AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

OPERATOR DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR ÜÇÜN BİR SİNİF SƏRHƏD MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLL OLUNMASININ VƏ SPEKTRAL XASSƏLƏRİNİN TƏDQİQİ

İxtisas: 1202.01 – Analiz və funksional analiz

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Günel Mübariz qızı Eyvazlı**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi

almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı - 2024

Dissertasiya işi Sumqayıt Dövlət Universitetinin “Riyazi analiz və funksiyalar nəzəriyyəsi” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru., professor
Həmidulla İsrafil oğlu Aslanov

Rəsmi opponentlər:
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Alik Malik oğlu Nəcəfov

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent
Elnur Həsən oğlu Xəlilov

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent
Miqdad İmdad oğlu İsmayılov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:

AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor

_________________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.-r.e.n.

_____________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor

_________________ **Bilal Telman oğlu Bilalov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Operator-diferensial tənliklər nəzəriyyəsi öz başlanğıcını sonlu diferensial tənliklər sisteminin, yəni matris diferensial tənliklərin sonsuz ölçülü fəzalar halına ümumiləşməsindən götürmüşdür. Görkəmli riyaziyyatçılar E.Hille, K.İosida, T.Kato, Z.İ.Xəlilov və başqaları tərəfindən birinci tərtib sabit operator əmsallı diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinin varlığı məsələsi öyrənilməyə başlanmışdır. Baxılan Koşi məsələsinin korrektliyi məsələsi tənliyə daxil olan operatorun spektral xassələrinə görə təyin olunmuşdur. İlk tədqiqatlar içərisində S.Aqmon və L.Nirenberqin qeyri-məhdud operator əmsallı tənlik üçün Koşi məsələsinin hərtərəfli tədqiqinə və məsələnin həllinin asimptotik xassələrinin öyrənilməsinə həsr olunmuş işlərini xüsusilə qeyd etmək lazımdır. Sonralar bu istiqamətdə birinci və ikinci tərtib operator-diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin və sərhəd məsələlərinin araşdırılmasına çox sayda tədqiqat işləri həsr olunmuşdur. Bu nəticələr S.Q.Kreyn, A.A.Dezin, V.İ.Qorbaçuk və M.L.Qorbaçuk. S.Y.Yakubovun fundamental kitablarında öz əksini tapmışdır. Eyni zamanda bu tədqiqatlar içərisində M.G.Qasımov, M.Bayramoğlu, Y.A.Dubinskiy, S.S.Mirzəyev, F.S.Rofe-Beketov, A.A.Şkalikov, A.R.Əliyev və başqalarının işlərini göstərə bilərik.

Bütün bunlara baxmayaraq operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin həll olunması nəzəriyyəsi öz tam həllini tapmamışdır və yeni-yeni tədqiqatların yaranması davam etməkdədir. Son dövrlərdə bu istiqamətdə yeni qiymətli tədqiqatlar aparılmışdır. Bu tədqiqatlar içərisində S.S.Mirzəyev və onun bəzi tələbələrinin tədqiqatlarını xüsusi qeyd etmək lazımdır.

Məlum olduğu kimi diskret spektrə malik olan operatorların kvant fizikasında və nəzəri fizikada mühüm əhəmiyyəti və rolu vardır. Verilmiş operatorun məxsusi ədədlərinin öyrənilməsi və asimptotik paylanmasının tədqiqi xüsusi maraq doğuran məsələlərdir. Bu məsələlər ilk dəfə G.Titçmarş, T.Karleman, B.M.Levitan, M.S.Birman, M.Z.Solomyak, A.Q.Kostyuçenko, M.G.Qasımov, V.Y.Solomyak və başqaları tərəfindən tədqiq olunmuşdur.

Bəzi hallarda baxılan operatorun spektri yeganə limit nöqtəsi sıfır olan mənfi məxsusi ədədlərdən ibarət olur. Bu halda $(\varepsilon < 0)$ ədədindən kiçik olan məxsusi ədədlər sayının asimptotik düsturunun tapılması xüsusi əhəmiyyətə malikdir.

Bu istiqamətdə M.Ş.Birman, V.Y.Skaçek, Q.Rozenblyum, Ə.Ə.Adıgözəlov, M.Bayramoğlu, D.R.Yafayev, A.M.Bayramov. H.İ.Aslanov və N.A.Qədirli və başqalarının tədqiqatlarını qeyd edə bilərik.

Təqdim olunmuş dissertasiya işidə bu istiqamətdə aparılan tədqiqatlardan ibarətdir. Dissertasiyada sonlu parçada dördüncü tərtib tam operator-diferensial tənliklər üçün qoyulmuş sərhəd məsələlərinin korrekt həll olunması məsələləri və kvant mexanikasında xüsusi əhəmiyyət və tətbiqləri olan ikinci tərtib diferensial operatorların mənfi spektrinin diskretliyi, mənfi məxsusi ədədlərin paylanma funksiyasının qiymətləndirmələri və mənfi məxsusi ədədlərin dördüncü dərəcələrindən ibarət cəmlərin asimptotik düsturlarının alınması məsələləri öyrənilmişdir. Ona görə də dissertasiya işinin mövzusu olduqca aktualdır.

Tədqiqatın obyekti və predmeti. Hilbert fəzasında dördüncü tərtib ikihədli operator-diferensial tənliklər üçün sonlu parçada bəzi sərhəd məsələlərinin həll olunma şərtlərinin tədqiqi, həllin yeganəlik şərtlərinin müəyyən olunması, requlyar həll olunma şərtlərinin müəyyən edilməsi. Dörd tərtibli tam operator-diferensial tənliklər üçün sonlu parçada sərhəd məsələsinin requlyar və Fredholm mənada həll olunması. Yarımoxda ikinci tərtib diferensial operatorların mənfi spektrinin tədqiqi, mənfi spektrin paylanma funksiyası üçün qiymətləndirmələr alınması və mənfi məxsusi ədədlərin dördüncü dərəcələrindən ibarət cəmlər üçün bəzi asimptotik bərabərliklərin alınması.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri.

