AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

YARIMXƏTTİ HİPERBOLİK TƏNLİKLƏRDƏN İBARƏT SİSTEM ÜÇÜN BİRCİNS VƏ QEYRİ-BİRCİNS SƏRHƏD ŞƏRTLİ QARIŞIQ MƏSƏLƏLƏRİN QLOBAL HƏLLƏRİNİN VARLIĞI VƏ YOXLUĞU

İxtisas: 1211.01 – Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Samirə Oqtay qızı Rüstəmova**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2022

Dissertasiya işi AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Diferensial tənliklər" şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Əkbər Bayram oğlu Əliyev

Rəsmi opponentlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Hamlet Fərman oğlu Quliyev
riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Mahir Mirzəxan oğlu Səbzəliyev
fizika- riyaziyyat elmlər namizədi, dosent
Şirmayıl Həsən oğlu Bağırov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası.

Dissertasiya şurasının sədri:
AMEA–nın müxbir üzvü, f.–r.e.d., professor

_________________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi:
f.–r.e.n.
_________________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri:
AMEA–nın həqiqi üzvü, f.–r.e.d., professor

_________________ **Yusif Əbülfət oğlu Məmmədov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Təbiətşünaslığın müxtəlif məsələlərinin tədqiqi xüsusi törəməli diferensial tənliklərə gətirilir. Xüsusi törəməli tənliklər arasında qeyri-xətti hiperbolik tənliklərin öyrənilməsi daha böyük maraq kəsb edir. Bu sahədə çoxlu sayda araşdırmaların aparılmasına baxmayaraq, hələ də həll edilməmiş açıq məsələlər çoxdur. Qeyri-xətti hiperbolik tənliklər üçün əsas məsələ uyğun qarışıq məsələnin həllinin varlığını göstərmək və həllərin davranışını tədqiq etməkdir.

Qeyri-xətti hiperbolik tənliklər və sistemlər üçün qarışıq məsələnin tədqiqi istiqamətində ciddi araşdırmalar keçən əsrin ortalarından etibarən başlamışdır. 1969–cu ilədək bu sahədə aparılan əsas tədqiqatların nəticələri J.L.Lionsun monoqrafiyasında öz əksini tapmışdır. J.L.Lionsun monoqrafiyası çap olunduqdan sonra qeyri-xətti hiperbolik tənliklərin araşdırılması istiqamətində tədqiqatlar daha intensiv şəkildə aparılmışdır. Həmin işlər arasında L.Bocio, İ.Lasieçka, İ.Çeuşov, M.Eller, M.Ramaha, K.Agre, K.Xudaverdiyev, V.Kələntərov, Ə.B.Əliyev və bir sıra başqa müəlliflərin işlərində aparılmış tədqiqatları qeyd etmək olar. Bu tədqiqatlar arasında dissertasiyanın mövzusuna bilavasitə yaxın olan bəzi məqalələri qeyd edək.

1994-cü ildə V.Georgiyev və G.Todorova $[0,T]\times\Omega$ oblastında

$$u_{tt}-\Delta u+|u_t|^{m-1}u_t=|u|^{p-1}u,$$
$$u\big|_{\partial\Omega}=0,$$
$$u(0,x)=\varphi(x),\ u_t(0,x)=\psi(x),\ x\in\Omega$$

başlanğıc-sərhəd məsələsinin lokal və qlobal həllinin varlığını araşdırmışlar, burada Ω hamar sərhədə malik məhdud oblastdır. $n=1,2$ halında $1<p<m$ şərti ödənilərsə, $n\geq 3$ halında isə əlavə olaraq $p<\dfrac{n}{n-2}$ şərti ödənilərsə, göstərilmişdir ki, istənilən

$\varphi \in H_0^1, \psi \in L_2(\Omega)$ üçün baxılan məsələnin yeganə $u \in C([0,T]; H_0^1) \cap C^1([0,T]; L_2(\Omega))$ həlli var. $p > m$ halında isə göstərilən şərtlər daxilində elə başlanğıc şərtlər var ki, onlara uyğun lokal həllər sonlu zaman ərzində sıçrayışa uğrayır (blow-up) (Journal of Differential Equations 1994, 109, p.295-308).

Sonralar bu sahədə müxtəlif araşdırmalar aparılmış və daha geniş sinif tənliklər üçün analoji nəticələr əldə edilmişdir. Məsələn, L.Bocio, İ.Lasieçka işində hamar Γ sərhədinə malik məhdud Ω oblastında

$$u_{tt} - \Delta u + g_0(u_t) = f(u),$$

$$\partial_v u + u + g(u_t) = h(u), \Gamma \times [0, \infty),$$

$$u(0,x) = \varphi(x), \, u_t(0,x) = \psi(x), x \in \Omega$$

başlanğıc şərti daxilində qarışıq məsələ araşdırılmış və lokal həllərin varlığını göstərmişlər (burada ∂_v, Γ səthinə çəkilmiş vahid normala nəzərən törəmədir). Onlar həmin məsələnin qlobal həllərinin varlığını da tədqiq etmişlər. Burada,

$g_0(s)s \approx |s|^{m+1}, m > 0,\ g(s)s \approx |s|^{q+1}, q > 0, |f'(s)| \le C|s|^{p-1}$,
$1 \le p \le 3$,

$p > 3$ olduqda əlavə fərz olunur ki, $|f''(s)| \le C(1 + |s|^{p-2})$,

$3 < p < \dfrac{6m}{m+1}$, $0 < q < 1$ olduqda $|h'(s)| \le C(1+|s|^{k-1})$, $1 \le k \le \dfrac{4q}{q+1}$,

$q \ge 1$ olduqda $|h''(s)| \le C(1+|s|^{k-2})$.

Bu sahədə ciddi araşdırmalardan biri E.Vitalaro tərəfindən aparılmışdır. E.Vitalaro müsbət başlanğıc enerjiyə malik həllin partlayışını müəyyən etmək üçün yeni isbat metodu işləmişdir (Archive for Rational Mechanics and Analysis,-1999.149,-p.155-182).

İ.Çeuşov, M.Eller, İ.Lasieçka qeyri-xətti dissipasiyalı dalğa tənlikləri üçün qeyri-xətti dissipasiyalı Robin sərhəd şərti daxilində

başlanğıc-sərhəd məsələsinin qlobal həllərinin xüsusiyyətlərini tədqiq edib, qlobal minimal attraktorun varlığını göstərmişlər.
Qeyd edək ki, V.Kamornik və E. Zuazua tərəfindən qeyri-xətti dalğa tənliklərinin həllərinin azalma tərtibinin müəyyən edilməsi üçün yeni metodlar verilmişdir (Journal de Mathematiques Pures et Appliques, -1990, 69, -p.33-54).

