AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

ÜÇÜNCÜ TƏRTİB MATRİS ƏMSALLI DİFERENSİAL OPERATORUN MƏXSUSİ VƏ QOŞULMUŞ FUNKSİYALAR SİSTEMİNİN SPEKTRAL XASSƏLƏRİ

İxtisas: 1211.01 – Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Yuliya Qabil qızı Abbasova**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2024

Dissertasiya işi Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Funksional analiz" şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Vəli Məhərrəm oğlu Qurbanov

Rəsmi opponentlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Nizaməddin Şirin oğlu İsgəndərov
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Elvin İbrahim oğlu Əzizbəyov
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi
Nazim Cəfər oğlu Cəfərov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası.

Dissertasiya şurasının sədri: AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor
_______________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.r.e.n.
_______________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: AMEA-nın həqiqi üzvü, f.r.e.d., professor
_______________ **Yusif Əbülfət oğlu Məmmədov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi.

Dissertasiya işi üçüncü tərtib matris əmsallı adi diferensial operatorların kök (məxsusi və qoşulmuş) funksiyalar sisteminin bəzi spektral xassələrinin araşdırılmasına həsr olunmuşdur.

Məlumdur ki, adi diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsi öz başlanğıcını Ş.Şturm, J.Luivilli, sonralar isə V.A.Steklov, D.Ya.Tamarkin, D.Birkhoof, M.L.Rəsulov və digər məşhur riyaziyyatçıların klassik işlərindən götürür. Bu işlərdə müxtəlif sərhəd məsələlərinin məxsusi ədədlərinin asimptotikası və spektral ayrılışların yığılması məsələləri tədqiq olunmuşdur.

Diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin qurulmasında aşağıdakı sualların araşdırılması mühüm rol oynayır: öyrənilən diferensial operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin bu və ya digər fəzalarda bazisliyi; diferensial operatorun təyin oblastına daxil olan və olmayan funksiyaların spektral ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması; bu və ya digər fəzalardan olan funksiyaların diferensial operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyaları üzrə spektral ayrılışının həmin funksiyanın triqonometrik Furye sırası ilə birgəyığılması (eyniyığılması) və s.

Öz-özünə qoşma olmayan sərhəd məsələlərinin öyrənilməsində aşkar olunmuşdur ki, belə operatorların məxsusi funksiyalar sistemi, ümumiyyətlə desək, nəinki L_2 -də bazis təşkil etmir, həm də L_2 sinfində tam olmaya da bilər. Ona görə də belə sistemlər qoşulmuş funksiyalarla tamamlanmalıdır. Bu məsələlərdə məxsusi və qoşulmuş funksiyalar (kök funksiyalar) sistemi, ümumiyyətlə desək, L_2 fəzasında ortoqonal deyil, bu sistemin nə qapalılığı, nə də minimallığı həmin fəzada onun bazisliyini təmin etmir. Beləliklə, öz-özünə qoşma olmayan məsələlərin tədqiqi yeni yanaşmalar tələb edir.

Bu istiqamətdə M.V.Keldış tərəfindən geniş sinif sərhəd məsələləri üçün xüsusi qurulmuş məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin L_2 - də tamlığı isbat edilmişdir. Geniş sinif sərhəd məsələləri üçün tamlıq məsələsinin öyrənilməsi bir çox riyaziyyatçılar tərəfindən davam etdirilmişdir. Güclü requlyar sərhəd məsələlərinin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin L_2 də bazisliyi V.P.Mixaylov və Q.M.Keselman tərəfindən göstərilmişdir. Requlyar məsələlərinin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin blok bazisliyi (və ya mötərizəli bazisliyi) A.A.Şkalikovun işində göstərilmişdir.

