AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

QEYRİ-STASİONAR TƏNLİKLƏR ÜÇÜN AKUSTİK QOŞMALIQ ŞƏRTLİ VƏ YADDAŞ OPERATORLU QARIŞIQ MƏSƏLƏLƏR

İxtisas: 1211.01 – Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Sevda Elxan qızı İsayeva**

Elmlər doktoru elmi dərəcəsi

almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı - 2022

Dissertasiya işi AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Diferensial tənliklər" şöbəsində və Bakı Dövlət Universitetinin "Diferensial və inteqral tənliklər" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçi: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Əkbər Bayram oğlu Əliyev

Rəsmi opponentlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Tahir Sədi oğlu Hacıyev

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Hamlet Fərman oğlu Quliyev

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Alik Malik oğlu Nəcəfov

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor

Mahir Mirzəxan oğlu Səbzəliyev

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası.

Dissertasiya şurasının sədri:

AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d., professor

_____ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.-r.e.n.

_____ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: akademik, f.-r.e.d., professor

_____ **Yusif Əbülfət oğlu Məmmədov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Dissertasiya işi qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli qarışıq məsələlərin və yaddaş operatorlu qeyri-xətti hiperbolik və parabolik tənliklər üçün qarışıq məsələlərin öyrənilməsinə həsr edilmişdir.

Maye və qaz mexanikasının bəzi məsələləri akustik sərhəd şərtli qarışıq məsələlərin həllinə gətirilir. Bu sahədə ilk riyazi tədqiqatlar J.T.Beale və S.I.Rosencrans tərəfindən aparılmışdır. Müəlliflər Γ sərhədli $\Omega \subset R^3$ oblastında mayenin burulğansız dalğa hərəkətini təsvir edən nəzəri model olaraq:

$$u_{tt} - \Delta u = 0 \qquad \Omega \times (0,\infty)\text{-da},$$

$$\frac{\partial u}{\partial \nu} = \delta_t \qquad \Gamma \times (0,\infty)\text{-da},$$

$$m\delta_{tt} + d\delta_t + k\delta = -\rho_0 u_t \qquad \Gamma \times (0,\infty)\text{-da}$$

tənliklərini tədqiq etmişlər; burada ρ_0, m, d, k fiziki baxımdan məlum kəmiyyətlərdir, $u(x,t)$ mayenin sürətlər potensialıdır və $\delta(x,t)$ zamanın t anında $x \in \Gamma$ nöqtəsinin sərhədin həmin nöqtədəki ν normalı istiqamətində yerdəyişməsidir. Bu model qurularkən fərz olunmuşdur ki, Γ səthinin hər bir nöqtəsi akustik dalğanın əlavə təzyiqinə yay kimi reaksiya göstərir və Γ səthinin müxtəlif nöqtələri bir-birinə təsir etmir. Belə səthlər lokal reaksiya göstərən səthlər adlanır.

Akustik sərhəd şərtli qarışıq məsələlərin öyrənilməsinə son zamanlar kifayət qədər çox sayda məqalə həsr edilmişdir. Bu məqalələrdə Dirixle və Neyman sərhəd şərtli qarışıq məsələlər üçün olan nəticələrə oxşar nəticələr əldə edilmişdir. Bəzi işlərdə sərhədin bir hissəsində akustik sərhəd şərtləri, qalan hissəsində isə bircins Dirixle şərti qoyulmuş qarışıq məsələlər öyrənilmişdir. A.T.Cousin, C.L.Frota və N.A.Larkin Kleyn-Gordon tipli tənliklərin ümumiləşmiş sistemi üçün sərhədin bir hissəsində akustik sərhəd şərtləri, qalan hissəsində isə bircins Dirixle şərti olan qarışıq məsələnin qlobal həllərinin varlığını, yeganəliyini və eksponensial

sürətlə azalmasını göstərmişlər. C.L.Frota, A.T.Cousin və N.A.Larkin qeyri-xətti dalğa tənliyi üçün $n=1$ olduqda həllin azalması haqqında nəticə əldə etmişlər; analoji nəticələr J.Y.Park, S.H.Park tərəfindən alınmışdır. C.L.Frota və J.A.Goldstein sərhədin bir hissəsində akustik sərhəd şərtləri, qalan hissəsində isə bircins Dirixle şərti olan qarışıq məsələnin qlobal həllərinin varlığını və yeganəliyini göstərmişlər. Bəzi işlərdə akustik sərhəd şərtləri bütün sərhəddə qoyulur. C.L.Frota, L.A.Medeyros və A.Vicente lokal reaksiya göstərməyən səthli oblastda akustik sərhəd şərtli qarışıq məsələnin qlobal həllərinin varlığını, yeganəliyini və eksponensial sürətlə azalmasını, həmçinin, monoton olmayan dissipasiya halında həllin varlığını və yeganəliyini göstərmişlər. J.M.Jeong, J.Y.Park və Y.H.Kang kvazixətti dalğa tənliyi üçün sərhədin bir hissəsində akustik sərhəd şərtləri, qalan hissəsində isə bircins Dirixle şərti olan qarışıq məsələnin həllərinin dağılmasını göstərmişlər. P.J.Graber və B.Said-Houari dalğa tənliyi üçün yarımxətti akustik sərhəd şərtli qarışıq məsələnin lokal və qlobal həllərinin varlığı, həllin azalması və dağılması haqqında nəticələri əldə etmişlər.

Fizika və biologiyanın bəzi sahələrində qoşmalıq məsələləri yaranır. R. Dautray və J.L. Lions tərəfindən hiperbolik tənliklər üçün qoşmalıq məsələlər tədqiq olunmuş və xətti məsələ halında həllin yeganıliyi və hamarlığı göstərilmişdir. J.E.Muñoz Rivera və H.Portillo Oquendo özülüelastik dalğa tənlikləri üçün qoşmalıq məsələləri tədqiq etmiş və həllin eksponensial sürətlə azalmasını göstərmişlər. D.Andrade, L.H.Fatori və J.E.Muñoz Rivera qoşmalıq məsələ üçün qlobal həllin varlığı və eksponensial sürətlə azalmasını göstərmişlər. J.J.Bae bir komponentin bərkidildiyi, digəri isə özülüelastik mayedə olan qoşmalıq məsələ üçün həllin eksponensial sürətlə azalmasını göstərmişdir. W.D.Bastos və C.A.Raposo friksion dissipasiyalı qoşmalıq məsələyə baxmış və bu məsələ üçün həllin varlığı və yeganəliyi, həmçinin tam enerjinin eksponensial dayanıqlılığı haqqında nəticələri almışlar. Ə.B.Əliyev, E.H.Məmmədhəsənov sərhəd şərtlərinin və qoşmalıq şərtlərin dinamik requlyarlaşdırılması metodu ilə qoşmalıq məsələ üçün həllin varlığı və yeganəliyi haqqında nəticələri almışlar.

Lakin bu işlərin heç birində akustik qoşmalıq şərtli qarışıq məsələlərə baxılmamışdır, belə ki, maye və qaz mexanikasının bir sıra problemləri bu cür qarışıq məsələlərin həllinə gətirilir. Dissertasiya işində qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli belə qarışıq məsələlərə baxılır.

Yaddaş operatorlu diferensial tənliklər, xüsusilə də histerezisli tənliklər xüsusi törəməli qeyri-xətti diferensial tənliklər arasında mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Histerezis operator anlayışı ilk dəfə M.A.Krasnoselski və A.V.Pokrovski tərəfindən daxil edilmişdir. Bu cür qeyri-xətti operatorlu xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün olan Koşi məsələsi və başlanğıc-sərhəd məsələlərinin tədqiqi trivial məsələ deyil. Əgər yaddaş operatoru zamana görə diferensial işarəsi altındadırsa, onda belə yaddaş operatorlu tənliklərin tədqiqi xüsusilə çətin olur. A.Q.Sveşnikov, A.B.Alşin, M.O.Korpusov və Y.D.Pletnerin monoqrafiyasında qeyri-xətti yaddaş operatoru t dəyişəninə görə diferensial işarəsi altında olduqda kvazixətti Sobolev tənlikləri üçün qlobal həllərin varlığı və yoxluğu ətaflı tədqiq olunub. Bu istiqamətdə aparılan növbəti tədqiqatlardan M.O.Korpusov və A.Q.Sveşnikovun işlərini göstərmək olar. Yaddaş operatorlu uyğun məsələlər A.Visintin və M.Hilpert tərəfindən qeyri-xətti yarımqrup nəzəriyyəsinin nəticələrini tətbiq etməklə tədqiq olunmuşdur. P.Krejcinin işlərində yarımxətti və kvazixətti hiperbolik tənliklər üçün analoji məsələlərin periodik həllərinin varlığı, yeganəliyi və asimptotik xarakteri öyrənilib. Dissertasiya işində yaddaş operatoru zamana görə diferensial işarəsi altında olan hal üçün yaddaş operatorlu başlanğıc-sərhəd məsələləri daha ətraflı tədqiq olunmuşdur.

Dissertasiya işi əsasən iki istiqaməti əhatə edir.

1. Qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli qarışıq məsələlər öyrənilir. Belə məsələlər üçün minimal qlobal attraktorun varlığının isbatı mühüm əhəmiyyət kəsb edir.
2. Zamana görə diferensial işarəsi altında olan yaddaş operatorlu qeyri-xətti hiperbolik və parabolik tənliklər üçün başlanğıc-sərhəd məsələləri öyrənilir.

Tədqiqatın obyekt və predmeti. Dissertasiya işinin əsas obyekti qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli qarışıq məsələlər və yaddaş operatorlu qeyri-xətti hiperbolik və parabolik tənliklər üçün başlanğıc-sərhəd məsələləridir. Tədqiqatın predmeti qeyri-xətti fokuslanmış və fokuslanmamış mənbələrlə olan dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli qarışıq məsələlərin və yaddaş operatorlu və histerezisli qeyri-xətti hiperbolik və parabolik tənliklər üçün başlanğıc-sərhəd məsələlərinin həllərinin asimptotikasının öyrənilməsidir.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Dissertasiya işinin əsas məqsədi və vəzifəsi maye və qaz mexanikasının bəzi məsələlərinin gətirildiyi qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli qarışıq məsələlərin, həmçinin müxtəlif bioloji, texnoloji və kimyəvi proseslərin təsviri zamanı yaranan yaddaş operatorlu və histerezisli qeyri-xətti hiperbolik və parabolik tənliklər üçün başlanğıc-sərhəd məsələlərinin tədqiqidir.

Tədqiqat metodları. Dissertasiya işində diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin, funksional analizin, yarımqruplar nəzəriyyəsinin metodları, o cümlədən, kompaktlıq üsulu, daxilolma teoremləri, sıxılan inikas prinsipi, diskretizasiya üsulu istifadə edilmişdir.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar:

- fokuslanmış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin həllərinin varlığı və yeganəliyinin tədqiqi;
- fokuslanmış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin həllərinin asimptotikasının tədqiqi;
- fokuslanmış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün qeyri-xətti akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin həllərinin varlığının tədqiqi;
- fokuslanmış mənbələrlə olan qeyri-xətti güclü dissipativ dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin həllərinin varlığının tədqiqi;

- fokuslanmamış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin həllərinin varlığının tədqiqi;
- fokuslanmamış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin həllərinin asimptotikasının tədqiqi;
- fokuslanmamış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin minimal qlobal attraktorunun varlığının tədqiqi;
- yaddaş operatorlu yarımxətti hiperbolik və kvazixətti parabolik tənliklər üçün başlanğıc-sərhəd məsələlərinin həllərinin varlığı və asimptotikasının tədqiqi;
- yaddaş operatorlu yarımxətti hiperbolik tənliklər sistemi üçün qarışıq məsələnin həllərinin varlığının tədqiqi;
- yaddaş operatorlu yarımxətti hiperbolik tənlik üçün akustik sərhəd şərtli qarışıq məsələnin zəif həllərinin varlığının tədqiqi.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- fokuslanmış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin lokal zəif və lokal güclü həllərinin varlığı və yeganəliyi isbat olunmuşdur;
- $p \le \min\{q_1, q_2\}$ olduqda fokuslanmış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin qlobal zəif həllərinin varlığı haqqında nəticə, $p > \max\{q_1, q_2\}$ olduqda isə bu məsələnin zəif həllərinin sonlu zaman müddətində dağılması haqqında nəticə alınmışdır;
- fokuslanmış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün qeyri-xətti akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin lokal zəif həllərinin varlığı və yeganəliyi isbat olunmuşdur;
- fokuslanmış mənbələrlə olan qeyri-xətti güclü dissipativ dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin lokal zəif həllərinin varlığı isbat olunmuşdur;
- fokuslanmamış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin qlobal

güclü həllərinin varlığı, yeganəliyi və eksponensial sürətlə azalması isbat olunmuşdur;

- fokuslanmamış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin minimal qlobal attraktorunun varlığı isbat olunmuşdur;
- yaddaş operatorlu yarımxətti hiperbolik tənlik üçün başlanğıc-sərhəd məsələsinin həllinin varlığı və yeganəliyi isbat olunmuşdur, bu məsələ üçün minimal qlobal attraktorun varlığı haqqında nəticə alınmışdır;
- yaddaş operatorlu kvazixətti parabolik tənlik üçün başlanğıc-sərhəd məsələsinin həllərinin varlığı haqqında teorem isbat olunmuşdur və histerezis operator halı üçün həllin yeganəliyi haqqında nəticə alınmışdır;
- yaddaş operatorlu dörd tərtibli yarımxətti hiperbolik tənlik üçün başlanğıc-sərhəd məsələsinin həllinin varlığı isbat olunmuşdur, bu məsələ üçün minimal qlobal attraktorun varlığı haqqında nəticə alınmışdır;
- yaddaş operatorlu yarımxətti hiperbolik tənliklər sistemi üçün qarışıq məsələnin həllərinin varlığı haqqında nəticə alınmışdır;
- yaddaş operatorlu Timoşenko sistemi üçün qarışıq məsələnin həllərinin varlığı və yeganəliyi isbat olunmuşdur;
- yaddaş operatorlu yarımxətti hiperbolik tənlik üçün akustik sərhəd şərtli qarışıq məsələnin zəif həllərinin varlığı haqqında nəticə alınmışdır.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiya işində alınmış nəticələr yenidir, nəzəri və tətbiqi əhəmiyyət kəsb edir. Bu nəticələr maye və qaz mexanikasının bir sıra məsələlərində, həmçinin müxtəlif bioloji, texnoloji və kimyəvi proseslərdə istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiya işinin əsas nəticələri Bakı Dövlət Universitetinin Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin "Diferensial və inteqral tənliklər" kafedrasının seminarlarında (rəhbər f.-r.e.d. Y.T.Mehrəliyev), Bakı Dövlət Universitetinin Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin seminarlarında (rəhbər f.-r.e.d., prof. N.Ş.İsgəndərov), Bakı Dövlət Universitetinin Tətbiqi riyaziyyat və

kibernetika fakültəsinin “Riyazi fizika tənlikləri” kafedrasının seminarlarında (rəhbər f.-r.e.d., akad. Y.Ə.Məmmədov), AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun “Diferensial tənliklər” şöbəsinin seminarlarında (rəhbər f.-r.e.d., prof. Ə.B.Əliyev), AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun ümuminstitut seminarlarında (rəhbər AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d., prof. M.C.Mərdanov) məruzə edilmişdir. Bundan əlavə aşağıdakı elmi konfranslarda məruzə edilmişdir: AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 50 illik yubileyinə həsr olunmuş riyaziyyat və mexanika üzrə beynəlxalq konfransda (Bakı, 2009), Türk Dövlətlərinin Dünya Riyaziyyat Cəmiyyətinin III Konqresində (Alma-ata, 2009), ”Funksional-diferensial tənliklər və onların tətbiqləri” IV beynəlxalq konfransında (Maxaçqala, 2009), akad. F.Q.Maqsudovun 80 illik yubileyinə həsr olunmuş ”Spektral nəzəriyyə və onun tətbiqləri” beynəlxalq konfransında (Bakı, 2010), ”Qeyri-xətti analiz və ekstremal məsələlər” beynəlxalq məktəb-seminarında (İrkutsk, 2010), akad. Z.İ.Xəlilovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Bakı, 2011), ”Funksional-diferensial tənliklər və onların tətbiqləri” VI beynəlxalq elmi konfransında (Maxaçqala, 2013), AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Bakı, 2014), ”Prof. Z.A.Skopetsin 100 illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq Kolmoqorov mütaliələri - XIV” V beynəlxalq elmi konfransında (Koryajma, 2017), ”Riyaziyyat və informatikanın fundamental və tətbiqi məsələləri” XII beynəlxalq konfransında (Maxaçqala, 2017), Türk Dünyası Riyaziyyat Cəmiyyətinin VI konqresində (Astana, 2017), S.Q.Kreynin 100 illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Voronej, 2017), professor Q.A.İsaxanlının 70 illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Bakı, 2018), ”Texniki elmlərin inkişafında son nailiyyətlər və uğurlar” beynəlxalq elmi-praktik konfransında (Krasnodar, 2018), Sənaye Tətbiqli İdarəetmə və Optimallaşdırma üzrə VI Beynəlxalq Konfransda (Bakı, 2018), Gürcü Riyaziyyat İttifaqının IX beynəlxalq konfransında (Batumi-Tbilisi, 2018), ”Müasir riyaziyyat və onun tətbiqləri” beynəlxalq elmi-praktik konfransında (Qroznı, 2018),