Qeyri-xətti dalğa tənliklərindən ibarət sistemlərin tədqiqi istiqamətində ciddi araşdırmalar aparılmışdır. Məsələn, yarımxətti hiperbolik sistem üçün Koşi məsələsi 1964–cü ildə Siqalın məqaləsində baxılmışdır. O, həmin işdə

$$\left.\begin{aligned} u_{1tt} - \Delta u + u_1 u_2^2 &= f_1(t,x) \\ u_{2tt} - \Delta u_2 + u_1^2 u_2 &= f_2(t,x) \end{aligned}\right\}$$

şəklində Klein–Gordon sistemi üçün Koşi məsələsinə baxmış və həmin məsələnin həllərini araşdırmışdır. Sonra həmin sistem daha ümumi halda Medeyros və M.Miranda tərəfindən araşdırılmışdır. Həmin işdə onlar $t \in [0,T],\ \ x \in R^n$ oblastında fokuslanmamış qeyri-xətti mənbə funksiyasına malik

$$\left.\begin{aligned} u_{1tt} - \Delta u_1 + |u_1|^{\rho} |u_2|^{\rho+2} u_1 &= f_1(t,x) \\ u_{2tt} - \Delta u_2 + |u_1|^{\rho+2} |u_2|^{\rho} u_2 &= f_2(t,x) \end{aligned}\right\}, \quad t \in [0,T],\ \ x \in R^n$$

şəklində qeyri-xətti sistem üçün potensial çuxuru araşdırmış və alınmış nəticələrdən istifadə edərək qlobal həllin varlığı haqqında teorem isbat etmişlər (Funkialaj Exvacioi, 1987,30, p. 147-161).

Bu sahədə çoxlu sayda araşdırmalar aparılmışdır. Həmin araşdırmalar arasında W.Liu, M.M.Miranda, A.T.Lourendo, A.T.Clark, H.R.Clark, Y.Wang, Y.Ye, Z.Yang, G.W.Chen, Ə.B.Əliyev, A.Kazımov və başqalarının məqalələrini qeyd etmək olar.

Bir sıra məqalələrdə qeyri-xətti dalğa tənliyi üçün sərhəd şərtində qeyri-xətti operator iştirak edən qarışıq məsələlər tədqiq edilmişdir. Məsələn N.T.Long, L.V.Ut, N.T.Truc, N.T.Long və başqalarının məqalələrində sərhəd şərtində qeyri-xətti operator iştirak edən birölçülü qeyri-xətti dalğa tənliyi üçün qarışıq məsələnin lokal və qlobal həllərinin varlığı tədqiq olunmuşdur. Göstərilən işlərdə qarışıq məsələni həll etmək üçün Qalyorkin metodundan istifadə edilmişdir.

Qeyri-xətti dalğa tənliyi üçün praktik əhəmiyyətə malik dinamik sərhəd şərtli qarışıq məsələlər əsaslı tədqiq olunmamışdır. Bu sahədə aparılan tədqiqatlardan İ.Lasieçka, L.Bocio, İ.Çeuşov, M.Eller, M.Ramaha, E.Zuazua, E.A.Vitalaro, M.Pulkinanın məqalələrini göstərmək olar.

Dissertasiyada yüksək tərtib yarımxətti hiperbolik tənliklərdən ibarət bir sinif sistemlər üçün Rikye sərhəd şərtli qarışıq məsələnin həllinin varlığı və ya yoxluğu araşdırılmışdır. Bundan başqa, işdə yarımxətti dinamik sərhəd şərtli qarışıq məsələnin həllinin varlığı və həllərin asimptotikası tədqiq edilmişdir.

Alınmış bütün nəticələr ciddi riyazi isbatla əsaslandırılmışdır.

Yuxarıda deyilənlərə əsasən dissertasiyanın mövzusu aktualdır, həmin sahədə çalışan riyaziyyatçıların diqqət mərkəzindədir və bu sahədə araşdırmalar davam etdirilməkdədir.

Tədqiqatın obyekti və predmeti.

Yarımxətti hiperbolik tənliklərdən ibarət tənliklər sistemi üçün qarışıq məsələlər, baxılan məsələlərin lokal həllərinin varlığı və yeganəliyinin araşdırılması, qlobal həllərin varlığının və ya yoxluğunun müəyyən edilməsi.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Dissertasiyada məqsəd müəyyən sinif yarımxətti hiperbolik tənliklər sistemi üçün Rikye sərhəd şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin və birölçülü qeyri-xətti dalğa tənliyi üçün dinamik sərhəd şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin lokal və qlobal həllərinin varlığını araşdırmaqdan ibarətdir.

İşdə qarşıya qoyulan əsas vəzifə, baxılan məsələlərin qlobal həllərinin varlığını və eləcə də, yoxluğunu müəyyən edən kafi şərtlərin tapılmasından ibarətdir.

Tədqiqatın əsas metodları.

- Yarımxətti hiperbolik tənliklərdən ibarət sistem üçün Rikye sərhəd şərtli başlanğıc-sərhəd məsələləri müəyyən funksional fəzalarda modelləşdirilmiş və onların tədqiqi üçün aşağıdakı metodlardan istifadə edilmişdir:

- Qalyorkin metodu;
- Aprior qiymətləndirmə metodu;
- Energetik funksionalların qiymətləndirilməsi;
- Birölçülü dalğa tənliyi üçün dinamik sərhəd şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsinin tədqiqi üçün qeyri-xətti yarımqrup nəzəriyyəsi.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar:

Yarımxətti hiperbolik tənliklərdən ibarət sistem üçün Rikye sərhəd şərtləri daxilində:

- Başlanğıc-sərhəd məsələsinin lokal həllinin varlığı haqqında teoremlərin isbatı;
- qeyri-xətti mənbə funksiyası fokuslanmayan olduqda lokal həllərin bütün oblastda davam oluna bilməsi haqqında hökm;
- qeyri-xətti mənbə funksiyası fokuslanan olduqda və mənbə funksiyasının artım tərtibi qeyri-xətti dissipativ həddin artım tərtibindən kiçik olan halda lokal həllərin bütün oblasta davam oluna bilməsi haqqında teorem;
- qeyri-xətti mənbə funksiyası fokuslanan olduqda qlobal həllərə uyğun enerji funksiyasının eksponensial azalması;
- qeyri-xətti mənbə funksiyası fokuslanan olduqda və mənbə funksiyasının artım tərtibi qeyri-xətti dissipativ həddin artım tərtibini aşdıqda lokal həllərin sonlu zaman ərzində sıçrayışa məruz qalması haqqında teorem.

Birölçülü qeyri-xətti dalğa tənliyi üçün

- qeyri-xətti sərhəd şərtli qarışıq məsələnin operator tənlik üçün Koşi məsələsi şəklində modelləşdirilməsi və həllin varlığı haqqında nəticələr;
- qeyri-xətti sərhəd şərtli qarışıq məsələdə sərhəd şərtindəki yüksək tərtib törəmənin əmsalı sıfıra yaxınlaşdıqda limitdə alınan məsələnin həllinin varlığı və yeganəliyi haqqında teorem.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. İşdə müəyyən edilmişdir ki, qeyri-xətti mənbə funksiyası fokuslanmayan olduqda, lokal həllərin varlığı şərti daxilində yüksək tərtib yarımxətti hiperbolik tənliklərdən ibarət sistemdə mənbə funksiyasının artım tərtibindən asılı olmayaraq lokal həllər qlobal davam olunandır. Qeyri-xətti mənbə funksiyası fokuslanan olduqda isə axtarılan funksiyaların hər birinə nəzərən artım tərtiblərinin cəmi qeyri-xətti dissipativ həddin artım tərtibini aşmadıqda lokal həllər qlobal davam olunur, əks halda isə davam oluna bilmir.