Əmsalları kifayət qədər hamar, requlyar sərhəd şərtli adi diferensial operatorların müntəzəm birgəyığılma məsələləri üçün ilk mühüm nəticələr D.Ya.Tamarkin tərəfindən alınmışdır. Sonralar analoji nəticə cəmlənən əmsallı diferensial operatorlar üçün M.Stoun tərəfindən alınmışdır. D.Ya.Tamarkinin birgəyığılma teoremi nüvəsi requlyar sərhəd şərtli diferensial operatorun Qrin funksiyasının xassələrini cəmləşdirən inteqral operatorlar üçün A.P.Xromov tərəfindən ümumiləşdirilmişdir.

Yuxarıda sadalanan nəticələrin əsasında rezolvent metodu dayanır və bu işlərdə alınmış birgəyığılma blok–birgəyığılmadır (mötərizəli birgəyığılma).

Diferensial operatorların spektral xassələrinin öyrənilməsində digər bir metod akademik V.A.İlin tərəfindən təklif edilmişdir. İlin tərəfindən aydınlaşdırılmışdır ki, qoşulmuş funksiyaların ümumi sayı sonsuz olduqda məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin tamlıq xassəsindən fərqli olaraq, bazislik və birgəyığılma (eyniyığılma) xassələri qoşulmuş funksiyaların seçilməsindən ciddi asılıdır və təkcə sərhəd şərtinin xüsusi forması ilə təyin olunmur. Bu xassələrə diferensial operatorun əmsallarının qiymətləri ciddi təsir edir, yəni əmsalların öz sinfində qalmaqla kiçik dəyişməsi bu xassənin yaranmasına və ya itməsinə səbəb ola bilər. Bu vəziyyətdə bazislik və birgəyığılma (eyniyığılma) şərtləri sərhəd şərtləri termini ilə ifadə edilə bilməz.

Bu səbəbdən də V.A.İlin diferensial operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyalarını konkret sərhəd şərtləri ilə bağlamadan spektral parametrli diferensial tənliyin requlyar həlli kimi təyin etməyi təklif etmişdir. Bu yanaşma ixtiyari sərhəd şərtlərinə (həm lokal, həm də qeyri-lokal), heç bir sərhəd şərti ilə bağlı olmayan funksiyalar sisteminə, həm də iki müxtəlif sərhəd məsələsinin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sistemlərinin alt çoxluqlarının birləşməsindən alınan sistemlərə baxmağa imkan verir.

V.A.İlinin işlərində adi diferensial operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminə baxılmış və müəyyən təbii şərtlər daxilində müntəzəm birgəyığılma (eyniyığılma) və kompaktda bazislik, şərtsiz bazislik teoremləri isbat edilmişdir.

Bu tədqiqatlar V.A.İlin və onun davamçılarının işlərində müxtəlif istiqamətlərdə inkişaf etdirilmişdir: V.V.Tixomirov, Ş.A.Alimov,İ.Yo,İ.S.Lomov,N.B.Kərimov,V.D.Budayev,V.İ.Komor nik,N.Lajetic,V.M.Qurbanov,L.V.Kriçkovun və digərlərinin işlərində bu məsələlər geniş tədqiq olunmuşdur.

Son dövrlər yığılma və birgəyığılma (eyniyığılma) sürətlərinin müxtəlif xarakteristikalardan asılılığı intensiv olaraq araşdırılır və bu istiqamətdə V.M.Qurbanov və A.T.Qarayevanın, V.M.Qurbanov və R.A.Səfərovun, İ.S.Lomovun, A.S.Markovun tədqiqatlarında əhəmiyyətli nəticələr alınmışdır. Bu məsələlər ikinci və dördüncü tərtib matris əmsallı diferensial operatorlar üçün V.M.Qurbanov və A.T.Qarayevanın, A.T.Qarayevanın, V.M.Qurbanov və Y.İ.Hüseynovanın işlərində ətraflı araşdırılmışdır.

Beləliklə, tək tərtibli diferensial operatorlar üçün, xüsusi halda üçüncü tərtib matris əmsallı operator üçün bu və ya digər sualların V.A.İlin metodu ilə araşdırılması riyazi maraq kəsb edir.