- İkihədli dördtərtibli bircins operator-diferensial tənliklər üçün sonlu parçada bir sərhəd məsələsinin requlyar həll olunma şərtlərinin müəyyən olunması;
- Dörd tərtibli qeyri-bircins operator-diferensial tənlik üçün sərhəd məsələsinin yeganə həllinin varlığını və requlyar həll olunmasını göstərmək;

- Sıfırdan fərqli sərhəd şərtli dörd tərtibli ikihədli operator-diferensial tənliyin requlyar həll olunmasının tədqiqi;
- Sonlu parçada hamar vektor-funksiyalar fəzasında aralıq törəmə operatorlarının normaları üçün Kolmoqorov tipli bərabərsizliklərin alınması;
- Kolmoqorov tipli bərabərsizliklərin köməyi ilə sərhəd məsələsinin requlyar həllinin varlığı haqqında əsas teoremi isbat etmək;
- Dörd tərtibli operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsinin Fredholm mənada həll olunmasını isbat etmək;
- Yarımoxda ikinci tərtib diferensial operatorların mənfi məxsusi ədədlərinin dördüncü dərəcələrinin cəmi üçün asimptotik qiymətləndirmələr almaq.

Tədqiqat metodları.

Dissertasiya işində operatorlar yarımqrupları nəzəriyyəsinin, Hilbert fəzasında öz-özünə qoşma operatorlar nəzəriyyəsinin metodlarından, funksiyalar nəzəriyyəsinin Kolmoqorov tipli bərabərsizliklər adlanan bəzi nəticələrindən, diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin metodlarından istifadə olunmuşdur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar. Sonlu parçada dördüncü tərtib tam operator-diferensial tənliklər üçün müxtəlif sərhəd məsələlərinin requlyar həll olunma şərtləri müəyyən edilmişdir. Bu şərtlər sərhəd məsələsinə uyğun Sobolev tipli fəzalarda aralıq törəmə operatorlarının tənliyin baş hissəsi vasitəsilə alınan qiymətləndirmələrin köməyi ilə alınır. Tam operator-diferensial tənliyin tamam kəsilməz əmsallı həyəcanlanmasından alınan tənliklərin Fredholm mənada həll olunması şərtləri müəyyən edilmişdir. İkinci tərtib operator tənliyin mənfi spektri tədqiqi edilmiş, mənfi məxsusi ədədlərin paylanma funksiyası üçün qiymətləndirmələr alınmış, mənfi məxsusi ədədlərin dördüncü dərəcələrindən ibarət cəmlər üçün qiymətləndirmələr alınmış, bu cəmlər üçün asimptotik düsturlar isbat olunmuşdur.

Təqdiqatın elmi yeniliyi.

- İkihədli dörd tərtibli bircins operator-diferensial tənliklər üçün sonlu parçada sərhəd məsələsinin requlyar həll olunması isbat olunmuşdur.

- Qeyri-bircins operator-diferensial tənlik üçün sərhəd məsələsinin yeganə həllinin varlığı isbat olunmuşdur.
- Hamar vektor-funksiyalar fəzasında tənliyə uyğun aralıq törəmə operatorlarının normaları üçün dəqiq qiymətləndirmələr alınmışdır.
- Aralıq törəmə operatorlarının normaları üçün bərabərsizliklərin köməyi ilə tənliyin requlyar həll olunması üçün kafi şərtlər müəyyən olunmuşdur.
- Operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsinin Fredholm mənada həll olunması isbat olunmuşdur.
- Yarımoxda ikinci tərtib diferensial operatorların mənfi spektri tədqiq edilmiş, mənfi məxsusi ədədlərin dördüncü dərəcələrinin cəmi üçün asimptotik düsturlar alınmışdır.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiya işində alınmış nəticələr əsasən nəzəri xarakter daşıyır. Alınmış nəticələrdən bəzi sinif xüsusi törəməli diferensial tənliklərin həllinin öyrənilməsi zamanı istifadə oluna bilər. Dördüncü tərtib operator-diferensial tənliyə gətirilən bəzi mexaniki və tətbiqi məsələlərin həllində alınmış nəticələr tətbiq edilə bilər.

Mənfi spektrə malik olan diferensial operatorların nəzəri fizikada və kvant mexanikasında mühüm tətbiqləri olduğunu nəzərə alsaq, bu istiqamətdə alınmış nəticələrin həmin sahələrdə aparılan tədqiqatlar üçün faydalı olacağını gözləmək olar.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyada alınmış nəticələr Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun “Funksional analiz” və “Diferensial tənliklər” şöbələrinin elmi seminarlarında, Sumqayıt Dövlət Universitetinin “Riyazi analiz və funksiyalar nəzəriyyəsi” və “Diferensial tənliklər və optimallaşdırma” kafedralarının elmi seminarlarında, həmçinin Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 60 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və Mexanikanın müasir problemləri” adlı Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2019), akademik Mirabbas Qasımovun 80 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq Workshop-da (Bakı, 2019), “Applied Mathematics and Ebgineering” ISAME22, Beynəlxalq simpoziumunda, Onlayn (Türkiyə, 2022), “Riyaziyyatın və informasiya texnologiyalarının müasir problemləri” III Ümumrusiya elmi konfransında (Maxaçkala, 2021,2022), akademik İbrahim İbrahimovun 110 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və Mexanikanın müasir problemləri” adlı Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2022) məruzə edilmişdir.

Müəllifin şəxsi töhfəsi. Dissertasiyada alınan bütün elmi nəticələr və tədqiqat üsulları iddiaçıya məxsusdur.

Müəllifin nəşrləri. İddiaçının dissertasiyasının nəticələrinə dair 12, onlardan 6 məqalə, o cümlədən beynəlxalq xülasələndirmə və indeksləmə sistemlərinə daxil olan dövrü elmi nəşrlərdə 2 məqaləsi dərc edilmişdir. Respublika və ya beynəlxalq miqyaslı elmi tədbirlərin (konfrans, konqres, simpozium və s.) nəticələri üzrə 6, o cümlədən beynəlxalq elmi tədbirlərin nəticələri üzrə xaricdə 3 tezisi dərc edilmişdir.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı.

Dissertasiya işi Sumqayıt Dövlət Universitetinin “Riyazi analiz və funksiyalar nəzəriyyəsi” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi.

Dissertasiya işi giriş, mündəricat, üç fəsil, nəticə və istinad olunmuş 118 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. İşin ümumi həcmi 221762 işarə sayıdır (titul səhifəsi -387 işarə, mündəricat - 2513 işarə, giriş -39186 işarə, birinci fəsil -50000 işarə, ikinci fəsil-64000 işarə, üçüncü fəsil -64000 işarə, nəticə -1676 işarə).

DİSSERTASİYANIN ƏSAS MƏZMUNU

Dissertasiya işi giriş, üç fəsil və istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Girişdə dissertasiya işinin mövzusunun aktuallığı əsaslandırılmış, mövzu ilə əlaqədar olan əsas elmi işlərin qısa xülasəsi verilmiş, dissertasiyada alınmış əsas nəticələr şərh olunmuşdur.