Qeyri-xətti mənbə funksiyası fokuslanmayan olduqda xətti dissipasiyalı bircins sistemə uyğun energetik funksiyanın eksponensial azalması müəyyən edilmişdir.

Birölçülü dalğa tənliyi üçün dinamik sərhəd şərtli başlanğıc-sərhəd məsələsi üçün qeyri-xətti yarımqrup nəzəriyyəsini tətbiq edərək tamam həllolunma haqqında nəticə əldə edilmişdir.

Birölçülü yarımxətti dalğa tənliyi üçün yarımxətti dinamik sərhəd şərtli və kvazi-statik sərhəd şərtli qarışıq məsələnin lokal və qlobal həllərinin varlığı və yeganəliyi üçün kafi şərtlər müəyyən edilmişdir.

Tədqiqatın nəzəri və praktik əhəmiyyəti. Dissertasiyada aparılan tədqiqatlar nəzəri xarakterlidir. Dissertasiyanın nəticələri qeyri-xətti hiperbolik tənliklər və sistemlər üçün son dövrlərdə alınmış nəticələrlə müqayisə edilə bilir və əsas nəticələr həmin sahədə alınan son nəticədir. Bununla belə alınmış nəticələr elastiklik nəzəriyyəsinin, fizikanın relyavistik kvant mexanikasının və riyazi fizikanın bir sıra məsələlərinin həllində istifadə edilə bilər.

Dissertasiyanın aprobasiyası. Dissertasiyanın əsas nəticələri AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Diferensial tənliklər" şöbəsinin (prof. Ə.B.Əliyev), Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin "Riyazi analiz" kafedrasının (prof. B.Ə.Əliyev) elmi seminarlarında müzakirə edilmiş və ‘‘Non–Harmonic Analysis and Differential Operators’’ adlı Beynəlxalq Workshopda (Bakı, 2016), professor Q.A.Məhəmmədovun 80 illik yubileyinə həsr edilmiş VII «Funksional diferensial tənliklər və onların tətbiqləri» adlı Beynəlxalq konfransda (Mahaçkala, 2015), Azərbaycan-Türkiyə-Ukrayna riyaziyyatçılarının birgə keçirdikləri ‘Mathematical Analysis, Differential Equations and their Applications’’ adlı Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2016) , XXXI Pontryagin oxumaları adlı yaz riyaziyyat məktəbində (Voronej , 3-9 may 2020) məruzə edilmişdir.

Müəllifin şəxsi töhfəsi tədqiqatın məqsədini göstərməkdən və istiqamətinin seçilməsindən ibarətdir. Bundan əlavə, alınan bütün nəticələr və tədqiqat üsulları şəxsən müəllifə məxsusdur.

Müəllifin nəşrləri. Dissertasiya üzrə müəllifin 10 elmi işi, Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında AAK–ın tövsiyə etdiyi nəşriyyatlarda 6 məqalə, 4 tezisi nəşr olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunda yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi.

Dissertasiya titul səhifəsi-449 işarə sayı, mündəricat-2218 işarə sayı, giriş-35037 işarə sayı, I fəsil-76000 işarə sayı, II fəsil-50000 işarə sayı, III fəsil-40000 işarə sayı, nəticə və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. İşin ümumi həcmi-203704 işarə sayı.

DİSSERTASİYANIN ƏSAS MƏZMUNU

Giriş hissəsində dissertasiya mövzusunun aktuallığı əsaslandırılmış, tədqiqat işinin məqsədi və qısa xülasəsi verilmişdir.

Dissertasiya işinin birinci fəsli qeyri-xətti dissipasiyalı hiperbolik tənliklər sistemi üçün qarışıq məsələlərə həsr olunub.

$L_2(\Omega)$ ilə Ω-da ölçülən və kvadratı ilə cəmlənən funksiyalar çoxluğunu işarə edək. $L_2(\Omega)$-da skalyar hasili $\langle u,v\rangle = \int\limits_{\Omega} u(x)v(x)dx$ şəklində işarə edək. Həmin fəzada normanı $\|u\| = \sqrt{\langle u,u\rangle}$ kimi işarə edək.

$W_2^k(\Omega)$ ilə k tərtibə qədər ümumiləşmiş törəmələri $L_2(\Omega)$-ya daxil olan funksiyalar fəzasını işarə edək:

$$\|u\|_{W_2^k(\Omega)} = \left[\sum_{|\alpha| \le k} \int_\Omega \left| D^\alpha u(x) \right|^2 dx \right]^{\frac{1}{2}}.$$

$\hat{W}_2^k(\Omega)$ ilə $W_2^k(\Omega)$-nın aşağıdakı alt fəzasını işarə edək:

$\hat{W}_2^k(\Omega) = \left\{ u : u \in W_2^k(\Omega), \Delta^r u(x) = 0, x \in \Gamma, r = 0,1,\dots, \left[\frac{k-1}{2} \right] \right\}$ X - hər hansı Banax fəzasıdırsa, $C([0,T];X)$-lə $[0,T]$-dən X-ə təsir edən kəsilməz funksiyalar çoxluğunu işarə edək:

$$\|u(t)\|_{C([0,T];X)} = \max_{0 \le t \le T} \|u(t)\|_X$$

$C^k([0,T];X)$-lə $[0,T]$-dən X-ə təsir edən və k-tərtibdən kəsilməz diferensiallanan funksiyalar çoxluğunu işarə edək:

$$\|u(t)\|_{C^k([0,T];X)} = \sum_{i=0}^{k} \left\| u^{(i)}(t) \right\|_{C([0,T];X)}.$$

Aşağıdakı funksional fəzaları daxil edək:

$$H_{T,\infty}^1 = \Big\{ \big(u_1(\cdot), u_2(\cdot)\big) : u_i(\cdot) \in L_\infty\big(0,T;\hat{W}_2^{k_i}(\Omega)\big),$$
$$u_{i_t}(\cdot) \in L_\infty\big(0,T;L_2(\Omega)\big),\ i = 1,2 \Big\}$$

və

$$H_{T,\infty}^2 = \Big\{ \big(u_1(\cdot), u_2(\cdot)\big); u_i(\cdot), u_{i_t}(\cdot) \in L_\infty\big(0,T;\hat{W}_2^{k_i}(\Omega)\big),$$
$$u_{i_{tt}}(\cdot) \in L_\infty\big(0,T;L_2(\Omega)\big),\ i = 1,2 \Big\}.$$