Tədqiqatın obyekt və predmeti. Dissertasiya işinin obyekti üçüncü tərtib matris əmsallı diferensial operatorlar, predmeti isə üçüncü tərtib matris əmsallı diferensial operatorların MQFS-nin araşdırılmasıdır.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Üçüncü tərtib matris əmsallı diferensial operatorun kök funksiyaları üzrə spektral ayrılışların mütləq və müntəzəm yığılması və komponent üzrə müntəzəm birgəyığılması sürətinin qiymətləndirilməsi məsələlərinin tədqiqi.

Tədqiqatın metodları. Dissertasiya işində diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin, funksional analizin və harmonik analiz nəzəriyyəsinin üsullarından istifadə olunmuşdur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

- Üçüncü tərtib cəmlənən matris əmsallı adi diferensial operatorun məxsusi funksiyaları üzrə spektral ayrılışın mütləq yığılmasının və müntəzəm yığılma sürətinin tədqiqinin nəticələri.

- Üçüncü tərtib hamar matris əmsallı diferensial operatorun kök vektor-funksiyaları üzrə $W_{2,m}^{1}(G)$ sinfindən olan vektor- funksiyaların biortoqonal ayrılışlarının mütləq və müntəzəm yığılmasının tədqiqinin nəticələri.
- Birici tərtib törəmənin əmsalının inteqral kəsilməzlik modulunun biortoqonal ayrılış ilə adi triqonometrik Furye sırasının komponent üzrə kompaktda müntəzəm birgəyığılma sürətinə təsirinin tədqiqinin nəticələri.
- Sobolev, Nikolski, Besov funksional fəzalarından olan vektor-funksiyalar üçün komponent üzrə kompaktda müntəzəm birgəyığılma sürətinin tədqiqinin nəticələri.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- $f(x)\in W_{1,m}^{1}(G),\ G=(0,1),$ vektor-funksiyanın üçüncü tərtib matris əmsallı diferensial operatorun məxsusi vektor-funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılıb və bu ayrılışın qalığı $C(\overline{G})$ metrikasında qiymətləndirilib.
- $W_{p,m}^{1}(G),\ p>1,$ sinfindən olan vektor-funksiyanın üçüncü tərtib matris əmsallı diferensial operatorun məxsusi vektor-funksiyaları üzrə spektral ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılıb və ayrılış üçün kafi şərtlər tapılıb və $\overline{G}=[0,1]$ parçasında müntəzəm yığılma sürəti qiymətləndirilib.
- $L_{p}^{m}(G), p\geq 1,$ sinfindən olan vektor-funksiyanın üçüncü tərtib cəmlənən matris əmsallı diferensial operatorun kök vektor-funksiyaları üzrə spektal ayrılışının triqonometrik sıra ilə komponent üzrə kompaktda müntəzəm birgəyığılması haqqında teoremlər isbat edilmişdir. $H_{p,m}^{\omega}(G),\ B_{p,\theta,m}^{\alpha}(G),\ W_{1,m}^{1}(G)$ funksional fəzalarından olan funksiyalar üçün komponent üzrə müntəzəm birgəyığılma sürətləri qiymətləndirilib.
- $W_{2,m}^{1}(G),\ G=(0,1),$ sinfindən olan vektor-funksiyanın üçüncü tərtib hamar matris əmsallı diferensial operatorun kök vektor-funksiyalar

