2017), "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı elmi konfransda (Bakı-2018), «The 6th International Conference on "Control and Optimization with industrial applications» (Baku-2018), "3rd International Conference on "Operators in General Morry-type spaces and applications" (Kutahya-2019), Azərbaycanın Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 96-cı ildönümünə həsr olunmuş Respublika konfransında (Bakı-2019), "The International conference devoted to the 60th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics of Azerbaijan National Academy of Sciences (ANAS)", 2019, BDU Tətbiqi Riyaziyyat ETİ elmi seminarlarında (rəh.-akademik F.Ə.Əliyev), AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun Ümuminstitut seminarlarında (rəh.-AMEA-nın müxbir üzvü prof. M.C.Mərdanov), AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Riyazi analiz" şöbəsinin (rəh.-AMEA-nın müxbir üzvü prof. V.S.Quliyev) elmi seminarlarında, BDU-nun "Diferensial və inteqral tənliklər" kafedrasının seminarlarında (rəh.-prof. Y.T.Mehrəliyev), həmçinin ADPU-nun "Funksiyalar nəzəriyyəsi" kafedrasının seminarlarında, Memarlıq və İnşaat Universitetinin "Ali Riyaziyyat" kafedrasının seminarlarında, İstanbul Okan Universitetinin Təbiət Elmləri şöbəsinin elmi seminarlarında.

İddiaçının şəxsi töhfəsi. Alınmış bütün nəticələr müəllifə aiddir.

Müəllifin nəşrləri. Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında AAK–ın tövsiyə etdiyi nəşriyyatlarda **30** məqalə, **26** tezis nəşr olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutunun "Tərs məsələlər və qeyri-xətti tənliklər" şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiyanın əsas məzmunu 368000 işarədən (I fəsil – 96000, II fəsil – 44000, III fəsil – 88000, IV fəsil – 60000, V fəsil – 80000 işarə), giriş 80000 işarədən, mündəricat 750 işarədən, nəticə 2000 işarədən, titul səhifəsi isə 250 işarədən ibarət olmaqla dissertasiyanın ümumi həcmi 451000 işarədən ibarətdir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Girişdə mövzunun aktuallığı əsaslandırılır, dissertasiya mövzusuna aid işlər haqqında qısa məlumat verilir və dissertasiyanın qısa icmalı təqdim olunur.

Dissertasiyanın 1-ci fəsli çəkili L_p −fəzalarında konvolution operator-diferensial tənliklərin araşdırılmasına həsr edilmişdir. Üstəlik, bu məsələlərin həlli zamanı yaranan operator funksiyalarının müntəzəm məhdudluğu nəzərdən keçirilir.

Tutaq ki, E – banax fəzasıdır, $\gamma = \gamma(x),\ x = (x_1, x_2\,, \dots, x_n)$ - ölçülən $\Omega \in R^n$ alt çoxluğunda müsbət ölçülə bilən çəkili funksiyadır.

Tutaq ki, $\mathbb{C}$ kompleks ədədlər çoxluğudur və

$$S_\varphi = \{\lambda\,;\ \lambda \in \mathbb{C}\,, |arg\lambda| \leq \varphi\}\ \cup \{0\}, 0 \leq \varphi < \pi.$$

Əgər $D\ (A\ (x))$ E-də sıxdırsa və x-dən asılı deyilsə və müsbət M sabiti mövcuddursa, $\forall x \in \mathbb{R}, \lambda \in S_\varphi, \varphi \in\ [0,\pi)$ üçün,

$$\|(A(x) + \lambda I)^{-1}\|_{\mathcal{L}(E)} \leq M(1 + |\lambda|)^{-1}$$

onda E –Banax fəzasında qapalı xətti operator-funksiya $A = A(x), x \in \mathbb{R}$ müntəzəm $\varphi -$ pozitiv adlanır, burada $I -\ E$ – də vahid operatordur, $\mathcal{L}(E)$ - E-də məhdud xətti operatorlar fəzasıdır.

Fərz edək ki, E_1 və E_2 – iki Banax fəzasıdır. Əgər $u \to Tu = F^{-1}\Psi(\xi)Fu\,, u \in S(R^n; E_1)$ inikası sıxdırsa və məhdud xətti $T: L_{p,\gamma}(R^n; E_1) \to L_{p,\gamma}(R^n; E_2)$, operatoruna qədər davam etdirilirsə, onda $\Psi \in L_\infty(R^n; \mathcal{L}(E_1, E_2))$ funksiyası $L_{p,\gamma}(R^n; E_1)$-dən $L_{p,\gamma}(R^n; E_2)$-yə, $p \in (1, \infty)$ multiplikator adlanır.

$L_{p,\gamma}(R^n; E_1)$ −dən $L_{p,\gamma}(R^n; E_2)$-ə olan Furye multiplikatorlar fəzası $M_{p,\gamma}^{p,\gamma}(E_1, E_2)$- kimi işarə olunacaq. $E_1 = E_2$ üçün $M_{p,\gamma}^{p,\gamma}(E_1, E_2)$-i $M_{p,\gamma}^{p,\gamma}(E)$ kimi işarə edək. Bəzi parametrlər çoxluğunu *M(h)* kimi işarə edək.

Tutaq ki, $T_h = \left\{\Psi_h \in M_{p,\gamma}^{p,\gamma}(E_1, E_2), h \in M(h)\right\}$ $M_{p,\gamma}^{p,\gamma}(E_1, E_2)$-də multiplikatorlardır. Əgər $h \in M(h)$-dən asılı olmayan müsbət M sabiti varsa, bütün $h \in M(h))$ və $u \in S(R^n, E_1)$ üçün

$$\|F^{-1}\Psi_h Fu\|_{L_{p,\gamma}(R^n;\,E_2)} \leq M\|u\|_{L_{p,\gamma}(R^n;\,E_1)}$$

onda deyirlər ki, T_h - müntəzəm məhdud multiplikatorlar dəstidir (MMM).

Əgər müsbət C sabiti varsa, bütün kompakt $Q \subset R^n$ üçün

$$\sup_Q \left(\frac{1}{|Q|}\int_Q \gamma(x)dx\right)\left(\frac{1}{|Q|}\int_Q \gamma^{-\frac{1}{p-1}}(x)dx\right)^{p-1} \leq C\,,$$

onda deyəcəyik ki, $\gamma(x)$ çəki funksiyası A_p şərtini ödəyir, yəni $\gamma(x) \in A_p,\ 1 < p < \infty$.

Əgər $L_p(\mathbb{R}, E), p \in (1, \infty)$-də Hilbert operatoru

$$(Hf)(x) = \lim_{\varepsilon \to 0} \int\limits_{|x-y|>\varepsilon} \frac{f(y)}{x-y} dy$$

məhduddursa, onda E Banax fəzası UMD fəzası adlanır. Məsələn, L_p, l_p və $L_{pq}, p, q \in (1, \infty)$ Lorens fəzası UMD fəzasına daxildir.

Əgər elə $C > 0$ sabiti mövcuddursa, $T_1, T_2, \dots, T_m \in K$ və $u_1, u_2, \dots, u_m \in E_1$, $m \in \mathbb{N}$ üçün

$$\int\limits_0^1 \left\|\sum_{j=1}^m r_j\,(y)T_j u_j\right\|_{E_2} dy \leq C\int_0^1 \left\|\sum_{j=1}^m r_j(y)u_j\right\|_{E_1} dy,$$

onda $K \subset \mathcal{L}(E_1, E_2)$ çoxluğu R −məhdud adlanır, burada $\{r_j\}$ - [0, 1]-də asılı olmayan simmetrik $\{-1,1\}$ - qiymətli təsadüfi dəyişənlər ardıcıllığıdır və $\mathbb{N}$ natural ədədlər çoxluğudur, bərabərsizliyi doğru edən ən kiçik C , $K -$ nın R –sərhədi adlanır və $R(K)$ ilə işarələnir.

Əgər $\forall \Psi \in L_\infty\big(\mathbb{R}, \mathcal{L}(E)\big)$ üçün

$$\{|\xi|^k D^k \Psi(\xi) : \xi \in \mathbb{R}\backslash\{0\}, k = 0,1\}$$

çoxluğunun R −məhdudluğundan alınırsa ki, Ψ $L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)$-dən $L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)$-yə Furye multiplikatorudur, yəni $\Psi \in M_{p,\gamma}^{p,\gamma}(E)$, $\forall p \in (1, \infty)$, onda E Banax fəzası p-yə və γ çəki funksiyasına nəzərən çəkili multiplikator şərtini ödəyən fəza adlanır.

Qeyd edək ki, Hilbert fəzalarında normaya görə məhdud olan hər bir çoxluq R —məhduddur. Buna görə Hilbert fəzalarında pozitiv operatorların hamısı R —pozitivdir.

Birinci fəslin birinci bölməsində çəkili L_p fəzalarında konvolution elliptik operator-diferensial tənlikləri baxılır. Çəkili Banaxqiymətli L_p — sinifində qeyri-məhdud operator əmsallı konvolution operator-diferensial tənliklərin separabellik xassələri araşdırılır. Müvafiq operatorun rezolventasının koersitiv qiymətləndirilməsi alınır.

Son illərdə, xüsusən parabolik və elliptik tipli operator-diferensial tənliklər üçün maksimal requlyarlıq xassələri geniş öyrənilmişdir. Üstəlik, konvolution diferensial tənliklərə, məsələn, A.Benedek, A.Kalderon, V.B.Şahmurov və başqalarının işlərində baxılıb. Vektor fəzalarda konvolution tənliklər H.Amann, M.Qirardi, L.Veys, Ç.Lizam, V.B.Şahmurov, M.Varm, F.Zimmerman və s. tərəfindən öyrənilib. Lakin konvolution operator-diferensial tənliklər nisbətən az tədqiq edilib.

Birinci hissədə əsas məqsəd, E —qiymətli çəkili L_p —fəzalarında aşağıdakı konvolution operator-diferensial tənliyin maksimal requlyarlıq xassəsini müəyyənləşdirməkdir,

$$\sum_{k=0}^{l} a_k * \frac{d^k u}{dx^k} + A * u = f(x), \tag{0.1}$$

burada $A = A(x)$ –E Banax fəzasında xətti qeyri-məhdud operatordur, $a_k = a_k(x)$ - $\mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$-də kompleks qiymətli funksiyadır.

Pozitiv operatorların rezolventasının xassələrindən istifadə edərək, Furye çevrilməsini və məlum Hausdorf-Yunq bərabərsizliyini tətbiq edərək aşağıdakı lemma isbat edilmişdir.

Lemma 0.1. Tutaq ki, $a_k \in L_1(\mathbb{R}),\ k = 0,1,2,\dots,l$, və $\hat{A}(\xi)$ E-də müntəzəm $\varphi -$ pozitivdir, $\varphi \in [0,\pi)$. Bundan əlavə, fərz edək ki $L(\xi) = \sum_{k=0}^{l} \hat{a}_k(\xi)(i\xi)^k \in S_{\varphi_1},\ \varphi_1 < \pi - \varphi$ və elə müsbət $C > 0$ sabiti mövcuddur ki,

$$|L(\xi)| \geq C|\xi|^l \sum_{k=0}^{l} |\hat{a}_k(\xi)|,\ \ \xi \in \mathbb{R}\backslash\{0\}. \tag{0.2}$$

Onda müvafiq məsələlərin həll zamanı alınan operator-funksiyalar

$$\lambda\left[\hat{A}(\xi)+\lambda+L(\xi)\right]^{-1},\ \hat{A}(\xi)\left[\hat{A}(\xi)+\lambda+L(\xi)\right]^{-1},$$

$$\sum_{k=0}^{l}|\lambda|^{1-\frac{k}{l}}\,\hat{a}_k(\xi)(i\xi)^k\left[\hat{A}(\xi)+\lambda+L(\xi)\right]^{-1}$$

müntəzəm məhduddur.

Lemma 0.2. Tutaq ki, (0.2) doğrudur və $\hat{A}(\xi)$ E-də muntəzəm $R-$ pozitivdir. Onda aşağıdakı çoxluqlar

$$\left\{\lambda\left[\hat{A}(\xi)+\lambda+L(\xi)\right]^{-1};\ \xi\in\mathbb{R}\backslash\{0\}\right\},$$

$$\left\{\hat{A}(\xi)\left[\hat{A}(\xi)+\lambda+L(\xi)\right]^{-1};\ \xi\in\mathbb{R}\backslash\{0\}\right\},$$

$$\left\{\sum_{k=0}^{l}|\lambda|^{1-\frac{k}{l}}\hat{a}_k(\xi)(i\xi)^k\,\hat{A}(\xi)\left[\hat{A}(\xi)+\lambda+L(\xi)\right]^{-1};\ \xi\in\mathbb{R}\backslash\{0\}\right\}$$

müntəzəm $R-$ məhduddur.

Bundan əlavə, L_p çəkili fəzalara aid olan hər bir f funksiya üçün operator- funksiyasının məhdud olmasından istifadə edərək

$$\sum_{k=0}^{l}|\lambda|^{1-\frac{k}{l}}\left\|a_k*\frac{d^ku}{dx^k}\right\|_{L_{p,\gamma}(\mathbb{R};E)}+\|A*u\|_{L_{p,\gamma}(\mathbb{R};E)}+|\lambda|\|u\|_{L_{p,\gamma}(\mathbb{R};E)}$$
$$\le C\|f\|_{L_{p,\gamma}(\mathbb{R};E)},$$

$\lambda\in S_\varphi,\ \varphi\in[0,\pi).$

müntəzəm koersitiv qiymətləndirməsini isbat edirik.