I fəsildə $R_+ \times \Omega$ oblastında yarımxətti hiperbolik tənliklərdən ibarət sistem üçün aşağıdakı qarışıq məsələyə baxılmışdır:

$$\left.\begin{aligned} u_{1tt} + (-1)^{k_1} \Delta^{k_1} u_1 + \alpha_1 |u_{1t}|^{r_1 - 1} u_{1t} = g_1(u_1, u_2) \\ u_{2tt} + (-1)^{k_2} \Delta^{k_2} u_2 + \alpha_2 |u_{2t}|^{r_2 - 1} u_{2t} = g_2(u_1, u_2) \end{aligned}\right\}, \tag{1}$$

$$\Delta^s u_i(t,x) = 0,\ t > 0,\ x \in \Gamma,\ s = 0,1,2,\dots,k_i - 1,\ i = 1,2, \tag{2}$$

$$u_i(0,x) = \varphi_i(x),\ u_{it}(0,x) = \psi_i(x),\ x \in \Omega,\ i = 1,2. \tag{3}$$

Burada $\Omega \subset R^n$ hamar sərhədə malik oblastdır, $R_+ = [0, +\infty)$, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + ... + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2}$ - Laplas operatoru, Δ^s -onun s -ci dərəcəsidir, $s = 1, 2...,$ $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, r_1 \geq 1, r_2 \geq 1$ və (u_1, u_2) $R_+ \times \Omega$ -da təyin edilmiş həqiqi qiymətli funksiyadır.

g_1 və g_2 aşağıdakı şəkildə qeyri-xətti funksiyadır:

$$g_1(u_1, u_2) = a_1 |u_1 + u_2|^{p_1 + p_2} (u_1 + u_2) + b_1 |u_1|^{p_1 - 1} |u_2|^{p_2 + 1} u_1,$$

$$g_2(u_1, u_2) = a_2 |u_1 + u_2|^{p_1 + p_2} (u_1 + u_2) + b_2 |u_1|^{p_1 + 1} |u_2|^{p_2 - 1} u_2,$$

belə ki, $a_1, a_2, b_1, b_2, p_1, p_2$ həqiqi ədədlərdir(sabitlərdir) və

$$p_1 > 0, \ \ p_2 > 0. \qquad (4)$$

Ümumiliyi pozmadan müəyyənlik üçün fərz edilir ki,

$$k_1 \leq k_2. \qquad (5)$$

Qeyd edək ki, $k_1 = k_2 = 1$ olarsa, (1) sistemi təşkil edən tənliklərin hər biri qeyri-xətti dalğa operatorudur, $k_1 = k_2 = 2$ olduqda isə bu tənliklərin hər biri ədəbiyyatda Petrovski tənliyi və ya Eyler tənliyi adlanır.

İşdə aşağıdakı ümumi hallara baxılır:

$$\frac{n}{2} < k_1 \qquad (6)$$

və ya

$$k_1 < \frac{n}{2} \leq k_2, \ p_1 + p_2 \leq \frac{2k_1}{n - 2k_1}, r_j \geq \frac{n + 2k_1}{n - 2k_2}, \ j = 1, 2. \qquad (7)$$

Əvvəlcə birinci fəslin birinci paraqrafında (1)-(3) məsələsinin lokal həllinin varlığı haqqında aşağıdakı teoremin doğruluğu isbat edilir.

Teorem 1. Tutaq ki, (4), (5) şərtləri və (6), (7) şərtlərindən biri ödənilirsə, istənilən $\varphi_i \in \hat{W}_2^{2k_i}(\Omega), \psi_i \in \hat{W}_2^{k_i}(\Omega) \cap L_{2r_i}(\Omega)$, $i = 1,2$ başlanğıc verilənləri üçün elə $T' > 0$ var ki, (1)-(3) məsələsinin yeganə $(u_1(\cdot), u_2(\cdot)) \in H_{T',\infty}^2$ həlli var.

Belə ki,

$$\left(-1\right)^{k_i}\Delta^{k_i}u_i\left(\cdot\right)+\left|u_{it}\left(\cdot\right)\right|^{r_i-1}u_{it}\left(\cdot\right)\in L_\infty\left(0,T';L_2\left(\Omega\right)\right),\ i=1,2.$$

$T_{\max}$ həmin həllin varlığı üçün maksimal intervalın uzunluğudursa, onda aşağıdakılardan biri ödənilir:

1) $\lim\limits_{t\to T_{\max}-0}\sum\limits_{i=1}^{2}\left[\left\|u_{it}(t,\cdot)\right\|^2+\left\|\nabla^{k_i}u_i(t,\cdot)\right\|^2\right]=+\infty;$

2) $T_{\max}=+\infty$.

Teorem 1-dən istifadə edərək zəif lokal həllərin varlığı və yeganəliyi haqqında aşağıdakı teorem isbat edilir.

Teorem 2. Tutaq ki, (4), (5) şərtləri ödənilir. Onda (6) və (7) şərtlərindən biri ödənilirsə, istənilən $\varphi_i\in\hat{W}_2^{k_i}\left(\Omega\right)$, $\psi_i\in L_2\left(\Omega\right)$, $i=1,2$ başlanğıc verilənləri üçün elə $T'>0$ var ki, (1)-(3) məsələsinin yeganə $\left(u_1,u_2\right)\in H^1_{,\infty}$ həlli var. Belə ki,

$u_i\in C\left(\left[0,T'\right];\hat{W}_2^{k_i}\left(\Omega\right)\right)$, $u_{i_t}\in C\left(\left[0,T'\right];L_2\left(\Omega\right)\right)$, $u_{i_t}\in L_{r_i}\left(Q_{T'}\right)$,
$i=1,2.$

Belə ki, $T_{\max}=T'$ həmin həllin varlığı üçün maksimal intervalın uzunluğudursa, onda aşağıdakılardan biri ödənilir:

1) $\lim\limits_{t\to T_{\max}-0}\sum\limits_{i=1}^{2}\left[\left\|u_t(t,\cdot)\right\|^2+\left\|\nabla^{k_i}u(t,\cdot)\right\|^2\right]=+\infty;$

2) $T_{\max}=+\infty.$

$k_1=k_2=1,\ p_1=p_2$ olduqda həmin nəticə B.Said-Horarinin məqaləsində alınmış nəticə ilə eynidir (bax.Differential Integral Equations, -2010. 23, №1(2), -p.79-92).

Qeyd edək ki, $a_1=a_2=0$ və $k_1=k_2=1$ olduqda müxtəlif p_1,p_2 üçün (1)-(3) məsələsi Wang Y-nin məqaləsində də baxılmışdır. Lakin həmin məqalədə həllin varlığı haqqında aparılan isbatda səhvə yol verilmişdir və alınmış nəticə səhvdir (IMA Journal of Applied Mathematics -2009. 74, -p. 392-415).

Birinci fəslin birinci paraqrafında fokuslanan qeyri-xətti mənbə funksiyası halında qlobal həllərin varlığı və yeganəliyi tədqiq edilmişdir.