Dissertasiya işinin **birinci fəsli** ikihədli dördtərtibli bircins operator-diferensial tənlik üçün bir sərhəd məsələsinin requlyar həll olunmasına, dördtərtibli qeyri-bircins tənlik üçün sərhəd məsələsinin yeganə həllinin varlığı və requlyar həll olunmasına, sıfır olmayan sərhəd şərtli dördtərtibli bircins tənliyin requlyar həll olunması məsələlərinin tədqiqinə həsr olunmuşdur.

Tutaq ki, H separabel Hilbert fəzasıdır, A isə H fəzasında təyin olunmuş öz-özünə qoşma müsbət-müəyyən operatordur. Məlumdur ki, $A^p(p \geq 0)$ operatorunun təyin oblastı $D(A^p)$, $(x, y)_p = (A^p x, A^p y)$, $x, y \in D(A^p)$skalyar hasilinə görə H_p Hilbert fəzası təşkil edir. $p = 0$ olduqda $H_0 = H$ qəbul edirik.

$L_2([0,1]; H)$ ilə istənilən $t \in [0,1]$ üçün qiymətləri H Hilbert fəzasına daxil olan və sonlu

$$\| f \|_{L_2([0,1];H)} = \left(\int_0^1 \| f(x) \|_H^2 \, dt \right)^{1/2}$$

normasına malik olan vektor-funksiyalar çoxluğunu işarə edək. Bu fəzada f, g elementlərinin skalyar hasili

$$(f, g)_{L_2([0,1];H)} = \int_0^1 (f(t), g(t))_H \, dt$$

bərabərliyi ilə təyin olunur.

$W_2^4([0,1]; H)$ ilə aşağıdakı kimi təyin edilən Hilbert fəzasını işarə edək:

$$W_2^4([0,1]; H) =$$
$$= \{u(t); u^{(IV)}(t) \in L_2([0,1]; H), A^4 u(t) \in L_2([0,1]; H)\}.$$

Bu fəzada elementlərin skalyar hasili və norması aşağıdakı kimi təyin edilir

$$(u, v)_{W_2^4([0,1];H)} = \int_0^1 \left(u^{(IV)}(t), v^{(IV)}(t)\right)_H dt + \int_0^1 \left(A^4 u(t), A^4 v(t)\right)_H dt$$

$$(u(t))^2_{W_2^4([0,1];H)} = \left\| u^{IV}(t) \right\|^2_{L_2([0,1];H)} + \left\| A^2 u(t) \right\|^2_{L_2([0,1];H)}.$$

İz haqqında teoremdən məlumdur ki, əgər $u(t) \in W_2^4([0,1]; H)$ isə, onda $u^{(k)}(0)$, $u^{(k)}(1) \in H_{4-k-\frac{1}{2}}$, $k = 0,1,2,3$ münasibətləri doğrudur.

Burada $u^{(k)}(t)$ törəmələri ümumiləşmiş funksiyalar mənada başa düşülür.

1.2 -də aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxılır:

$$\frac{d^4u(t)}{dt^4} + A^4u(t) = f(t) \tag{1}$$

$$u(0) = u'(0) = 0,\ u(1) = u'(1) = 0 \tag{2}$$

Burada $u(t)$, $f(t)$ funksiyaları $(0,1)$ intervalında sanki hər yerdə təyin olunmuş vektor-funksiyalardır, A isə H fəzasında öz-özünə qoşma müsbət-müəyyən operatordur.

Tərif 1. Əgər $f(t) \in L_2([0,1];H)$ vektor-funksiyası üçün elə $u(t) \in W_2^4([0,1];H)$ vektor-funksiyası varsa ki, $(0,1)$ intervalında (1) tənliyini sanki hər yerdə ödəyir, onda $u(t)$-yə (1) tənliyinin requlyar həlli deyilir.

Tərif 2. Əgər istənilən $f(t) \in L_2([0,1];H)$ üçün (1) tənliyinin $u(t)$ requlyar həlli varsa və bu həll (2) sərhəd şərtlərini $\lim\limits_{t\to+0}\|u(t)\|_{H_{7/2}} = 0$, $\lim\limits_{t\to+0}\|u'(t)\|_{H_{5/2}} = 0$, $\lim\limits_{t\to1-0}\|u(t)\|_{H_{7/2}} = 0$, $\lim\limits_{t\to1-0}\|u'(t)\|_{H_{5/2}} = 0$, mənada ödəyərsə, onda $u(t)$ vektor-funksiyası (1)-(2) sərhəd məsələsinin requlyar həlli adlanır.

Tərif 3. Əgər istənilən $f(t) \in L_2([0,1];H)$ vektor-funksiyası üçün (1)-(2) sərhəd məsələsinin requlyar həlli varsa və bu həll

$$\|u(t)\|_{W_2^4([0,1];H)} \le c\|f(t)\|_{L_2([0,1];H)}$$

bərabərsizliyini ödəyərsə, onda (1)-(2) sərhəd məsələsi requlyar həll olunan sərhəd məsələsi adlanır. (1)-(2) sərhəd məsələsinin requlyar (birqiymətli) həll olunan olmasını tədqiq etmək üçün əvvəlcə aşağıdakı bircins sərhəd məsələsinə baxılır:

$$\frac{d^4u(t)}{dt^4} + A^4u = 0 \tag{3}$$

$$u(0) = u'(0) = 0,\ u(1) = u'(1) = 0. \tag{4}$$

Aşağıdakı teorem doğrudur:

Teorem 1. Əgər A operatoru öz-özünə qoşma, müsbət müəyyən operator isə, onda (3)-(4) məsələsinin yalnız sıfır həlli vardır.

1.3-də teorem 1-dən istifadə edərək $f(t) \neq 0$ olduğu halda qeyri-bircins (3)-(4) sərhəd məsələsinin yeganə həllinin varlığı haqqında aşağıdakı teorem isbat edilir.

Teorem 2. Əgər A operatoru H Hilbert fəzasında öz-özünə qoşma, müsbət müəyyən operator isə, onda istənilən $f(t) \in L_2([0,1]; H)$ üçün (1)-(2) sərhəd məsələsinin yeganə $u(t) \in \overset{0}{W}_2[[0,1]; H]$ həlli vardır.