Birinci fəslin ikinci bölməsi operator qiymətli funksiyaların (operator-funksiyaların) məhdudluğunun öyrənilməsinə həsr edilib.

Tutaq ki,

$$\hat{a}_k\in C^{(m)}(\mathbb{R}),\qquad \hat{A}^{(m)}(\xi)\hat{A}^{-1}(\xi)\in C^{(m)}\big(\mathbb{R};\mathcal{L}(E)\big),\xi_0\in\mathbb{R}$$
$$\left|\hat{a}_k^{(m)}(\xi)\right|<M_1,\qquad |\xi^m\hat{a}_k(\xi)|\le M_2,\qquad \left\|\hat{A}^{(m)}(\xi)\hat{A}^{-1}(\xi)\right\|_{\mathcal{L}(E)}$$
$$\le M_3,\ \left\|\xi^m\hat{A}^{(m)}(\xi)\hat{A}^{-1}(\xi)\right\|_{\mathcal{L}(E)}\le M_4,\qquad (0.3)$$

burada $m=1,2,\dots$ и $M_i, i=1,2,3,4$ müsbət sabitlərdir.

Sadəlik üçün $H(\xi,\lambda)=\left[\hat{A}(\xi)+\lambda+L(\xi)\right]^{-1}$işarə edirik, həmçinin

$$G_1(\xi,\lambda) = \sum_{k=0}^{l} |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \hat{a}_k(\xi)(i\xi)^k H(\xi,\lambda), \;\; G_2(\xi,\lambda) = \hat{A}(\xi,\lambda)H(\xi,\lambda),$$

$$G_3(\xi,\lambda) = \lambda H(\xi,\lambda).$$

Bu şərtlər altında isbat olunur ki, $G_i{}'(\xi,\lambda) = \frac{d}{d\xi} G_i(\xi,\lambda)$ operator funksiyaları müntəzəm məhduddular, $i = 1,2,3$.

Alınan nəticələri yekunlaşdıraraq aşağıdakı təklifi isbat edirik:

Təklif. Yuxarıdakı şərtlər daxilində $G_i^{(m)}(\xi,\lambda)$, $i = 1,2,3$, $m = 0,1,2$, operator-funksiyaları müntəzəm məhduddur və

$$|\xi|^m \left\| G_i^{(m)}(\xi,\lambda) \right\|_{\mathcal{L}(E)} \leq C$$

bərabərsizliyi ödənilir.

Birinci fəslin üçüncü bölməsində çəkili L_p- fəzalarında konvolution operator-diferensial tənliklərinin separabellik xassələrinin və həllinin araşdırılması zamanı əldə edilən operator funksiyaların $R -$ məhdudluğunu isbat edirik.

Lemma 0.3. Tutaq ki, (0.2) и (0.3) yerinə yetirilir. Fərz edək ki, $\hat{A}(\xi)$ $E -$ də müntəzəm $R -$pozitivdir və elə müsbət C_1 və C_2 sabitləri mövcuddur ki,

$$R\left(\left\{\xi \; \frac{d}{d\xi} \hat{A}(\xi)\left(\hat{A}(\xi) + \xi\right)^{-1};\; \xi \in S_\varphi\right\}\right) \leq C_1$$

$$\left|\xi \; \frac{d}{d\xi} \hat{a}_k(\xi)\right| \leq C_2.$$

Əgər $E -$ Banax fəzaları çəkili multiplikatorlar şərtini ödəyirsə, onda $\lambda \in S_\varphi, \varphi \in [0,\pi)$-üçün aşağıdaki çoxluqların

$$\left\{\xi \; \frac{d}{d\xi} G_i(\xi,\lambda);\; \xi \in \mathbb{R}\backslash\{0\}\right\}$$

müntəzəm $R -$məhdudluğu isbat olunur, yəni

$$\sup_{\lambda} R\left(\xi\{G_i{}'(\xi,\lambda)\}\right) \leq C_i, \qquad i = 1,2,3.$$

Buradan alınır ki, $G_i(\xi,\lambda)$ operator-funksiyaları $L_{p,\gamma}(\mathbb{R};E)$ -də müntəzəm məhdud multiplikatorlar dəstəsidir. Nəhayət, əgər $\hat{A}(\xi)$

$\varphi \in [0, \pi)$-üçün müntəzəm pozitivdirsə, onda L operatoru $L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)$-də analitik yarımqrup yaradır.

1-ci fəslin üçüncü bölməsində aşağıdaki məsələnin yaratdığı operatorların müntəzəm R −pozitivliyi və R −sektoriallığı araşdırılır

$$D(L) = W^{l}_{p,\gamma}(R^n; E(A), E),$$

$$Lu = \sum_{k=0}^{l} a_k * \frac{d^k u}{dx^k} + A * u = f. \qquad (0.4)$$

Bu bölmədə həmdə $\lambda \in S_\varphi, |\lambda| \geq \lambda_0 > 0$ - üçün L operatorunun rezolventasının varlığı və aşağıdakı qiymətləndirmə isbat olunur

$$\sum_{k=0}^{l} |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \left\| a_k * \left[\frac{d^k}{dx^k} (L + \lambda)^{-1} \right] \right\|_{\mathcal{L}(X)} + \|A * (L + \lambda)^{-1}\|_{\mathcal{L}(X)}$$
$$+ \|\lambda (L + \lambda)^{-1}\|_{\mathcal{L}(X)} \leq C.$$

Bu L operatorunun $L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)$-də pozitiv olduğunu göstərir. L operatorunun R- pozitivliyini göstərmək üçün, $\{\lambda (L + \lambda)^{-1};\ \lambda \in S_\varphi\}$ çoxluğunun R −məhdudluğunu göstərməliyik.

Məlumdur ki,

$$\lambda (L + \lambda)^{-1} = F^{-1} \lambda \left[\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi) \right]^{-1} \hat{f}, \qquad f \in L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E).$$

Analojı şəkildə isbat edilir ki, λ-dəyişənindən, ξ-parametrindən asılı olan $\lambda \left[\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi) \right]^{-1}$ operator-funksiyaları $L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)$-də müntəzəm məhdud multiplikatorlardır. Onda bütün $\xi \in \mathbb{R}, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in S_\varphi,\ f_1, f_2, \dots, f_m \in L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)$-üçün R −məhdudluğun tərifindən aşağıdaki bərabərsizliyi alırıq

$$\int_0^1 \left\| \sum_{j=1}^{m} r_j(y)\, \lambda_j \left(L + \lambda_j\right)^{-1} f_j \right\|_{L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)} dy$$
$$\leq C \int_0^1 \left\| \sum_{j=1}^{m} r_j(y)\, f_j \right\|_{L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)} dy.$$

Eyni şəkildə, əgər L operatoru $L_{p,\gamma}(\mathbb{R};E)$-də sektorialdır, onda (0.4) məsələsinin yaratdığı operatorların $R-$sektoriallığı isbat olunur.

Operatorların $R-$sektoriallığı və $R-$pozitivliyi, çəkili və UMD fəzalarında xətti və qeyri-xətti konvolution operator-differensial tənliklərin maksimal requlyarlıq məsələlərinin öyrənilməsində geniş istifadə olunur. Furye multiplikatorlar nəzəriyyəsi, həllin ifadəsi, pozitiv və sektorial operatorlar nəzəriyyəsi və paylanma mənasında konvolution nəzəriyyə və s. bu məsələləri araşdırma metodudur.

Qeyd edək ki, bu nəticələr, parabolik tipli konvolution operator-diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin maksimal requlyarlıq xassələrini əldə etmək üçün istifadə olunur.

Birinci fəslin dördüncü bölməsində aşağıdakı cırlaşmış konvolution operator-diferensial tənliklər (KODT) nəzərdən keçirilir,

$$\sum_{k=0}^{l} a_k * \frac{d^{[k]}u}{dx^{[k]}} + A * u + \lambda u = f(x), \tag{0.5}$$

burada $\frac{d^{[k]}u}{dx^{[k]}} = \left(\gamma(x)\frac{d}{dx}\right)^k u(x), \gamma(x)$ $\mathbb{R}$-də müsbət ölçülən funksiyadır, və $A - E$ Banax fəzasında xətti operatordur. $a_k * \frac{d^{[k]}u}{dx^{[k]}}$ və $A * u$ konvolutionu paylanma mənasında müəyyən edilir.

Qeyd edək ki, elliptik tipli cırlaşmış tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin öyrənilməsi ilə əlaqədar olaraq, funksiyaların çəkili fəzalar nəzəriyyəsi yaradıldı. Yeri gəlmişkən, çəkili fəzaların ümumi daxiletmə nəzəriyyəsini L.D. Kudryavtsev yaratmışdır,və sonrakı inkişafına müxtəlif müəlliflərin işləri həsr olunmuşdur.

Son zamanlarda cırlaşmış tənliklər bir çox müəllifin diqqətini çəkib.Həm birtərtibli həmdə ikitərtibli tənliklərə baxılıb. $Mu(0) = Mu(2\pi)$ - dövri sərhəd şərti ilə cırlaşmış birtərtibli tənlik

$$(Mu)'(t) = Au(t) + f(t), 0 \le t \le 2\pi,$$

uyğun fərziyyələrlə C.Lizama və R.Ponse tərəfindən öyrənilmişdir. Onlar bu məsələnin korrektliyini təmin etmək üçün $L_p(0,2\pi;X)$ Lebeq-Bohner fəzalarında, $\mathrm{B}^{s}_{p,q}(0,2\pi;\mathrm{X})$ Besov fəzalarında və $F^{s}_{p,q}(0,2\pi;X)$ Tribil-Lizorkin fəzalarında zəruri və kafi şərtlər müəyyənləşdirdilər.

Bu yaxınlarda S.Bu dövri sərhəd şərtləri olan ikitərtibli cırlaşmış tənliyi araşdırdı və müvafiq fəzalarda məsələnin korrektliyini təmin etmək üçün zəruri və kafi şərtlər əldə etdi.

Aşağıdakı cırlaşmış (eyni zamanda Sobolev adlanır) tipli diferensial tənliyin həllinin maksimal requlyarlığı

$$D^{\alpha}\big(Mu(t)\big) = Au(t) + f(t), \quad t \in \mathbb{R},$$

burada A və $M - X$ Banax fəzasında uyğun olaraq $D(A)$ və $D(M)$ oblastları ilə təyin edilmiş iki qapalı xətti operatordur və $\mathrm{D(A)} \cap \mathrm{D(M)} \neq \{0\}$, $f{:}\,\mathbb{R} \to X$ funksiyası vektorqiymətli $S(\mathbb{R}, X)$ - fəzasına aiddir, A.Favinin və A.Yaqinin monoqrafiyalarında ətraflı öyrənilmişdir.

Fizikada və tətbiqi elmlərdə yaranan çox sayda xüsusi törəməli diferensial tənliklər (məsələn, məsaməli mühütdə mayenin süzülməsi, termodinamikada və ya dinamik sistemlərin idarəetmə nəzəriyyəsində) bu model formasında ifadə edilə bilər. Ən tipik bir nümunə $\mathrm{A} = \triangle$ - Laplasian, $M = m-$ isə $m(x)$ funksiyasının multiplikator operatorudur. Onda cırlaşmış diferensial tənliklər ($\alpha = 1$ halında) doymamış məsaməli mühütlərdə mayenin süzülməsini təsvir edir.

(0.5) tənliyin yeganə həllinin

$$\sum_{k=0}^{l} |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \left\| a_k * \frac{d^{[k]}u}{dx^{[k]}} \right\|_{L_p(\mathbb{R};E)} + \|A * u\|_{L_p(\mathbb{R};E)} + |\lambda| \|u\|_{L_p(\mathbb{R};E)} \le C\|f\|_{L_p(\mathbb{R};E)},$$

və müntəzəm koersitiv qiymətləndirməsinin, varlığını göstərmək üçün $\mathrm{y} = \int_0^{\mathrm{x}} \gamma^{-1}(\mathrm{z})d\mathrm{z}$ əvəzləməsindən istifadə edirik. Onda müntəzəm koersitiv qiymətləndirmə əsasında cırlaşmamış məsələ üçün də bir təklif alırıq.

2-ci fəsil, qeyri-məhdud operator əmsallı konvolution operator-diferensial tənliklərinin separabellik xassələrinin öyrənilməsinə həsr olunub.

Konvolution diferensial tənliklər nəzəriyyəsində, operator-qiymətli Furye multiplikatorları xüsusi maraq kəsb edir. Diferensial, operator-diferensial və konvolution operator-diferensial tənlikləri müxtəlif müəlliflərin işlərində araşdırılıb. J.Prüss, V.B.Şahmurov, J.Qoldşteynin işlərində xətti operator əmsallı elliptik tipli konvolution operator-diferensial tənliklərinin maksimal requlyarlıq xassələri tədqiq edilmişdir. Cırlaşmış adi konvolution operator-diferensial tənliklərinin requlyarlıq xassələri, A.Dezin, Ç.Lizama və başqalarının işlərində öyrənilib.

İkinci fəslin birinci bölməsində qarışıq törəməli konvolution operator-diferensial tənliklərinin həllinin varlıq və yeganəliyi nəzərdən keçirilir və çəkili L_p fəzalarında xətti məsələlərin separabelliyini təmin edən kafi şərtlər tapılır.