Həmin məsələ aşağıdakı şərtlərdən biri daxilində tədqiq edilir:

$$p_1 > 0\,,\ p_2 > 0\,;\ \frac{n}{2} < k_1 \le k_2; \tag{8}$$

$$p_1 > 0\,,\ p_2 > 0\,; p_1 + p_2 \le \frac{2k_1}{n-2k_1}\,, k_1 < \frac{n}{2} < k_2\ . \tag{9}$$

Fərz edək ki, qeyri-xətti hissənin əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$$a_i < 0\,, b_i < 0\,,\ i = 1,2, \tag{10}$$

$$\lambda = \frac{a_1\left(p_1+1\right)}{b_1} = \frac{a_2\left(p_2+1\right)}{b_2} \tag{11}$$

Teorem 3. Tutaq ki, (8), (9) şərtlərindən biri və (10), (11) şərtləri ödənilir. İstənilən $T > 0$, $\varphi_i \in \hat{W}_2^{2k_i}\left(\Omega\right)$, $\psi_i \in \hat{W}_2^{k_i}\left(\Omega\right)$ üçün (1)-(3) məsələsinin

$$(u_1(\cdot), u_2(\cdot)) \in C([0,T]; (\hat{W}_2^{2k_1}(\Omega) \times \hat{W}_2^{2k_2}(\Omega)) \cap$$
$$C^1([0,T]); \hat{W}_2^{k_1}(\Omega) \times \hat{W}_2^{k_2}(\Omega)) \cap C^2\left(\left[0,T\right], L_2\left(\Omega\right) \times L_2\left(\Omega\right)\right)$$

yeganə həlli var.

Birinci fəslin ikinci paraqrafında fokuslanan qeyri-xətti mənbə funksiyası halı araşdırılmışdır.

Fərz edilir ki,

$$a_i > 0\,, b_i > 0\,,\ i = 1,2, \tag{12}$$

$$p_1 + p_2 + 1 \le \min\left\{r_1, r_2\right\} \tag{13}$$

Teorem 4. Tutaq ki, (8), (9), (11), (12) və (13) şərtləri ödənilir. Onda $\forall T > 0$ üçün Teorem 1-in təyin etdiyi lokal həlli $\left[0,T\right] \times \Omega$ oblastına davam etdirmək olar.

II fəsildə yarımxətti hiperbolik tənliklər sistemi üçün qarışıq məsələnin həllərinin sonsuzluqda xarakteri və qlobal həllin yoxluğu araşdırılmışdır

Əvvəlcə ikinci fəslin ikinci paraqrafında fokuslanmamış qeyri-xətti mənbə funksiyalı və xətti dissipasiyalı hiperbolik tənliklər sisteminin tam enerjisinin exponensial sürətlə azalması tədqiq edilmişdir.

Burada $Q=[0,\infty)\times\Omega$ oblastında aşağıdakı qarışıq məsələyə baxılır:

$$\begin{cases} u_{1tt}+(-1)^{k_1}\Delta^{k_1}u_1+u_{1_t}+|u_1|^{p_1-1}|u_2|^{p_2+1}u_1=0 \\ u_{2tt}+(-1)^{k_2}\Delta^{k_2}u_2+u_{2_t}+|u_1|^{p_1+1}|u_2|^{p_2-1}u_2=0 \end{cases}, \quad (14)$$

$$\Delta^s u_i(t,x)=0,\ t\in(0,\infty),\ x\in\partial\Omega,\ s=0,1,\dots,k_i-1,\ i=1,2 \quad (15)$$

$$u_i(0,x)=\varphi_i(x),\ u_{i_t}(0,x)=\psi_i(x),\ x\in\Omega,\ i=1,2. \quad (16)$$

Ümumiliyi pozmadan, müəyyənlik üçün $k_1\le k_2$ olduğu və aşağıdakı şərtlərin ödənilməsi fərz edilir:

$$\frac{n}{2}\le k_1\ p_1>0,\ p_2>0. \quad (17)$$

(17) şərti ödəndikdə, Teorem 3-ə əsasən istənilən $\varphi_i\in\hat{W}_2^{k_i}$

$\psi_i\in L_2(\Omega)$ üçün (14)-(16) məsələsinin

$$C\left([0;\infty);\hat{W}_2^{k_1}\times\hat{W}_2^{k_2}\right)\cap C^1([0,\infty);[L_2(\Omega)]^2)$$

fəzasına daxil olan yeganə (u_1,u_2) həlli var.

Sistemin tam enerjisini

$$E(t)=\sum_{i=1}^{2}\frac{p_i+1}{2}\left[\left|u_{it}(t,x)\right|^2\right]+\left|\nabla^{k_i}u_i(t,x)\right|^2+\int_\Omega |u_1(t,x)|^{p_1+1}|u_2(t,x)|^{p_2+1}dx$$ ilə

işarə edək.

Teorem 5. Tutaq ki, (17) şərti ödənilir. Onda elə müsbət M və ω sabitləri var ki,

$$E(t)\le Me^{-\omega t},\ t\ge 0.$$

İkinci fəslin ikinci paraqrafında qeyri-xətti dissipasiyalı yarımxətti hiperbolik tənliklər sistemi üçün qarışıq məsələnin həllərinin sonlu zaman ərzində sıçrayışa uğraması (blow-up) araşdırılmışdır.

Birinci fəsildə göstərilmişdir ki,

$$p_1 + p_2 + 1 \le \max\{r_1, r_2\} \tag{18}$$

şərti ödəndikdə

$$\left.\begin{aligned} u_{1tt} - \Delta u_1 + \alpha_1 |u_{1t}|^{r_1-1} u_{1t} &= g_1(u_1, u_2) \\ u_{2tt} - \Delta u_2 + \alpha_2 |u_{2t}|^{r_2-1} u_{2t} &= g_2(u_1, u_2) \end{aligned}\right\}, \tag{19}$$

$$u_i(t,x) = 0,\ t > 0,\ x \in \Gamma,\ \ i = 1,2, \tag{20}$$

$$u_i(0,x) = \varphi_i(x),\ u_{it}(0,x) = \psi_i(x),\ x \in \Omega,\ i = 1,2 \tag{21}$$

məsələsinin qlobal həlli var.

Əgər (17) şərti ödənməzsə, yəni,

$$p_1 + p_2 + 1 > \max\{r_1, r_2\} \tag{22}$$

olarsa, Teorem 2-nin təyin etdiyi lokal həllərin qlobal davam etdirilə bilməsi və ya bilməməsi də maraq doğurur.

Fərz edək ki,

$$a_i < 0,\ b_i < 0,\ i = 1,2,$$

$$\frac{a_1(p_1+1)}{b_1} = \frac{a_2(p_2+1)}{b_2} = \lambda \tag{23}$$

şərti ödənilir. λ hər hansı müsbət ədəddir. İsbat olunur ki, elə $c_1 > 0$, $c_2 > 0$ ədədləri var ki,

$$c_1(|u_1|^{p_1+p_2+2} + |u_2|^{p_1+p_2+2}) \le G(u_1,u_2) \le c_2(|u_1|^{p_1+p_2+2} + |u_2|^{p_1+p_2+2}) .$$

Burada,

$$G(u_1,u_2) = \frac{p_1+1}{b_1} u_1 g_1(u_1,u_2) + \frac{p_2+1}{b_2} u_2 g_2(u_1,u_2) =$$

$$= \lambda |u_1 + u_2|^{p_1+p_2+2} + (p_1+p_2+2)|u_1|^{p_1+1} \cdot |u_2|^{p_2+1}.$$

Aşağıdakı işarələmələri qəbul edək:

$$A = a^{\frac{p_1+p_2+2}{2}},\ a = \max\{a_1, a_2\},\ \Lambda = \lambda^{\frac{p_1+p_2+2}{2}},$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{\Lambda}{c_2 A B^{p_1+p_2+2}} \right)^{\frac{1}{p_1+p_2}},$$

belə ki, B daxilolma operatorunun normasıdır.