Teoremdən alınır ki, $u(t) \in \overset{0}{W}{}_2^4((0,1); H)$ fəzasında təyin olunmuş $L_0 u = \frac{d^4 u}{dt^4} + A^4 u$ operatoru üçün $KerL_0 = \{0\}$.

Teorem 2-dən isə alınır ki, $JmL_0 = L_2([0,1]; H)$, yəni L_0 operatoru $\overset{0}{W}{}_2^4((0,1); H)$ fəzasını $L_2((0,1); H)$ fəzasına qarşılıqlı birqiymətli inikas etdirir.Tərs operatorun varlığı və məhdudluğu haqqında Banax teoreminə görə L_0^{-1} operatorunun məhdud olduğunu və

$$\left\| L_0^{-1} u \right\|_{\overset{0}{W}{}_2^4((0,1);H)} \le c \| f \|_{L_2((0,1);H)}$$

yaxud

$$\| u(t) \|_{\overset{0}{W}{}_2^4([0,1];H)} \le c \| f \|_{L_2((0,1);H)}$$

olduğunu alırıq.

1.4-də

$$\frac{d^4 u}{dt^4} + A^4 u = 0 \tag{5}$$

$$u(0) = \varphi(0),\ u'(0) = \varphi_1,\ u(1) = \psi_0,\ u'(1) = \psi_1 \tag{6}$$

sərhəd məsələsinə baxılır və bu məsələnin requlyar həll olunan olması haqqında teorem isbat edilir.

Tərif 4. Əgər $\varphi_0, \psi_0 \in H_{7/2}$, $\varphi_1, \psi_1 \in H_{5/2}$ üçün (5) tənliyinin elə requlyar həlli varsa ki, (6) sərhəd şərtlərini

$$\lim_{t \to +0} \| u(t) - \varphi_0 \|_{H_{7/2}} = 0,\ \lim_{t \to +0} \| u'(t) - \varphi_1 \|_{H_{5/2}} = 0, \tag{7}$$

$$\lim_{t\to 1-0}\left\|u(t)-\psi_0\right\|_{H_{7/2}}=0,\ \lim_{t\to 1-0}\left\|u'(t)-\psi_1\right\|_{H_{5/2}}=0 \qquad (8)$$

mənada ödəsin, onda $u(t)$-yə (5)-(6) məsələsinin requlyar həlli deyilir.

Tərif 5. Əgər istənilən $\varphi_0,\psi_0\in H_{7/2}$, $\varphi_1,\psi_1\in H_{5/2}$ üçün (5)-(6) məsələsinin requlyar həlli varsa və bu həll üçün

$$\left\|u(t)\right\|_{\overset{0}{W}{}_2^4((0,1);H)}\le c\left(\left\|\varphi_0\right\|_{H_{7/2}}+\left\|\varphi_1\right\|_{H_{5/2}}+\left\|\psi_0\right\|_{H_{7/2}}+\left\|\psi_1\right\|_{H_{5/2}}\right) \qquad (9)$$

qiymətləndirməsi ödənilərsə, onda (5)-(6) məsələsi requlyar həll olunan məsələ adlanır.

Aşağıdakı teorem doğrudur:

Teorem 3. Əgər A operatoru H Hilbert fəzasında öz-özünə qoşma, müsbət müəyyən operator isə, onda (5)-(6) sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır.

Dissertasiya işinin **ikinci fəsli** sonlu parçada dördüncü tərtib tam şəkilli operator-diferensial tənliklər üçün bir sinif sərhəd məsələsinin requlyar və Fredholm mənada həll olunması məsələsinin tədqiqinə həsr olunmuşdur.

Separabel H Hilbert fəzasında aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxılır:

$$Lu=\frac{d^4u(t)}{dt^4}+A^4u(t)+\sum_{j=0}^{4}A_{4-j}u^{(j)}(t)=f(t),\ t\in[0,1] \qquad (10)$$

$$u(0)=u'(0)=0,\ u(1)=u'(1)=0 \qquad (11)$$

Burada $f(t)$ və $u(t)$ funksiyaları $(0,1)$ intervalında təyin olunmuş qiymətləri H fəzasına daxil olan vektor-funksiyalardır.

Fərz olunur ki, (10) tənliyinin əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyir:

1) A-öz-özünə qoşma müsbət-müəyyən operatorudur.

2) $B_j=A_jA^{-j}\left(j=\overline{0,4}\right)$ operatorları H fəzasında məhdud operatorlardır.

Tərif 6. Əgər verilmiş $f(t)\in L_2((0,1);H)$ üçün (10) tənliyini $(0,1)$ intervalında sanki hər yerdə ödəyən $u(t)\in W_2^4((0,1);H)$ funksiyası varsa, ona (10) tənliyinin requlyar həlli deyilir.

Tərif 7. Əgər istənilən $f(t)\in L_2((0,1);H)$ üçün (10) tənliyinin elə

requlyar həlli varsa ki, bu həll (11) sərhəd şərtlərini
$$\lim_{t\to+0}\|u(t)\|_{H_{7/2}}=0,\quad \lim_{t\to+0}\|u'(t)\|_{H_{5/2}}=0,\quad \lim_{t\to 1-0}\|u(t)\|_{H_{7/2}}=0,$$
$\lim\limits_{t\to 1-0}\|u'(t)\|_{H_{5/2}}=0$ mənada ödəsin, onda $u(t)$ vektor-funksiyasına (10)-(11) sərhəd məsələsinin requlyar həlli deyilir.

Tərif 8. Əgər istənilən $f(t)\in L_2((0,1);H)$ üçün (10)-(11) məsələsinin requlyar həlli varsa və bu həll
$$\|u(t)\|_{W_2^4((0,1);H)}\le c\|f\|_{L_2((0,1);H)}$$
qiymətləndirilməsini ödəyirsə, onda (10)-(11) məsələsinə requlyar həll olunan məsələ deyilir.

(10)-(11) sərhəd məsələsinin requlyar həll olunması şərtlərinin müəyyən olunması üçün aralıq törəmə operatorları adlanan operatorların normalarının dəqiq qiymətləndirmələrindən istifadə olunur.