L.D.Kudryavtsevin 95 illik yubileyinə həsr olunmuş ”Funksional fəzalar” V beynəlxalq konfransında (Moskva, 2018), akademik Azad Mirzəcanızadənin 90 illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Bakı, 2018), akademik Mirabbas Qasımovun 80 illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Bakı, 2019), Bakı Dövlət Universitetinin 100 illik yubileyinə həsr olunmuş VIII Beynəlxalq Avrasiya Konfransında (IECMSA-2019) (Bakı, 2019), Riyaziyyat və kompüter elmləri fakültəsinin 55 illik yubileyinə həsr olunmuş XIII beynəlxalq konfransda (Maxaçqala, 2019), “Riyazi modelləşdirmə və informasiya texnologiyaları” IV Ümumrusiya beynəlxalq konfransında (Sıktıvkar, 2020).

Müəllifin şəxsi töhfəsi. Alınan bütün nəticələr şəxsən müəllifə məxsusdur.

- $p \le \min\{q_1, q_2\}$ olduqda fokuslanmış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin qlobal zəif həllərinin varlığı haqqında nəticə, $p > \max\{q_1, q_2\}$ olduqda isə bu məsələnin zəif həllərinin sonlu zaman müddətində dağılması haqqında nəticə alınmışdır;
- fokuslanmamış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin minimal qlobal attraktorunun varlığı haqqında nəticə alınmışdır;
- yaddaş operatorlu yarımxətti hiperbolik tənlik üçün başlanğıc-sərhəd məsələsinin minimal qlobal attraktorunun varlığı haqqında nəticə alınmışdır.

Müəllifin nəşrləri. Dissertasiya üzrə müəllifin 53 elmi işi: Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında AAK-ın tövsiyə etdiyi nəşriyyatlarda 21 məqaləsi, 1 konfrans materialı, 31 tezisi nəşr olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetririldiyi təşkilatın adı. Bakı Dövlət Universiteti və AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu.

Dissertasiyanın strukturu və həcmi (işarə ilə, bölmələrin hər birinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla). Titul səhifə – 389 işarə, mündəricat – 3321 işarə, giriş – 76000 işarə, dissertasiyanın əsas məzmunu – 388000 işarə (I fəsil – 136000, II fəsil – 76000, III

fəsil – 108000, IV fəsil – 68000), nəticə – 1328 işarə və istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısı – 21886 işarədən ibarətdir. Dissertasiya işinin ümumi həcmi 490924 işarə sayıdır.

DİSSERTASİYANIN ƏSAS MƏZMUNU

Dissertasiya işi girişdən, dörd fəsildən və istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Giriş hissəsində dissertasiya mövzusunun aktuallığı əsaslandırılmış və onun işlənmə dərəcəsi göstərilmişdir, tədqiqatın məqsəd və vəzifələri, tədqiqat işinin elmi yeniliyi, nəzəri və praktiki əhəmiyyəyi qeyd olunmuşdur, həmçinin işin aprobasiyası haqqında məlumat verilmişdir.

Əsas nəticələri şərh etməzdən əvvəl bəzi işarələmə və tərifləri daxil edək.

R^N – N - ölçülü Evklid fəzası $\left(R^1 = R\right)$;

$x = \left(x_1, \dots, x_N\right)$ – R^N-də nöqtə;

$R^+ = \left\{t \in R^1 : t > 0\right\}$;

Z^+ – mənfi olmayan tam ədədlər çoxluğu;

Ω – R^N-də oblast;

Γ – Ω oblastının sərhədi;

$Q_T = \left\{(x,t) : x \in \Omega, t \in (0,T)\right\}$;

$u_x = \left(u_{x_1}, \dots, u_{x_N}\right)$;

$u_x \upsilon_x = \sum_{i=1}^{N} u_{x_i} \upsilon_{x_i}$;

$D(\Omega)$ – kompakt daşıyıcısı Ω-dan olan sonsuz diferensiallanan funksiyalar fəzası;

$D'(\Omega)$ – $D(\Omega)$ fəzasına qoşma olan fəza – Ω-da paylanmalar fəzası;

$L^p(\Omega)$ – Ω-da $dx = dx_1 \dots dx_N$ ölçüsünə görə p dərəcədən cəmlənən funksiyalar fəzası, $\|f\|_{L^p(\Omega)} = \left(\int_\Omega |f(x)|^p \, dx \right)^{1/p}$;

$L^\infty(\Omega)$ – Ω-da sanki hər yerdə məhdud funksiyalar fəzası, $\|f\|_{L^\infty(\Omega)} = \operatorname{ess\,sup}_{x\in\Omega} |f(x)|$;

$W^{m,p}(\Omega) = \{ \upsilon : D^\alpha \upsilon \in L^p(\Omega), |\alpha| \le m \}$,

$$\|\upsilon\|_{W^{m,p}(\Omega)} = \left(\sum_{|\alpha|\le m} \|D^\alpha \upsilon\|^p_{L^p(\Omega)} \right)^{1/p}, \; D^\alpha \upsilon = \frac{\partial \upsilon^{\alpha_1+\dots+\alpha_N}}{\partial x_1^{\alpha_1} \dots \partial x_N^{\alpha_N}},$$

$\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)$, $|\alpha| = \alpha_1 + \dots + \alpha_N$, $\alpha_i \in Z^+$, $i = 1, \dots, N$;

$W_0^{m,p}(\Omega)$ – $D(\Omega)$ fəzasının $W^{m,p}(\Omega)$-ya qapanması;

$H^m(\Omega) = W^{m,2}(\Omega)$;

$H_0^m(\Omega) = W_0^{m,2}(\Omega)$;

$H^{-m}(\Omega) = \left(H_0^m(\Omega)\right)' = W^{-m,2}(\Omega)$;

$H^s(\Omega)$ – s kəsr tərtibli Sobolev fəzası;

$C^k(\overline{\Omega})$, $k \in Z^+$ – $\overline{\Omega}$-da k dəfə kəsilməz diferensiallanan funksiyalar fəzası;

X – Banax fəzası olarsa, onda:

$L^p(0,T;X) = \{ f : f$ – $[0,\mathrm{T}] \to X$ ölçülən inikasdır,

$1 \le p < \infty$ olduqda $\left(\int_0^T \|f(t)\|_X^p \, dt \right)^{1/p} < \infty$,

$p = \infty$ olduqda $\left. \operatorname{sup\,ess}_{t\in(0,T)} \|f(t)\|_X < \infty \right\}$;

$D((0,T);X)$ – kompakt daşıyıcısı $(0,T)$-dan olan $(0,T) \to X$ C^∞-inikaslar fəzası;

$C^k([0,T];X)$, $k \in Z^+$ – k dəfə kəsilməz diferensiallanan $[0,T] \to X$ funksiyalar fəzası;
$\mathrm{M}(\Omega; C^0([0,T]))$ – Ω-dan $C^0([0,T])$-yə təsir edən ölçülən funksiyalar fəzası;
$L(X;Y)$ – X topoloji vektor fəzasından Y topoloji vektor fəzasına təsir edən kəsilməz xətti inkaslar fəzası;
$D'((0,T);X) = L(D(0,T);X)$ – $(0,\mathrm{T})$ -da paylanmalar fəzası (X -dən qiymətlər alan);
$H(\Delta,\Omega) = \{ u \in H^1(\Omega) : \Delta u \in L^2(\Omega) \}$,
$\|u\|_{H(\Delta,\Omega)} \equiv \|u\|_{\Delta,\Omega} = \left(\|u\|^2_{H^1(\Omega)} + \|\Delta u\|^2_{L^2(\Omega)} \right)^{1/2}$;

$(u,\upsilon)_i = \int\limits_{\Omega_i} u(x)\upsilon(x)dx$, $\|u\|_i = \left(\int\limits_{\Omega_i} (u(x))^2 dx \right)^{1/2}$ – $L^2(\Omega_i)$-də skalyar hasil və norma, burada Ω_i R^N-də oblastdır $(i = 1,2)$;

$(\delta,\theta)_\Gamma = \int\limits_{\Gamma} \delta(x)\theta(x)d\Gamma$, $\|\delta\|_\Gamma = \left(\int\limits_{\Gamma} (\delta(x))^2 d\Gamma \right)^{1/2}$ – $L^2(\Gamma)$-da skalyar hasil və norma, burada Γ Ω oblastının sərhədidir;
γ_0 : $H^1(\Omega) \to H^{1/2}(\Gamma)$ inikası – sıfır tərtibli iz operatoru;
$\gamma_1 : H(\Delta,\Omega) \to H^{-1/2}(\Gamma)$ inikası – Neyman iz operatoru;
$H^1_{\Gamma_1}(\Omega) = \{ u \in H^1(\Omega) : \gamma_0(u) = 0$ s.h.y. Γ_1-da$\}$, burada Γ_1 Ω oblastının Γ sərhədinin bir hissəsidir;

$$\|u\|_{H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)} = \left(\sum_{i=1}^{N} \int\limits_{\Omega_1} \left(\frac{\partial u}{\partial x_i} \right)^2 dx \right)^{1/2}.$$

Bəzi anlayışların məlum tərifləri daxil edək.

Tərif 1. Əgər $\{S(t)\}_{t \ge 0}$ (X,d) metrik fəzasında təyin olunmuş yarımqrupdursa, onda bu yarımqrupu doğuran dinamik

sistemə nəzərən invariant olan və ixtiyari məhdud $B \subset X$ çoxluğu üçün

$$\lim_{t\to\infty} \sup_{\upsilon\in B} \inf_{u\in A} d(S(t)\upsilon,\, u) = 0$$

münasibətini ödəyən ən kiçik boş olmayan məhdud qapalı $A \subset X$ çoxluğu $\{S(t)\}_{t\geq 0}$ yarımqrupunun minimal qlobal attraktoru adlanır.

Tərif 2. Tutaq ki, $\{S(t)\}_{t\geq 0}$ (X, d) metrik fəzasında təyin olunmuş yarımqrupdur, $B_0 \subset X$ və ixtiyari $B \subset X$ məhdud çoxluğu üçün elə $t_1(B)$ ədədi vardır ki, $\forall t \geq t_1(B)$ üçün

$$S(t)B \subset B_0$$

ödənilir. Onda B_0 uducu çoxluq adlanır.

Tərif 3. Tutaq ki, $\{S(t)\}_{t\geq 0}$ (X, d) metrik fəzasında təyin olunmuş yarımqrupdur və ixtiyari məhdud $B \subset X$ çoxluğu üçün (bu şərtlə ki, $\bigcup_{t\geq 0} S(t)B$ çoxluğu (X, d)-də məhdud olsun)

$$\{S(t_k)\upsilon_k\}_{k=1}^{\infty} \; (t_k \to \infty,\; \upsilon_k \in B)$$

şəkilli ixtiyari ardıcıllığın yığılan altardıcıllığı var. Onda $\{S(t)\}_{t\geq 0}$ asimptotik kompakt yarımqrup adlanır.

Tərif 4. Tutaq ki, X Banax fəzasında zamandan asılı $u(t)$ və $w(t)$ skalyar dəyişənləri ilə xarakterizə olunan sistem verilib və $w(t)$ zamanın hər bir $t \in [0, T]$ anında yalnız $u(t)$-dən yox, həm də $u(t)$-nin əvvəlki qiymətlərindən, yəni $u|_{[0,t]}$-dən asılıdır:

$$\forall t \in [0, T] \text{ üçün } w(t) = [\mathsf{F}(u, \xi^0)](t),$$

burada $\xi^0 \in R^1$ verilmiş ədəddir. Onda $\mathsf{F}(u, \xi^0)$ X fəzasında yaddaş operatoru adlanır.

Tərif 5. Tutaq ki, verilmiş $\xi^0 \in R^1$ üçün $\mathsf{F}(u, \xi^0): u \to w$ yaddaş operatoru

$$\begin{cases} \forall t \in [0,T] \text{ üçün } [0,t]-\text{da } u_1 = u_2 \text{ olan} \\ \forall u_1,\, u_2 \in \mathrm{Dom}(\mathsf{F}) \text{ üçün } [\mathsf{F}(u_1)](\cdot,t) = [\mathsf{F}(u_2)](\cdot,t) \end{cases}$$

şərtini ödəyir və $(u(t), w(t))$ cütünün trayektoriyası ixtiyari artan $\varphi : [0,T] \to [0,T]$ diffeomorfizminə nəzərən invariantdır, yəni $[0,T]$-da

$$\mathsf{F}(u \circ \varphi, \xi^0) = \mathsf{F}(u, \xi^0) \circ \varphi$$

bərabərliyi ödənilir, başqa sözlə,

$$u \to w$$

olarsa,

$$u \circ \varphi \to w \circ \varphi$$

doğru olur. Onda $\mathsf{F}(u, \xi^0) : u \to w$ yaddaş operatoru histerezis operator adlanır.

Dissertasiya işinin məzmununun qısa şərhinə keçək.