(18)-(20) məsələsinin $\{u_1(\cdot), u_2(\cdot)\}$ həllinə uyğun aşağıdakı funksionalları təyin edək:

$$E_0(t) = \sum_{i=1}^{2} \frac{\lambda}{2a_i}\left[\|u_{it}(t)\|^2 + \|\nabla u_i(t)\|^2\right],$$

$$E(t) = E_0(t) - \frac{1}{p_1 + p_2 + 1}\int_\Omega G(u_1, u_2)dx.$$

Teorem 6. Tutaq ki, (22), (23) şərtləri ödənilir və $\varphi_i(\cdot) \in \hat{W}_2^1(\Omega)$, , $\psi_i(\cdot) \in L_2(\Omega)$, $i = 1,2$. Fərz edək ki,

$$E(0) < E_1 = \left[\sum_{i=1}^{m} \frac{\lambda}{a_i}\|\nabla \varphi_i(\cdot)\|^2\right]^{\frac{1}{2}} > \alpha_1 \left[\sum_{i=1}^{m} \frac{\lambda}{a_i}\|\nabla \varphi_i(\cdot)\|^2\right]^{\frac{1}{2}} > \alpha_1$$

şərtləri də ödənilir və

$$B\left[\sum_{i=1}^{2} \frac{\lambda}{a_i}\|\nabla \varphi_i(\cdot)\|^2\right]^{\frac{p_1+p_2+2}{2}} > 1.$$

Onda (19)-(21) məsələsinin həlli sonlu zaman ərzində dağılır.

III fəsildə birölçülü qeyri-xətti dalğa tənliyi üçün sərhəddə qeyri-xətti sərhəd şərti olan qarışıq məsələ araşdırılmışdır.

Üçüncü fəslin üçüncü paraqrafında dinamik sərhəd şərtli qarışıq məsələ operator tənlik üçün Koşi məsələsi şəklində modelləşdirilmiş və həllin varlığı isbat edilmişdir.

Əvvəlcə qeyri-xətti dissipasiyalı və qeyri-xətti mənbə funksiyalı birölçülü dalğa tənliyi üçün aşağıdakı qarışıq məsələyə baxılmışdır:

$$u_{tt} - u_{xx} + B_1(u_t) + B_2(u) = f(t,x),\ x \in (0,1),\ t > 0, \tag{24}$$

$$\varepsilon u_{tt}(t,0) - u_x(t,0) + b_{10}(u_t(t,0)) + b_{20}(u(t,0)) = f_0(t),\ t > 0, \tag{25}$$

$$\delta u_{tt}(t,1) + u_x(t,1) + b_{11}(u_t(t,1)) + b_{21}(u(t,1)) = f_1(t),\ t > 0, \tag{26}$$

$$u(0,x) = \varphi(x),\ u_t(0,x) = \psi(x), \tag{27}$$

burada f, f_0 və f_1 həqiqi qiymətli funksiyalardır.

$$B_1(s)=\mu|s|^{q-1}s,\ b_{10}(s)=\mu_0|s|^{q_0-1}s,\ b_{11}(s)=\mu_1|s|^{q_1-1}s$$

belə ki, $\mu,\mu_0,\mu_1,q,q_1,q_2$ aşağıdakı şərtləri ödəyən həqiqi ədədlərdir.

$\mu\geq 0,\mu_0\geq 0,\mu_1\geq 0\ q>1,q_0>1$ və $q_1>1$. (28)

Yəni, B_2,b_{20} və b_{21} funksiyaları lokal Lipşis şərtini ödəyən funksiyalardır.

H ilə $L_2(0,1)$–lə $R^2=R\oplus R$ fəzalarının düz cəmini işarə edək:

$$H=L_2(0,1)\oplus R\oplus R=\{w:w=(u,\alpha,\beta),u\in L_2(0,1),\alpha,\beta\in R\}.$$

Belə ki,

$$\langle w_1,w_2\rangle_H=\int_0^1 u_1(x)u_2(x)dx+\varepsilon\alpha_1\cdot\alpha_2+\delta\beta_1\cdot\beta_2,$$

$$w_k=(u_k,\alpha_k,\beta_k),u_k\in L_2(0,1),\alpha_k,\beta_k\in R,k=1,2.$$

H_0 və H_1-lə uyğun olaraq aşağıdakı fəzaları işarə edək:

$$H_0=\{\tilde{u}:\tilde{u}=(u,u(0),u(1)),u\in W_2^1(0,1)\},$$
$$H_1=\{\tilde{u}:\tilde{u}=(u,u(0),u(1)),u\in W_2^2(0,1)\}.$$

H fəzasında aşağıdakı şəkildə $A_{\varepsilon,\delta}$ xətti operatorunu təyin edək:

$$\begin{cases} D\left(A_{\varepsilon,\delta}\right)=H_1, \\ A_{\varepsilon,\delta}\tilde{u}=\left(-u_{xx}(x),-\frac{1}{\varepsilon}u_x(0),\frac{1}{\delta}u_x(1)\right),\tilde{u}=(u,u(0),u(1))\in D\left(A_{\varepsilon,\delta}\right)\end{cases}.$$

Bundan başqa, aşağıdakı şəkildə qeyri-xətti operatorlar daxil edək:

$$G_{\varepsilon,\delta}(\tilde{u})=\left(\mu|\vartheta(x)|^{q-1}u(x),\frac{\mu_{10}}{\varepsilon}|u(0)|^{q_{10}-1}u(0),\frac{\mu_{11}}{\delta}|u(1)|^{q_{11}-1}u(1)\right)$$

$$\Phi_{\varepsilon,\delta}(\tilde{u})=\left(B_2(x,u(x)),\frac{1}{\varepsilon}b_{20}(u(0)),\frac{1}{\delta}b_{20}(u(1))\right),$$

$$\tilde{u}=(u(x),u(0),u(1))\in H_1.$$

İsbat edilir ki, hər bir $\varepsilon>0$, $\delta>0$ üçün $A_{\varepsilon,\delta}$ operatoru $H=L_2(0,1)\oplus R\oplus R$ fəzasında öz-özünə qoşma müsbət operatordur.

Hər bir $\varepsilon > 0$, $\delta > 0,\ \mu \ge 0,\ \mu_0 \ge 0, \mu_1 \ge 0$ üçün $G_{\varepsilon,\delta}$ operatoru $H_0 -$dan $H_0' -$ə təsir edən monoton operatordur, burada H_0' H_0-a ikili (dual)fəzadır.

Göstərilir ki, $\Phi_{\varepsilon,\delta}(\cdot)$ qeyri xətti operatoru H_0 dan $H -$ a təsir edir və lokal Lipşis şərtini ödəyir.