İlkin olaraq, aşağıdaki formada olan konvolution operator-diferensial tənliklərin (KODT) koersitiv həlləri araşdırılır

$$\sum_{|\alpha|\leq l} a_\alpha * D^\alpha u + (A+\lambda) * u = f(x), \tag{0.6}$$

burada $\mathrm{A} = \mathrm{A}(\mathrm{x})$ E-də xətti operatordur, $a_\alpha = a_\alpha(x)$-kompleks funksiyalardır, $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$, $\lambda -$ kompleks parametrdir.

$\mathrm{u} \in \mathrm{W}^{\mathrm{l}}_{\mathrm{p},\gamma}(\mathrm{R}^{\mathrm{n}}; \mathrm{E}(\mathrm{A}), \mathrm{E})$ funksiyası R^n-də (0.6) tənliyini sanki hər yerdə ödəyərsə, onda bu funksiya (0.6) tənliyinin həlli adlandırılır. Əgər (0.6) tənliyinin $\mathrm{f} \in \mathrm{L}_{\mathrm{p},\gamma}(\mathrm{R}^{\mathrm{n}}; \mathrm{E})$-üçün yeganə u həlli varsa və aşağıdakı koersitiv qiymətləndirmə ödənirsə

$$\sum_{|\alpha|\leq l} \|a_\alpha * D^\alpha u\|_{L_{p,\gamma}(R^n;E)} + \|A * u\|_{L_{p,\gamma}(R^n;E)} \leq C\|f\|_{L_{p,\gamma}(R^n;E)},$$

onda (0.6) tənliyi $\mathrm{L}_{\mathrm{p},\gamma}(\mathrm{R}^{\mathrm{n}}; \mathrm{E})$-də müntəzəm separabel adlandırılır, burada $\mathrm{C} > 0$ sabiti f-dən asılı deyil.

Bu bölməni şərh etmək üçün bəzi şərtlər və işarələmələr daxil edirik. Tutaq ki,

$$L(\xi) = \sum_{|\alpha|\le l} \hat{a}_\alpha(\xi)(i\xi)^\alpha,$$

$$|L(\xi)| \ge C \sum_{k=1}^{n} \left|\hat{a}_{\alpha(l,k)}\right| |\xi_k|^l, \alpha(l,k) = (0,0,\dots,l,0,0,\dots,0),$$

yəni $\alpha_i = 0, i \ne k, \alpha_k = l.$

Əvvəlcə isbat olunur ki, bu şərtlər daxilində və $\lambda \in S_{\varphi_2}, \varphi_2 \in [0,\pi),\ \varphi + \varphi_1 + \varphi_2 < \pi$ üçün operator funksiyalar $\sigma_0(\xi,\lambda) = \lambda D(\xi,\lambda)$, $\sigma_1(\xi,\lambda) = \hat{A}(\xi) D(\xi,\lambda)$ и

$$\sigma_2(\xi,\lambda) = \sum_{|\alpha|\le l} |\lambda|^{1-\frac{|\alpha|}{l}} \hat{a}_\alpha(\xi)(i\xi)^\alpha D(\xi,\lambda),$$

müntəzəm məhduddur , yəni

$$\|\sigma_i(\xi,\lambda)\|_{\mathcal{L}(E)} \le C, \qquad i = 0,1,2.$$

burada $D(\xi,\lambda) = \left[\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi)\right]^{-1}$

Tutaq ki,

$$\hat{a}_\alpha \in C^{(n)}(R^n), \qquad \left[D^\beta \hat{A}(\xi)\right]\hat{A}^{-1}(\xi_0) \in C\left(R^n; \mathcal{L}(E)\right),$$

и $|\xi|^{|\beta|}\left|D^\beta \hat{a}_\alpha(\xi)\right| \le C_1,\ \beta_k \in \{0,1\}, \xi, \xi_0 \in R^n \backslash \{0\}, 0 \le |\beta| \le n,$

$|\xi|^{|\beta|}\left\|\left[D^\beta \hat{A}(\xi)\right]\hat{A}^{-1}(\xi_0)\right\|_{\mathcal{L}(E)} \le C_2$. İsbat olunur ki, operator funksiyalar $|\xi|^{|\beta|} D_\xi^\beta \sigma_i(\xi,\lambda),\ i = 0,1,2$ müntəzəm məhduddur.

Teorem 0.1. Tutaq ki, E- Banax fəzasıdır, $\gamma \in A_p$ çəki funksiyasına görə müntəzəm multiplikator şərtlərini ödəyir və $p \in (1,\infty)$, $\hat{A}$ E-də müntəzəm R-sektorial operatordur, $\varphi \in [0,\pi), \lambda \in S_{\varphi_2}, 0 \le \varphi + \varphi_1 + \varphi_2 < \pi$. Onda (0.6) məsələsinin bütün $f \in X = L_{p,\gamma}(R^n; E)$ üçün yeganə u həlli var və aşağıdakı koersitiv qiymətləndirmə doğrudur,

$$\sum_{|\alpha|\le l} |\lambda|^{1-\frac{|\alpha|}{l}} \|a_\alpha * D^\alpha u\|_X + \|A * u\|_X + |\lambda|\|u\|_X \le C\|f\|_X.$$

İkinci bölmənin əsas məqsədi E-qiymətli, çəkili $L_{p,\gamma}$-fəzasında aşağıdakı cırlaşmış elliptik konvolution operator-diferensial tənlikləri (KODT) öyrənməkdir,

$$\sum_{|\alpha|\leq l} a_\alpha{*}D^{[\alpha]}u + (A+\lambda){*}u = f(x) \qquad (0.7)$$

burada E-Banax fəzasıdır, $A = A\,(x)$ E −də xətti operatordur $a_k = a_k(x)$ – kompleks funksiyalardır $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), a_k$-mənfi olmayan tam ədədlərdir, λ- kompleks parametrdir, $\gamma = \gamma\,(x)$ $\Omega \subset R^n$-də müsbət ölçülən funksiyadır,

$$D^{[\alpha]} = D_{x_1}^{[\alpha_1]} D_{x_2}^{[\alpha_2]} \dots D_{x_n}^{[\alpha_n]},\ D_{x_i}^{[\alpha_i]} = \left(\gamma(x)\frac{\partial}{\partial x_i}\right)^{\alpha_i}.$$

$a_\alpha * D^{[\alpha]}u$ və $A * u$ konvolutionu paylanma mənasında təyin edilir. Bu işin əsas xüsusiyyətlərindən biri, konvolution tənliklərin $\mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$ −nin bəzi nöqtələrində cırlaşmasıdır. Belə tənliklərin praktikada meydana gəldiyindən həllin varlıq və yeganəliyini isbat etmək çox vacibdir.

$L_{p,\gamma}(R^n; E)$ fəzalarında həllin ifadəsindən və operatorqiymətli Furye multiplikatorlarından istifadə edərək isbat olunur ki, bu məsələnin yeganə həlli var. Cırlaşmış KODT-i həll etmək üçün aşağıdaki əvəzləmədən istifadə edirik

$$y_k = \int_0^{x_k} \gamma^{-1}(z)dz, \quad k = \overline{1,n}.$$

Məlumdur ki, bu əvəzləmənin köməyi ilə uyğun olaraq $L_p(R^n; E)$ və $W_p^{[l]}(R^n; E(A), E)$ çəkili fəzaları $L_{p,\tilde{\gamma}}(R^n; E)$ və $W_{p,\tilde{\gamma}}^{[l]}(R^n; E(A), E)$ fəzalarına izomorf inkas olunur, burada

$$\tilde{\gamma}(y) = \gamma(x(y)) = \gamma(x_1(y_1), x_2(y), \dots, x_n(y_n)).$$

Bu əvəzləmə zamanı $D^{[\alpha]}u$ $D^\alpha u$ -ya inkişaf olunur. Bundan əlavə bu əvəzləmə zamanı cırlaşmış məsələ $L_{p,\tilde{\gamma}}(R^n; E)$ çəkili fəzasında cırlaşmamış məsələyə çevrilir, burada $a_\alpha = a_\alpha(\tilde{\gamma}(y))$, $u = u(\tilde{\gamma}(y)), A = A(\tilde{\gamma}(y))$, $f = f(\tilde{\gamma}(y))$.

Onda ikinci fəslin birinci bölməsində isbat edilmiş 0.1 teoreminə görə, təklif isbat olunur.

2-ci fəslin üçüncü bölməsində cırlaşmış konvolution parabolik tənliklər nəzərdən keçirilir. Koersitiv qiymətləndirmə də oxşar şəkildə isbat olunur.

Bu məqsədlə KODT üçün cırlaşmış Koşi məsələsi araşdırılır. Əvvəlcə konvolution parabolik tənliklər üçün cırlaşmamış Koşi məsələsinə baxılır:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{|\alpha| \le l} a_\alpha * D^\alpha u + A * u + du = f(t, x),$$

$$u(0, x) = 0, t \in \mathbb{R}_+, x \in R^n, \tag{0.8}$$

burada $d > 0$, a_α-kompleksqiymətli funksiyalardır, A- E Banax fəzasında xətti operatordur. $R_+^{n+1} = R^n \times R_+$, (p, p_1), üçün $Z = L_{p,\gamma}(R_+^{n+1}; E)$ p- cəmlənən, qarışıq normalı, $E -$ qiymətli funksiyaların fəzasıdır, yəni R_+^{n+1}-də təyin edilmiş E- qiymətli ölçülən f funksiyalarının fəzasıdır,

$$\|f\|_Z = \left(\int_{R^n} \left(\int_{\mathbb{R}_+} \|f(x,t)\|_E^p \gamma(x) dx \right)^{\frac{p_1}{p}} dt \right)^{\frac{1}{p_1}} < \infty.$$

Tutaq ki, E_0 и E iki Banax fəzasıdır, E_0 E-yə kəsilməz və sıx daxildir. $Z_0 = W_{p,\gamma}^{1,l}(R_+^{n+1}; E_0, E)$,

$$\|u\|_{Z_0} = \|u\|_{Z(E_0)} + \|D_t u\|_Z + \sum_{k=1}^{n} \left\|D_k^l u\right\|_Z ,$$

norması ilə müəyyən olunmuş bütün $u \in Z$ funksiyalar fəzasıdır, burada $l -$ tam ədəddir, $D_t u, D_k^l u \in Z$ və $Z(E_0) = L_{p,\gamma}(R_+^{n+1}; E_0,)$

Teorem 0.2. Fərz edək ki, $\varphi \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ üçün 0.1 teoreminin bütün şərtləri yerinə yetirilir. Onda (0.8) tənliyinin yeganə $u \in W_{p,\gamma}^{1,[l]}(R_+^{n+1}; E(A), E)$ həlli var və kifayət qədər böyük d –lər üçün aşağıdakı koersitiv qiymətləndirmə doğrudur:

$$\left\|\frac{\partial u}{\partial t}\right\|_Z + \sum_{|\alpha|\le l} \|a_\alpha * D^\alpha u\|_Z + \|A * u\|_Z \le C\|f\|_Z.$$

İndi E- qiymətli, qarışıq normalı $L_{\boldsymbol{p}}$- fəzalarıında aşağıdaki məsələyə baxaq

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{|\alpha|\le l} a_\alpha * D^{[\alpha]}u + A * u = f(t,x),$$

$$u(0,x) = 0, \qquad t \in \mathbb{R}_+, x \in R^n \tag{0.9}$$

Məlumdur ki, aşağıdaki əvəzləmədən istifadə zamanı

$$y_k = \int_0^{x_k} \gamma^{-1}(z)dz, \quad k = \overline{1,n}. \tag{0.10}$$

$L_p(R^n;E)$-də cırlaşmış (0.9) məsələsi, $L_{p,\gamma}(R^n;E)$-də cırlaşmamış (0.8) məsələsinə çevrilir. Onda əvvəlki nəticələrə və 0.1 teoreminə əsasən, aşağıdakı nəticəni əldə edirik.

Teorem 0.3. Fərz edək ki, 0.2 teoreminin bütün şərtləri və (0.10) əvəzləməsi yerinə yetirilir, onda $u \in L_p(R_+^{n+1};E)$-üçün (0.9) məsələsinin yeganə $u(t,x)$ həlli var və aşağıdakı koersitiv qiymətləndirmə doğrudur

$$\left\|\frac{\partial u}{\partial t}\right\|_{L_{\boldsymbol{p}}(R_+^{n+1};E)} + \sum_{|\alpha|\le l} \left\|a_\alpha * D^{[\alpha]}u\right\|_{L_{\boldsymbol{p}}(R_+^{n+1};E)} + \|A * u\|_{L_{\boldsymbol{p}}(R_+^{n+1};E)} \le C\|f\|_{L_{\boldsymbol{p}}(R_+^{n+1};E)}$$

3-cü fəsil çəkili Besov fəzalarında konvolution operator-diferensial tənliklərin maksimal requlyarlıq xassələrinin araşdırılmasına həsr edilmişdir.

Son nəşrlərdə bir sıra müxtəlif vektorqiymətli funksional fəzalarda operatorqiymətli Furye multiplikatorları haqqında olan teoremlər öyrənilmişdir. Bunlar Banax fəzalarında diferensial tənliklər üçün,həmdə xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün həllin varlıq və yeganəliyini, eyni zamanda, requlyarlığı müəyyən etmək üçün lazımdır.