Birinci fəsil altı paraqrafdan ibarıtdir. Birinci fəslin birinci paraqrafında fokuslanmış qeyri-xətti mənbələrlə olan və akustik qoşmalıq şərtli aşağıdakı qarışıq məsələyə baxılıb:

$$u_{tt} - \Delta u + |u_t|^{q_1 - 1} u_t = |u|^{p-1} u \quad \Omega_1 \times (0,\infty)\text{-da}, \tag{1}$$

$$\upsilon_{tt} - \Delta \upsilon + |\upsilon_t|^{q_2 - 1} \upsilon_t = |\upsilon|^{p-1} \upsilon \quad \Omega_2 \times (0,\infty)\text{-da}, \tag{2}$$

$$M\delta_{tt} + D\delta_t + K\delta = -u_t \quad \Gamma_2 \times (0,\infty)\text{ -da}, \tag{3}$$

$$u = 0 \quad \Gamma_1 \times (0,\infty)\text{ -da}, \tag{4}$$

$$u = \upsilon,\ \delta_t = \frac{\partial u}{\partial \nu} - \frac{\partial \upsilon}{\partial \nu} \quad \Gamma_2 \times (0,\infty)\text{-da}, \tag{5}$$

$$u(x,0) = u_0(x),\ u_t(x,0) = u_1(x),\ x \in \Omega_1, \tag{6}$$

$$\upsilon(x,0) = \upsilon_0(x),\ \upsilon_t(x,0) = \upsilon_1(x),\ x \in \Omega_2, \tag{7}$$

$$\delta(x,0) = \delta_0(x), \delta_t(x,0) = \frac{\partial u_0}{\partial \nu} - \frac{\partial \upsilon_0}{\partial \nu} \equiv \delta_1(x),\ x \in \Gamma_2, \tag{8}$$

burada $\Omega \subset R^n\ (n \geq 1)$ hamar Γ_1 sərhədli məhdud oblast, $\Omega_2 \subset \Omega$ hamar Γ_2 sərhədli altoblast və $\Omega_1 = \Omega \setminus (\Omega_2 \bigcup \Gamma_2)$ $\Gamma = \Gamma_1 \bigcup \Gamma_2$ sərhədli altoblastdır, belə ki, $\Gamma_1 \bigcap \Gamma_2 = \varnothing$ şərti ödənilir; $\nu(x)$ Γ

sərhədinin $x \in \Gamma$ nöqtəsindəki xarici vahid normalıdır; $M, D, K : \Gamma_2 \to R$, $u_0, u_1 : \Omega_1 \to R$, $\upsilon_0, \upsilon_1 : \Omega_2 \to R$, $\delta_0 : \Gamma_2 \to R$ verilmiş funksiyalardır; $p > 1$, $q_i > 1$, $i = 1, 2$.

(1)-(8) məsələsinin zəif və güclü həllərinin tərifləri daxil olunub.

Tərif 6. Tutaq ki,

$$u : \Omega_1 \times [0,T] \to R,\ \upsilon : \Omega_2 \times [0,T] \to R,\ \delta : \Gamma_2 \times [0,T] \to R,$$

$$u \in L^\infty\left(0,T; H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)\right),\ \upsilon \in L^\infty\left(0,T; H^1(\Omega_2)\right),$$

$$\gamma_0(u) = \gamma_0(\upsilon) \quad \Gamma_2 \times (0,T)\text{-da s.h.y.},$$

$$u_t \in L^\infty\left(0,T; L^2(\Omega_1)\right) \cap L^{q_1+1}\left(\Omega_1 \times (0,T)\right),$$

$$\upsilon_t \in L^\infty\left(0,T; L^2(\Omega_2)\right) \cap L^{q_2+1}\left(\Omega_2 \times (0,T)\right),$$

$$\delta, \delta_t \in L^\infty\left(0,T; L^2(\Gamma_2)\right),$$

Γ_2-də $\Phi = \Psi$ şərtini ödəyən $\forall \Phi \in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)$, $\forall \Psi \in H^1(\Omega_2)$ üçün $D'(0,T)$-də paylanmalar mənasında

$$\tfrac{d}{dt}(u_t, \Phi)_1 + (\nabla u, \nabla \Phi)_1 + \left(|u_t|^{q_1-1} u_t, \Phi\right)_1 + \tfrac{d}{dt}(\upsilon_t, \Psi)_2 + (\nabla \upsilon, \nabla \Psi)_2 +$$
$$+ \left(|\upsilon_t|^{q_2-1} \upsilon_t, \Psi\right)_2 - \left(\delta_t, \gamma_0(\Phi)\right)_{\Gamma_2} = \left(|u|^{p-1} u, \Phi\right)_1 + \left(|\upsilon|^{p-1} \upsilon, \Psi\right)_2$$

bərabərliyi və $\forall e \in L^2(\Gamma_2)$ üçün $D'(0,T)$-də paylanmalar mənasında

$$\tfrac{d}{dt}\left(\gamma_0(u) + M\delta_t, e\right)_{\Gamma_2} + \left(D\delta_t + K\delta, e\right)_{\Gamma_2} = 0$$

bərabərliyi ödənilir, həmçinin:

$$u(x,0) = u_0(x),\ u_t(x,0) = u_1(x) \quad \Omega_1\text{-də s.h.y.},$$

$$\upsilon(x,0) = \upsilon_0(x),\ \upsilon_t(x,0) = \upsilon_1(x) \quad \Omega_2\text{-də s.h.y.},$$

$$\delta(x,0) = \delta_0(x),\ \delta_t(x,0) = \delta_1(x) \quad \Gamma_2\text{-də s.h.y.}$$

Onda $\left(u(x,t), \upsilon(x,t), \delta(x,t)\right)$ funksiyalar üçlüyü (1)-(8) məsələsinin zəif həlli adlanır.

Tərif 7. Tutaq ki,

$$u : \Omega_1 \times [0,T] \to R,\ \upsilon : \Omega_2 \times [0,T] \to R,\ \delta : \Gamma_2 \times [0,T] \to R,$$

$$u \in L^\infty\left(0,T; H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)\right),\ u_t \in L^\infty\left(0,T; H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)\right) \cap L^{q_1+1}\left(\Omega_1 \times [0,T]\right),$$

$$u_{tt} \in L^{\infty}\left(0,T;L^{2}\left(\Omega_{1}\right)\right),$$
$$\upsilon \in L^{\infty}\left(0,T;H^{1}\left(\Omega_{2}\right)\right),\ \upsilon_{t} \in L^{\infty}\left(0,T;H^{1}\left(\Omega_{2}\right)\right)\bigcap L^{q_{2}+1}\left(\Omega_{2}\times\left[0,T\right)\right),$$
$$\upsilon_{tt} \in L^{\infty}\left(0,T;L^{2}\left(\Omega_{2}\right)\right),$$
$$u\left(t\right)\in H\left(\Delta,\Omega_{1}\right),\ \upsilon\left(t\right)\in H\left(\Delta,\Omega_{2}\right)\quad \left(0,T\right)\text{-də s.h.y.},$$
$$\delta,\delta_{t},\delta_{tt} \in L^{\infty}\left(0,T;L^{2}\left(\Gamma_{2}\right)\right),$$

və

$$u_{tt}-\Delta u+\left|u_{t}\right|^{q_{1}-1}u_{t}=\left|u\right|^{p-1}u \qquad \Omega_{1}\times\left(0,T\right)\text{-də s.h.y.},$$
$$\upsilon_{tt}-\Delta\upsilon+\left|\upsilon_{t}\right|^{q_{2}-1}\upsilon_{t}=\left|\upsilon\right|^{p-1}\upsilon \qquad \Omega_{2}\times\left(0,T\right)\text{-də s.h.y.},$$
$$\gamma_{0}\left(u_{t}\right)+M\delta_{tt}+D\delta_{t}+K\delta=0,\ \gamma_{0}\left(u\right)=\gamma_{0}\left(\upsilon\right)\quad \Gamma_{2}\times\left(0,T\right)\text{-də s.h.y.},$$

$\forall\varphi\in H^{1}_{\Gamma_{1}}\left(\Omega_{1}\right)$ üçün:

$$\left\langle\gamma_{1}\left(u\left(t\right)-\upsilon\left(t\right)\right),\gamma_{0}\left(\varphi\right)\right\rangle_{H^{-1/2}\left(\Gamma_{2}\right)\times H^{1/2}\left(\Gamma_{2}\right)}=\left(\delta_{t}\left(t\right),\gamma_{0}\left(\varphi\right)\right)_{\Gamma_{2}}\quad \left(0,T\right)\text{-də s.h.y.},$$
$$u\left(x,0\right)=u_{0}\left(x\right),\ u_{t}\left(x,0\right)=u_{1}\left(x\right)\quad \Omega_{1}\text{-də s.h.y.},$$
$$\upsilon\left(x,0\right)=\upsilon_{0}\left(x\right),\ \upsilon_{t}\left(x,0\right)=\upsilon_{1}\left(x\right)\quad \Omega_{2}\text{-də s.h.y.},$$
$$\delta\left(x,0\right)=\delta_{0}\left(x\right),\ \delta_{t}\left(x,0\right)=\delta_{1}\left(x\right)\quad \Gamma_{2}\text{-də s.h.y.}$$

Onda $\left(u\left(x,t\right),\upsilon\left(x,t\right),\delta\left(x,t\right)\right)$ funksiyalar üçlüyü (1)-(8) məsələsinin güclü həlli adlanır.

(1)-(8) məsələsi üçün lokal zəif həllərin varlığı və yeganəliyi haqqında aşağıdakı teorem isbat olunub.

Teorem 1. Tutaq ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:

$$M,D,K\in C\left(\Gamma_{2}\right),\ M(x)>0,\ D(x)>0,\ K(x)>0,\ x\in\Gamma_{2}; \qquad (9)$$

$$p>1 \text{ əgər } n=1,2,\ 1<p\le\frac{n}{n-2} \text{ əgər } n\ge 3. \qquad (10)$$

Onda

$$\left.\begin{aligned}&\forall\left(u_{0},\upsilon_{0},\delta_{0}\right)\in H^{1}_{\Gamma_{1}}\left(\Omega_{1}\right)\times H^{1}\left(\Omega_{2}\right)\times L^{2}\left(\Gamma_{2}\right)\\&\forall\left(u_{1},\upsilon_{1},\delta_{1}\right)\in L^{2q_{1}}\left(\Omega_{1}\right)\times L^{2q_{2}}\left(\Omega_{2}\right)\times L^{2}\left(\Gamma_{2}\right)\end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

üçün elə $T>0$ ədədi vardır ki, (1)-(8) məsələsinin

$$u \in C\left([0,T];H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)\right),\ u_t \in C\left([0,T];L^2(\Omega_1)\right)\cap L^{q_1+1}(\Omega_1\times(0,T)),$$
$$\upsilon \in C\left([0,T];H^1(\Omega_2)\right),\ \upsilon_t \in C\left([0,T];L^2(\Omega_2)\right)\cap L^{q_2+1}(\Omega_2\times(0,T)),$$
$$\delta,\delta_t \in L^\infty\left(0,T;L^2(\Gamma_2)\right)$$

şərtlərini ödəyən yeganə zəif (u,υ,δ) həlli var; bundan əlavə, əgər $T_{\max}>0$ – (u,υ,δ) həllinin maksimal varlıq intervalının uzunluğudursa, onda aşağıdakı alternativ doğrudur:
ya

$$T_{\max}=+\infty;$$

ya da

$$\lim_{t\to T_{\max}-0}\left(\|u_t\|_1^2+\|\upsilon_t\|_2^2+\|\nabla u\|_1^2+\|\nabla\upsilon\|_2^2+\left\|\sqrt{M}\,\delta_t\right\|_{\Gamma_2}^2+\left\|\sqrt{K}\,\delta\right\|_{\Gamma_2}^2\right)=+\infty$$

bərabərliyi ödənilir.

Birinci fəslin ikinci paraqrafında (1)-(8) məsələsinin lokal güclü həllərinin varlığı və yeganəliyi haqqında aşağıdakı nəticə alınıb.

Teorem 2. Tutaq ki, (9)-(10) şərtləri ödənilir və

$$q_i>1 \text{ əgər } n=1,2;\ 1<q_i\le\frac{n}{n-2} \text{ əgər } n\ge 3\ (i=1,2).$$

Fərz edək ki,

$$p\le\min\{q_1,q_2\}$$

və

$$u_0\in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)\cap H^2(\Omega_1),\ u_1\in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)\cap L^{2q_1}(\Omega_1),$$
$$\upsilon_0\in H^2(\Omega_2),\ \upsilon_1\in H^1(\Omega_2)\cap L^{2q_2}(\Omega_2),$$
$$\delta_0,\delta_1\in L^2(\Gamma_2).$$

Onda elə $T>0$ ədədi vardır ki, (1)-(8) məsələsinin yeganə güclü (u,υ,δ) həlli var.

Birinci fəslin üçünci paraqrafında $p\le\min\{q_1,q_2\}$ şərti ödənildikdə (1)-(8) məsələsinin qlobal zəif həllərinin varlığı haqqında aşağıdakı teorem isbat olunub.

Teorem 3. Tutaq ki, Teorem 1-in şərtləri və

$$p \le \min\left\{q_1, q_2\right\}$$

bərabərsizliyi ödənilir. Onda (1)-(8) məsələsinin lokal zəif (u,υ,δ) həlli qlobaldır və T ədədini istənilən qədər böyük götürmək olar.

Birinci fəslin dördünci paraqrafında

$$E(t)=\frac{1}{2}\left[\|u_t\|_1^2+\|\nabla u\|_1^2+\|\upsilon_t\|_2^2+\|\nabla \upsilon\|_2^2+\left\|\sqrt{M}\,\delta_t\right\|_{\Gamma_2}^2+\left\|\sqrt{K}\,\delta\right\|_{\Gamma_2}^2\right]-$$

$$-\frac{1}{p+1}\left(|u|^{p+1},1\right)_1-\frac{1}{p+1}\left(|\upsilon|^{p+1},1\right)_2,$$

energetik funksiyası təyin olunub, burada (u,υ,δ) (1)-(8) məsələsinin zəif həllidir. Bu məsələnin həllərinin sonlu zaman müddətində dağılması haqqında aşağıdakı teorem isbat olunub.

Teorem 4. Tutaq ki,

$$(u_0,\upsilon_0,\delta_0)\in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)\times H^1(\Omega_2)\times L^2(\Gamma_2),$$

$$(u_1,\upsilon_1,\delta_1)\in L^{2q_1}(\Omega_1)\times L^{2q_2}(\Omega_2)\times L^2(\Gamma_2)$$

və (9), (10) şərtləri ödənilir. Fərz edək ki,

$$p>\max\left\{q_1,q_2\right\},\quad K(x)\ge 1\quad (x\in\Gamma_2),$$

$$0<E(0)<E_1,\ E_1=\alpha_1^2\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{p+1}\right),$$

$$\|\nabla u_0\|_1^2+\|\nabla \upsilon_0\|_2^2>\alpha_1^2,\ \alpha_1=B^{-\frac{1}{p-1}},$$

burada B Ω_1, Ω_2 və p-dən asılı müsbət sabitdir. Onda (1)-(8) məsələsinin zəif həlli sonlu zaman müddətində dağılır.