2.2-də aralıq törəmə operatorlarının normalarının qiymətləndirilməsi haqqında aşağıdakı mühüm teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 4. Fərz edək ki, A operatoru öz-özünə qoşma müsbət müəyyən operatordur. Onda bütün $u(t)\in \overset{0}{W}{}_2^4((0,1);H)$ funksiyaları üçün aşağıdakı bərabərsizliklər doğrudur:
$$\left\|A^4u(t)\right\|_{L_2((0,1);H)}\le c_0\|L_0u(t)\|_{L_2((0,1);H)} \tag{12}$$
$$\left\|A^3u'(t)\right\|_{L_2((0,1);H)}\le c_1\|L_0u(t)\|_{L_2((0,1);H)} \tag{13}$$
$$\left\|A^2u''(t)\right\|_{L_2((0,1);H)}\le c_2\|L_0u(t)\|_{L_2((0,1);H)} \tag{14}$$
$$\|Au'''(t)\|_{L_2((0,1);H)}\le c_3\|L_0u(t)\|_{L_2((0,1);H)} \tag{15}$$
$$\left\|u^{(IV)}(t)\right\|_{L_2((0,1);H)}\le c_4\|L_0u(t)\|_{L_2((0,1);H)} \tag{16}$$
burada $c_0=c_4=1,\ c_2=\dfrac{1}{2},\ c_1=\dfrac{1}{\sqrt{2}},\ c_3=\sqrt{3}+1+\dfrac{1}{2}\sqrt{1\left(2+\sqrt{3}\right)}$.

2.3-də teorem 4-də alınmış qiymətləndirmələrdən istifadə edərək

(10)-(11) sərhəd məsələsinin requlyar həll olunması haqqında aşağıdakı əsas teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 5. Fərz edək ki, A operatoru H Hilbert fəzasında öz-özünə qoşma operatordur və $B_j = A_j A^{-j}\left(j=\overline{0,4}\right)$ operatorları H fəzasında məhdud operatorlardır. Əlavə olaraq fərz edək ki,

$$h = \sum_{j=1}^{4} c_j \left\| B_{4-j} \right\| < 1$$

cəbri şərti ödənir. Onda (10)-(11) sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır. Burada c_0, c_1, c_2, c_3, c_4 ədədləri teorem 4-ə tapılan ədədlərdir.

2.4-də sıfır olmayan sərhəd şərtli bircins tənliyin requlyar həll olunması məsələsi araşdırılmışdır. Aşağıdakı məsələyə baxaq:

$$\frac{d^4u(t)}{dt^4} + A^4u(t) + \sum_{j=0}^{4} A_{4-j}u^{(j)}(t) = 0 \qquad (17)$$

$$u(0) = \varphi_0,\ u'(0) = \varphi_1,\ u(1) = \psi_0,\ u'(1) = \psi_1. \qquad (18)$$

Tərif 9. Əgər (17) tənliyinin requlyar həlli varsa və bu həll (18) sərhəd şərtlərini

$$\lim_{t\to+0}\left\|u(t)-\varphi_0\right\|_{H_{7/2}} = 0,\ \lim_{t\to+0}\left\|u'(t)-\varphi_1\right\|_{H_{5/2}} = 0,$$

$$\lim_{t\to1-0}\left\|u(t)-\psi_0\right\|_{H_{7/2}} = 0,\ \lim_{t\to1-0}\left\|u'(t)-\psi_1\right\|_{H_{5/2}} = 0$$

mənada ödəyirsə, onda $u(t)$ -yə (17)-(18) sərhəd məsələsinin requlyar həlli deyilir.

Tərif 10. Əgər istənilən $\varphi_0 \in H_{7/2}$, $\varphi_1 \in H_{5/2}$, $\psi_0 \in H_{7/2}$, $\psi_1 \in H_{5/2}$ üçün (17)-(18) məsələsinin requlyar həlli varsa və bu həll üçün

$$\left\|u(t)\right\|_{\overset{0}{W}{}_2^4((0,1);H)} \le$$

$$\le const\left(\left\|\varphi_0\right\|_{H_{7/2}} + \left\|\varphi_1\right\|_{H_{5/2}} + \left\|\psi_0\right\|_{H_{7/2}} + \left\|\psi_1\right\|_{H_{5/2}}\right)$$

qiymətləndirməsi ödənilirsə, onda (17)-(18) məsələsinə requlyar həll olunan sərhəd məsələsi deyilir.

Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 6. Əgər A operatoru H fəzasında öz-özünə qoşma, müsbət müəyyən operator isə, $B_j = A_j A^{-j}\left(j=\overline{0,4}\right)$ operatorları məhdud isə və

$$h = \sum_{j=1}^{4} c_j \left\| B_{4-j} \right\| < 1$$

şərti ödənirsə, onda (17)-(18) sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır. Burada $c_j\left(j=\overline{0,4}\right)$ sabitləri teorem 4 vasitəsilə tapılan ədədlərdir.

2.5-də sıfır olmayan sərhəd şərtli qeyri-bircins tənliyin requlyar həll olunması öyrənilmişdir. Aşağıdakı məsələs baxaq:

$$\frac{d^4u(t)}{dt^4} + A^4u(t) + \sum_{j=0}^{4} A_{4-j}u^{(j)}(t) = f(t),\ t \in [0,1) \tag{19}$$

$$u(0) = \varphi_0,\ u'(0) = \varphi_1,\ u(1) = \psi_0,\ u'(1) = \psi_1 \tag{20}$$

Tərif 11. Əgər istənilən $f(t) \in L_2((0,1);H)$ və istənilən $\varphi_0 \in H_{7/2}$, $\varphi_1 \in H_{5/2}$, $\psi_0 \in H_{7/2}$, $\psi_1 \in H_{5/2}$ üçün (19) tənliyi sanki hər yerdə ödəyən elə $u(t) \in W_2^4((0,1);H)$ vektor-funksiyası varsa ki, (20) sərhəd şərtlərini

$$\lim_{t \to +0} \left\| u(t) - \varphi_0 \right\|_{H_{7/2}} = 0,\ \lim_{t \to +0} \left\| u'(t) - \varphi_1 \right\|_{H_{5/2}} = 0,$$

$$\lim_{t \to 1-0} \left\| u(t) - \psi_0 \right\|_{H_{7/2}} = 0,\ \lim_{t \to 1-0} \left\| u'(t) - \psi_1 \right\|_{H_{5/2}} = 0$$

yığılması mənada ödəsin və onun üçün

$$\left\| u(t) \right\|_{W_2^4((0,1);H)} \le const\Big(\| f \|_{L_2((0,1);H)} +$$

$$+ \left\| \varphi_0 \right\|_{H_{7/2}} + \left\| \varphi_1 \right\|_{H_{5/2}} + \left\| \psi_0 \right\|_{H_{7/2}} + \| \psi_1 \|_{H_{5/2}} \Big)$$

qiymətləndirməsi doğru olsun, onda deyirlər ki, (19)-(20) sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır.