Besov fəzaları funksional fəzaların xüsusi maraq yaradan bir sinifidir. Onları üç - $s \in R, 1 \le p, q \le \infty$ indekslərinin köməyi ilə $B^s_{p,q}$-kimi müəyyən etmək olar. Nisbətən mürəkkəb tərif, diferensial tənliklərə çox faydalı tətbiqlər ilə meydana çıxır. Qeyd edək ki, əgər $s \in (0,1)$, olanda $B^s_{\infty,\infty}$ Hölder mənada müntəzəm kəsilməz s indeksli funksiyalar fəzasıdır.

Həqiqi oxda vektorqiymətli Besov fəzalarının daha bir əlverişli xassəsini məhz H.Amann kəşf etdi: Mixlin multiplikatorları haqqında teoremin müəyyən bir forması (daha effektiv) ixtiyari Banax fəzaları üçün doğrudur.

Əslində H.Amann müəyyən etdi ki, əgər m ($k = 2$ −ilə) aşağıdaki şərti ödəyirsə

$$(m \in C^k(\mathbb{R}\backslash\{0\};\ \mathcal{L}(X)),\ \sup_{t\in\mathbb{R}\backslash\{0\}} \left\| t^l m^{(l)}(t) \right\| < \infty, 0 \le l \le k,$$

onda m Besov fəzaları üçün, və xüsusi halda $C^\theta(R; X), 0 < \theta < 1$ fəzası üçün, multiplikatordur.

$L_p(R^n, X)$ Boxner fəzası üçün əlavə fərziyyələr zəruridir, xüsusən genişləndirmə o zaman mümkündür ki, X fəzası UMD, $1 < p < \infty$ xassəsinə malikdir, və $\{(1 + |t|)^{|\alpha|} D^\alpha m(t); t \in R^n, |\alpha| \le l)\}$ çoxluğu R- məhduddur.

$L_p(R^n, X)$ üçün olan nəticələrdən fərqli olaraq, H.Amann və L.Veys ayrı-ayrılıqda aşkar etdilər ki, $B^s_{p,q}(R^n, X)$ Besov fəzaları üçün X və m üzərində əlavə məhdudiyyətlər lazım deyil və bütün $s \in R$ və $p, q \in [1, \infty]$ indeksləri yol veriləndir.

Üçüncü fəslin birinci bölməsində vektorqiymətli çəkili Besov fəzaları nəzərdən keçirilir və baxılan tənliklərin B-separabelliyi araşdırılır. Əvvəlcə Besov fəzasının üç ekvivalent tərifi təqdim olunur.

Vektorqiymətli Besov fəzaları bir çox müəlliflər tərəfindən öyrənilib. Klassik halda, Besov fəzası və onun xassələri, H.Tribelin kitablarında geniş araşdırılıb. İnterpolasiya metodlarından istifadə edərək Besov fəzaları H.Amann, Y.Berq və I.Luvstremin məqalələrində öyrənilib.

Məlumdur ki, operator-diferensial tənliklərin maksimal requlyarlıq xassələri müxtəlif işlərdə öyrənilib. Bu bölmənin əsas məqsədi isə *E*- qiymətli çəkili Besov fəzalarında

$$Lu = \sum_{k=0}^{l} a_k * \frac{d^{[k]}u}{dx^{[k]}} + A * u + \lambda u = f(x) \qquad (0.11)$$

cırlaşmış konvolution operator-diferensial tənliyinin (KODT) maksimal requlyarlığını müəyyən etməkdir. $A = A(x)$ E-də xətti operatordur, $a_k = a_k(x)$ – kompleks funksiyalardır, λ – kompleks parametirdir,

$$u^{[k]} = \left(\gamma(x)\frac{d}{dx}\right)^k u$$

burada $\gamma(x)$ $(-\infty; +\infty)$-də müsbət ölçülən funksiyadır.

Əvvəlcə $B^s_{p,q}(R; X)$ - Besov fəzasından $B^s_{p,q}(R; Y)$- Besov fəzasına Furye multiplikatorları təyin edilir.

Əvvəlki fəsillərdə olduğu kimi, müvafiq şərtlərdən istifadə edərək cırlaşmamış tənliklərinin həlli zamanı alınan operator funksiyaların müntəzəm məhdudluğunu isbat edirik. Analoji qaydada operator funksiyaların -$B^s_{p,q}(R; E)$ Besov fəzalarında müntəzəm məhdud multiplikatorlar olduğu isbat edilir.

Asanlıqla isbat olunur ki, aşağıdaki cırlaşmamış tənliyin

$$\sum_{k=0}^{l} a_k * \frac{d^k u}{dx^k} + A * u + \lambda u = f(x) \qquad (0.12)$$

yeganə $u \in B^{l,s}_{p,q,\gamma}(R; E(A), E)$ həlli var və $f \in B^{l,s}_{p,q,\gamma}(R; E)$, $p, q \in [1; \infty)$ - üçün aşağıdakı koersitiv qiymətləndirmə doğrudur,

$$\sum_{k=0}^{l} |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \left\| a_k * \frac{d^k u}{dx^k} \right\|_X + \|A * u\|_X + |\lambda| \|u\|_X \le C\|f\|_X. \qquad (0.13)$$

Əgər Q

$$D(Q) = B^{l,s}_{p,q,\gamma}(\mathbb{R}; E(A), E),$$

$$Qu = \sum_{k=0}^{l} a_k * \frac{d^k u}{dx^k} + A * u = f \tag{0.14}$$

məsələsinin yaratdığı operatordursa onda $\lambda \in S_\varphi$-üçün Q – operatorun rezolventası mövcuddur və aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur,

$$\sum_{k=0}^{l} |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \left\| a_k * \left[\frac{d^k}{dx^k}(Q+\lambda)^{-1}\right]\right\|_{\mathcal{L}(X)} + \|A * (Q+\lambda)^{-1}\|_{\mathcal{L}(X)} + \|\lambda(Q+\lambda)^{-1}\|_{\mathcal{L}(X)} \leq C, \quad burada\ X = B^{s}_{p,q,\gamma}(\mathbb{R}; E).$$

Xüsusi halda göstərilir ki, (0.14) tənliyinin əmələ gətirdiyi konvolution diferensial-operator $Q + a, a > 0,$ analitik yarımqrup yaradır.

Cırlaşmış (0.11) tənliyini həll etmək üçün (0.10) əvəzləməsi istifadə olunur.

Aydındır ki, bu əvəzləmə zamanı $\mathrm{B}^{s}_{p,q}(\mathrm{R}; \mathrm{E})$, $\mathrm{B}^{[l],s}_{p,q}(\mathrm{R}; \mathrm{E}(\mathrm{A}), \mathrm{E})$ fəzaları uyğun olaraq çəkili $\mathrm{B}^{s}_{p,q,\tilde{\gamma}}(\mathrm{R}; \mathrm{E})$ *və* $\mathrm{B}^{l,s}_{p,q,\tilde{\gamma}}(\mathrm{R}; \mathrm{E}(\mathrm{A}), \mathrm{E})$ fəzalarına izomorf inikas olunurlar,burada $\tilde{\gamma}(y) = \gamma(x(y))$. Həmdə bu əvəzləmə zamanı $\mathrm{B}^{s}_{p,q}(\mathrm{R}; \mathrm{E})$ fəzasında cırlaşmış (0.11) məsələsi, çəkili $\mathrm{B}^{s}_{p,q,\tilde{\gamma}}(\mathrm{R}; \mathrm{E})$ fəzasında cırlaşmamış (0.12) məsələsinə çevrilir.

Cırlaşmış (0.11) tənliyi üçün müvafiq koersitiv qiymətləndirilmə və cırlaşmış halda operatorun rezolventasının qiymətləndirilməsi analojı olaraq isbat edilir.

Bu bölmədə E- qiymətli Besov fəzasında müvafiq parabolik konvolution operator-diferensial tənliyi üçün Koşi məsələsi də nəzərdən keçirilir. (0.11) tənliyinin requlyarlıq xassələrindən istifadə edərək Koşi məsələsinin korrektliyini əldə edirik. Bu bölmədə xüsusi nümunələrə, yəni müxtəlif növ çəkili funksiyaları olan konkret cırlaşmış KODT-lərə baxılır.

Üçüncü fəslin ikinci bölməsində daha ümumi tipli məsələlər, yəni çəkili Besov fəzalarında qarışıq törəməli KODT, nəzərdən keçirilir.

V.B.Şahmurovun işlərində L_p-fəzalarında cırlaşmamış KODT-in requlyarlığı araşdırılmışdır. Bundan fərqli olaraq bu bölmənin əsas məqsədi aşağıdakı elliptik cırlaşmış KODT-nin

$$\sum_{|\alpha|\le l} a_\alpha * D^{[\alpha]}u + A * u + \lambda u = f, \qquad (0.15)$$

separabellik xassələrini və $E-$ qiymətli çəkili Besov fəzasında aşağıdakı parabolik KODT üçün

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{|\alpha|\le l} a_\alpha * D^{[\alpha]}u + A * u = f(t,x),$$

$$u(0,x) = 0, t \in \mathbb{R}_+, x \in R^n \qquad (0.16)$$

Koşi məsələsinin maksimal-requlyarlıq xassələrini əldə etməkdir.

Əvvəlcə cırlaşmamış eliptik KODT-nə baxaq

$$\sum_{|\alpha|\le l} a_\alpha * D^{a}u + A * u + \lambda u = f. \qquad (0.17)$$

Furye çevirməsini (0.17) tənliyinə tətbiq edərək, alırıq ki

$$u(x) = F^{-1}\left[\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi)\right]^{-1}\hat{f}\,, \quad L(\xi) = \sum_{|\alpha|\le l} \hat{a}_\alpha\,(\xi)(i\xi)^\alpha.$$

Cırlaşmamış halda əsas koersitiv qiymətləndirməni isbat etmək üçün, bu məsələlərin həlli zamanı yaranan operator-funksiyaların $B^s_{p,q,\gamma}(R^n;E)$ fəzasında müntəzəm məhdud multiplikatorlar olduğunu göstərmək kifayətdir.

Aydındır ki, $z_k = \int_0^{x_k} \tilde{\gamma}_k{}^{-1}(y)dy$ əvəzləməsi zamanı $B^s_{p,q}(R^n;E)$ və $B^{[l],s}_{p,q}(R^n;E(A),E)$ fəzaları uyğun olaraq çəkili $B^s_{p,q,\tilde{\gamma}}(R^n;E)$ və $B^{[l],s}_{p,q,\gamma}(R^n;E(A),E)$ fəzalarına izomorf inkas olunurlar, burada $\gamma = \prod_{k=1}^n \tilde{\gamma}_k\big(x_k(z_k)\big)$. Bundan başqa, bu əvəzləmə zamanı (0.15) məsələsi (0.17) məsələsinə çevrilir.

Çəkili Banaxqiymətli Besov fəzalarında Furye multiplikatorları haqqında teoremlərdən istifadə edərək alırıq ki, bütün $f \in B^s_{p,q,\gamma}(R^n;E)$ üçün (0.15) məsələsinin yeganə $u \in B^{[l],s}_{p,q}(R^n;E(A),E)$ həlli var və kifayət qədər böyük $\lambda \in S_\varphi$ üçün

$$\sum_{|\alpha|\leq l} |\lambda|^{1-\frac{|\alpha|}{l}} \left\| a_\alpha * D^{[\alpha]} u \right\|_X + \|A * u\|_X + |\lambda| \|u\|_X \leq c\|f\|_X$$

müntəzəm qiymətləndirməsi doğrudur, burada $X = B^s_{p,q,\gamma}(R^n; E)$.

Tutaq ki, H - (0.15) məsələsinin yaratdığı operatordur,

$$D(H) = B^{[l],s}_{p,q}(R^n; E(A), E), \;\; Hu = \sum_{|\alpha|\leq l} a_\alpha * D^{[\alpha]} u + A * u.$$

Bu halda göstərilir ki, bütün $\lambda \in S_\varphi$- üçün H operatorun rezolventası mövcuddur və aşağıdaki qiymətləndirmə doğrudur,

$$\sum_{|\alpha|\leq l} |\lambda|^{1-\frac{|\alpha|}{l}} \left\| a_\alpha * D^{[\alpha]} (H+\lambda)^{-1} \right\|_{\mathcal{L}(X)} + \|A * (H+\lambda)^{-1}\|_{\mathcal{L}(X)}$$
$$+ \|\lambda (H+\lambda)^{-1}\|_{\mathcal{L}(X)} \leq C.$$

Üçüncü fəslin üçüncü bölməsində çəkili Besov fəzasında cırlaşmış parabolik (0.16) KODT– üçün Koşi məsələsi nəzərdən keçirilir.

Aydındır ki,

$B^{l,1,s}_{\boldsymbol{p},q,\gamma}(R^{n+1}_+; E(A), E) = B^{1,s}_{p,q}(\mathbb{R}_+; D(H), X)$ burada $R^{n+1}_+ = R^n \times \mathbb{R}_+$, $\boldsymbol{p} = (p, p_1), X = B^s_{p,q,\gamma}(R^n; E)$

$\boldsymbol{p}$ −cəmlənən qarışıq normalı E −qiymətli funksiyalar fəzasıdır.