Birinci fəslin beşinci paraqrafında fokuslanmış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün

$$u=\upsilon\quad (\Gamma_2\times(0,\infty)\text{-da})$$

və

$$\frac{\partial u}{\partial \nu}-\frac{\partial \upsilon}{\partial \nu}+\rho(u_t)=\delta_t\quad (\Gamma_2\times(0,\infty)\text{-da})$$

qeyri-xətti akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinə baxılıb və bu məsələ üçün qeyri-xətti ρ həddi üzərinə qoyulmuş

aşağıdakı şərtlər daxilində lokal zəif həllərin varlığı və yeganəliyi haqqında teorem isbat olunub:

$$\rho \in C^1(-\infty;+\infty),$$

$$|\rho(s)| \le c_5|s|^{q_1} \quad (c_5 > 0);$$

$\rho(s)$ - $(-\infty;+\infty)$-da monoton artan funksiyadır.

Birinci fəslin altıncı paraqrafında fokuslanmış mənbələrlə olan qeyri-xətti güclü dissipativ

$$u_{tt} - \Delta u_t - \Delta u + |u_t|^{q_1-1}u_t = f(u) \quad (\Omega_1 \times (0,\infty)\text{-da}),$$

$$\upsilon_{tt} - \Delta \upsilon_t - \Delta \upsilon + |\upsilon_t|^{q_2-1}\upsilon_t = g(\upsilon) \quad (\Omega_2 \times (0,\infty)\text{-da})$$

dalğa tənlikləri üçün

$$M\delta_{tt} + D\delta_t + K\delta = -u_t,$$

$$u = \upsilon,$$

$$\delta_t = \frac{\partial u}{\partial \nu} - \frac{\partial \upsilon}{\partial \nu} + \frac{\partial u_t}{\partial \nu} - \frac{\partial \upsilon_t}{\partial \nu}$$

($\Gamma_2 \times (0,\infty)$-da) akustik qoşmalıq şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin lokal zəif həllərinin varlığı və yeganəliyi haqqında teorem isbat olunub.

İkinci fəsil üç paraqrafdan ibarətdir. İkinci fəslin birinci paraqrafında fokuslanmamış qeyri-xətti mənbələrlə olan və akustik qoşmalıq şərtli (12), (13), (3)-(8) qarışıq məsələsinə baxılmışdır:

$$u_{tt} - \Delta u + g_1(u_t) + f_1(u) = 0 \quad \Omega_1 \times (0,\infty)\text{-da}, \tag{12}$$

$$\upsilon_{tt} - \Delta \upsilon + g_2(\upsilon_t) + f_2(\upsilon) = 0 \quad \Omega_2 \times (0,\infty)\text{-da}. \tag{13}$$

Fərz olunur ki, aşağıdakı şərtlər ödnilir:

$$g_i \in C^1(R) \quad (i = 1,2)$$

və elə k_{i1}, k_{i2}, $k_{i3} > 0$ $(i = 1,2)$ sabitləri var ki,

$$|g_i(s)| \le k_{i1}|s|^q, \text{ əgər } |s| > 1 \text{ və } |g_i(s)| \le k_{i2}|s|, \text{ əgər } |s| \le 1, \tag{14}$$

burada q $n \geq 3$ olduqda $1 \leq q \leq \dfrac{n+2}{n-2}$ bərabərsizliyini və $n \leq 2$ olduqda $q \geq 1$ bərabərsizliyini ödəyir;

$$\forall s \in R \text{ üçün } g_i'(s) \geq k_{i3} > 0; \tag{15}$$

$$f_i \in C^1(R),\ i = 1,2$$

və elə $c_{i1}, c_{i2}, \bar{c}_{i1}, \bar{c}_{i2} > 0$ $(i = 1,2)$ sabitləri vardır ki,

$$|f_i(s)| \leq c_{i1}|s|^p + c_{i2}, \quad |f_i'(s)| \leq \bar{c}_{i1}|s|^{p-1} + \bar{c}_{i2}, \tag{16}$$

burada $1 \leq p \leq \dfrac{n}{n-2}$, əgər $n \geq 3$ və $p \geq 1$, əgər $n \leq 2$;

$\forall s \in R^+,\ l_i > 1,\ i = 1,2$ üçün:

$$0 \leq F_i(s) = \int_0^s f_i(s)ds \leq \frac{1}{l_i + 1} s f_i(s)\ . \tag{17}$$

(12), (13), (3)-(8) məsələsinin qlobal güclü həllərinin varlığı və yeganəliyi haqqında aşağıdakı teorem isbat olunub.

Teorem 5. Tutaq ki, (9), (14)-(17) şərtləri ödənilir. Fərz edək ki,

$$u_0 \in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1) \cap H^2(\Omega_1),\ u_1 \in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1) \cap L^{2q}(\Omega_1),$$

$$\upsilon_0 \in H^2(\Omega_2),\ \upsilon_1 \in H^1(\Omega_2) \cap L^{2q}(\Omega_2),$$

$$\delta_0, \delta_1 \in L^2(\Gamma_2).$$

Onda ixtiyari $T > 0$ üçün (12), (13), (3)-(8) məsələsinin yeganə güclü həlli var, yəni elə (u, υ, δ) həlli var ki,

$$u, u_t \in L^\infty\left(0,T; H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)\right),\ u_{tt} \in L^\infty\left(0,T; L^2(\Omega_1)\right),$$

$$\upsilon, \upsilon_t \in L^\infty\left(0,T; H^1(\Omega_2)\right),\ \upsilon_{tt} \in L^\infty\left(0,T; L^2(\Omega_2)\right),$$

$$u(t,\cdot) \in H(\Delta, \Omega_1),\ \upsilon(t,\cdot) \in H(\Delta, \Omega_2) \quad (0,T)\text{-da s.h.y.},$$

$$\delta, \delta_t, \delta_{tt} \in L^\infty\left(0,T; L^2(\Gamma_2)\right)$$

və

$$u_{tt} - \Delta u + g_1(u_t) + f_1(u) = 0 \quad \Omega_1 \times (0,T)\text{-da s.h.y.},$$

$$\upsilon_{tt} - \Delta \upsilon + g_2(\upsilon_t) + f_2(\upsilon) = 0 \quad \Omega_2 \times (0,T)\text{-da s.h.y.},$$

$$\gamma_0(u_t)+M\delta_{tt}+D\delta_t+K\delta=0\,,\ \gamma_0(u)=\gamma_0(\upsilon)\ \ \Gamma_2\times(0,T)\text{-da s.h.y.},$$

$\forall\varphi\in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)$ üçün

$$\langle\gamma_1(u(t)-\upsilon(t)),\gamma_0(\varphi)\rangle_{H^{-1/2}(\Gamma_2)\times H^{1/2}(\Gamma_2)}=(\delta_t(t),\gamma_0(\varphi))_{\Gamma_2}\ \ (0,T)\text{-da s.h.y.},$$

$$u(x,0)=u_0(x),\ u_t(x,0)=u_1(x)\ \ \Omega_1\text{-də s.h.y.},$$

$$\upsilon(x,0)=\upsilon_0(x),\ \upsilon_t(x,0)=\upsilon_1(x)\ \ \Omega_2\text{-də s.h.y.},$$

$$\delta(x,0)=\delta_0(x),\ \delta_t(x,0)=\delta_1(x)\ \ \Gamma_2\text{-də s.h.y.}$$

İkinci fəslin ikinci paraqrafında (12), (13), (3)-(8) məsələsinin qlobal güclü həllərinin eksponensial azalması haqqında aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 6. Tutaq ki, (u,υ,δ) (12)-(13), (3)-(8) məsələsinin qlobal güclü həllidir və

$$E(t)=\frac{1}{2}\Big[\|u_t\|_1^2+\|\nabla u\|_1^2+\|\upsilon_t\|_2^2+\|\nabla\upsilon\|_2^2+$$

$$+(F_1(u),1)_1+(F_2(\upsilon),1)_2+\left\|\sqrt{M}\,\delta_t\right\|_{\Gamma_2}^2+\left\|\sqrt{K}\,\delta\right\|_{\Gamma_2}^2\Big].$$

Onda Teorem 5-in şərtləri daxilində elə a və b müsbət sabitləri vardır ki, $\forall t\geq 0$ üçün

$$E(t)\leq a\exp(-bt)$$

bərabərsizliyi doğrudur.

İkinci fəslin üçüncü paraqrafında $\Omega\subset R^3$ oblastında akustik qoşmalıq şərtli aşağıdakı qarışıq məsələyə baxılıb:

$$u_{tt}-\Delta u+\alpha_1 u_t+u+f_1(u)=0\qquad \Omega_1\times(0,\infty)\text{-da,}\tag{18}$$

$$\upsilon_{tt}-\Delta\upsilon+\alpha_2\upsilon_t+\upsilon+f_2(\upsilon)=0\qquad \Omega_2\times(0,\infty)\text{-da,}\tag{19}$$

$$\delta_{tt}+\beta\delta_t+\delta=-u_t\qquad \Gamma_2\times(0,\infty)\text{-da,}\tag{20}$$

$$u=0\qquad \Gamma_1\times(0,\infty)\text{-da,}\tag{21}$$

$$u=\upsilon\,,\ \delta_t=\frac{\partial u}{\partial\nu}-\frac{\partial\upsilon}{\partial\nu}\qquad \Gamma_2\times(0,\infty)\text{-da,}\tag{22}$$

$$\left.\begin{aligned} u(x,0)=u_0(x),\ u_t(x,0)=u_1(x),\ x\in\Omega_1, \\ \upsilon(x,0)=\upsilon_0(x),\ \upsilon_t(x,0)=\upsilon_1(x), x\in\Omega_2, \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

$$\delta(x,0)=\delta_0(x),\ \delta_t(x,0)=\frac{\partial u_0}{\partial \nu}-\frac{\partial \upsilon_0}{\partial \nu}\equiv\delta_1(x),\quad x\in\Gamma_2, \tag{24}$$

burada $\alpha_i>0\ (i=1,2)$ və $\beta>0$ sabitlərdir; $f_i:\ R\to R,\ i=1,2$ verilmiş funksiyalardır; fərz olunur ki, $f_i\in C^1(R)$, $i=1,2$ və elə $c_{1i}\geq 0$, $i=1,2$ sabitləri vardır ki,

$$|f_i'(s)|\leq c_{1i}\left(1+s^2\right),\ i=1,2 \tag{25}$$

bərabərsizlikləri doğrudur, həmçinin

$$\liminf_{|s|\to\infty}\frac{f_i(s)}{s}>-1,\ i=1,2 \tag{26}$$

bərabərsizlikləri ödənilir; həllin hamarlığının isbatı üçün f_i funksiyalarının kəsilməz diferensiallanması və (25) şərti əvəzinə daha güclü şərt istifadə olunub: $f_i\in C^2(R)$, $i=1,2$ və elə $c_{2i}\geq 0$, $i=1,2$ sabitləri vardır ki,

$$|f_i''(s)|\leq c_{2i}\left(1+|s|\right),\ c_{2i}\geq 0 \tag{27}$$

bərabərsizlikləri doğrudur.

Aşağıdakı kimi faza fəzası daxil olunub:

$$V=\Big\{w=(w_1,w_2,w_3,w_4,w_5,w_6):\ w_1\in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1),w_2\in L^2(\Omega_1),$$
$$w_3\in H^1(\Omega_2),w_4\in L^2(\Omega_2),w_5\in L^2(\Gamma_2),w_6\in L^2(\Gamma_2),w_1\big|_{\Gamma_2}=w_3\big|_{\Gamma_2}\Big\};$$

bu fəza $\forall w=(w_1,w_2,w_3,w_4,w_5,w_6)\in V$ üçün

$$\|w\|_V^2=\|w_1\|^2_{H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)}+\|w_2\|^2_{L^2(\Omega_1)}+\|w_3\|^2_{H^1(\Omega_2)}+\|w_4\|^2_{L^2(\Omega_2)}+$$
$$+\|w_5\|^2_{L^2(\Gamma_2)}+\|w_6\|^2_{L^2(\Gamma_2)}$$

bərabərliyi ilə təyin olunan normaya görə Hilbert fəzasıdır və (18)-(24) başlanğıc-sərhəd məsələsi

$$\begin{cases} w_t=Aw+\Phi(w), \\ w(0)=w_0 \end{cases} \tag{28}$$

şəklində yazılıb, burada

$$w=(u,u_t,\upsilon,\upsilon_t,\delta,\delta_t),\ w_0=(u_0,u_1,\upsilon_0,\upsilon_1,\delta_0,\delta_1),$$
$$A:D(A)\subset V\to V,$$
$$Aw=\big(w_2,\Delta w_1-w_1-\alpha_1 w_2,w_4,\Delta w_3-w_3-\alpha_2 w_4,$$
$$w_6,-w_2\big|_{\Gamma_2}-w_5-\beta w_6\big),$$
$$D(A)=\Big\{w=(w_1,w_2,w_3,w_4,w_5,w_6)\in V:\Delta w_1\in L^2(\Omega_1),w_2\in H^1(\Omega_1),$$
$$\Delta w_3\in L^2(\Omega_2),w_4\in H^1(\Omega_2),w_2\big|_{\Gamma_2}=w_4\big|_{\Gamma_2},w_6=w_{1\nu}\big|_{\Gamma_2}-w_{3\nu}\big|_{\Gamma_2}\Big\},$$

$w_{i\nu}$ $(i=1,2)$ – w_i funksiyasının ν normalı istiqamətindəki törəməsidir ($w_6=w_{1\nu}\big|_{\Gamma_2}-w_{3\nu}\big|_{\Gamma_2}$ şərti zəif mənada, yəni $\varphi\big|_{\Gamma_2}=\psi\big|_{\Gamma_2}$ olmaqla $\forall\varphi\in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)$, $\forall\psi\in H^1(\Omega_2)$ üçün

$$\int_{\Omega_1}(\Delta w_1\varphi+\nabla w_1\nabla\varphi)dx+\int_{\Omega_2}(\Delta w_3\psi+\nabla w_3\nabla\psi)dx=\int_{\Gamma_2}w_6\varphi\,d\Gamma_2$$

bərabərliyinin ödənilməsi kimi şərh olunur),

$\forall w\in V$ üçün

$$\Phi:V\to V,\ \ \Phi(w)=(0,-f_1(w_1),0,-f_2(w_3),0,0).$$

Güclü həllərə baxmaq üçün

$$V_1=\Big\{w=(w_1,w_2,w_3,w_4,w_5,w_6)\in\big(H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)\cap H^2(\Omega_1)\big)\times$$
$$\times H^1(\Omega_1)\times H^2(\Omega_2)\times H^1(\Omega_2)\times H^{1/2}(\Gamma_2)\times H^{1/2}(\Gamma_2):$$
$$w_1\big|_{\Gamma_2}=w_3\big|_{\Gamma_2},w_2\big|_{\Gamma_2}=w_4\big|_{\Gamma_2},w_6=w_{1\nu}\big|_{\Gamma_2}-w_{3\nu}\big|_{\Gamma_2}\Big\},$$

faza fəzası da daxil olunub; bu fəza

$$\|w\|^2_{V_1}=\|w_1\|^2_{H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)\cap H^2(\Omega_1)}+\|w_2\|^2_{H^1(\Omega_1)}+\|w_3\|^2_{H^2(\Omega_2)}+\|w_4\|^2_{H^1(\Omega_2)}+$$
$$+\|w_5\|^2_{H^{1/2}(\Gamma_2)}+\|w_6\|^2_{H^{1/2}(\Gamma_2)}$$

normasına nəzərən Hilbert fəzasıdır

(28) məsələsinin zəif həllinin tərifi daxil olunub.