(24)-(27)məsələsi $H = L_2(0,1) \oplus R \oplus R$ fəzasında aşağıdakı Koşi məsələsi şəklində yazıla bilir:

$$w''(t) + A_{\varepsilon,\delta} w(t) + G_{\varepsilon,\delta}\left(w'(t)\right) + \Phi_{\varepsilon,\delta}\left(w(t)\right) = F_{\varepsilon,\delta}\left(t\right), \tag{29}$$

$$w(0) = w_0, w'(0) = w_1 \ . \tag{30}$$

Burada, $F_{\varepsilon,\delta}\left(t,x\right) = \begin{pmatrix} f(t,x) \\ \dfrac{1}{\varepsilon} f_0(t) \\ \dfrac{1}{\delta} f_1(t) \end{pmatrix}, w_0 = \begin{pmatrix} \varphi(x) \\ \varphi(0) \\ \varphi(1) \end{pmatrix},\ w_1 = \begin{pmatrix} \psi(x) \\ \psi(0) \\ \psi(1) \end{pmatrix}.$

(29)-(30) məsələsi müəyyən Hilbert fəzasında bir tərtib operator diferensial tənliyə gətirilir. Əvvəlcə xətti dissipasiyalı hala baxılır. Həmin tənlik üçün məlum teoremlər (dissertasiyada teorem 3.3.1) tətbiq olunaraq xətti dissipasiyalı halda (29)-(30) məsələsi üçün varlıq və yeganəlik teoremləri isbat edilir. Həmin nəticələri tətbiq edib aşağıdakı məsələnin həll olunması haqqında nəticə alınmışdır:

$$u_{tt} - u_{xx} + B_1(u_t) = f(t,x),\ t > 0, x \in (0,1). \tag{31}$$

$$\varepsilon u_{tt}(t,0) - u_x(t,0) + b_{10}(u_t(t,0)) = f_0(t),\ t > 0 \tag{32}$$

$$\delta u_{tt}(t,1) + u_x(t,1) + b_1(u_t(t,1)) = f_1(t),\ t > 0, \tag{33}$$

$$u(0,x) = \phi(x), u_t(0,x) = \psi(x),\ x \in (0,1). \tag{34}$$

Teorem 7. Tutaq ki, $\varepsilon > 0$, $\delta > 0,\ \mu_{10} \ge 0,\ \mu_{11} \ge 0$

$f(\cdot)\in W_1^1\left(0,T;W_2^1(0,1),L(0,1)\right)$, $f_0(t)$ və $f_1(t)\in W_1^1(0,T)$. Onda istənilən $\varphi\in W_2^2(0,1)$, $\psi\in W_2^1(0,1)$ və $T>0$ üçün (31)-(34) məsələsinin yeganə $u_{\varepsilon\delta}(\cdot)\in W_\infty^2\left(0,T;W_2^2(0,1),W_2^1(0,1),L_2(0,1)\right)$ həlli var. Belə ki, $u_{\varepsilon\delta}(0,\cdot)$, $u_{\varepsilon\delta}(1,\cdot)\in W_\infty^2(0,T;R)$.

Sonra (29)-(30) məsələsi qeyri-xətti dissipasiyalı halda tədqiq edilmiş və lokal həllin varlığı haqda nəticə əldə edilmişdir (dissertasiyada teorem 3.3.3).

Həmin nəticəni tətbiq edərək (24)-(27) məsələsi üçün lokal həllin varlığı haqda teorem isbat edilmişdir (dissertasiyada teorem 3.3.4) .

Üçüncü fəslin üçüncü paraqrafında birölçülü qeyri-xətti dalğa tənliyi üçün dinamik sərhəd şərtli qarışıq məsələnin "tamam həllolunma"sı araşdırılmışdır.

Üçüncü fəslin üçüncü paraqrafında (24)-(27) məsələsi aşağıdakı şərtlər daxilində araşdırılır:

$$B_2(u)=\eta|u|^{p-1}u,\ \eta\geq 0,\ p\geq 1,$$

$$b_{20}(\xi)=\eta_{20}|\xi|^{p_{20}-1}\xi,\ \eta_{20}\geq 0,\ p_{20}\geq 1,$$

$$b_{21}(\xi)=\eta_{21}|\xi|^{p_{21}-1}\xi,\ \eta_{21}\geq 0,\ p_{21}\geq 1.$$

Bu halda (24)-(27) məsələsinin qlobal həllinin varlığı və yeganəliyi isbat edilir (dissertasiyada teorem 3.4.1.).

Üçüncü fəslin üçüncü paraqrafında (24)-(27) məsələsinə xətti dissipasiyalı halda baxılır:

$$u_{tt}-u_{xx}+u_t+B_2(u)=f(t,x),\ x\in(0,1),\ t>0,0\leq t\leq T, \quad (35)$$

$$\varepsilon u_{tt}(t,0)-u_x(t,0)+u_t(t,0)+b_{20}(u(t,0))=f_0(t),0\leq t\leq T, \quad (36)$$

$$\varepsilon u_{tt}(t,1)-u_x(t,1)+u_t(t,1)+b_{21}(u(t,1))=f_1(t),0\leq t\leq T, \quad (37)$$

$$u(0,x)=\varphi(x),\ u_t(0,x)=\psi(x),\quad x\in(0,1). \quad (38)$$

Burada, $B_2(s)=\eta|s|^{p-1}s,\ b_{20}(s)=\eta_0|s|^{p_0-1}s,$
$b_{21}(s)=\eta_1|s|^{p_1-1}s,\ f(t,x)\in W_2^1([0,T]\times(0,1)),$
$f_0(t),\ f_1(t)\in W_2^1(0,T).$

Yenə həmin məsələ $H=L_2(0,1)\oplus R\oplus R$ fəzasında operator diferensial tənlik üçün Koşi məsələsinə gətirilmiş və alınan məsələni tədqiq edərək (35)-(38) məsələsi üçün aşağıdakı nəticə əldə edilmişdir.

Teorem 8. Fərz edək ki, $\varepsilon>0,\ f(t,x)\in W_2^1([0,T]\times(0,1)),$ $f_0(\cdot),\ f_1(\cdot)\in W_2^1(0,T)$. Onda istənilən $\varphi\in W_2^2(0,1),\quad \psi\in W_2^1(0,1)$ üçün elə $T'>0$ var ki, (35)-(38) məsələsinin yeganə $u_\varepsilon(\cdot)\in C^2([0,T'];W_2^2(0,1),W_2^1(0,1),L_2(0,1))$ həlli var.

Belə ki, $u_\varepsilon(0,t),\ u_\varepsilon(1,t)\in C^2([0,T'];R)$.

$T_{\max}$ həllin varlığı üçün maksimal intervalın uzunluğudursa, onda aşağıdakı alternativlərdən biri ödənilir:

1. $\lim\limits_{t\to T_{\max}}\left[\|\tilde{u}_{\varepsilon t}(t)\|_H^2+\|\tilde{u}_\varepsilon(t)\|_{H_1}\right]=+\infty;$
2. $T_{\max}=+\infty.$

Teorem 9 Fərz edək ki,
$\varepsilon>0,\eta_1\ge 0,\eta_2\ge 0,\ f(t,x)\in W_2^1([0,T]\times(0,1)),\ f_0(\cdot),\ f_1(\cdot)\in W_2^1(0,T).$
Onda istənilən $\varphi\in W_2^2(0,1),\ \psi\in W_2^1(0,1)$ üçün (35)-(38) məsələsinin yeganə
$u_\varepsilon(\cdot)\in C^2([0,T];W_2^2(0,1),W_2^1(0,1),L_2(0,1))$ həlli var.