Cırlaşmamış

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{|\alpha|\leq l} a_\alpha * D^\alpha u + A * u = f(t,x)\,, \;\; u(0,x) = 0 \qquad (0.18)$$

məsələsini aşağıdaki məsələ kimi göstərmək olar

$$\frac{du(t)}{dt} + Hu(t) = f(t)\,, u(0) = 0, t \in \mathbb{R}_+.$$

H – operatorunun rezolventasının xassələrini, pozitivliyini və əvvəlki nəticələri nəzərə alsaq, alırıq ki, axırıncı tənliyin

$$\left\| \frac{du}{dt} \right\|_X + \|Hu\|_X \leq c\|f\|_X.$$

bərabəsizliyini ödəyən yeganə $u \in B^{1,s}_{p,q}(R_+; D(H), X)$ həlli var.

Buradan alırıq ki, (0.15) məsələsinin bütün $f \in B^{s}_{p,q,\gamma}(R_{+}, X)$-üçün yeganə $u(t,x)$ həlli mövcuddur, və aşağıdaki koersitiv qiymətləndirməni ödəyir,

$$\left\|\frac{\partial u}{\partial t}\right\|_{Y} + \sum_{|\alpha|\le l}\left\|a_{\alpha} * D^{[\alpha]}u\right\|_{Y} + \|A * u\|_{Y} \le C\|f\|_{Y},$$

$$Y = B^{s}_{p,q}(\mathbb{R}_{+}, X).$$

Üçüncü fəslin dördüncü bölməsində cırlaşmış inteqro-diferensial tənliklər sistemi öyrənilir. Aşağıdakı sistem nəzərdən keçirilir

$$\sum_{k=0}^{l} a_{k} * \frac{d^{[k]}u_{m}}{dx^{[k]}} + \sum_{j=1}^{\infty}\left(d_{j} + \lambda\right) * u_{j}(x) = f_{m}(x),$$

$$x \in \mathbb{R}, \qquad (0.19)$$

və (0.19) üçün müntəzəm koersitiv qiymətləndirmə isbat edilir. Bu məqsədlə tutaq ki, $\left\{d_{j}(x)\right\}_{1}^{\infty} \in l_{q}$ bütün $x \in R$ və bəzi $x_{0} \in R$ üçün müsbət C_{1} və C_{2} sabitləri mövcuddur ki, $C_{1}\left|d_{j}(x_{0})\right| \le \left|d_{j}(x)\right| \le C_{2}\left|d_{j}(x_{0})\right|$.

Fərz edək ki, $\hat{a}_{k}, \hat{d}_{j} \in C^{(1)}(R)$ və elə $M_{i} > 0, i = 1,2,$ sabitləri mövcuddur ki,

$$\left|\xi^{j}\frac{d^{j}}{d\xi^{j}}\hat{a}_{k}(\xi)\right| \le M_{1}, \quad |\xi|^{j}\left|d^{j}_{m}(\xi)d^{-1}_{m}(\xi)\right| \le M_{2}.$$

$D(x) = \{d_{m}(x)\}$ və $D^{*}u = \{d_{m}{}^{*}u_{m}\}$ kimi işarə edək.

Onda yuxarıdaki şərtlər daxilində və $|L(\xi)| \ge C\max_{k}|\hat{a}_{k}(\xi)|\,|\xi|^{l}$ –üçün (0.19) məsələsinin $B^{[l],s}_{p,q}\left(R; l_{q}(D), l_{q}\right)$-fəzasında yeganə $u(x) = \{u_{m}(x)\}_{1}^{\infty}$ həlli var, və aşağıdakı koersitiv qiymətləndirmə doğrudur:

$$\sum_{k=0}^{l}|\lambda|^{1-\frac{k}{l}}\left\|a_{k} * \frac{d^{[k]}u}{dx^{[k]}}\right\|_{B} + \|D * u\|_{B} + |\lambda|\|u\|_{B} \le C\|f\|_{B}.$$

Bundan əlavə, sübut edilir ki, kifayət qədər böyük $|\lambda| > 0$ üçün $(Q + \lambda)^{-1}$-rezolventası mövcuddur və

$$\sum_{k=0}^{l} |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \left\| a_k * \frac{d^{[k]}}{dx^{[k]}} (Q+\lambda)^{-1} \right\|_{\mathcal{L}(B)} + \|D * (Q+\lambda)^{-1}\|_{\mathcal{L}(B)}$$
$$+ \|\lambda (Q+\lambda)^{-1}\|_{\mathcal{L}(B)} \le C,$$
$$burada \quad B = B_{p,q}^{s}(\mathbb{R}; l_q).$$

Bundan əlavə dördüncü bölmədə bu sistemlər üçün Koşi məsələsi nəzərdən keçiririlir və analojı koersitiv qiymətləndirmənin yerinə yetirildiyi sübut edilir.

Beləliklə, üçüncü fəsildə müxtəlif növ cırlaşmış konvolution operator-diferensial və cırlaşmış inteqro-differensial tənliklər nəzərdən keçirilir - hər iki halda bu məsələlərin həllinin varlığı və yeganəliyi, həmçinin koersitiv qiymətləndirmənin doğruluğu isbat edilmişdir.

3-cü fəsildə isbat edilmiş koersitiv həlldən və müntəzəm pozitivlikdən alırıq ki,baxılan məsələnin yaratdığı operatorlar analitik yarımqrup əmələ gətirir. Üçüncü fəslin teoremlərini isbat etmək üçün operatorlar yarımqrupu nəzəriyyəsi, daxiletmə teoremləri, Furye multiplikator nəzəriyyəsi, pozitiv operatorları metodları və konvolution nəzəriyyələr istifadə olunur.

Bu fəsildə isbat edilmiş nəticələr, kvazixətti elliptik KODT nəzəriyyəsində xüsusilə maraqlıdır.

Məlumdur ki, pozitivlik və sektoriallıq xassəsi olan bir çox diferensial və psevdodiferensial operatorlar sinifləri mövcuddur. Buna görə də, xüsusi fəzaları və bu fəzalarda təsir edən xüsusi operatorları seçərək, müxtəlif fəzalarda fərqli bir sinif cırlaşmış konvolution tənliklərin maksimal requlyarlıq xassələrini və parabolik KODT və ya onların sistemləri üçün Koşi məsələsini alırıq.

4-cü fəsil, çəkili fəzalarda cırlaşmış konvolution operator-diferensial tənliklərin koersitivliyinin öyrənilməsinə və onların tətbiqinə həsr edilib.

Xüsusilə operator əmsallı cırlaşmış KODT-lər üçün separabellik və ya maksimal requlyarlıq xassələri nisbətən az tədqiq edilmişdir.

Çəkili olmayan fəzalarda cırlaşmamış KODT-in separabellik xassələri olduqca geniş tədqiq edilmişdir. Cırlaşmış KODT-lər üçün koersitiv həll teoremləri müvafiq konkret tənliklərin və sərhəd məsələlərinin öyrənilməsinə stimullaşdırıcı təsir göstərir.

Bu fəsildəki məsələlərin həllində əvvəlki fəsillərdə alınan metodlardan istifadə olunur. Qeyd edək ki, klassik metodlar burada tətbiq olunmur.

Dördüncü fəslin birinci bölməsində aşağıdakı kvazixətti elliptik KODT-lər nəzərdən keçirilir

$$\sum_{|\alpha|\le l} a_\alpha * D^\alpha u + G(x, D^\sigma u)u = F(x, D^\sigma u) + f(x),$$

$$x \in R^n, \qquad (0.20)$$

burada G və F, E Banax fəzasında qeyrixətti operatorlardır, $a_\alpha = a_\alpha(x)$ – kompleksqiymətli, f- E- qiymətli funksiyalardır, D^σ-diferensial operatordur və $|\sigma| \le l\text{-}1$.

Sobolev fəzalarında daxiletmə teoremlərindən və iz teoremlərindən istifadə edərək, alırıq ki,

$$\prod_{|\sigma|\le l_0-1} \|D^\sigma u\|_{C(R^n;E_\sigma)} = \prod_{|\sigma|\le l_0-1} \sup_{x\in R^n} \|D^\sigma u(x)\|_{E_\sigma} \le \|u\|_Y,$$

burada,

$$X = L_{p,\gamma}(R^n; E),\ \ Y = W^l_{p,\gamma}(R^n; E(A), E), \gamma(x) = \prod_{k=1}^{n} |x_k|^\gamma,$$

$$0 \le \gamma \le \frac{p-1}{n}, E_\sigma = (E(A), E)_{x_{\sigma,p}},$$

$$x_\sigma = \frac{p|\sigma| + \gamma + n}{\rho l}, E_0 = \prod_{|\alpha|\le l_0-1} E_\sigma$$

$l_0 = \left[l - \frac{\gamma+n}{p}\right]$, burada $[s] - s > 0$-in tam hissəsini göstərir.

Əvvəlcə müvafiq xətti tənliyə baxırıq. 3-cü fəslin teoremlərindən istifadə edərək X fəzasında koersitiv qiymətləndirmə əldə edirik.

Sonra, alınan xətti məsələnin maksimal requlyarlığından, sıxılma teoremindən və tərpənməz nöqtə haqqında Banax teoremindən istifadə edərək alırıq ki, (0.20) tənliyinin *yeganə* $u \in Y$ *həlli var və* $\|u\|_Y \le r,\ r > 0$.

4-cü fəslin ikinci bölməsində anizotrop tipli konvolution diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsi öyrənilir və çəkili qarışıq normalarda maksimal requlyarlıq xassələri əldə edilir.

Tutaq ki, $\widetilde{\Omega} = R^n \times \Omega$, burada $\Omega \subset R^n$ açıq əlaqəli, kompakt C^{2m}- $\partial\Omega$ - sərhədli çoxluqdur $p = (p_1, p)$. $L_{p,\gamma}(\widetilde{\Omega})$ qarışıq normalı bütün p-cəmlənən skalyarqiymətli funksiyalar fəzasıdır, yəni Ω-də bütün ölçülü f funksiyalar fəzasıdır, və

$$\|f\|_{L_{p,\gamma}(\widetilde{\Omega})} = \left(\int_{R^n} \left(\int_{\Omega} |f(x,y)|^{p_1} \gamma(x) dx \right)^{\frac{p}{p_1}} dy \right)^{\frac{1}{p}} < \infty.$$

Sonra bu bölmədə aşağıdaki məsələyə baxılır

$$\sum_{|\alpha| \le l} a_\alpha * D^\alpha u + \sum_{|\alpha| \le 2m} \left(b_\alpha c_\alpha D_y^\alpha + \lambda \right) * u = f(x,y),$$
$$x \in R^n, y \in \Omega, \qquad (0.21)$$

$$B_j u = \sum_{|\beta| \le m_j} b_{j\beta}(y) D_y^\beta u(x,y) = 0,$$
$$y \in \partial\Omega, \qquad j = \overline{1,m}, \qquad (0.22)$$

burada

$$D_j = -i \frac{\partial}{\partial y_j},\ \ y = (y_1, y_2, \dots, y_\mu),\ a_\alpha = a_\alpha(x),\ b_\alpha = b_\alpha(x),$$
$$c_\alpha = c_\alpha(y),$$

və $f \in L_{p,\gamma}(\widetilde{\Omega})$, $\lambda \in S_\varphi$ üçün müəyyən şərtlər daxilində (0.21) - (0.22) məsələsinin yeganə $u \in W_{p,\gamma}^{l,2m}(\widetilde{\Omega})$ həllinin varlığı və müvafiq koersitiv qiymətləndirmənin doğruluğu isbat edilir.

Bu məsələ çəkili Besov fəzalarında da eyni şəkildə həll olunur. Tutaq ki, $B_{p,q,\gamma}^s(\widetilde{\Omega})$ müvafiq qarışıq normalı Besov fəzasıdır, onda

$$B^{s}_{\boldsymbol{p},q,\gamma}\left(\widetilde{\Omega}\right) = B_{p,q,\gamma}\left(R^{n};\ B^{s}_{p_1,q,\gamma}(\Omega)\right)$$
$$B^{l,2m,s}_{\boldsymbol{p},q,\gamma}\left(\widetilde{\Omega}\right) = B^{l,s}_{p,q,\gamma}\left(R^{n};\ B^{2m,s}_{p_1,q,\gamma}(\Omega), B^{s}_{p_1,q,\gamma}(\Omega)\right)$$

Yeri gəlmişkən, qeyd edək ki, (0.21) tənliyi $l \neq 2m$ olduqda anizotrop, $l = 2m$ olduqda isə izotropdır.

Aşağıdakı bərabərliklərlə təyin olunan A operatoruna baxaq

$$D(A) = B^{2m,s}_{p_1,q}\left(\Omega,\ \ B_j u = 0\right),$$

$$A(x)u = \sum_{|\alpha|\le 2m} b_\alpha(x) C_\alpha(y) D^\alpha u(y).$$

$B^{s}_{p,q,\gamma}\left(\widetilde{\Omega}\right)$ Besov fəzasında (0.21)-(0.22) məsələləri üçün analojı teorem isbat edilir.

4-cü fəslin üçüncü bölməsində inteqro-differensial tənliklərin sonsuz sistemi araşdırılır.