Tərif 8. Tutaq ki,

$$w_0 = (u_0, u_1, \upsilon_0, \upsilon_1, \delta_0, \delta_1) \in V .$$

Əgər $\forall t \geq 0$ üçün

$$w(t) = e^{At} w_0 + \int_0^t e^{A(t-s)} \Phi(w(s)) ds$$

bərabərliyi doğru olarsa, onda $w \in C^0([0,\infty); V)$ funksiyası (28) məsələsinin zəif həlli adlanır.

Aşağıdakı kimi funksional daxil olunub:

$$E_w(t) = \frac{1}{2} \|w\|_V^2 + \int_{\Omega_1} F_1(w_1) dx + \int_{\Omega_2} F_2(w_3) dx , \qquad (29)$$

burada $F_i(s) = \int_0^s f_i(s) ds$, $i = 1,2$.

(28) və ya (18)-(24) məsələsi üçün əsas nəticələr aşağıdakı teoremlərdə verilib (qlobal attraktorun varlığının isbatı müvafiq energetik tənliyin istifadəsinə əsaslanır).

Teorem 7. Tutaq ki, (25), (26) şərtləri ödənilir və $w_0 \in V$. Onda (28) məsələsinin yeganə zəif

$$w \in C^0([0,\infty); V)$$

həlli var. Bundan əlavə, əgər $\overline{w}_1$ və $\overline{w}_2$ - (28) məsələsinin $\|\overline{w}_{10}\|_V \leq r$ və $\|\overline{w}_{20}\|_V \leq r$ $(r > 0)$ şərtlərini ödəyən $\overline{w}_{10}$ və $\overline{w}_{20}$ başlanğıc verilənlərinə uyğun həlləridirsə, onda r -dən asılı elə müsbət θ ədədi vardır ki, $\forall t \geq 0$ üçün

$$\|\overline{w}_2(t) - \overline{w}_1(t)\|_V \leq e^{\theta t} \|\overline{w}_{20} - \overline{w}_{10}\|_V$$

bərabərsizliyi ödənilir. Əgər əlavə olaraq, f_i , $i = 1,2$ funksiyaları (27) şərtlərini də ödəyərsə və $w_0 \in V_1$ olarsa, onda uyğun zəif həll

$$w \in C^1([0,\infty); V) \cap C^0([0,\infty); V_1)$$

hamarlıq xassəsinə malikdir (və ”güclü” həll adlanır).

İsbat olunub ki, (28) məsələsinin hər bir zəif $w = (u, u_t, \upsilon, \upsilon_t, \delta, \delta_t)$ həlli üçün

$$\frac{dE_w}{dt} = -\alpha_1 \|u_t\|_1^2 - \alpha_2 \|\upsilon_t\|_2^2 - \beta \|\delta_t\|_{\Gamma_2}^2 \quad (E_w(\cdot) \in C^1([0,\infty))),$$

energetik bərabərliyi doğrudur, buradakı $E_w(t)$ funksionalı (29)-da daxil olunub.

Nəticə 1. Tutaq ki, (25), (26) şərtləri ödənilir. Onda (28) sistemi V faza fəzasında

$$S(t)(u_0, u_1, \upsilon_0, \upsilon_1, \delta_0, \delta_1) = (u, u_t, \upsilon, \upsilon_t, \delta, \delta_t)$$

bərabərliyi ilə təyin olunan güclü kəsilməz

$$S(t) = S_{\alpha_1, \alpha_2 \beta}(t)$$

yarımqrupunu doğurur, burada $(u, u_t, \upsilon, \upsilon_t, \delta, \delta_t) \in C^0([0,\infty); V)$ - (28) məsələsinin $(u_0, u_1, \upsilon_0, \upsilon_1, \delta_0, \delta_1) \in V$ başlanğıc veriləninə uyğun zəif həllidir.

Teorem 8. Tutaq ki, (25), (26) şərtləri ödənilir. Onda elə $R_0 > 0$ sabiti vardır ki, aşağıdakı xassə doğrudur: ixtiyari $R > 0$ üçün elə $t_0 = t_0(R) > 0$ ədədi vardır ki, $\|w_0\|_V \le R$ şərtini ödəyən $\forall w_0 \in V$ və $\forall t \ge t_0$ üçün

$$\|S(t) w_0\|_V \le R_0$$

bərabərsizliyi ödənilir; deməli,

$$B_0 = \{ z \in V : \|z\|_V \le R_0 \}$$

çoxluğu V fəzasında $S(t)$ yarımqrupu üçün məhdud uducu çoxluqdur.

Teorem 9. Tutaq ki, (25), (26) şərtləri ödənilir və $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$. Onda $\{S(t)\}_{t \ge 0}$ yarımqrupu asimptotik kompaktdır.

Teorem 10. Tutaq ki, (25), (26) şərtləri ödənilir və $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$. Onda (18)-(24) məsələsinin V faza fəzasında invariant və kompakt olan minimal qlobal attraktoru vardır.

Üçüncü fəsil üç paraqrafdan ibarətdir. Üçüncü fəslin birinci paraqrafında $Q = \Omega \times (0, T)$ oblastında aşağıdakı qarışıq məsələyə

baxılmışdır ($\Omega \subset R^N (N \geq 1)$ - kifayət qədər hamar Γ sərhədli məhdud oblastdır):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t}[u + \mathsf{F}(u)] - \Delta u + |u|^p u = f \ , \tag{30}$$

$$u = 0, \ (x,t) \in \Gamma \times [0,T], \tag{31}$$

$$[u + \mathsf{F}(u)]\big|_{t=0} = u^{(0)} + w^{(0)}, \ \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = u^{(1)} \ , \tag{32}$$

burada $p > 0$; $f : Q \to R$, $u^{(0)}$, $u^{(1)}$, $w^{(0)}$: $\Omega \to R$ - verilmiş funksiyalardır və F qeyri-xətti operatoru $\mathrm{M}(\Omega; C^0([0,T]))$ fəzasından $\mathrm{M}(\Omega; C^0([0,T]))$ fəzasına təsir edir.

Fərz olunur ki, F yaddaş operatorudur; yəni $[\mathsf{F}(u)](t)$ çıxışı zamanın istənilən t anında yalnız $u(t)$-dən yox, həm də u-nun t anına qədər olan əvvəlki dəyişmələrindən də asılı ola bilər. Həmçinin fərz olunur ki, bu operator hər bir $x \in \Omega$ nöqtəsində asılı olmadan təsir edir (yəni $[\mathsf{F}(u(x,\cdot))](t)$ $u(x,\cdot)|_{[0,t]}$-dan asılıdır, lakin istənilən $y \neq x$ üçün $u(y,\cdot)|_{[0,t]}$-dan asılı deyildir).

Tutaq ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:

$$\begin{cases} \forall\, t \in [0,T] \text{ üçün } [0,t] - \text{da } \upsilon_1 = \upsilon_2 \text{ olan} \\ \forall\, \upsilon_1, \upsilon_2 \in \mathrm{M}(\Omega; C^0([0,T])) \text{ üçün} \\ [\mathsf{F}(\upsilon_1)](\cdot,t) = [\mathsf{F}(\upsilon_2)](\cdot,t), \ \ \Omega - \text{da s.h.y.}; \end{cases} \tag{33}$$

$$\begin{cases} \mathrm{M}(\Omega; C^0([0,T])) - \text{da } \upsilon_{\mathrm{n}} \Rightarrow \upsilon \text{ -sa, onda} \\ \mathsf{F}(\upsilon_n) \Rightarrow \mathsf{F}(\upsilon) \ \ [0,T] - \text{da}, \ \Omega - \text{da s.h.y}; \end{cases} \tag{34}$$

$$\begin{cases} \exists L > 0, \exists g \in L^2(\Omega) \text{ var ki}, \forall \upsilon \in M(\Omega; C^0([0,T])) \text{ üçün} \\ \|[\mathsf{F}(\upsilon)](x,\cdot)\|_{C^0([0,T])} \leq L\|\upsilon(x,\cdot)\|_{C^0([0,T])} + g(x), \ \Omega - \text{da s.h.y}; \end{cases} \tag{35}$$

$$\begin{cases} \forall\ [t_1,t_2]\subset[0,T] \text{ üçün } \Omega-\text{da s.h.y., } [t_1,t_2]\text{-da affin} \\ \text{olan } \forall \upsilon\in M\big(\Omega;C^0([0,T])\big) \text{ üçün } \Omega-\text{da s.h.y.} \\ \{[\mathsf{F}(\upsilon)](x,t_2)-[\mathsf{F}(\upsilon)](x,t_1)\}[\upsilon(x,t_2)-\upsilon(x,t_1)]\geq 0; \end{cases} \tag{36}$$

$$\begin{cases} \exists 0<L_1<1 \text{ var ki}, \forall\ [t_1,t_2]\subset[0,T] \text{ üçün } [t_1,t_2]\text{-da,} \\ \Omega-\text{da s.h.y. affin olan } \forall \upsilon\in M\big(\Omega;C^0([0,T])\big) \text{ üçün} \\ |[\mathsf{F}(\upsilon)](x,t_2)-[\mathsf{F}(\upsilon)](x,t_1)|\leq L_1|\upsilon(x,t_2)-\upsilon(x,t_1)|,\ \Omega-\text{da s.h.y.,} \end{cases} \tag{37}$$

$$u^{(0)}\in V,\ w^{(0)}\in L^2(\Omega),\ u^{(1)}\in L^2(\Omega), \tag{38}$$

$$f=f_1+f_2,\quad f_1\in L^2(Q),\quad f_2\in W^{1,1}(0,T;V'), \tag{39}$$

burada $V=H_0^1(\Omega)\cap L^{p+2}(\Omega)$.

Tərif 9. Tutaq ki,

$$u\in L^2(0,T;V)\cap H^1\big(0,T;L^2(\Omega)\big),$$
$$\mathsf{F}(u)\in L^2(Q)$$

və $\forall \upsilon\in L^2(0,T;V)\cap H^1\big(0,T;L^2(\Omega)\big)$ (Ω-da s.h.y. $\upsilon(\cdot,T)=0$) üçün

$$\iint_Q\left\{-\frac{\partial u}{\partial t}\cdot\frac{\partial \upsilon}{\partial t}-[u+\mathsf{F}(u)]\frac{\partial \upsilon}{\partial t}+\nabla u\cdot\nabla\upsilon+|u|^p u\upsilon\right\}dxdt=$$

$$=\int_0^T {}_{V'}\langle f,\upsilon\rangle_V\,dt+\int_\Omega\left[u^{(0)}(x)+w^{(0)}(x)+u^{(1)}(x)\right]\upsilon(x,0)dx$$

bərabərliyi doğrudur. Onda belə u funksiyası (30)-(32) məsələsinin həlli adlanır.

(30)-(32) məsələsinin həllərinin varlığı və yeganəliyi haqqında aşağıdakı teoremlər isbat olunmuşdur.

Teorem 11. Tutaq ki, (33)-(39) şərtləri ödənilir. Onda (30)-(32) məsələsinin

$$u\in W^{1,\infty}\big(0,T;L^2(\Omega)\big)\cap L^\infty(0,T;V),$$
$$\mathsf{F}(u)\in H^1\big(0,T;L^2(\Omega)\big)$$

daxilolmalarını ödəyən heç olmasa bir u həlli var.

Teorem 12. Tutaq ki, Teorem 11-in şərtləri ödənilir. Fərz edək ki,

$$p \le \frac{2}{N-2}, \qquad N \ge 3 \tag{40}$$

və $\forall \upsilon_1, \upsilon_2 \in M\left(\Omega; C^0\left([0,T]\right)\right)$, $\forall t \in (0,T)$ üçün Ω-da s.h.y.:

$$\left\{\left[\mathrm{F}(\upsilon_1)\right](x,t) - \left[\mathrm{F}(\upsilon_2)\right](x,t)\right\}\left[\upsilon_1(x,t) - \upsilon_2(x,t)\right] \ge 0. \tag{41}$$

Onda (30)-(32) məsələsinin həlli yeganədir.

Teorem 13. Tutaq ki, (33)-(39), (40)-(41) şərtləri ödənilir. Onda (30)-(32) məsələsinin $\forall T > 0$ üçün yeganə

$$u \in C^1\left([0,T]; L^2(\Omega)\right) \cap C\left([0,T]; H_0^1(\Omega)\right)$$

həlli var.

Daha sonra elə həmin paraqrafda

$$f = h(x), \ \ h \in L^2(\Omega). \tag{42}$$

halı üçün (30)-(32) məsələsinə baxılıb

(40) şərti daxilində

$$V = H_0^1(\Omega) \cap L^{p+2}(\Omega) = H_0^1(\Omega)$$

bərabərliyi doğrudur. Onda Teorem 13-ün şərtləri daxilində (30)-(32) ((42) ödənilməklə) məsələsinə $E = H_0^1(\Omega) \times L^2(\Omega) \times L^2(\Omega)$ fəzasında

$$S(t)\left(u^{(0)}, u^{(1)}, w^{(0)}\right) = (u, u_t, w)$$

bərabərliyi ilə təyin olunan $\{S(t)\}_{t \ge 0}$ yarımqrupu uyğundur, burada u baxılan məsələnin yeganə həllidir.

t dəyişəninə görə diskretizasiya üsulundan istifadə etməklə, (30)-(32) ($f = h(x)$ olmaqla) məsələsinin doğurduğu $\{S(t)\}_{t \ge 0}$ yarımqrupu üçün məhdud uducu çoxluğun varlığı aşağıdakı teoremdə isbat olunub.

Teorem 14. (33)-(38), (40)-(42) şərtləri daxilində (30)-(32) ($f = h(x)$ olmaqla) məsələsinin E fəzasında məhdud uducu çoxluğu vardır.

Bundan sonra Teorem 14-ün şərtləri daxilində (30)-(32) məsələsinin ($f = h(x)$ olmaqla) doğurduğu $\{S(t)\}_{t\geq 0}$ yarımqrupunun E fəzasında asimptotik kompakt olması haqqında lemma və daha sonra bu məsələ üçün minimal qlobal attraktorun varlığı haqqında aşağıdakı teorem isbat olunub.

Teorem 15. Tutaq ki, Teorem 14-ün şərtləri ödənilir. Onda (30)-(32) məsələsinin ($f = h(x)$ olmaqla) E fəzasında invariant və kompakt olan minimal qlobal attraktoru var.

Üçüncü fəslin ikinci paraqrafında $Q = \Omega \times (0,T)$ ($\Omega \subset R^N (N \geq 1)$ - kifayət qədər hamar Γ sərhədli məhdud oblastdır) oblastında kvazixətti parabolik tənlik üçün aşağıdakı qarışıq məsələyə baxılıb:

$$\frac{\partial}{\partial t}[u + \mathsf{F}(u)] - \Delta u + |u|^p u = f\ , \tag{43}$$

$$u = 0,\ (x,t) \in \Gamma \times (0,T), \tag{44}$$

$$[u + \mathsf{F}(u)]\big|_{t=0} = u^0 + w^0\ , \tag{45}$$

burada $0 < p \leq \dfrac{2}{2-N}$, əgər $N \geq 3$ və $p > 0$, əgər $N = 1,2$; $f : \Omega \times (0,T) \to R$ və qeyri-xətti F operatoru $\mathrm{M}(\Omega; C^0([0,T]))$ fəzasından $\mathrm{M}(\Omega; C^0([0,T]))$ fəzasına təsir edir.