üzrə biortoqonal ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması haqqında teorem isbat olunub və $\overline{G}=[0,1]$ parçasında müntəzəm yığılma sürəti qiymətləndirilib.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiyada alınan nəticələr nəzəri xarakter daşıyır. Alınan nəticələr diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsində, riyazi fizika məsələlərinin həlli zamanı Furye metodunun əsaslandırılmasında və funksiyaların approksimasiyası nəzəriyyəsində istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyanın əsas nəticələri Azərbaycan-Türkiyə-Ukrayna MADEA 7 Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2015); Əməkdar elm xadimi, professor A.Ş.Həbibzadənin 100 illiyinə həsr olunmuş "Funksional analiz və onun tətbiqləri" Respublika konfransında (Bakı, 2016); Riyaziyyatın nəzəri və tətbiqi problemləri Beynəlxalq Elmi konfransında (Sumqayıt, 2017); An International conference on mathematical advances and applications, ICOMAA (Istanbul\Turkey, 2018);AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 60 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransında (Bakı, 2019); AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Funksional analiz" şöbəsinin seminarında (rəhbər, f.r.e.d., prof.H.İ.Aslanov) məruzə edilmişdir; Современные методы теории краевых задач, Материалы Международной конференции Воронежская весенняя математическая школа Понтрягинские Чтения XXXIII Посвящается Юрию Ивановичу Сапронову (75-летию со дня рождения) (3-9 мая 2022 г.) Воронеж Издательский дом ВГУ; Modern Problems of Mathematics and Mechanics Proceedings of the International scientific conference devoted to the 110 – the anniversary of academician Ibrahim Ibrahimov Baku, June 29 – July 1, 2022

Müəllifin şəxsi töhvəsi. Alınmış bütün nəticə və təkliflər müəllifə aiddir.

Müəllifin nəşrləri. Dissertasiyanın tam məzmunu müəllifin 12 elmi işində dərc edilmişdir, əsərlərin siyahısı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı.

Dissertasiya işi Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil

Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun “Funksional analiz” şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi.

Dissertasiya işinin ümumi həcmi–187922 işarə (titul səhifəsi–378 işarə, mündəricat–2000 işarə, giriş–43544 işarə, I fəsil– 76000 işarə, II fəsil–64000 işarə, nəticə–2000 işarə). İstifadə olunan ədəbiyyat siyahısı 81 adda ədəbiyyatdan ibarətdir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Dissertasiya işi giriş, iki fəsil və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Hər bir fəsil paraqraflara ayrılmışdır.

Dissertasiyanın **birinci fəslində** $G=(0,1)$ intervalında

$$L\psi=\psi^{(3)}+U_1(x)\psi^{(2)}+U_2(x)\psi^{(1)}+U_3(x)\psi$$

matris əmsallı diferensial operatorunun məxsusi funksiyalar üzrə mütləq kəsilməz vektor-funksiyaların spektral ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması məsələləri tədqiq olunur. $W^1_{p,m}(G),\ p\geq 1,$ sinifdən olan vektor-funksiyanın ortoqonal ayrılışının $\bar{G}=[0,1]$ parçasında mütləq və müntəzəm yığılması üçün kafi şərtlər alınır və müntəzəm yığılma sürəti qiymətləndirilir.

Paraqraf **1.1-də** L diferensial operatoruna baxılır, $U_1(x)\equiv 0$ halında baxılan operatorun məxsusi vektor-funksiyaları üzrə mütləq kəsilməz vektor-funksiyanın ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması öyrənilir və bu ayrılışın qalığı qiymətləndirilir.

$G=(0,1)$ intervalında matris əmsallı

$$L\psi=\psi^{(3)}+U_2(x)\psi^{(1)}+U_3(x)\psi$$

operatoruna baxaq.

Burada $U_\ell(x)=\left(u_{\ell ij}(x)\right)^m_{i,j=1},\ \ \ell=2,3,\ u_{\ell ij}(x)\in L_1(G)$. $\bar{G}=[0,1]$ parçasında özü və ikinci tərtibə qədər törəmələri mütləq kəsilməz olan

m -komponentli vektor-funksiyalar sinfini $D(G)$ ilə işarə edək $\left(D(G)=W_{1,m}^{3}(G)\right)$.

L operatorunun λ məxsusi ədədinə uyğun məxsusi funksiyası dedikdə G-də sanki hər yerdə $L\psi(x)+\lambda\psi=0$ tənliyini ödəyən eyniliklə sıfır olmayan ixtiyari $\psi(x)=\left(\psi_1(x),\psi_2(x),...,\psi_m(x)\right)^T\in D(G)$, funksiyası başa düşülür.