$L_{p,\gamma}\left(R^{n}; l_q\right)$ fəzasında aşağıdakı cırlaşmış konvolution tənliklərin sonsuz sistemini nəzərdən keçirək

$$\sum_{|\alpha|\le l} a_\alpha * D^{[\alpha]} u_m + \sum_{j=1}^{\infty} d_j * u_j = f_m, \qquad (0.23)$$

burada

$$u_j = u_j(x), \qquad d_j = d_j(x), \qquad a_\alpha = a_\alpha(x),$$
$$\gamma(x) = \prod_{k=1}^{n} |x_k|^{\gamma}, -\frac{1}{n} < \gamma < \frac{p-1}{n}.$$

$1 < q < \infty$ üçün

$$l_q = \left\{\xi;\ \xi = \{\,\xi_i\}_{i=1}^{\infty};\ \|\,\xi\|_{l_q} = \left(\sum_{i=1}^{\infty} |\,\xi_i|^q\right)^{\frac{1}{q}} < \infty,\ \xi_i - kompleks\ \text{ədəddir}. \right\}$$

təyin edək. Onda

$$L_{p,\gamma}(l_q) = L_{p,\gamma}(R^n; l_q) =$$

$$= \left\{ f; f = \{f_i(x)\}_{i=1}^{\infty}, \ \|f\|_{L_{p,\gamma}(l_q)} = \left(\int_{R^n} \|\{f_i(x)\}\|_{l_q}^p \gamma(x) dx \right)^{\frac{1}{p}} \right\}$$

Tutaq ki,

$$D(x) = \{d_m(x)\}, \qquad d_m > 0, \qquad u = \{u_m\}, D * u = \{d_m * u_m\},$$

$$l_q(D) = \left\{ u \in l_q, \qquad \|u\|_{l_q(D)} = \left(\sum_{m=1}^{\infty} |d_m(x) * u_m|^q \right)^{\frac{1}{q}} < \infty \right\},$$

$$1 < q < \infty.$$

Xüsusi şərtlərlə bütün $f(x) = \{f_m(x)\}_1^{\infty} \in L_{p,\gamma}(R^n; l_q(D))$, *və* $\lambda \in S_\varphi, \varphi \in [0, \pi)$ üçün (0.23) məsələsinin Y -dən olan yeganə $u = \{u_m(x)\}_1^{\infty}$ həllinin varlığı və aşağıdakı koersitiv qiymətləndirmənin doğruluğu isbat edilir,

$$\sum_{|\alpha| \le l} |\lambda|^{1-\frac{|\alpha|}{l}} \left\| a_\alpha * D^{[\alpha]} u \right\|_X + \|D * u\|_X \le C \|f\|_X,$$

burada

$$X = L_p(R^n; l_q), Y = W_p^{[l]}(R^n; l_q(D), l_q).$$

$L_p(R^n; l_q)$-də (0.23) məsələsinin yaratdığı diferensial operatoru Q ilə işarə edək.

Eyni şəkildə $\lambda \in S_\varphi$-üçün $(Q + \lambda)^{-1}u$ rezolventasının varlığı və müvafiq qiymətləndirmənin doğruluğu isbat edilir edilir.

4-cü fəslin dördüncü bölməsində konvolution operator-diferensial tənliklər üçün Ventzel-Robin tipli sərhəd məsələsi nəzərdən keçirilir. Müəyyən L_p-fəzalarında $(1 < p < \infty)$ Ventzel-Robin şərtləri olan parabolik məsələlər üçün A.Favin, Q.Qoldşteyn və S.Romanelli tədqiqat aparıb (C_0 yarımqrupun yaranması və holomorfluq) və yaxşı nəticələr əldə ediblər.

İkinci mərhələdə məsələlər K.Enqel və A.Favininin işlərində araşdırılmışdır, burada müəlliflər korrektliyi isbat etmək üçün kosinus - funksiyalar nəzəriyyəsindən istifadə etmişdilər. V.Keyantuo və M.Varmanın məqalələrində L_p- fəzaları araşdırılıb. Baxılan məsələnin L_p – fəzasında [0,1] parçasında üzərində korrektliyini isbat etmək üçün də kosinus-funksiyalar nəzəriyyəsindən istifadə olunur. Nəhayət, 20-ci əsrin sonlarında A.Ventzel bu məsələlərə çox ölçülü halda, yəni requlyar məhdud $\Omega \subset R^n$ oblastı üçün baxıb.

Bu bölmədə $E = L_2(0,1)$ *və* $A = A(x)$ üçün aşağıdakı düsturla təyin edilmiş ümumiləşdirilmiş Ventzel-Robin tipli sərhəd şərtləri olan diferensial operatora baxılır

$$D(A) = \{u \in W_2^2(0,1), B_j u = Au(j) = 0, j = 0,1\},$$

$$A(x)u = a(x,y)u^{(2)} + b(x,y)u^{(1)} \text{для всех } x \in R^n, y \in (0,1),$$

burada $a(x,\cdot)$ və $b(x,\cdot)$ - (0,1)-də $x \in R^n$ üçün kompleksqiymətli funksiyalardır.

Cırlaşmış inteqro-differensial tənlik üçün Ventzel-Robin tipli sərhəd şərtləri olan qarışıq məsələləri nəzərdən keçirək,

$$\sum_{|\alpha| \le l} a_\alpha * D^{[\alpha]}u + \left(a(x,y)\frac{\partial^2}{\partial y^2} + b(x,y)\frac{\partial}{\partial y} + \lambda\right) * u = f(x,y) \quad (0,24)$$

$$B_j u = \left[a(x,j)\frac{\partial^2}{\partial y^2} + b(x,j)\frac{\partial}{\partial y}\right]u(x,j) = 0, \qquad j = 0,1, x \in R^n, y \in (0,1),$$

burada $a_\alpha = a_\alpha(x)$ kompleksqiymətli funksiyalardır, λ- kompleks parametrdir.

Tutaq ki, $\widetilde{\Omega} = R^n \times (0,1), p = (2,p), L_p(\widetilde{\Omega})$ qarışıq normalı, p-cəmlənən, çəkili, skalyarqiymətli funksiyalar fəzasıdır, yəni Ω-də təyin olunmuş ölçülən f funksiyalar fəzasıdır, və

$$\|f\|_{L_p(\widetilde{\Omega})}=\left(\int_{R^n}\left(\int_0^1|f(x,y)|^2\,dy\right)^{\frac{p}{2}}dx\right)^{\frac{1}{p}}<\infty.$$

Analojı olaraq $W_{p,\gamma}^{[l],2}(\widetilde{\Omega})$ müvafiq qarışıq normalı anizotrop Sobolev fəzasını göstərir, yəni $W_p^{[l],2}(\widetilde{\Omega})$ $|\alpha|\le m$ -üçün $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\in L_p(\widetilde{\Omega})$ törəməsi və x-ə nisbəti $D_x^{[\alpha]}u\in L_p(\widetilde{\Omega})$ törəməsi olan, aşağıdakı norma ilə təyin olunan $u\in L_p(\widetilde{\Omega})$ funksiyalar fəzasını göstərir,

$$\|u\|_{W_p^{[l],2}(\widetilde{\Omega})}=\|u\|_{L_p(\widetilde{\Omega})}+\sum_{|\alpha|=l}\left\|D_x^{[\alpha]}u\right\|_{L_p(\widetilde{\Omega})}+\left\|\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right\|_{L_p(\widetilde{\Omega})}<\infty$$

Bu bölmədə aşağıdakı nəticələr alını;

Teorem 0.4. Fərz edək ki, 0.1 teoreminin bütün şərtləri ödənir və

$$a(x,\cdot)\in W_\infty^1(0,1),\ a(x,\cdot)\ge\delta>0,\ b(x,\cdot)\in L_\infty(0,1),\qquad x\in R^n.$$

Onda $f\in L_p(\widetilde{\Omega})$ *və* $\lambda\in S_\varphi$-üçün (0.24) məsələsinin yeganə $u\in W_{p,\gamma}^{[l],2}(\widetilde{\Omega})$ həlli var və aşağıdakı müntəzəm koersitiv qiymətləndirmə doğrudur,

$$\sum_{|\alpha|\le l}|\lambda|^{1-\frac{|\alpha|}{l}}\left\|a_\alpha*D^{[\alpha]}u\right\|_{L_p(\widetilde{\Omega})}+|\lambda|\|u\|_{L_p(\widetilde{\Omega})}$$
$$+\left\|\left(a\frac{\partial^2}{\partial y^2}+b\frac{\partial}{\partial y}\right)*u\right\|_{L_p(\widetilde{\Omega})}\le C\|f\|_{L_p(\widetilde{\Omega})}.$$

(0.24) məsələsinin yaratdığı Q diferensial operatorunun $(Q+\lambda)^{-1}$ rezolventası üçün uyğun koersitiv qiymətləndirmə alınır.

Bu bölmədə bəzi nümunələr də nəzərdən keçirilir, məsələn, üç ölçülü R_+^3 fəzasında parabolik KODT-lər üçün Koşi məsələsinin maksimal requlyarlığı göstərilir.

5-ci fəsil xətti və qeyri-xətti cırlaşmış konvolution-elliptik operatorların araşdırılmasına və onların tətbiqinin öyrənilməsinə həsr edilib. Cırlaşmış və cırlaşmamış abstrakt konvolution-elliptik tənliklərin requlyarlıq xassələri də araşdırılır. Çəkili L_p- fəzalarında xətti məsələlərin separabelliyin təmin edən kafi şərtlər tapılır. Uyğun konvolution-elliptik operatorların sektoriallığı və eyni zamanda analitik yarımqrup yaratdığı isbat edilmişdir.

Bu nəticələrdən istifadə edərək, çəkili L_p- fəzalarında parametrli qeyri-xətti konvolution tənliklər üçün maksimal requlyar həllərin varlığı və yeganəliyi göstərilir. Burada, qarışıq normalı L_p −də cırlaşmış parabolik tənliklər üçün Koşi məsələsinin, anizotrop konvolution elliptik tənliklər üçün sərhəd məsələsinin, cırlaşmış inteqro-diferensial tənliklər və onların sonsuz sistemləri üçün sərhəd məsələsinin maksimal requlyarlıq xassələri isbat olunmuşdur.

5-ci fəslin birinci bölməsində parametrli cırlaşmış xətti konvolution operator-diferensial tənliklərinin maksimal-requlyarlıq xassələri öyrənilir. E-qiymətli L_p fəzalarında aşağıdaki cırlaşmış KODT baxaq

$$\sum_{|\alpha|\le l} \varepsilon_\alpha a_\alpha * D^{[\alpha]}u + (A+\lambda) * u = f, \tag{0.25}$$

burada l natural ədəddir, $a_\alpha = a_\alpha(x)$ kompleksqiymətli funksiyalardır $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n), \alpha_k$- mənfi olmayan tam ədəddir, $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n)$, $\varepsilon_\alpha = \prod_{k=1}^{n} \varepsilon_k^{\frac{\alpha_k}{l}}, \varepsilon_k$ – müsbət, λ- kompleks parametrdir, $A = A(x)$ E Banax fəzasında $x \in R^n$-üçün xətti operatordur.

(0.25) məsələnin separabelliyini təmin edən kafi şərtlər tapılır.

Fərz edək ki, aşağıdaki şərtlər yerinə yetirilir:

Şərt 0.1.

1) $L_\varepsilon(\xi) = \sum_{|\alpha|\le l} \varepsilon_\alpha \hat{a}_\alpha(\xi)(i\xi)^\alpha \in S_{\varphi_1}, \varphi_1 \in [0,\pi)$

$$|L_\varepsilon(\xi)| \ge C \sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k \left|\hat{a}_{\alpha(l,k)}\right| |\xi_k|^l, \qquad \xi \in R^n - \text{ üçün,}$$

$$\alpha(l,k) = (0,0,\ldots,l,0,0,\ldots,0),$$

yəni $\alpha_i = 0, i \ne k, \alpha_k = l.$

2) $\hat{a}_\alpha \in C^{(n)}(R^n), |\xi|^{|\beta|}\left|D^\beta \hat{a}_\alpha(\xi)\right| \le C_1,$

$$\beta_k \in \{0,1\}, 0 \le |\beta| \le n;$$

3) $0 \le |\beta| \le n, \xi, \xi_0 \in R^n \setminus \{0\}$ − üçün.

$$\left[D^\beta \hat{A}(\xi)\right]\hat{A}^{-1}(\xi_0) \in C\left(R^n; \mathcal{L}(E)\right),$$

$$|\xi|^{|\beta|}\left\|\left[D^\beta \hat{A}(\xi)\right]\hat{A}^{-1}(\xi_0)\right\|_{\mathcal{L}(E)} \le C_2$$

Bu bölmədə aşağıdakı əsas nəticə isbat edilir:

Teorem 0.5. Tutaq ki, Şərt 0.1 yerinə yetirilir və E-çəkili $\gamma \in A_p$ funksiyasına nəzərən multiplikator şərtini ödəyən Banax fəzasıdır. Tutaq ki, $\hat{A}$- E-də müntəzəm R-sektorial operatordur və $\varphi \in [0, \pi), \lambda \in S_{\varphi_2}$, $0 \le \varphi + \varphi_1 + \varphi_2 < \pi$. Onda $f \in \tilde{X}$ üçün (0.25) məsələsinin yeganə həlli vardır və aşağıdakı koersitiv müntəzəm qiymətləndirmə doğrudur,

$$\sum_{|\alpha|\le l} \varepsilon_\alpha \, |\lambda|^{1-\frac{|\alpha|}{l}} \left\|a_\alpha * D^{[\alpha]}\right\|_{\tilde{X}} + \|A * u\|_{\tilde{X}} + |\lambda| \|u\|_{\tilde{X}} \le C\|f\|_{\tilde{X}},$$

$$burada\ \tilde{X} = L_p(R^n; E), \tilde{Y} = W_p^{[l]}(R^n; E(A), E)$$

İndi parametrli cırlaşmış parabolik konvolution tənlik üçün aşağıdakı Koşi məsələsini nəzərdən keçirək

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{|\alpha|\le l} \varepsilon_\alpha a_\alpha * D^{[\alpha]}u + A * u + du = f(t, x)$$

$$u(0, x) = 0, t \in \mathbb{R}_+, \qquad x \in R^n. \tag{0.26}$$

Əvvəlki qeydlərdən istifadə edərək (0.3) teoremindən aşağıdakı nəticəni əldə edirik.