Fərz olunur ki, F operatoru hər bir $x \in \Omega$ nöqtəsində asılı olmadan təsir edən və (33)-(36) şərtlərini ödəyən yaddaş operatorudur və

$$u^0 \in V,\ w^0 \in L^2(\Omega), \tag{46}$$

$$f = f_1 + f_2,\ f_1 \in L^2(Q),\ f_2 \in W^{1,1}(0,T;V'), \tag{47}$$

burada $V = H_0^1(\Omega)$.

Tərif 10. Tutaq ki,

$$u \in M(\Omega; C^0([0,T])) \cap L^2(0,T;V),$$

$$\mathsf{F}(u) \in L^2(Q)$$

və $\forall \upsilon \in L^2(0,T;V) \cap H^1(0,T;L^2(\Omega))$ (Ω-da s.h.y. $\upsilon(\cdot,T) = 0$) üçün

$$\iint_Q \left\{ -\left[u+\mathsf{F}(u)\right]\frac{\partial \upsilon}{\partial t} + \nabla u \cdot \nabla \upsilon + |u|^p u \upsilon \right\} dxdt =$$

$$= \int_0^T {}_{V'}\langle f, \upsilon \rangle_V \, dt + \int_\Omega \left[u^0(x) + w^0(x)\right] \upsilon(x,0)\, dx$$

bərabərliyi ödənilir. Onda belə u funksiyası (43)-(45) məsələsinin həlli adlanır.

t dəyişəninə görə diskretizasiya üsulundan istifadə etməklə, (43)-(45) məsələsi üçün aşağıdakı teorem isbat olunub.

Teorem 16. Tutaq ki, (33)-(36), (46), (47) şərtləri ödənilir və

$$0 < p \le \frac{2}{2-N} \text{ əgər } N \ge 3 \text{ və } p > 0 \text{ əgər } N = 1, 2.$$

Onda (43)-(45) məsələsinin

$$u \in H^1\left(0,T;L^2(\Omega)\right) \cap L^\infty(0,T;V), \ \mathsf{F}(u) \in L^2\left(\Omega; C^0([0,T])\right) \quad (48)$$

daxilolmalarını ödəyən heç olmasa bir u həlli var.

(43)-(45) məsələsinə əlavə şərt daxilində də baxılıb (F histerezis operatordursa).

Tutaq ki, azalmayan $\gamma_l(\sigma), \gamma_r(\sigma) \in C^0(R)$ funksiyaları $\forall \sigma \in R$ üçün

$$\gamma_r(\sigma) \le \gamma_l(\sigma) \quad (49)$$

şərtini ödəyir. Fərz edək ki, u $[0,T]$-da kəsilməz, hissə-hissə xətti funksiyadır, belə ki, u funksiyası $[t_{i-1}, t_i]$-da $(i = 1,...,N)$ xəttidir. Tutaq ki, $\xi^0 \in R$ verilib və

$$w(t) = \begin{cases} \min\left\{\gamma_l(u(0)), \max\left\{\gamma_r(u(0)), \xi^0\right\}\right\}, \ t = 0 \text{ olduqda,} \\ \min\left\{\gamma_l(u(t)), \max\left\{\gamma_r(u(t)), t_{i-1}\right\}\right\}, \ t \in (t_{i-1}, t_i] \text{olduqda,} \end{cases}$$

$(i = 1,...,N)$; belə ki, yalnız o zaman $w(0) = \xi^0$ olur ki, $\gamma_r(u(0)) \le \xi^0 \le \gamma_l(u(0))$ bərabərsizliyi ödənilsin. Onda $w = E\left(u, \xi^0\right): [0,T] \to R$ operatoru ümumiləşmiş ”play” tipli histerezis operator adlanır.

Fərz olunur ki, $\forall u \in M\left(\Omega; C^0\left(\left[0,T\right]\right)\right)$ və $\forall t \in \left[0,T\right]$ üçün

$$\left[\mathsf{F}(u)\right](x,t) = \left[E\left(u(x,\cdot), \xi^0(x)\right)\right](t) \quad \Omega\text{-da s.h.y.;} \qquad (50)$$

burada $\xi^0 \in L^1(\Omega)$ və E - ümumiləşmiş ”play” tipli histerezis operatordur.

(43)-(45) məsələsi üçün aşağıdakı teoremlər isbat olunub.

Теорема 17. Tutaq ki,

$$u_i, \xi_i^0 \in L^2(\Omega),\ h_i(x) \in L^2(\Omega)\ \ (i = 1,2);$$

$\gamma_l(\sigma), \gamma_r(\sigma) \in C^0(R)$ - Lipşits kəsilməz, affin məhdud funksiyalardır və (49) şərti ödənilir. F operatorunu (50)-də olduğu kimi təyin edək və fərz edək ki,

$$w_i^0 = \min\left\{\max\left\{\xi_i^0, \gamma_r(u_i^0)\right\}, \gamma_l(u_i^0)\right\} \quad \Omega\text{-da s.h.y. } (i = 1,2).$$

Əgər $u_i \in W^{1,1}\left(0,T; L^1(\Omega)\right) \cap L^2(0,T;V)$ - $f = h_i$ və $w_i = \mathsf{F}(u_i)$ $(i = 1,2)$ olmaqla, (43)-(45) məsələsinin uyğun həlləridirsə, onda $\forall t \in \left[0,T\right]$ üçün

$$\int_\Omega \left[(u_1 - u_2)^+(x,t) + (w_1 - w_2)^+(x,t)\right]dx \le$$

$$\le \int_\Omega \left[\left(u_1^0 - u_2^0\right)^+(x) + \left(w_1^0 - w_2^0\right)^+(x)\right]dx + T\int_\Omega (h_1 - h_2)^+\, dx$$

bərabərsizliyi doğrudur, burada $(\cdot)^+ = \max\left\{(\cdot), 0\right\}$.

Teorem 18. Tutaq ki,

$$u^0 \in V,\ \xi^0 \in L^2(\Omega),\ h \in L^2(\Omega),$$

$\gamma_l(\sigma), \gamma_r(\sigma) \in C^0(R)$ - Lipşits kəsilməz, affin məhdud funksiyalardır və (49) şərti ödənilir, F operatoru isə (50)-də olduğu kimi təyin olunur. Onda (43)-(45) ($f = h(x)$ olmaqla) məsələsinin (48) şərtini ödəyən yeganə həlli var.

Tutaq ki, $X = H_0^1(\Omega) \times L^2(\Omega)$. Onda Teorem 18-in şərtləri daxilində (43)-(45) ($f = h(x)$ olmaqla) məsələsinə X fəzasında

$$S(t)(u^0, w^0) = (u, \mathsf{F}(u))$$

bərabərliyi ilə təyin olunan $\{S(t)\}_{t\geq 0}$ yarımqrupu uyğun gəlir, burada u baxılan məsələnin yeganə həllidir.

Teorem 19. Teorem 18-in şərtləri daxilində (43)-(45) ($f = h(x)$ olmaqla) məsələsinin X fəzasında məhdud uducu çoxluğu vardır.

Üçüncü fəslin üçüncü paraqrafında $Q = \Omega \times (0,T)$ ($\Omega \subset R^N (N \geq 1)$ - kifayət qədər hamar Γ sərhədli məhdud olastdır) oblastında aşağıdakı qarışıq məsələyə baxılmışdır:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t}[u + \mathsf{F}(u)] + \Delta^2 u + |u|^p u = f\ , \qquad (51)$$

$$u = 0,\ \ \Delta u = 0,\ \ (x,t) \in \Gamma \times [0,T], \qquad (52)$$

$$[u + \mathsf{F}(u)]\big|_{t=0} = u^{(0)} + w^{(0)}\ ,\ \ \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = u^{(1)}\ , \qquad (53)$$

burada $p > 0$; $f : Q \to R$, $u^{(0)}$, $u^{(1)}$, $w^{(0)}$: $\Omega \to R$ - verilmiş funksiyalardır və qeyri-xətti F operatoru $\mathrm{M}(\Omega; C^0([0,T]))$ fəzasından $\mathrm{M}(\Omega; C^0([0,T]))$ fəzasına təsir edir.

Fərz olunur ki, F operatoru hər bir $x \in \Omega$ nöqtəsində asılı olmadan təsir edən və (33)-(37) şərtlərini ödəyən yaddaş operatorudur və:

$$u^{(0)} \in V,\ w^{(0)} \in L^2(\Omega),\ u^{(1)} \in L^2(\Omega)\ , \qquad (54)$$

burada $V = H_0^2(\Omega) \cap L^{p+2}(\Omega)$.

Tərif 11. Tutaq ki,

$$u \in L^2(0,T;V) \cap H^1(0,T;L^2(\Omega)),$$

$$\mathsf{F}(u) \in L^2(Q)$$

və $\forall \upsilon \in L^2(0,T;V) \cap H^1(0,T;L^2(\Omega))$ (Ω-da s.h.y. $\upsilon(\cdot,T) = 0$) üçün

$$\iint_Q \left\{ -\frac{\partial u}{\partial t}\cdot\frac{\partial \upsilon}{\partial t} - [u+\mathsf{F}(u)]\frac{\partial \upsilon}{\partial t} + \Delta u\cdot\Delta\upsilon + |u|^p u\upsilon \right\} dxdt =$$

$$= \int_0^T {}_{V'}\langle f,\upsilon\rangle_V \, dt + \int_\Omega \left[u^{(0)}(x) + w^{(0)}(x) + u^{(1)}(x)\right] \upsilon(x,0)dx$$

bərabərliyi ödənilir. Onda belə u funksiyası (51)-(53) məsələsinin həlli adlanır.

(51)-(53) məsələsinin həllərinin varlığı və yeganəliyi haqqında aşağıdakı teoremlər isbat olunub.

Teorem 20. Tutaq ki, (33)-(37), (39), (54) şərtləri ödənilir. Onda (51)-(53) məsələsinin

$$u \in W^{1,\infty}\left(0,T;L^2(\Omega)\right) \cap L^\infty(0,T;V),$$

$$\mathsf{F}(u) \in H^1\left(0,T;L^2(\Omega)\right)$$

daxilolmalarını ödəyən heç olmazsa bir u həlli vardır.

Teorem 21. Tutaq ki, Teorem 20-nin şərtləri ödənilir. Fərz edək ki,

$$p \le \frac{2}{N-2}, \qquad N \ge 3 \tag{55}$$

və $\forall \upsilon_1, \upsilon_2 \in M\left(\Omega; C^0([0,T])\right)$, $\forall t \in (0,T)$ üçün

$$\{[\mathsf{F}(\upsilon_1)](x,t) - [\mathsf{F}(\upsilon_2)](x,t)\}[\upsilon_1(x,t) - \upsilon_2(x,t)] \ge 0, \tag{56}$$

Ω-da s.h.y. Onda (51)-(53) məsələsinin həlli yeganədir.

(51)-(53) məsələsi üçün $f = h(x)$:

$$h \in L^2(\Omega) \tag{57}$$

olan halda məhdud uducu çoxluğun və minimal qlobal attraktorun varlığı haqqında aşağıdakı teoremlər isbat olunub.

Teorem 22. (33)-(37), (54)-(57) şərtləri daxilində (51)-(53) ($f = h(x)$ olmaqla) məsələsinin

$$E = H_0^2(\Omega) \times L^2(\Omega) \times L^2(\Omega)$$

fəzasında məhdud uducu çoxluğu vardır .

Teorem 23. Tutaq ki, Teorem 22-nin şərtləri ödənilir. Onda (51)-(53) ($f = h(x)$ olmaqla) məsələsinin E fəzasında invariant və kompakt olan minimal qlobal attraktoru vardır.

Dördüncü fəsil üç paraqrafdan ibarətdir. Dördüncü fəslin birinci paraqrafında $Q=\Omega\times(0,T)$ ($\Omega\subset R^N(N\geq 1)$ - kifayət qədər hamar Γ sərhədli məhdud oblastdır) oblastında yarımxətti hiperbolik tənliklər sistemi üçün aşağıdakı qarışıq məsələyə baxılıb:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\dfrac{\partial}{\partial t}\left[u+\mathsf{F}_1(\upsilon)\right]-\Delta u=f_1, \\ \dfrac{\partial^2 \upsilon}{\partial t^2}+\dfrac{\partial}{\partial t}\left[\upsilon+\mathsf{F}_2(u)\right]-\Delta \upsilon=f_2, \end{cases} \tag{58}$$

$$u=0,\ \upsilon=0,\ (x,t)\in\Gamma\times[0,T], \tag{59}$$

$$\left[u+\mathsf{F}_1(\upsilon)\right]\Big|_{t=0}=u^{(0)}+w_1^{(0)},\ \ \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0}=u^{(1)}\ , \tag{60}$$

$$\left[\upsilon+\mathsf{F}_2(u)\right]\Big|_{t=0}=\upsilon^{(0)}+w_2^{(0)},\ \ \frac{\partial \upsilon}{\partial t}\Big|_{t=0}=\upsilon^{(1)}, \tag{61}$$

burada qeyri-xətti F_1, F_2 operatorları $\mathrm{M}\left(\Omega;C^0([0,T])\right)$ fəzasından $\mathrm{M}\left(\Omega;C^0([0,T])\right)$ fəzasına təsir edir.

Fərz olunur ki, F_i, $i=1,2$ operatorları hər bir $x\in\Omega$ nöqtəsində asılı olmadan təsir edən və (33)-(37) şərtlərini ödəyən yaddaş operatorlarıdır və:

$$u^{(0)}\in H_0^1(\Omega),\ w_1^{(0)}\in L^2(\Omega),\ u^{(1)}\in L^2(\Omega),\ f_1\in L^2(Q), \tag{62}$$

$$\upsilon^{(0)}\in H_0^1(\Omega),\ w_2^{(0)}\in L^2(\Omega),\ \upsilon^{(1)}\in L^2(\Omega),\ f_2\in L^2(Q). \tag{63}$$

Tərif 12. Tutaq ki,

$$u,\upsilon\in L^2\left(0,T;H_0^1(\Omega)\right)\cap H^1\left(0,T;L^2(\Omega)\right),$$

$$\mathsf{F}_1(\upsilon)\in L^2(Q),\ \mathsf{F}_2(u)\in L^2(Q)$$

və $\forall\overline{\upsilon}\in L^2\left(0,T;H_0^1(\Omega)\right)\cap H^1\left(0,T;L^2(\Omega)\right)$ (Ω-da s.h.y. $\overline{\upsilon}(\cdot,T)=0$) üçün

$$\iint_Q\left\{-\frac{\partial u}{\partial t}\cdot\frac{\partial\overline{\upsilon}}{\partial t}-\left[u+\mathsf{F}_1(\upsilon)\right]\frac{\partial\overline{\upsilon}}{\partial t}+\nabla u\cdot\nabla\overline{\upsilon}\right\}dxdt=$$

$$=\iint_Q f_1\overline{\upsilon}dxdt+\int_\Omega\left[u^{(0)}(x)+w_1^{(0)}(x)+u^{(1)}(x)\right]\overline{\upsilon}(x,0)dx,$$

$$\iint_Q \left\{ -\frac{\partial \upsilon}{\partial t} \cdot \frac{\partial \overline{\upsilon}}{\partial t} - \left[\upsilon + \mathsf{F}_2(u)\right] \frac{\partial \overline{\upsilon}}{\partial t} + \nabla \upsilon \cdot \nabla \overline{\upsilon} \right\} dxdt =$$

$$= \iint_Q f_2 \overline{\upsilon} dxdt + \int_\Omega \left[\upsilon^{(0)}(x) + w_2^{(0)}(x) + \upsilon^{(1)}(x) \right] \overline{\upsilon}(x,0) dx$$

bərabərlikləri ödənilir. Onda (u,υ) funksiyalar cütü (58)-(61) məsələsinin həlli adlanır.