Aşağıdakı teorem doğrudur:

Teorem 7. Fərz edək ki, (19) tənliyinin əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyir:

1) A operatoru H Hilbert fəzasında öz-özünə qoşma müsbət

müəyyən operatordur;

2) $B_j = A_j A^{-j} \left(j = \overline{0,4} \right)$ operatorları H fəzasında məhdud operatorlardır;

3) $h = \sum_{j=1}^{4} c_j \left\| B_{4-j} \right\| < 1$ cəbri şərti ödənilir.

Onda (19)-(20) sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır.

2.6--də bəzi əlavə şərtlər daxilində sərhəd məsələlərinin Fredholm mənada həll olunması haqqında teorem isbat eidlmişdir.

Aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxaq:

$$\frac{d^4 u(t)}{dt^4} + A^4 u(t) + \sum_{j=0}^{3} A_{3-j} u^{(j)}(t) + \sum_{i=0}^{3} T_{3-i} u^{(i)}(t) = f(t) \qquad (21)$$

$$u(0) = 0,\ u'(0) = 0,\ u(1) = 0,\ u'(1) = 0 \qquad (22)$$

$\overset{0}{W}{}_2^4((0,1); H)$ fəzasında aşağıdakı operatorları təyin edək:

$$Lu = \frac{d^4 u(t)}{dt^4} + A^4 u(t) + \sum_{j=0}^{3} A_{3-j} u^{(j)}(t)$$

$$Ku = \sum_{j=0}^{3} K_{3-j} u^{(j)}(t)$$

$$Qu = Lu + Ku\ .$$

Aşağıdakı teorem doğrudur:

Teorem 8. Tutaq ki, (21) tənliyinin əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyir:

1) A operatoru H fəzasında öz-özünə qoşma müsbət müəyyən operatorudur və onun A^{-1} tərs operatoru tamam kəsilməzdir;

2) $B_j = A_j A^{-j} \left(j = \overline{0,3} \right)$ operatorları H fəzasında məhdud operatorlardır;

3) $K_i = T_i A^{-i} \left(i = \overline{0,3} \right)$ operatorları tamam kəsilməz operatorlardır;

4) $\tilde{h} = \sum_{j=0}^{3} c_j \left\| B_{3-j} \right\| < 1$cəbri şərti ödənilir;

burada $c_j \left(j = \overline{0,3} \right)$ ədədləri teorem 4 vasitəsilə tapılan ədədlərdir.

Bu halda Q operatoru $\overset{0}{W}{}_2^4((0,1);H)$ fəzasından $L_2((0,1);H)$ fəzasına təsir edən Fredholm tipli operatordur.

Üçüncü fəsildə yarımoxda verilmiş Şturm-Liuvill operatorunun mənfi spektri tədqiq edilmiş, mənfi spektrin diskretliyi isbat edilmiş, mənfi məxsusi ədədlərin paylanma funksiyasının qiymətləndirmələri alınmış, mənfi məxsusi ədədlərin dərəcələrindən ibarət cəmlərin asimptotik düsturlkarı isbat edilmişdir.

3.1-də Şturm-Liuvill operatorunun məxsusi ədədləri ilə əlaqədar olan bəzi bərabərsizliklər isbat edilmişdir.

$L_2[0,\infty)$ fəzasında

$$l(y) = -y'' - q(x)y \tag{23}$$

diferensial ifadəsi və

$$y'(0) = 0 \tag{24}$$

sərhəd şərti ilə təyin olunmuş operatoru L ilə işarə edək. Fərz edək ki, $q(x)$ funksiyası aşağıdakı şərtləri ödəyir:

1) $q(x)$ funksiyası $[0,\infty)$ intervalında kəsilməz, monoton azalan və müsbət funksiyadır.

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} q(x) = 0$.

L operatoru öz-özünə qoşma, aşağıdan məhdud operatordur və onun spektrinin mənfi hissəsi diskretdir. L operatorunun mənfi məxsusi ədədlərini $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda\Lambda < \lambda_n < \Lambda$ kimi işarə edək. $q(x)$ funksiyasının tərsini $p(x)$ ilə işarə edək. $\varepsilon \in (0, q(0))$ ədədini götürək və aşağıdakı operatorları təyin edək:

1) $L_2[p(\varepsilon),\infty)$ fəzasında $l(y) = -y'' - q(x)y$ diferensial ifadəsi və $y'(p(\varepsilon)) = 0$ sərhəd şərti ilə təyin olunmuş operatoru L' ilə işarə edək.

2) $L_2[0, p(\varepsilon)]$ fəzasında $l(y) = -y'' - q(x)y$ diferensial ifadəsi və uyğun olaraq $y(0) = (p(\varepsilon)) = 0$ və $y'(0) = y'(p(\varepsilon)) = 0$ şərtləri ilə təyin olunmuş operatorları L_0 və L_1 ilə işarə edək.

3) $[0, p(\varepsilon)]$ parçasının $0 = x_0 < x_1 < x_2 < \Lambda < x_m = \rho(\varepsilon)$ bölgüsünü

götürək. $L_2[x_{i-1}, x_i]$ fəzasında (23) diferensial ifadəsi və uyğun olaraq $y(x_{i-1}) = y(x_i) = 0$ və $y'(x_{i-1}) = y'(x_i) = 0$ sərhəd şərtləri ilə təyin olunmuş operatorları L_{0i} və L_{1i} ilə işarə edək.

4) $L_2[x_{i-1}, x_i]$ fəzasında $l(y) = -y'' - q(x_i)y$ diferensial ifadəsi $y(x_{i-1}) = y(x_i) = 0$ sərhəd şərti ilə təyin olunmuş operatoru $\overline{L}_{0i}$ ilə, $l(y) = -y'' - q(x_{i-1})y$ diferensial ifadəsi və $y'(x_{i-1}) = y'(x_i) = 0$ sərhəd şərti ilə təyin olunan operatoru isə $\overline{L}_{1i}$ ilə işarə edək.

Aşağıdakı teorem doğrudur:

Teorem 9. Əgər $q(x)$ funksiyası 1) şərtini ödəyərsə, onda istənilən $y \in D(L')$ üçün

$$(L'y, y) \geq -\varepsilon(y, y) \tag{25}$$

bərabərsizliyi doğrudur.