Tutaq ki, $L_p^m(G)$, $p\geq 1$ m -komponentli $f(x)=(f_1(x),$ $f_2(x),...,f_m(x))^T$ vektor funksiyalar fəzasıdır. Bu fəzada norma

$$\|f\|_{p,m}=\left\{\int_G |f(x)|^p dx\right\}^{1/p}=\left\{\int_G\left(\sum_{\ell=1}^{m}|f_\ell(x)|^2\right)^{p/2}dx\right\}^{1/p},$$

bərabərliyi ilə təyin olunur, xüsusi halda $p=\infty$ olduqda,

$$\|f\|_{\infty,m}=\operatorname*{vraisup}_{x\in\overline{G}}|f(x)|.$$

Əgər $f(x)$ funksiyası $\overline{G}$- də mütləq kəsilməzdirsə və $f'(x)\in L_p^m(G)$ olarsa, onda deyəcəyik ki, $f(x)$ funksiyası $W_{p,m}^1(G)$, $p\geq 1$ sinfinə daxildir. $W_{p,m}^1(G)$–də norma aşağıdakı bərabərliklə təyin olunur:

$$\|f\|_{W_{p,m}^1(G)}=\|f\|_{p,m}+\|f'\|_{p,m}.$$

Fərz edək ki, $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ L operatorunun məxsusi funksiyalarından təşkil olunmuş, $L_2^m(G)$ fəzasında tam ortonormal sistemdir. $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ isə uyğun məxsusi ədədlər sistemidir $\left(Re\,\lambda_k=0\right)$ və μ_k spektral parametrini daxil edək:

$$\mu_k=\begin{cases}(-i\lambda_k)^{1/3}, & \operatorname{Im}\lambda_k\geq 0,\\ (i\lambda_k)^{1/3}, & \operatorname{Im}\lambda_k<0.\end{cases}$$

$f(x)\in W_{1,m}^1(G)$ funksiyasının $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ sistemi üzrə ortoqonal ayrılışının xüsusi cəmini daxil edək:

$$\sigma_\nu(x,f)=\sum_{\mu_k\le\nu} f_k\psi_k(x),\ \nu>0,$$

burada

$$f_k=(f,\psi_k)=\int_0^1 < f(x),\psi_k(x)>dx,$$

$$< f(x),\psi_k(x)>=\sum_{\ell=1}^{m} f_\ell(x)\overline{\psi_{k\ell}(x)},$$

$$\psi_k(x)=(\psi_{k1}(x),\psi_{k2}(x),\ldots,\psi_{km}(x))^T.\ R_\nu(x,f)=f(x)-\sigma_\nu(x,f)$$

fərqini daxil edək.

Bu paraqrafın əsas nəticəsi aşağıdakı teoremdə cəmlənir.

Teorem 1. *Tutaq ki,* $f(x)\in W_{1,m}^1(G)$, $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty$ *sistemi müntəzəm məhduddur və*

$$\left|< f(x),\psi_k^{(2)}(x)>\Big|_0^1\right|\le C(f)\mu_k^\alpha,\ 0\le\alpha<2,\mu_k\ge 8\pi, \tag{1}$$

$$\sum_{n=2}^\infty n^{-1}\omega_{1,m}(f',n^{-1})<\infty. \tag{2}$$

şərtləri ödənir.

Onda $f(x)$ *vektor-funksiyasının* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty$ *sistemi üzrə ayrılışı* $\overline{G}=[0,1]$ *parçasında mütləq və müntəzəm yığılır və*

$$\|R_\nu(\cdot,f)\|_{C[0,1]}\le const\left\{C(f)\nu^{\alpha-2}+\sum_{n=[\nu]}^\infty n^{-1}\omega_{1,m}(f',n^{-1})\right.$$

$$\left.+\left(\|f\|_{\infty,m}+\|f'\|_{1,m}\right)\nu^{-1}\sum_{r=2}^{3}\|U_r\|_1\nu^{2-r}+\nu^{-1}\|f'\|_{1,m}\right\}, \tag{3}$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Burada $\omega_{1,m}(g,\delta)$-

$$g(x)=(g_1(x),g_2(x),\ldots,g_m(x))^T\in L_1^m(G);\left(\ \omega_{p,m}(f,\delta)\equiv\omega_p(f,\delta)=\right.$$

$$= \sup_{0<h\le\delta}\left\{\int_0^{1-h}\left|f(x+h)-f(x)\right|^p dx\right\}^{1/p}\Bigg),$$

funksiyasının integral kəsilməzlik moduludur

$\left\|U_r\right\|_1 = \sum_{i,j=1}^{m}\left\|u_{rij}\right\|_1,\ r=2,3;const$ $f(x)$ *funksiyasından asılı deyil.*