(58)-(61) məsələsinin həllərinin varlığı və yeganəliyi haqqında aşağıdakı teoremlər isbat olunub.

Teorem 24. Tutaq ki, (33)-(37), (62)-(63) şərtləri ödənilir. Onda (58)-(61) məsələsinin

$$u, \upsilon \in W^{1,\infty}\left(0,T; L^2(\Omega)\right) \cap L^\infty\left(0,T; H_0^1(\Omega)\right),$$

$$\mathsf{F}_1(\upsilon),\ \mathsf{F}_2(u) \in H^1\left(0,T; L^2(\Omega)\right)$$

daxilolmalarını ödəyən heç olmasa bir (u,υ) həlli vardır.

Teorem 25. Tutaq ki, Teorem 24-ün şərtləri və aşağıdakı şərtlər ödənilir:

$$\begin{cases} \forall r > 0 \text{ üçün } \exists L_{2i}(r) > 0 \text{ var ki,} \\ \forall t \in (0,T],\ \forall u, \upsilon \in \left\{ \tilde{u} \in L^2(Q_t) : \|\tilde{u}\|_{L^2(Q_t)} \le r \right\} \text{ üçün :} \\ \left\| \mathsf{F}_i(u) - \mathsf{F}_i(\upsilon) \right\|_{L^2\left(\Omega; C^0([0,t])\right)} \le L_{2i}(r) \left\| u - \upsilon \right\|_{L^2\left(\Omega; L^2([0,t])\right)},\ \Omega - \text{da s.h.y.,} \end{cases}$$

$i = 1,2$. Onda (58)-(61) məsələsinin həlli yeganədir.

Dördüncü fəslin ikinci paraqrafında $Q = (0,L) \times (0,T)$ ($(0,L) \subset R^1$) oblastında simin eninə rəqsləri zamanı yaranan yaddaş operatorlu Timoşenko sistemi üçün aşağıdakı qrışıq məsələyə baxılıb:

$$\rho_1 \varphi_{tt} - a(\varphi_x + \psi)_x = 0, \tag{64}$$

$$\rho_2 \psi_{tt} - b\psi_{xx} + a(\varphi_x + \psi) + \mathsf{F}(\psi) = 0, \tag{65}$$

$$\varphi|_{x=0} = \varphi|_{x=L} = 0,\ \ \psi|_{x=0} = \psi|_{x=L} = 0 \quad (0,T)\text{-da,} \tag{66}$$

$$\varphi|_{t=0} = \varphi^{(0)}, \varphi_t|_{t=0} = \varphi^{(1)}, \psi|_{t=0} = \psi^{(0)}, \psi_t|_{t=0} = \psi^{(1)},\ \mathsf{F}(\psi)|_{t=0} = w^{(0)} \tag{67}$$

$(0,L)$-da. Burada t - zaman dəyişəni, x - tarazlıq vəziyyətində uzunluğu L olan simin nöqtəsinin koordinatıdır; $\varphi^{(0)},\varphi^{(1)},\psi^{(0)},\psi^{(1)},w^{(0)}:\ (0,L)\to R$ - verilmiş funksiyalar, ρ_1,ρ_2,a,b - məlum müsbət sabitlərdir.

Fərz olunur ki, F operatoru $\mathrm{M}(0,L;C^0([0,T]))$ fəzasından $\mathrm{M}(0,L;C^0([0,T]))$ fəzasına təsir edir, burada $\mathrm{M}(0,L;C^0([0,T]))$ - $(0,L)$-dən $C^0([0,T])$-yə təsir edən ölçülən funksiyalar fəzasıdır və F hər bir $x\in(0,L)$ nöqtəsində asılı olmadan təsir edən yaddaş operatorudur, yəni $[\mathsf{F}(\psi(x,\cdot))](\mathrm{t})\quad \psi(x,\cdot)|_{[0,t]}$-dən asılıdır, lakin ixtiyari $y\neq x$ üçün $\psi(y,\cdot)|_{[0,t]}$-dən asılı deyildir.

Tutaq ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:

$$\begin{cases}\forall\, t\in[0,T] \text{ üçün } [0,t]-\text{da } \upsilon_1=\upsilon_2 \text{ olan}\\ \forall\,\upsilon_1,\upsilon_2\in \mathrm{M}(0,L;C^0([0,T])) \text{ üçün}\\ [\mathsf{F}(\upsilon_1)](\cdot,t)=[\mathsf{F}(\upsilon_2)](\cdot,t),\ \ (0,L)-\text{da s.h.y.};\end{cases}\tag{68}$$

$$\begin{cases}\mathrm{M}(0,L;C^0([0,T]))-\text{da } \upsilon_{\mathrm{n}}\Rightarrow\upsilon\text{-sa, onda}\\ \mathsf{F}(\upsilon_n)\Rightarrow\mathsf{F}(\upsilon)\quad [0,T]-\text{da},\ (0,L)-\text{da s.h.y.};\end{cases}\tag{69}$$

$$\begin{cases}\exists L_1>0,\ \exists g\in L^2(0,L) \text{ var ki}, \forall\upsilon\in M(0,L;C^0([0,T])) \text{ üçün}\\ \|[\mathsf{F}(\upsilon)](x,\cdot)\|_{C^0([0,T])}\le L_1\|\upsilon(x,\cdot)\|_{C^0([0,T])}+g(x),\ (0,L)-\text{da s.h.y};\end{cases}\tag{70}$$

$$\begin{cases}\forall\ [t_1,t_2]\subset[0,T] \text{ üçün } (0,L)-\text{da s.h.y.}, [t_1,t_2]\text{-da affin}\\ \text{olan } \forall\upsilon\in M(0,L;C^0([0,T])) \text{ üçün } (0,L)-\text{da s.h.y.}\\ \{[\mathsf{F}(\upsilon)](x,t_2)-[\mathsf{F}(\upsilon)](x,t_1)\}[\upsilon(x,t_2)-\upsilon(x,t_1)]\ge 0;\end{cases}\tag{71}$$

$$\varphi^{(0)},\psi^{(0)}\in H_0^1(0,L),\ \varphi^{(1)},\psi^{(1)},w^{(0)}\in L^2(0,L).\tag{72}$$

Tərif 13. Tutaq ki,

$$\varphi,\psi \in L^2\left(0,T;H_0^1(0,L)\right)\cap H^1\left(0,T;L^2(0,L)\right),$$
$$\mathsf{F}(\psi)\in L^2(Q);$$
$$\varphi\big|_{t=0}=\varphi^{(0)},\ \psi\big|_{t=0}=\psi^{(0)},\ \mathsf{F}(\psi)\big|_{t=0}=w^{(0)},\quad (0,L)\text{- da}$$

və $\forall \upsilon \in L^2\left(0,T;H_0^1(0,L)\right)\cap H^1\left(0,T;L^2(0,L)\right)$ $\left(\upsilon(\cdot,T)=0,\ (0,L)\text{-da}\right)$ üçün

$$\iint_Q \left\{-\rho_1\frac{\partial\varphi}{\partial t}\cdot\frac{\partial\upsilon}{\partial t}+a\varphi_x\upsilon_x-a\psi_x\upsilon\right\}dxdt=-\rho_1\int_0^L\varphi^{(1)}(x)\upsilon(x,0)dx,$$

$$\iint_Q \left\{-\rho_2\frac{\partial\psi}{\partial t}\cdot\frac{\partial\upsilon}{\partial t}+b\psi_x\upsilon_x+a\varphi_x\upsilon+a\psi\upsilon+\mathsf{F}(\psi)\upsilon\right\}dxdt=$$
$$=-\rho_2\int_0^L\psi^{(1)}(x)\upsilon(x,0)dx$$

bərabərlikləri ödənilir. Onda (φ,ψ) funksiyalar cütü (64)-(67) məsələsinin həlli adlanır.

(64)-(67) məsələsinin həllərinin varlığı və yeganəliyi haqqında aşağıdakı teoremlər isbat olunub.

Teorem 26. Tutaq ki, (68)-(72) şərtləri ödənilir. Onda (64)-(67) məsələsinin

$$\left.\begin{aligned}&\varphi,\psi\in L^\infty\left(0,T;H_0^1(0,L)\right)\cap H^1\left(0,T;L^2(0,L)\right),\\&\mathsf{F}(\psi)\in L^2\left(0,L;C^0([0,T])\right)\end{aligned}\right\}\qquad(73)$$

daxilolmalarını ödəyən heç olmasa bir (φ,ψ) həlli vardır.

Teorem 27. Tutaq ki, Teorem 26-nın şərtləri ödənilir və F operatoru həm də qlobal Lipşits kəsilməzlik şərtini ödəyir:

$$\exists L_2>0:\ \forall t\in(0,T],\ \forall\upsilon_1,\upsilon_2\in L^2\left(0,L;C^0([0,t])\right),$$
$$\left\|\mathsf{F}(\upsilon_1)-\mathsf{F}(\upsilon_2)\right\|_{L^2\left(0,L;C^0([0,t])\right)}\le L_2\left\|\upsilon_1-\upsilon_2\right\|_{L^2\left(0,L;C^0([0,t])\right)}.$$

Onda (64)-(67) məsələsinin ((73) şərtini ödəyən) həlli yaganədir.

Dördüncü fəslin üçüncü paraqrafında $Q=\Omega\times(0,T)$ oblastında kvazixətti hiperbolik tənlik üçün akustik sərhəd şərtli aşağıdakı qarışıq məsələyə baxılıb:

$$u_{tt}+[u+\mathsf{F}(u)]_t-\Delta u=f\,, \tag{74}$$

$$u=0,\quad (x,t)\in\Gamma_0\times[0,T], \tag{75}$$

$$u_t+pz_{tt}+lz_t+rz=0,\quad (x,t)\in\Gamma_1\times[0,T], \tag{76}$$

$$\frac{\partial u}{\partial\nu}=z_t,\quad (x,t)\in\Gamma_1\times[0,T], \tag{77}$$

$$[u+\mathsf{F}(u)]\big|_{t=0}=u^{(0)}+w^{(0)},\ \ u_t\big|_{t=0}=u^{(1)},\ x\in\Omega, \tag{78}$$

$$z\big|_{t=0}=z^{(0)},\ z_t\big|_{t=0}=\frac{\partial u^{(0)}}{\partial\nu}\equiv z^{(1)},\ x\in\Gamma_1, \tag{79}$$

burada $\Omega\subset R^N\ (N\geq 1)-$kifayət qədər hamar $\Gamma=\Gamma_0\bigcup\Gamma_1$ sərhədli məhdud oblastdır, belə ki, $\Gamma_0\bigcap\Gamma_1=\varnothing$; $p,l,r\colon\Gamma_1\to R-$ məlum funksiyalardır, $\nu(x)-\ \Gamma$ sərhədinin $x\in\Gamma$ nöqtəsində xarici vahid normalıdır və qeyri-xətti F operatoru $\mathrm{M}(\Omega;C^0([0,T]))$ fəzasından $\mathrm{M}(\Omega;C^0([0,T]))$ fəzasına təsir edir. Fərz olunur ki, F hər bir $x\in\Omega$ nöqtəsində asılı olmadan təsir edən və (33)-(37) şərtlərini ödəyən yaddaş operatorudur. Həmçinin fərz olunur ki,

$$u^{(0)}\in\widehat{H},\ w^{(0)}\in L^2(\Omega),\ u^{(1)}\in L^2(\Omega),\ z^{(0)},z^{(1)}\in L^2(\Gamma_1), \tag{80}$$

$$f\in L^2(Q), \tag{81}$$

burada

$$\widehat{H}=\{u\in H^1(\Omega)\colon\gamma_0(u)=0,\ \Gamma_0-\text{da s.h.y.}\}.$$

(74)-(79) məsələsinin zəif həlli anlayışı daxil olunub.

Tərif 14. Tutaq ki,

$$u\in L^2(0,T;\widehat{H}),\ u_t\in L^2(Q),\ z\in L^2(\Gamma_1),\ z_t\in L^2(\Gamma_1),$$
$$\mathsf{F}(u)\in L^2(Q)$$

və $\forall \upsilon \in \widehat{H}$ üçün, $D'(0,T)$-də paylanmalar mənasında

$$\tfrac{d}{dt}(u_t,\upsilon)_{L^2(\Omega)} + \tfrac{d}{dt}(u+\mathsf{F}(u),\upsilon)_{L^2(\Omega)} + (\nabla u,\nabla \upsilon)_{L^2(\Omega)} -$$
$$-(z_t,\gamma_0(\upsilon))_{L^2(\Gamma_1)} = (f,\upsilon)_{L^2(\Omega)}$$

bərabərliyi və $\forall e \in L^2(\Gamma_1)$ üçün, $D'(0,T)$-də paylanmalar mənasında

$$\tfrac{d}{dt}(\gamma_0(u)+pz_t,e)_{L^2(\Omega)} + (lz_t+rz,e)_{L^2(\Gamma_1)} = 0$$

bərabərliyi ödənilir; həmçinin:

$$[u+\mathsf{F}(u)]\big|_{t=0} = u^{(0)} + w^{(0)}, \quad u_t\big|_{t=0} = u^{(1)} \quad \Omega\text{-da s.h.y.},$$
$$z\big|_{t=0} = z^{(0)},\ z_t\big|_{t=0} = z^{(1)} \quad \Gamma_1\text{-də s.h.y.}$$

Onda $(u(x,t),z(x,t))$ funksiyalar cütü (74)-(79) məsələsinin zəif həlli adlanır.

t dəyişəninə görə diskretizasiya üsulundan istifadə etməklə, (74)-(79) məsələsinin zəif həllərinin varlığı haqqında aşağıdakı teorem isbat olunub.

Teorem 28. Tutaq ki, (33)-(37), (80)-(81) şərtləri ödənilir və

$$p,l,r \in C(\Gamma_1),$$
$$p(x) \ge 0,\ l(x) > 0,\ r(x) \ge 0 \ \ (x \in \Gamma_1).$$

Onda (74)-(79) məsələsinin (u,z) zəif həlli vardır.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli qarışıq məsələlərin, həmçinin yaddaş operatorlu və histerezisli qeyri-xətti hiperbolik və parabolik tənliklər üçün başlanğıc-sərhəd məsələlərinin tədqiqinə həsr olunub.