Teorem 0.6. Tutaq ki, $a_\alpha(y)$ və A, $\varphi \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$-üçün Şərt 0.1 yerinə yetirilir. Onda (0.26) məsələsinin qarışıq normalı $L_p(R_+^{n+1}; E)$-də yeganə $u(t, x)$ həlli var və kifayət qədər böyük d üçün aşağıdakı müntəzəm koersitiv qiymətləndirmə doğrudur

$$\left\|\frac{\partial u}{\partial t}\right\|_{L_p(R_+^{n+1}; E)} + \sum_{|\alpha|\le l} \varepsilon_\alpha \left\|a_\alpha * D^{[\alpha]}u\right\|_{L_p(R_+^{n+1}; E)} + \|A * u\|_{L_p(R_+^{n+1}; E)} \le C\|f\|_{L_p(R_+^{n+1}; E)},\ R_+^{n+1} = R^n \times \mathbb{R}_+.$$

Əvvəlki fəsillərdə isbat edilmiş nəticələr xüsusi maraq yaratmaqla parametrli cırlaşmış inteqro-diferensial tənliklərin öyrənilməsinə stimullaşdırıcı təsir göstərir. Üçüncü və dördüncü fəsillərdə isbat edilmiş nəticələr hətta $\mathrm{E} = \mathrm{R}$ (yəni, ədədi halda) və $\mathrm{E} = \mathrm{l_q}$ halında geniş istifadə olunurlar.

Beşinci fəslin ikinci bölməsində cırlaşmiş operator-diferensial tənliklər üçün müxtəlif növ sərhəd məsələləri nəzərdən keçirilir və bu məsələlərin həllinin koersitivliyi isbat edilir.

Xüsusi KODT-lərin maksimal-requlyar həllinin varlıq və yeganəliyi üçün (0.25) məsələsinin maksimal requlyarlığı haqqında olan nəticələr mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

Əvvəlcə parametrli inteqro-diferensial tənliklərin aşağıdakı sonsuz sistemini nəzərdən keçirək

$$\sum_{|\alpha|\le l} \varepsilon_\alpha a_\alpha * D^{[\alpha]} u_m + \sum_{j=1}^{\infty} d_j * u_j(x) = f_m(x),$$

$$x \in R^n, m = 1,2,\ldots, \tag{0.27}$$

$$burada\ \ \varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n), \varepsilon_\alpha = \prod_{k=1}^{n} \varepsilon_k^{\frac{\alpha_k}{l}},$$

$$\gamma(x) = \prod_{k=1}^{n} |x_k|^\gamma, -\frac{1}{n} < \gamma < \frac{p-1}{n}.$$

(0.27) məsələsinin həllinin varlıq və yeganəlik teoremini isbat etmək üçün əvvəlki fəsillərdə alınmış metodlardan istifadə edilir. (0.27) məsələsinin yaratdığı operatorun rezolventasının varlığı eyni şəkildə isbat edilir və müvafiq qiymətləndirmə alınır.

Bundan əlavə bu bölmədə parametrli cırlaşmış inteqro-diferensial tənliklər üçün qarışıq normalarda Ventzel-Robin tipli sərhəd şərtləri olan məsələnin maksimal requlyarlıq xassələri tədqiq edilir. Aşağıdakı qaydada təyin edilmiş $\mathrm{A} = \mathrm{A(x)}$ operatorunu nəzərdən keçirək

$$D(A) = \{u \in W_2^2(0,1), \quad Au(j) = 0\}, j = 0,1,$$

$$A(x)u = a(x,y)\frac{d^2u}{dy^2} + b(x,y)\frac{du}{dy}, \quad x \in R^n, \quad y \in (0,1).$$

$L_2(0,1)$ fəzasında A operatorunun R- sektoriallığından istifadə edərək, 0.5 teoremindən aşağıdaki müntəzəm koesitiv qiymətləndirməni alırıq

$$\sum_{|\alpha|\le l} \varepsilon_\alpha |\lambda|^{1-\frac{|\alpha|}{l}} \|a_\alpha * D^{[\alpha]}u\|_{L_p(\tilde{\Omega})} + |\lambda| \|u\|_{L_p(\tilde{\Omega})} \left\| \left(a\frac{\partial^2}{\partial y^2} + b\frac{\partial}{\partial y}\right) * u \right\|_{L_p(\tilde{\Omega})} \le C\|f\|_{L_p(\tilde{\Omega})}$$

Ventzel-Robin tipli sərhəd şərtləri olan (0.25) məsələsinin yaratdığı operatorun rezolventası üçün müvafiq qiymətləndirmə, E fəzasında A operatorunun konkret qiymətində (0.25) məsələsinin rezolventasının qiymətləndirilməsindən alınır.

5-ci fəslin üçüncü bölməsində parametrlərdən asılı olan konvolution diferensial tənliklərin separabellik xassələri araşdırılır. Məlumdur ki, fiziki proseslərin modelləşdirilməsində parametrli diferensial tənliklər mühüm rol oynayır. Kiçik parametrli olan konvolution operator-diferensial tənliklər riyazi fizikanın nəzəri məsələlərinin həllində mühüm tətbiqlərə malikdir.

Bu bölmədə A operatorlar yarımqrupunun köməyi ilə həllin ifadəsi alınıb ki, bu da ODT-in həllinin maksimal requlyarlıq xassələrini və həllin koersitiv L_p qiymətləndirməsini kiçik və spektral parametrlərlə əldə etməyə imkan verir.

Kiçik parametrli konvolution diferensial elliptik tənlik üçün aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxaq

$$\begin{cases} Lu = -\varepsilon u''(t) + A_\lambda u(t) + \varepsilon^{\frac{1}{2}}(aA_1 * u')(t) + \\ \qquad +(A_0 * u)(t) = f(t), \ \ t \in (0;\infty), \\ \quad L_1 u = \varepsilon^{\frac{p+1}{2p}} \alpha u'(0) + \varepsilon^{\frac{1}{2p}} \beta u(0) = f_0 \end{cases} \tag{0.28}$$

burada $u(t) = u(\varepsilon, t)$ - (0.28)-in həllidir, $A, A_1 = A_1(t), A_0 = A_0(t)$– E − Banax fəzasında xətti opeatorlar, $A_\lambda = A + \lambda I, a = a(t)$ $(0;\infty)$-da, skalyar funksiya $f_0 \in E_p = (E(A), E)_{\theta,p}$, burada $(E(A), E)_{\theta,p}$ $E(A)$ *və* E arasındakı həqiqi interpolyasiya fəzasını göstərir, $p \in (1,\infty), \theta = \frac{1+p}{2p}$, α, β – kompleks ədədlər, ε- kiçik müsbət, və λ- kompleks parametrdir.

Əsas problemi öyrənmək üçün ilk növbədə (0.28) tənliyinin əsas hissəsinin uyğun bircins məsələsini nəzərdən keçirək, yəni

$$\begin{cases} -\varepsilon u''(t) + A_\lambda u(t) = 0 \\ \qquad L_1 u = f_0 \end{cases} \tag{0.29}$$

Aşağıdakı teorem isbat edilir:

Teorem 0.7. Fərz edək ki, aşağıdakı şərtlər yerinə yetirilir:

1) E- $p\in(1, \infty)$ üçün müntəzəm multiplikatorluq şərtini ödəyən Banax fəzasıdır;

2) A E-də müntəzəm $R-$pozitiv operatordur, $0 \le \varphi < \pi$, və $-\beta\alpha^{-1} \in S_{\varphi_1}, 0 \le \varphi_1 + \varphi < \pi$. Onda (0.29) məsələsinin $\forall f_0 \in E_p$ üçün yeganə $u(t) \in W_p^2(R_+; E(A), E)$ həlli var və ε-a görə aşağıdakı müntəzəm koersitiv qiymətləndirmə doğrudur

$$\sum_{i=0}^{2} |\lambda|^{1-\frac{i}{2}} \varepsilon^{\frac{i}{2}} \left\| u^{(i)}(t) \right\|_{L_p(\mathbb{R}_+;E)} + \|Au(t)\|_{L_p(\mathbb{R}_+;E)}$$
$$\le C\left[|\lambda|^{1-\theta}\|f_0\|_E + \|f_0\|_{E_p}\right]$$

kifayət qədər böyük $|\lambda|$ üçün, $\lambda \in S_\varphi$.

Sonra uyğun qeyri-bircins məsələyə baxılır, yəni (0.28) tənliyin əsas hissəsinə. Yeganə həllin varlığı və aşağıdakı müntəzəm koersitiv qiymətləndirmənin doğruluğu isbat edilir

$$\sum_{i=0}^{2} |\lambda|^{1-\frac{i}{2}} \varepsilon^{\frac{i}{2}} \left\| u^{(i)}(t) \right\|_{L_p(\mathbb{R}_+;E)} + \|Au(t)\|_{L_p(\mathbb{R}_+;E)}$$
$$\le C\left[\|f\|_{L_p(\mathbb{R}_+;E)} + |\lambda|^{1-\theta}\|f_0\|_E + \|f_0\|_{E_p}\right].$$

Nəhayət, (0.28) məsələsinə baxaq.

Teorem 0.8. Fərz edək ki, 0.7 teoreminin şərtləri ödənir, və $a(t) \in L_1(R_+), A_1(t)A^{-\left(\frac{1}{2}-\mu_1\right)} \in L_\infty\left(R_+; L(E)\right)$, $A_0(t)A^{-(1-\mu_2)} \in L_\infty\left(R_+; L(E)\right)$, $0 < \mu_1 < 1/2$, $0 < \mu_2 < 1$..

Onda bütün $f \in L_p(R_+, E)$ və kifayət qədər böyük $|\lambda| > \lambda_0 > 0$ üçün (0.28) məsələsinin yeganə $u \in W_p^2(R_+; E(A), E)$ həlli var və aşağıdakı müntəzəm koersitiv qiymətləndirmə doğrudur,

$$\sum_{i=0}^{2} \varepsilon^{\frac{i}{2}} |\lambda|^{1-\frac{i}{2}} \left\| u^{(i)} \right\|_{L_p(\mathbb{R}_+,E)} + \|Au\|_{L_p(\mathbb{R}_+,E)} \leq c\|f\|_{L_p(\mathbb{R}_+,E)}.$$

Alınan nəticələr, parabolik inteqro-diferensial tənliklərin sinqulyar həyacanlanması üçün istifadə edilə bilər. Bundan əlavə, (0.28) məsələsinin müntəzəm separabellik xassələri parametrdən asılı elliptik məsələlərin spektral xassələrini öyrənməyə imkan verir.

Dissertasiya işinin əsas nəticələri 56 işdə nəşr edilib.

Elmi məsləhətçim professor Vəli Binnət oğlu Şahmurova tədqiq olunan məsələlərlə maraqlandığına, dəyərli məsləhətlərinə və nəticələrin ciddi müzakirəsinə görə səmimi təşəkkürlərimi bildirirəm.