Teorem 1-dən aşağıdakı nəticələr alınır.

Nəticə 1. *Əgər* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemi müntəzəm məhduddursa,* $f(x)\in W_{1,m}^1(G),\ f(0)=f(1)=0$ və $f'(x)\in H_{1,m}^{\alpha}(G), 0<\alpha<1,$ ($H_{1,m}^{\alpha}(G)$ m *-komponentli vektor - funksiyaların Nikolski sinifidir).*

Onda

$$\left\|R_\nu(\cdot,f)\right\|_{C[0,1]} \le const\,\nu^{-\alpha}\left\|f'\right\|_{1,m}^{\alpha}$$

qiymətləndirməsi doğrudur, burada

$$\left\|g\right\|_{1,m}^{\alpha} = \left\|g\right\|_{1,m} + \sup_{\delta>0}\delta^{-\alpha}\omega_{1,m}(g,\delta)\ .$$

Nəticə 2. *Əgər* $\{\psi_k(x)\}$ *sistemi müntəzəm məhduddursa,* $f(x)\in W_{1,m}^1(G),\ f(0)=f(1)=0$ şərtini ödəyirsə *və müəyyən* $\beta>0$ *üçün* $\omega_{1,m}(f',\delta)=O\left(ln^{-(1+\beta)}\delta^{-1}\right),\ \delta\to+0,$ *qiymətləndirməsi ödənilirsə,onda:*

$$\left\|R_\nu(\cdot,f)\right\|_{C[0,1]} = \mathrm{O}(\ln^{-\beta}\nu),\ \ \nu\to\infty.$$

1.2 paraqrafında $W_{p,m}^1(G),\ 1<p\le\infty$ sinfindən olan funksiyanın L operatorunun məxsusi vektor-funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması tədqiq olunur.

Teorem 2. *Tutaq ki,* $U_1(x)\equiv 0, U_r(x)\in L_1(G), r=\overline{2,3};$ $f(x)\in W_{p,m}^1(G),\ \ p>1$, *və*

$$\left|<f(x),\psi_k^{(2)}(x)>\Big|_0^1\right| \le C_1(f)\mu_k^{\alpha}\left\|\psi_k\right\|_{\infty,m},\ 0\le\alpha<2,\ \mu_k\ge 1,\ \ (4)$$

şərti ödənilir. Burada $C_1(f)$ *sabiti* $f(x)$ *funksiyasından asılıdır.*

Onda $f(x)$ *funksiyasının* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemi üzrə spektral ayrılışı* $\overline{G}=[0,1]$ *parçasında mütləq və müntəzəm yığılır və* $R_\nu(x,f)$ *qalığı üçün*

$$\|R_\nu(\cdot,f)\|_{C[0,1]}\le const\Big\{\; C_1(f)\nu^{\alpha-2}+\nu^{-\beta}\|f'\|_{p,m}+$$

$$+\nu^{-1}\Big(\|f\|_{\infty,m}+\|f'\|_{1,m}\Big)\sum_{r=2}^{3}\nu^{2-r}\|U_r\|_1\;\Big\}, \qquad (5)$$

qiymətləndirilməsi ödənilir. Burada $\beta=\min\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{q}\right\},\; p^{-1}+q^{-1}=1;$ $\nu\ge 2;$ *const* $f(x)$ *funksiyasından asılı deyil,* $\|U_r\|_1=\sum_{i,j=1}^{m}\|u_{rij}\|_1.$