Dissertasiyada aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- fokuslanmış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli qarışıq məsələnin $p \le \min\{q_1, q_2\}$ olduqda qlobal zəif həllərinin varlığı haqqında nəticə, $p > \max\{q_1, q_2\}$ olduqda isə bu məsələnin zəif həllərinin sonlu zaman müddətində dağılması haqqında nəticə alınmışdır;
- fokuslanmamış mənbələrlə olan qeyri-xətti dalğa tənlikləri üçün akustik qoşmalıq şərtli qarışıq məsələnin qlobal güclü həllərinin varlığı, yeganəliyi və eksponensial sürətlə azalması isbat olunmuşdur; belə məsələ üçün minimal qlobal attraktorun varlığı haqqında nəticə alınmışdır;
- yaddaş operatorlu yarımxətti hiperbolik tənlik üçün başlanğıc-sərhəd məsələsinin həllərinin varlığı və yeganəliyi isbat olunmuşdur, bu məsələ üçün minimal qlobal attraktorun varlığı haqqında nəticə alınmışdır;
- yaddaş operatorlu yarımxətti hiperbolik tənliklər sistemi və yaddaş operatorlu Timoşenko sistemi üçün qarışıq məsələlərin həllərinin varlığı isbat olunmuşdur; yaddaş operatorlu yarımxətti hiperbolik tənlik üçün akustik sərhəd şərtli qarışıq məsələnin zəif həllərinin varlığı haqqında nəticə alınmışdır.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə dərc olunmuşdur:

1. Исаева, С.Э. Смешанная задача для одного гиперболического уравнения четвертого порядка с запоминающим оператором // – Баку: Известия БГУ, серия физ.-мат. наук, – 2015. №3, – с. 88-98.
2. Исаева, С.Э. Смешанная задача для одного полулинейного гиперболического уравнения с запоминающим оператором с акустическими граничными условиями // – Баку: Известия БГУ, серия физ.-мат. наук, – 2017. №1, – с. 34-43.
3. Исаева, С.Э. Смешанная задача для одной системы полулинейных гиперболических уравнений с запоминающими операторами // – Елец: CONTINUUM Математика, Информатика, Образование, – 2018. №2 (10), – с. 35-40.
4. Исаева, С.Э. Смешанная задача для одного квазилинейного параболического уравнения с гистерезисом // – Екатеринбург: Международный научно-исследовательский журнал, часть I, – 2018. №9 (75), – p. 24-31.
5. Исаева, С.Э. Смешанная задача для одной системы с акустическими условиями сопряжения // – Сыктывкар: Вестник Сыктывкарского Университета, Серия 1: Математика, Механика, Информатика, Образование, – 2018. №4 (29), – с. 34-42.
6. Исаева, С.Э. Существование глобального аттрактора для одной задачи с запоминающим оператором // Тезисы Международной конференции по математике и механике, посвященной 50-летию института математики и механики НАН Азербайджана, – Баку: – 2009. – с. 150-151.
7. Исаева, С.Э. Смешанная задача для одного квазилинейного гиперболического уравнения с запоминающим оператором // Материалы четвертой международной научной конференции “Функционально - дифференциальные уравнения и их приложения“, – Махачкала: – 21 – 24 сентября, – 2009. – с. 127-128.

8. Исаева, С.Э. Смешанная задача для одного квазилинейного гиперболического уравнения с запоминающим оператором // Тезисы Международной конференции, посвященной 80-летнему юбилею академика Ф. Г. Максудова “Спектральная теория и ее приложения“, – Баку: – 2010. – с. 173-175.
9. Исаева, С.Э. Смешанная задача для квазилинейного гиперболического уравнения // Тезисы II Международной школы-семинар “Нелинейный анализ и экстремальные задачи“, – Иркутск: – 28 июня – 4 июля, – 2010. – с. 32-33.
10. Исаева, С.Э. Существование ограниченного поглощающего множества для одной смешанной задачи с запоминающим оператором // Функциональный анализ и его приложения. Материалы Международной конференции, посвященной 100 летнему юбилею академика З.И.Халилова, – Баку: – 2011. – с. 156-159.
11. Исаева, С.Э. Существование ограниченного поглощающего множества для одной проблемы с гистеризисом // Материалы VI Международной научной конференции “Функционально-дифференциальные урав-нения и их приложения“, – Махачкала: – 23 – 26 сентября, – 2013. – с. 135-137.
12. Исаева, С.Э. Смешанная задача для одного полулинейного гиперболического уравнения с запоминающим оператором // Актуальные проблемы математики и механики, Материалы Международной конференции, посвященной 55-летию института математики и механики НАН Азербайджана, – Баку: – 2014. – с. 180-182.
13. Исаева, С.Э. Асимптотическая компактность полугруппы, порожденной смешанной задачей для полулинейного гиперболического уравнения с запоминающим оператором // Материалы международной конференции “Прикладные отрасли математики и ИКТ. Новые учебные технологии”, – Гянджа: – 2014. – с. 94-101.

14. Исаева, С.Э. Смешанная задача для одного гиперболического уравнения четвертого порядка с запоминающим оператором // Материалы республиканской научной конференции “Актуальные проблемы математики и механики”, – Баку: – 20 – 21 мая, – 2015. – с. 48-49.
15. Исаева, С.Э. Смешанная задача для одной системы полулинейных гиперболических уравнений с запоминающим оператором // Материалы республикан-ской научной конференции “Актуальные проблемы математики и механики”, – Баку: – 17 – 18 мая, – 2017. – с. 175-177.
16. Исаева, С.Э. Смешанная задача для одного полулинейного гиперболического уравнения с запоминающим оператором с акустическими граничными условиями // Материалы V Международной научной конференции “Международные Колмогоровские чтения - XIV, посвященные 100-летию проф. З.А.Скопеца“, – Коряжма: – 12 – 15 сентября, – 2017. – с. 40-43.
17. Исаева, С.Э. Смешанная задача для одной системы с акустическими граничными условиями // Материалы XII Международной конференции “Фундаментальные и прикладные проблемы математики и информатики“, – Махачкала: – 19 – 22 сентября, – 2017. – с. 118-119.
18. Исаева, С.Э. Система полулинейных гиперболических уравнений с запоминающим оператором // Материалы республиканской научной конференции “Актуальные проблемы математики и механики”, – Баку: – 2 – 3 ноября, – 2017. – с. 192-194.
19. Исаева, С.Э. Смешанная задача для одной системы полулинейных гиперболических уравнений с запоминающим оператором // Материалы Международ-ной Конференции посвященной 100-летию со дня рождения С. Г. Крейна, – Воронеж: – 13 – 19 ноября, – 2017. – с. 103-105.
20. Исаева, С.Э. Смешанная задача для одного квазилинейного параболического уравнения с гистерезисом // Новейшие достижения и успехи развития технических наук,

Выпуск III, Сборник научных трудов по итогам международной научно-практической конференции, – Краснодар: июнь, – 2018. – с. 41-43.
21. Исаева, С.Э. Существование локальных решений смешанной задачи для волновых уравнений с акустическими условиями сопряжения // Материалы Международной научно-практической конференции “Современная математика и ее приложения“, Чеченский Государственный Педагогический Университет, – Грозный: – 21 – 23 октября, – 2018. – с. 70-72.
22. Исаева, С.Э. Существование локальных решений для нелинейных волновых уравнений с акустическими условиями сопряжения // Материалы республиканской научной конференции “Актуальные проблемы математики и механики”, – Баку: – 17 – 18 мая, – 2019. – с. 97-98.
23. Исаева, С.Э. Существование локальных решений для нелинейных гиперболических уравнений с акустическими условиями сопряжения // “Фундаментальные и прикладные проблемы математики и информатики“, Материалы XIII Международной конференции, приуроченной к 55-летию факультета математики и компьютерных наук, – Махачкала: – 16 – 20 сентября, – 2019. – с. 74-76.
24. Исаева, С.Э. Существование локальных решений для одного нелинейного уравнения с акустическими условиями сопряжения // Материалы республиканской научной конференции “Актуальные проблемы математики и механики”, – Баку: – 20 – 21 мая, – 2020. – с. 135-136.
25. Исаева, С.Э. Существование локальных решений для одного нелинейного уравнения с акустическими условиями сопряжения // IV Всероссийская конференция с международным участием “Математическое моделирование и информационные технологии”, Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина, – Сыктывкар: – 12 – 14 ноября, – 2020. – с. 53.
26. Aliev, A.B., Isayeva, S.E. The existence and behavior of global solutions to a mixed problem with acoustic transmission

conditions for nonlinear hyperbolic equations with nonlinear dissipation // – Moscow: Doklady Mathematics, – 2018. 98 (3), – p. 555-558.
27. Aliev, A.B., Isayeva, S.E. Existence and nonexistence of global solutions for nonlinear transmission acoustic problem // Turkish Journal of Mathematics, – 2018. 42 (6), – p. 3211-3231.
28. Aliev, A.B., Isayeva, S.E. A qlobal attractor for one semilinear hyperbolic equation with memory operator // – Moscow: Computational Mathematics and Mathematical Physics, – 2015. vol. 55, №11, – p. 1823-1835.
29. Aliev, A.B., Isayeva, S.E. Exponential stability of the nonlinear transmission acoustic problem // Mathematical Methods in the Applied Sciences, – 2018. 41 (16), – p. 7055-7073.
30. Aliev, A.B., Isayeva, S.E. Attractors for Semilinear Wave Equations with Acoustic Transmission Conditions // – Moscow: Differential Equations, – 2020. 56, – p. 447-461.
31. Aliev, A.B., Isayeva, S.E. Existence and nonexistence of global solutions for nonlinear transmission acoustic problem // Proceedings of the 6th International Conference on Control and Optimization with Industiral Applications, Volume II, – Baku: – 11 – 13 july, – 2018. – p. 56-58.
32. Aliev, A.B., Isayeva, S.E. Existence of local solutions for nonlinear wave equations with transmission acoustic conditions // “Modern problems of innovative technologies in oiland gas production and applied mathematics“, Proceedings of the International Conference dedicated to 90th anniversary of acad. Azad Mirzajanzade, ANAS, Az. State Oil and Industry University, – Baku: – 13 – 14 december, – 2018. – p. 123-125.
33. Aliev, A.B., Isayeva, S.E. Attractor for nonlinear transmission acoustic problem // Spectral Theory and its Applications, International Workshop dedicated to 80th anniversary of acad. Mirabbas Geogja oglu Gasymov, IMM of NAS of Azerbaijan, – Baku: – 7 – 8 june, – 2019. – p. 31-33.
34. Aliev, A.B., Isayeva, S.E. Attractor for nonlinear transmission acoustic problem // 8th International Eurasian

Conference on Mathematical Sciences and Applications Dedicated to the 100th Anniversary of Baku State University (IECMSA-2019), Book of Abstracts, – Baku: – 27 – 30 august, – 2019. – p. 99-100.
35. Isayeva, S.E. The mixed problem for one semilinear hyperbolic equation with memory // – Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, – 2010. vol. XXX, № 1, – p. 105-112.
36. Isayeva, S.E. The mixed problem for quasilinear parabolic equation with memory // – Baku: Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, – 2010. vol. XXXII, №1, – p. 111-118.
37. Isayeva, S.E. The existence of an absorbing set for one mixed problem with memory operator // – Baku: Transactions issue mathematics and mechanics series of physical-technical and mathematical sciences, – 2011. vol. XXXI, №4, – p. 85-94.
38. Isayeva, S.E. The existence of an absorbing set for one mixed problem with hysteresis // – Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, – 2013. vol. XXXIII, № 1, – p. 27-34.
39. Isayeva, S.E., Şukurova G. D. The initial-boundary value problem for one fourth order hyperbolic equation with memory operator // – Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue Mathematics, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences, – 2016. vol. XXXVI, № 1, – p. 64-73.
40. Isayeva, S.E. The initial-boundary value problem for one system of semilinear hyperbolic equations with memory operator // – Baku: News of BSU, series of phus.-math. sciences, – 2018. №2, – p. 26-36.
41. Isayeva, S.E. Existence of local solutions for nonlinear wave equations with transmission acoustic conditions // – Baku: News of BSU, series of phus.-math. sciences, – 2018. №3, – p. 28-44.
42. Isayeva, S.E. The existence of a global attractor for one fourth order hyperbolic equation with memory operator // Universal Journal of Mathematics and Applications, – 2019. vol. II, Issue I, ISSN 2619-9653, – p. 36-41.
43. Isayeva, S.E., Rzayeva, N.A. Timoshenko systems with memory in external force // Applied Mathematical Sciences, HIKARI Ltd, – 2019. vol. 13, №2, – p. 87-101.

44. Isayeva, S.E. Existence of solutions of nonlinear strongly dissipative wave equations with acoustic transmission conditions // – Moscow: Computational Mathematics and Mathematical Physics, – 2020. 60, – p. 286-301.
45. Isayeva, S.E. Nonlinear wave equations with nonlinear transmission acoustic condition // – Baku: Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, – 2021. vol. 47, №2, – p. 232-249.
46. Isayeva, S.E. Existence of a bounded adsorbing set for one problem with hysteresis // Тезисы Международной конференции по физике, математике и технических наук, – Нахичевань: – 2008. – с. 99-100.
47. Isayeva, S.E. Existence of a bonded absorbing set for one problem with hysteresis // Abstracts of the Third Congress of the World Mathematical Society of Turkic Countries, – Almaty: – june 30 – july 4, vol. 1, – 2009. – p. 217.
48. Isayeva, S.E., Rzayeva N.A. Timoshenko systems with memory operator in shear force // Материалы международной научной конференции “Теоретические и прикладные проблемы математики”, – Сумгаит: – 25 – 26 мая, – 2017. – с. 119-120.
49. Isayeva, S.E. The existence of a global attractor for one fourth order hyperbolic equation with memory operator // Abstracts of VI congress of the Turkic world mathematical society, – Astana: – 2 – 5 october, – 2017. – p. 71.
50. Isayeva, S.E. The existence and uniqueness of global solutions for the nonlinear transmission acoustic problem // Материалы республиканской научной конференции “Актуальные проблемы математики и механики”, – Баку: – 17 – 18 мая, – 2018. – с. 55-58.
51. Isayeva, S.E. Existence of global solutions of one nonlinear transmission acoustic problem // Operators, Functions, and Systems of Mathematical Physics Conference, International conference dedicated to Hamlet Isaxanli’s 70th anniversary, Khazar University, – Baku: – 21 – 24 may, – 2018. – p. 103-105.
52. Isayeva, S.E. Asymptotic behaviour of solutions of one fourth order hyperbolic equation with memory operator // IX International

Conference of the Georgian Mathematical Union, – Batumi – Tbilisi: – 3 – 8 september, – 2018. – p. 135.
53. Isayeva, S.E. The existence of a global attractor for one fourth order hyperbolic equation with memory operator // Материалы Пятой Международной конференции, посвященной 95-летию со дня рождения Л.Д.Кудрявцева “Функциональные пространства“, Российский Университет Дружбы Народов (РУДН), – Москва: – 26 – 29 ноября, – 2018. – с. 97-98.

Dissertasiyanın müdafiəsi **6 may 2022-ci il tarixində saat 14^{00}** –da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **30 mart 2022-ci il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 25.02.2022

Kağızın formatı: 60x84 1/16

Həcm: 76559

Tiraj: 30