NƏTİCƏLƏR

Dissertasiya işi çəkili Banax fəzalarında konvolution operator-diferensial tənliklərin maksimal requlyarlıq xassələrinin araşdırılmasına həsr olunmuşdur. İşdə aşağıdakı əsas elmi nəticələr alınmışdır:

- Çəkili Banax fəzalarında konvolution operator-diferensial tənliklərin həllinin ifadəsi alınmışdır;
- Konvolution tənliklərin həllinin araşdırılması zamanı yaranan operator-funksiyaların müntəzəm məhdudluğu və R-məhdudluğu isbat olunmuşdur;
- Qarışıq törəməli cırlaşan konvolution operator-diferensial tənliklərin çəkili fəzalarda həllinin varlığı və yeganəliyi isbat olunmaqla koersitiv qiymətləndirmə alınmışdır;
- Baxılan xətti məsələsinin çəkili Banax fəzalarında separabelliyini təmin edən kafi şərt müəyyənləşdirilmişdir;
- Konvolution parabolik tənliklər üçün cırlaşan Koşi məsələsinin həllinin varlığı və yeganəliyi koersitiv qiymətləndirmənin köməyi ilə isbat olunmuşdur;
- Araşdırılan məsələnin yaratdığı operatorun rezolventasının varlığı öyrənilmiş və uyğun qiymətləndirmə əldə olunmuşdur;
- Kvazixətti elliptik konvolution operator diferensial tənliklərin həlli üçün uyğun qiymətləndirmə göstərilmişdir;

- Anizotrop tip konvolution diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsi araşdırılmış və qarışıq normalı çəkili fəzalarda maksimal requlyarlıq xassələri müəyyənləşdirilmişdir;

- Cırlaşan inteqro-diferensial tənliklərin sonsuz sistemləri üçün çəkili fəzalarda koersitiv qiymətləndirmənin ödəndiyi isbat olunmuş və rezolventanın uyğun qiymətləndirilməsi alınmışdır;

- Ventsel-Robin tipli sərhəd şərtlərinə malik cırlaşan inteqro-diferensial tənliklər üçün qarışıq məsələnin həllinin varlığı şərtləri tapılmışdır;

- Parametrli cırlaşan xətti konvolution operator-diferensial tənliklərin maksimal requlyarlıq xassələri öyrənilmişdir;

- Parametrdən asılı konvolution operator-diferensial tənliklər üçün kiçik və spektral parametrlərdən asılı koersitiv qiymətləndirmə alınmışdır.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə dərc olunmuşdur

1. Мусаев Г.К., Коэрцитивная разрешимость для дифференциально-операторных уравнений. *//Труды конференции, посвященной 80-летию К.Т.Ахмедова, Баку.- 1999. -с.52-55.*

2. Musayev H.K., Orucov Q., Nəcəfova S., Abstrakt Sobolev fəzalarında çoxluğun kompaktlığı. // *TEC-nin 61-ci elmi konfransının materialları, Bakı.- 2000. -s.133-134.*

3. Мусаев Г.К., Оценки резольвенты некоторых дифференциальных операторов. //*"Diferensial tənliklər və onların tətbiqi" elmi konfransının tezisləri, Bakı.- 2002. - s.62-64.*

4. Мусаев Г.К., Анизотропные оценки резольвенты некоторых дифференциальных операторов, //*Материалы научной конференции, посвященной 70 летию профессора Г.К.Намазова, Баку. -2002. -s.103-105.*

5. Мусаев Г.К., О фредгольмовости дифференциально-операторных уравнений с переменными коэффициентами. //*Abstracts of X İnternational conference on mathematics and mechanics devoted to the 45th anniversary of İnstitute of Mathematics and Mechanics, Baku. - 2004. - p.118.*

6. Musaev H.K. Coercive properties of anisotropic differential-operator equations., //*Transactions of NAS of Azerbaijan, İssue mathematics and mechanics, XXIV, N.4, 2004, -p. 117-124.*

7. Musayev H.K., İsgəndərova G.M., Bəzi operator əmsallı anizotrop diferensial tənliklərin rezolventasının qiymətləndirilməsi, *//Abstracts of İnternational conference on mathematics and mechanics devoted to the 50-th anninversary from birthday of member of the correspondent of NASA, professor İ.T.Mamedov*, *Baku.- 2005, -p.146.*

8. Musaev H.K. Estimate of growth of mixed differentiation of resolvent of anisotropic differential operators., //*Proceedings of İMM of NAS of Azerbaijan, XXV (XXXIII), 2006, -p.85-91.*

9. Мусаев Г.К., Компактность операторов вложения в весовых абстрактных анизотропных пространствах. //*Akademik Ə.Hüseynovun 100 illiyinə həsr olunmuş konfransın materialları. Bakı.- 2007.-p.109.*
10. Musayev H.K., Hacıyeva N.F., Çəkili fəzalarda daxilolma teoremləri və onların bəzi tətbiqləri, //*Ümummilli lider H.Əliyevin 85 illiyinə həsr olunmuş konfransın materialları, Bakı.- 2008. -p.85.*
11. Musaev H.K., Compactness of the imbedding in the weight abstract anisotropic spaces, //*The 2nd International conferenc on control and optimization with Industrial Applications. Baku. - 2008. -p.133.*
12. Musaev H.K., Imbedding theorems in weight abstract anisotropic spaces, //*The 3d congress of the world mathematical society of Turkish countries. Almaty.- 2009. -p.260-262.*
13. Мусаев Г.К., Непрерывность вложения в классах абстрактных функций, определенных в области, //*"Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı beynəlxalq elmi konfransın materialları,. Bakı.- 2010. -p.29-30*
14. Musayev H.K., Paşayeva G.M., Müəyyən sinif çəkili fəzalarda daxilolma teoremləri, //*Abstracts of İnternational conference devoted to the 80-th anninversary of academician F.G.Magsudov, Baku.- 2010.- p. 279-280.*
15. Musaev H.K., //The theorem on compactness of the embedding operators in weight classes of the abstract functions defined in domain, *The 4d congress of the Turkish World Mathematical Society. Baku. -2011. -p.109.*
16. Мусаев Г.К., Теорема о компактности операторов вложения в некоторых интерполяционных пространствах, //*Proceedings of the international conference devoted to the 100-th anninversary of academician Z.İ.Khalilov, Baku.- 2011. -p.263-266.*
17. Мусаев Г.К., Мурсалова С.Т, Оценка резольвенты для некоторых дифференциальных операторов, //*Proceedings of the İnternational conference devoted to the 100-th anninversary of academician İ.İ.İbrahimov, Baku- 2012.-p.177-179.*
18. Мусаев Г.К., Ахмедов И.А., О разрешимости одной краевой задачи для псевдогиперболического уравнения четвёртого порядка с интегральным условием первого рода, //*Tələbə, magistrant və gənc*

tədqiqatçıların "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika elmi konfransının materialları, Bakı.- 2012.- p.130-131.
19. Мусаев Г.К., Мурсалова С.Т., Оценка роста смешанного дифференцирования резольвенты в зависимости от параметра, //*Tələbə, magistrant və gənc tədqiqatçıların "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika elmi konfransının materialları, Bakı- 2012. - p.131-134..*
20. Musaev H.K., A priori estimation for coercive solvability of differential-operator equation with variable coefficients., //*Proceedings of İMM of NAS of Azerbaijan, XXXVİİ (XLV), 2012. –p.111-117.*
21.Мусаев Г.К., Ахмедов И.А., Об одной краевой задачи для псевдогиперболического уравнения четвёртого порядка с интегральным условием первого рода, //*Azərbaycanın ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 90 illik yubileyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika elmi konfransının materialları, Bakı. – 2013. –p.185.*
22. Мусаев Г.К., Ограниченность операторов вложения в абстрактных анизотропных пространствах, //*Proceedings of the İnternational conference devoted to the 55-th anninversary of the İnstitute of Mathematics and Mechanics , Baku.- 2014. - p. 255-257.*
23. Мусаев Г.К., Казымова Н.А., Компактность множества в абстрактных функциональных пространствах, //*Proceedings of the İnternational conference devoted to the 55-th anninversary of the İnstitute of Mathematics and Mechanics , Baku.- 2014.- p. 257-258.*
24. Мусаев Г.К., Бадиева А.Н., Теорема о компактности множества в абстрактных анизотропных пространствах, //*Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 91 illiyinə həsr olunmuş Respublika elmi konfransın materialları, Bakı.-2014. -c.114-116.*
25. Musayev H.K., Badiyeva A.İ., Abstrakt fəzalarda sabit əmsallı operator diferensial tənliklərin həllinin qiymətləndirilməsi, //*Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 91 illiyinə həsr olunmuş Respublika elmi konfransının materialları, Bakı.-2014. -s.112-114.*

26. Musayev H.K., Kazımova N.A., Abstrakt $L_2(a,b)$ fəzasında diferensial operatorların koersitivliyi, //*"Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı Elmi Konfransının materialları. Bakı.-2014. -s.111-112.*
27. Мусаев Г.К., Казымова Н.А., Компактность множества в абстрактных функциональных пространствах, //*Magistrant, doktorant və gənc tədqiqatçıların "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika Elmi Konfransının materialları. Bakı.-2014. -p.111-112.*
28. Shakhmurov, V.B., Musaev H.K., Separability properties of convolution-differential operator equations in weighted L_p spaces, // *Appl.and Comput. Math., V.14, N2, 2015.- p.221-233.*
29. Musaev, H.K., Shakhmurov V.B., Regularity properties of degenerate convolution-elliptic equations*,* // *Boundary Value Problems, (2016) 50, 2016. -p.1-19.*
30. Мусаев Г.К., Аскерова Л.В., Теорема вложения в пространствах Соболева и их применение к разрешимости некоторых дифференциально-операторных уравнений, //*Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 94 illiyinə həsr olunmuş «Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika elmi konfransının materialları, Bakı.-2017. -p.202-207.*
31. Мусаев Г.К., Аскерова Л.В, Коэрцитивная разрешимость некоторых дифференциально-операторных уравнений, //«*Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika elmi konfransının materialları, Bakı-2017. –p.233-234.*
32. Musaev H.K., Uniformly boundedness of the operator-valued functions arising in the solution of convolution differential-operator equations., //*Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue Mathematics, 37(4), 2017. –p. 120-131.*
33. Musaev, H.K., Shakhmurov V.B., Maximal regular convolution-differential equations in weighted Besov spaces., // *Appl.and Comput. Math., V.,16, N.2, 2017, -p.190-200.*
34. Musaev, H.K., Shakhmurov V.B., B-Coercive convolution equations in weighted function spaces and applications., // *Ukr. Math. Journ. V.,69, N.10, 2017. -p. 1385-1405.*

35. Musaev H.K., Nonlinear elliptic convolution differential-operator equations., //*Journal of Baku Engineering University, Mathematics and Computer sciences, V.,1, N.2, 2017, -p.140-148.*
36. Мусаев Г.К., Шаммадли Н.М., Дифференциальные уравнения второго порядка с ограниченными операторными коэффициентами, //*"Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika elmi konfransının materialları, Baku. -2018. –p.174-175.*
37. Musaev H.K., Boundary value problem for the anisotropic type convolution equations, //*Proceedings of the 6th International Conference on "Control and Optimization with industrial applications", Volume I, 2018,- p. 282-284.*
38. Musaev H.K., Coercive estimation of the solutions of infinite system of integro-differential equations in weighted spaces., //*Proceedings of IAM of BSU., V., 7. N.1, 2018, -p.75-85.*
39. Musaev H.K., Wentzell-Robin type boundary value problem for elliptic convolution –differential equation., //*"Bakı Universiteti xəbərləri" N.2, 2018, -p.* 81-89.
40. Musaev H.K., Boundary value porblem in the weighted spaces with mixed norm., //*"Bakı Universiteti xəbərləri", N.3, 2018, -p.58-66.*
41. Musaev H.K., İnfinite system of degenerate integro-differential equations., //*Transactions of Pedagogical University, Series of mathematical and natural sciences, N.4,V.66., 2018. -p 14-24.*
42. Musaev H.K., Degenerate convolution equations in vector-valued weighted Besov spaces., //*Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue Mathematics., V., 38, N.4, 2018. -p. 115-123.*
43. Musaev H.K., The Cauchy problem for an infinite systems of convolution operator-differential equations., //*Journal of Contemporary Applied Mathematics, V.,8, N.2, 2018, -p. 16-30.*
44. Musaev H.K., Linear degenerate convolution-elliptic equations with parameters.// *Proceedings of IAM of BSU., V.7. N.2, 2018, -p.165-177.*
45. Musaev H.K., The system of degenerate integro-differential equations with parameters., //*Journal of Baku Engineering University, Mathematics and Computer sciences, V2., N.1., 2018, -p.36-45.*

46. Musaev H.K., Boundary value problems for Convolution Differential Operator Equations on the half line, //*3rd İnternational conference on "Operators in General Morry-type spaces and applications (OMTSA 2019), Turkey. 2019.-p.60.*
47. Musaev H.K., The Cauchy problem for degenerate parabolic CDOE., // *TWMS, Journal of Pure and Applied Mathematics, V.,12, N.2., 2021, -p.278-288.*
48. Musaev H.K., Maximal regularity of parameter dependent differential-operator equations on the halfline., //*Journal of Contemporary Applied Mathematics, V.9, N.1., 2019, -p.10-22.*
49. Musaev H.K., R-boundedness of the operator-valued functions in weighted Lp-spaces., //*Transactions of NAS of Azerbaijan, İssue Mathematics, V.,39, N.1., 2019, -p.141-150.*
50. Musaev H.K., The system of convolution equations in concrete Banach space., //*Caspian journal of applied mathematics, ecology and economics, V.,7, N.1., 2019,- p. 65-75.*
51. Musaev H.K., Boundary value problems for convolution differential operator equations on the halif line., //*Proceedings Book, Operators in general Morrey-Type spaces and applications, Turkey. -2019. -p.57-60.*
52. Musayev H.K., Şəmmədli N.M., Banax fəzasında ikinci tərtib diferensial tənlik üçün abstrakt Koşi məsələsinin həlli haqqında., //*Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 96-cı ildönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" Respublika Elmi Konfransının materialları, Bakı.-2019. -s.134.*
53. Мусаев Г.К., Наджафалиева Т.Г., Полугруппы операторов и линейные абстрактные задачи Коши., //*Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 96-cı ildönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" Respublika Elmi Konfransının materialları, Bakı.- 2019. -c.135-136.*
54. Musaev H.K., Najafaliyeva T.G., Coercive estimate for abstract elliptic equations with parameters., //Proceedings of the International conference devoted to the 60th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics of Azerbaijan National Academy of Sciences (ANAS), Bakı. -2019, -p.394-397.

55. Musaev H.K., The nonlocal BVP for the system of Boussinesq equation of infinite many order., //*Proceedings of the 7th International Conference on "Control and Optimization with industrial applications", Volume I, 2020,- p. 290-292.*
56. Shakhmurov V.B., Musaev H.K., Nonlocal problems for Boussinesq equations., //*Proceedings of the 7th International Conference on "Control and Optimization with industrial applications", Volume I, 2020,- p. 371-373.*

Dissertasiyanın müdafiəsi **25 fevral 2022-ci il** tarixində saat **14^{00}** Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **24 yanvar 2022-ci il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 14.01.2022
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 79152
Tiraj: 50