$N(\alpha)$, $N_0(\alpha)$ və $N_1(\alpha)$ ilə uyğun olaraq L, L_0 və L' operatorlarının $(-\alpha)-$dan $(\alpha \in (0, \infty))$ kiçik olan mənfi məxsusi ədədlərinin sayını işarə edək. L operatorunun $\lambda_1, \lambda_2, \Lambda\ \lambda_n \Lambda$ məxsusi ədədlərinə uyğun ortonormal məxsusi funksiyalarını $u_1, u_2, \Lambda\ , u_n, \Lambda$ ilə işarə edək.

$T = L + \alpha E,\ T_0 = L_0 + \alpha E,\ T_1 = L_1 + \alpha E$ olsun. (E-vahid operatordur).

Teorem 10. Əgər $q(x)$ funksiyası 1), 2) şərtlərini ödəyərsə, bu halda istənilən $\alpha \in (0, \infty)$ üçün

$$N(\alpha) \geq N_0(\alpha) \tag{26}$$

bərabərsizliyi doğrudur.

Teorem 11. Əgər $q(x)$ funksiyası 1), 2) şərtlərini ödəyərsə, bu halda istənilən $\alpha \in [\varepsilon, \infty)$ üçün

$$N(\alpha) \leq N_1(\alpha) \tag{27}$$

bərabərsizliyi doğrudur.

Teorem 12. Əgər $q(x)$ funksiyası 1) şərtini ödəyərsə, bu halda $L_{0i} < \overline{L}_{0i}$ və $L_{1i} < \overline{L}_{1i}$ münasibəti doğrudur.

3.3.2-də L operatorunun mənfi məxsusi ədədlərinin dördüncü dərəcələrinin cəmi üçün bəzi bərabərsizliklər isbat olunmuşdur.

L_{0i} və $\overline{L}_{0i}$ operatorlarının $(-\alpha)$-dan kiçik olan məxsusi ədədlərinin sayını uyğun olaraq $n_{0i}(\alpha)$ və $\overline{n}_{0i}(\alpha)$ ilə işarə edək. $n_{0i}(\varepsilon)=n_{0i}$, $\overline{n}_{0i}(\varepsilon)=\overline{n}_{0i}$

$\overline{L}_{0i}$ operatorunun məxsusi ədədlərini $\mu_{i(1)} \le \mu_{i(2)} \le \Lambda$ kimi nömrələyək. R.Kurantın vasiasiya prinsipindən istifadə etməklə

$$N(\alpha) \ge \sum_{i=1}^{m} n_{0i}(\alpha) \tag{28}$$

bərabərsizliyi və

$$\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} \lambda_j^4 \ge \sum_{i=1}^{M} \sum_{m=1}^{\overline{n}_{0i}} \mu_{im}^4 \tag{29}$$

münasibətini alarıq.

Aşağıdakı mühüm teorem doğrudur:

Teorem 13. $\overline{L}_{0i}$ operatorunun $(-\varepsilon)$-dan kiçik olan məxsusi ədədlərinin dördüncü dərəcələrinin cəmi üçün aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur:

$$\sum_{m=1}^{\overline{n}_{0i}} \mu_{i(m)}^4 > \frac{\delta}{3/5\pi} \sqrt{q(x_i)-\varepsilon}\,\{128q^4(x_i)+64q^3(x_i)\varepsilon +$$

$$+48q^2(x_i)\varepsilon^2+40q(x_i)\varepsilon^3+45\varepsilon^4\} - 2q^4(x_i),\ (\delta = x_i - x_{i-1})$$

İndi isə L operatorunun məxsusi ədədlərinin dördüncü dərəcələrinin cəminin qiymətləndirilməsini göstərən bərabərsizliklərdən ibarət teoremləri göstərək:

Teorem 14. Əgər $q(x)$ funksiyası 1), 2) şərtlərini ödəyərsə, onsa ε-nun kiçik müsbət qiymətlərində aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur:

$$\sum_{j=1}^{N(\varepsilon)} \lambda_j^4 > \frac{1}{3/5\pi} \int_0^{p(\varepsilon)} f(x,\varepsilon)dx - cp^k(\varepsilon) \tag{30}$$

burada $f(x,\varepsilon)=\sqrt{q(x)-\varepsilon}\,[128q^4(x)+64q^3(x)\varepsilon +$

$$++48q^2(x)\varepsilon^2+40q(x)\varepsilon^3+45\varepsilon^4]$$

və $c>0$ müsbət sabitdir.

Teorem 15. Əgər $q(x)$ funksiyası 1), 2) şərtlərini ödəyərsə, onsa $\bar{L}_{1i}$ operatorunun $(-\varepsilon)$-dan kiçik olan məxsusi ədədləri üçün aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur:

$$\sum_{m=1}^{\bar{n}_{1i}} \bar{\gamma}_{im}^{4} < \frac{\delta}{3/5\pi} f\left(x_{i-1}, \varepsilon\right) + q^{4}\left(x_{i-1}\right) \tag{31}$$

Teorem 16. Əgər $q(x)$ funksiyası 1), 2) şərtlərini ödəyərsə, onsa ε ədədinin kifayət qədər kiçik müsbət qiymətlərində aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur:

$$\sum_{j=1}^{N(\varepsilon)} \lambda_j^4 < \frac{1}{3/5\pi} \int_0^{p(\varepsilon)} f(x,\varepsilon)dx - c_1 \int_0^{\delta} f(x,\varepsilon)dx + c_2 p^k(\varepsilon), \tag{32}$$

c_1 və c_2 müsbət ədədlərdir.

3.3-də $q(x)$ funksiyası üzərinə bəzi əlavə şərtlər qoymaqla $\varepsilon \to 0$ şərtində $\sum\limits_{\lambda_j < -\eta} \lambda_j^4$ cəmləri üçün asimptotik düsturlar isbat olunmuşdur.

Fərz edək ki, $q(x)$ funksiyası yuxarıda qeyd olunan 1), 2) şərtlərindən əlavə aşağıda qeyd olunan şərti də ödəyir:

3) $k_0 \in \left(0, \frac{2}{9}\right)$ sabiti və $\eta > 0$ ədədi üçün

$$\lim_{x\to\infty} q(x) x^{k_0 - \eta} = \lim_{x\to\infty} \left[q(x) x^{k_0+\eta}\right] = 0.$$

Bu halda aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur:

Teorem 17. Əgər $q(x)$ funksiyası 1)-3) şərltərini ödəyirsə, onda $\varepsilon \to 0$ olduqda aşağıdakı asimptotik düstur doğrudur:

$$\sum_{\lambda_j < -\varepsilon} \lambda_j^4 = \frac{1}{3/5\pi}\left[1 + O\left(\varepsilon^{-t_0}\right)\right] \int_{q(x) > \varepsilon} \sqrt{q(x) - \varepsilon} \times \tag{33}$$

$$\times \left[128 q^4(x) + 64 q^3(x)\varepsilon + 48 q^2(x)\varepsilon^2 + 40 q(x)\varepsilon^3 + 35\varepsilon^4\right] dx,$$

burada t_0 müsbət ədəddir.