Belə ki, $u_\varepsilon(0,t),\ u_\varepsilon(1,t)\in C^2([0,T];R)$.

Sonda $[0,T]\times(0,1)$-də aşağıdakı qarışıq məsləyə baxılır:

$$u_{tt}-u_{xx}+u_t+B_2(u)=f(t,x),x\in(0,1),t\in[0,T], \tag{39}$$

$$-u_x(t,0)+u_t(t,0)+b_{20}(u(t,0))=f_0(t),t\in[0,T], \tag{40}$$

$$u_x(t,1)+u_t(t,1)+b_{21}(u(t,1))=f_1(t),t\in[0,T], \tag{41}$$

$$u(0,x)=\varphi(x), u_t(0,x)=\psi(x), \quad x\in(0,1). \tag{42}$$

Burada, $B_2(s)=\eta|s|^{p-1}s, b_{20}(s)=\eta_0|s|^{p_0-1}s, b_{21}(s)=\eta_1|s|^{p_1-1}s.$

Teorem 10. Fərz edək ki, $\eta\geq 0, \eta_0\geq 0, \eta_1\geq 0,$ $f(t,x)\in W_2^1([0,T]\times(0,1)), \quad f_0(t), f_1(t)\in W_2^1(0,T).$ Onda istənilən $\varphi\in W_2^2(0,1), \psi\in W_2^1(0,1)$ üçün (39)-(42) məsələsinin həlli var, belə ki, $u(\cdot)\in L_\infty(0,T;W_2^2(0,1)),$ $u_t(\cdot)\in L_\infty(0,T;W_2^1(0,1)),$ $u_{tt}(\cdot)\in L_\infty(0,T;L_2(0,1)),$ $u_t(0,\cdot), u_t(1,\cdot), u_x(0,\cdot), u_x(1,\cdot)\in L_2(0,T)$.

NƏTİCƏ

Yarımxətti hiperbolik tənliklərdən ibarət sistem üçün Rikye sərhəd şərtləri daxilində başlanşıc-sərhəd məsələsinin yeganə lokal həlli var və həllin varlığı Qalyorkin üsulu ilə həll oluna bilər.

Həmin məsələ üçün aşağıdakılar doğrudur:

- qeyri-xətti mənbə funksiyası fokuslanan deyilsə, yarımxətti hiperbolik tənliklərdən ibarət sistem üçün Rikye sərhəd şərtləri daxilində başlanşıc-sərhəd məsələsinin lokal həlləri bütün oblasta davam oluna bilir;
- qeyri-xətti mənbə funksiyası fokuslanandırsa və mənbə funksiyasının artım tərtibi qeyri-xətti dissipativ həddin artım tərtibindən kiçikdirsə, lokal həllər bütün oblasta davam oluna bilir;
- xətti dissipasiyalı halda qeyri-xətti mənbə funksiyası fokuslanan deyilsə, qlobal həllərə uyğun enerji funksiyası eksponensial azalır;
- qeyri-xətti mənbə funksiyası fokuslanandırsa və mənbə funksiyasının artım tərtibi qeyri-xətti dissipativ həddin artım tərtibini aşırsa, müəyyən şərtlər daxilində lokal həllər sonlu zaman ərzində sıçrayışa məruz qalır.
- Birölçülü qeyri-xətti dalğa tənliyi üçün qeyri-xətti sərhəd şərtli qarışıq məsələ müəyyən funksional fəzada operator tənlik üçün Koşi məsələsi şəkilində modelləşdirilə bilir və həmin məsələnin həlli var.
- Qeyri-xətti sərhəd şərtli qarışıq məsələdə sərhəd şərtindəki yüksək tərtib törəmənin əmsalı sıfıra yaxınlaşarkən limitdə alınan kvazi-statik məsələnin həlli var və yeganədir .

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə dərc olunmuşdur:

1. Rüstəmova, S.O. Qeyri-xətti dissipasiyalı dalğa tənliklər sistemi üçün qarışıq məsələsinin qlobal həlli//- Lənkəran: Lənkəran Dövlət Universitetinin elmi xəbərləri, -2015. -səh. 113-119.
2. Rustamova, S.O. Consider the Cauchy problem for a system of wave eqautions with damping and source terms //Mathematical Analysis, Different Equations and their Applications MADEA-2015, -p. 139
3. Алиев, А.Б., Рустамова, С.О. Существование глобальных решений смешанной задачи для систем полулинейных гиперболических уравнений с нелинейной диссипацией// Материалы VII Международной конференции, посвященной 80-летию профессора Г.А.Магомедова, -Махачкала (Россия): - 21-24 сентября,- 2015, -стр.101-102.
4. Aliev, A.B., Rustamova, S.O. Global existence, asymptotic behavior and blow-up of solutions for mixed problem for the coupled wave equations with nonlinear damping and source terms//-Baku: Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, ANAS, -2016, v. 42, №2, -p.188–201.
5. Aliev A.B., Rustamova S.O. Global existence, asymptotic behavior and wave blow-up of solutions for problem for the coupled wave equations with damping and source terms// International Workshop on Non–Harmonic Analysis and Differential Operators.- Baku: -25-27 May-2016,-p.12.
6. Рустамова, С.О. Смешанная задача для систем полулинейных гиперболических уравнения с нелинейной диссипацией и нелинейным источником// -Москва: Вестник Московского Государственного Областного Университета, -2017, №3, -стр. 34-42.
7. Rustamova, S.O, Gasymova, V. On the non-existence of global solutions of the mixed problem for one system of the fourth order of the semilinear hyperbolic equations//Applied Mathematical Sciences, -2018, v.12, №11, -p.505-515.
8. Рустамова, С.О., Смешанная задача для полулинейных гиперболических уравнений с динамическим граничным условием //Journal of Contemporary Applied Mathematics, -2019,

v.9, №1, -стр. 39-51.
9. Рустамова, С.О. Смешанная задача для одномерного волнового уравнения с динамическим граничным условием. Современные методы теории краевых задач, Материалы Международной конференции, Воронежская весенняя математическая школа, Понтрягинские чтения XXXl, Посвящается памяти Юлия Виталовича Покорного (80-летию со дня рождения), 3–9 мая 2020, Воронежский государственный университет. стр.168.
10. Aliev, A.B., Rustamova, S.O. Mixed problem for one-dimensional wave equation with dynamic boundary condition//-Baku: Transactions of NASA, ser. phys.-tech. math. sci. mathematics, -2020. 40 (1), - p. 1-13.

Dissertasiyanın müdafiəsi **14 oktyabr 2022**-ci il tarixində saat **14^{00}** – da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika

İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **12 sentyabr 2022**-ci il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 24.06.2022
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 38323
Tiraj: 100