Sonda elmi rəhbərim professor Həmidulla Aslanova dissertasiya işində məsələnin qoyuluşuna, işin yerinə yetirilməsi prosesindəki daimi diqqətinə və qayğısına görə dərin təşəkkürümü bildirirəm.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi Hilbert fəzasında dördüncü tərtib tam operator-diferensial tənliklər üçün sonlu parçada bəzi sərhəd məsələlərinin requlyar və Fredholm mənada həll olunması məsələlərinin həllinə və nəzəri fizika və kvant mexanikasında mühüm tətbiqləri olan ikinci tərtib diferensial operatorların mənfi spektrinin tədqiq olunmasına və mənfi məxsusi ədədlərin dördüncü dərəcələrindən ibarət olan cəmlər üçün bəzi asimptotik bərabərliklərin alınmasına həsr olunmuşdur.

Dissertasiya işində aşağıdakı yeni elmi nəticələr alınmışdır:

- İkihədli dörd tərtibli bircins operator-diferensial tənliklər üçün sonlu parçada bir sərhəd məsələsinin requlyar həll olunması isbat edilmişdir;
- Qeyri-bircins operator-diferensial tənlik üçün sərhəd məsələsinin yeganə həllinin varlığını isbat olunmuşdur;
- Hamar vektor-funksiyalar fəzasında tənliyə uyğun aralıq törəmə operatorlarının normaları üçün dəqiq qiymətləndirmələr alınmışdır;
- Aralıq törəmə operatorlarının normaları üçün alınmış qiymətləndirmələrdən istifadə edərək tənliyin requlyar həll olunması üçün kafi şərtlər müəyyən olunmuşdur;
- Bir sinif operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsinin Fredholm mənada həll olunması isbat olunmuşdur;
- Yarımoxda ikinci tərtib diferensial operatorların mənfi spektri tədqiq edilmiş, mənfi məxsusi ədədlərinin dördüncü dərəcələrinin cəmi üçün asimptotik bərabərliklər isbat olunmuşdur.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə dərc olunmuşdur:

1. Ейвазлы, Г.М. Об однозначной разрешимости краевой задачи для операторно-дифференциального уравнения четвертого порядка в гильбертовом пространстве //-Baku: Journal of Baku Engineering University, Mathematics and computer science, -2018. v.2, №2, -p.59-66.
2. Ейвазлы, Г.М. О разрешимости одной краевой задачи для однородного операторно-дифференциального уранвения четвертого порядка в гильбертовом пространстве // -Baku: Journal of Contemporary Applied Mathematics, -2019. v.9, №2. – p.57-60.
3. Eyvazli, G.M. On unique solvability of a boundary value problem for a fourth order operator-differential equation in Hilbert space // International Workshop dedicated to the 80th anniversary of an academician Mirabbas Geogja oglu Gasymov, -Baku, 7-8 June, -2019, -p.64-66
4. Eyvazlı, G.M. One unique solvability of a boundary value problem for a fourth order operator-differential equation on finite segment in Hilbert space // “Modern Problems of Mathematics and Mechanics” of International conference devoted to the 60th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS, -Baku, 23-25 october, -2019, -p.167-169.
5. Eyvazlı, G.M. Yarımoxda ikinci tərtib diferensial operatorların mənfi məxsusi ədədlərinin paylanma funksiyası ilə bağlı bəzi bərabərsizliklər // -Bakı: BDU-nun Xəbərləri, Fizik.-riyaz. elmləri seriy. -2020. №4, c.47-54.
6. Eyvazlı, G.M. Sonlu parçada dördtərtibli operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsinin Fredholm mənada həll olunması haqqında // - Sumqayıt: Sumqayıt Dövlət Universiteti, Elmi Xəbərlər, Təbiət və texniki elmləri bölməsi, -2020. c.20, №3, s.4-8.
7. Aslanov, H.I., Eyvazly, G.M.. On regular solvability of a boundary value problem for a fourth order operator-differential equation on finite segment // -Baku: Transactions of ANAS, ser. Phys.-tech. and math. sc. -2021. v.XXXXI, №1, -p.24-34.

8. Aslanov, H.I., Eyvazly, G.M.. On Kolmoqorov type inequalities for the norms of operators of intermediate derivatives in the space of smooth vektor functions on e finite segment // -Baku: Proceedings of IMM of ANAS, -2021, v.XXXXVII, №1, -p.143-155.

9. Асланов, Г.И., Ейвазлы, Г.М. О корректной разрешимости одной краевой задачи для однородного операторного-дифференциального уравнения четвертого порядка в гилбертовом пространстве // «Актуальные проблемы матем. и информ. технологий» Матер. II всероссийской конф. с межд. участием, -г. Махачкала: -5-7 февраля, -2021, -с. 29-30.

10. Aslanov, H.I., Eyvazly, G.M.. The asymptotic formula for the sum of the fourth degree of the negative eigenvalues of the second order differential operator in the semi-axis // (Online) İntern. Sumposium on Applied Mathem. and Engineering ISAME 22, -Istanbul, Turkey: -21-23 January -2022, -p.128.

11. Асланов, Г.И., Ейвазлы, Г.М. О фредгольмовой разрешимости краевой задачи для опертаорно-дифференциального уравнения четвертого порядка на конечном отрезке // «Актуальные проблемы матем. и информ. технологий» Матер. III всерос. конф. с межд. участием, -Махачкала: -7-9 февраля -2022, -с.44-47.

12. Aslanov, H.I., Eyvazly, G.M.. Some inequalities related to distribution function of negative eigen-values of differential operators on the semi-axis// “Modern Problems of Mathematica and Mechanics” proceedings of the Intern. conf. devoted to the 110-th anniv. of acad.I.I.Ibrahimov, -Bakı: 29 iyun-01 iyul -2022, -p.51.

Dissertasiyanın müdafiəsi **15 mart 2024-cü il** tarixində **14^{00}**-da Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç, 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **13 fevral 2024-cü il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 06.02.2024

Kağızın formatı: 60x841/16

Həcm: 35419

Tiraj: 100