Nəticə 3. *Əgər teorem 2-də* $f(x)$ *vektor-funksiyası* $f(0)=f(1)=0$ *münasibətini ödəyərsə, onda (4)– şərti öncədən ödənəcək və*

$$\|R_\nu(\cdot,f)\|_{C[0,1]}\le const\nu^{-\beta}\|f'\|_{p,m},\; \nu\ge 2$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Əgər $C_1(f)=0$ *və ya* $0\le\alpha<2-\beta$ *olarsa, onda*

$$\|R_\nu(\cdot,f)\|_{C[0,1]}=o\left(\nu^{-\beta}\right),\;\; \nu\to+\infty\;,$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Burada "o" simvolu $f(x)$ *funksiyasından asılıdır.*

Teorem 3. *Tutaq ki,* $U_1(x)\in L_2(G), U_r(x)\in L_1(G), r=\overline{2,3};$ $f(x)\in W_{2,m}^1(G)$ *və (4) şərti ödənilir.*

Onda $f(x)$ *vektor-funksiyasının* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemi üzrə spektral ayrılışı* $\overline{G}=[0,1]$ *parçasında mütləq və müntəzəm yığılır və*

$$\|R_\nu(\cdot,f)\|_{C[0,1]}\le const\Big\{\; C_1(f)\nu^{\alpha-2}+\nu^{-\frac{1}{2}}\Big(\|U_1^*f\|_{2,m}+\|f'\|_{2,m}\Big)+$$

$$+\nu^{-1}\|f\|_{\infty,m}\sum_{r=2}^{3}\nu^{2-r}\|U_r\|_1 \Big\}, \ \nu \ge 2 \tag{6}$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Burada $const$ $f(x)$ *- dən asılı deyil.*

Nəticə 4. *Əgər teorem 3—də* $C_1(f)=0$ *və ya* $0 \le \alpha < 3/2$ *şərti ödənilərsə,onda*

$$\|R_\nu(\cdot,f)\|_{C[0,1]} = o\left(\nu^{-\frac{1}{2}}\right), \quad \nu \to +\infty$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Burada“o ”simvolu $f(x)$ *funksiyasından asılıdır.*

Teorem 4. *Tutaq ki,* $U_1(x)\in L_2(G), U_r(x)\in L_1(G), r=\overline{2,3}$;
$f(x)\in W^1_{p,m}(G)$, $1<p<2$, *(4) şərti ödənilir və* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemi müntəzəm məhduddur.*

Onda $f(x)$ *vektor-funksiyasının* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemi üzrə spektral ayrılışı* $\overline{G}=[0,1]$ *parçasında mütləq və müntəzəm yığılır və*

$$\|R_\nu(\cdot,f)\|_{C[0,1]} \le const\Big\{ C_1(f)\nu^{\alpha-2} + \nu^{-\frac{1}{2}}\|U_1^* f\|_{2,m} + \\ + \nu^{-\frac{1}{q}}\|f'\|_{p,m} + \nu^{-1}\|f\|_{\infty,m}\sum_{r=2}^{3}\nu^{2-r}\|U_r\|_1 \Big\}, \ \nu \ge 2, \tag{7}$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Burada $p^{-1}+q^{-1}=1, const$ $f(x)$*-dən asılı deyil.*

Nəticə 5. *Əgər teorem 4—də* $C_1(f)=0$ *və ya* $0 \le \alpha < 2-q^{-1}$ *şərti ödənilərsə , onda*

$$\|R_\nu(\cdot,f)\|_{C[0,1]} = o\left(\nu^{-\frac{1}{q}}\right), \quad \nu \to +\infty,$$

Burada“o ” simvolu $f(x)$ *funksiyasından asılıdır.*

Qeyd edək ki, oxşar nəticələr Şredinger operatoru üçün N.L.Lajetiçin, $m=1$ halında V.M.Qurbanov və R.A.Səfərovun, ixtiyari m üçün V.M.Qurbanov və A.Qarayevanın, üçüncü tərtib operatorlar üçün $m=1$ halında V.M.Qurbanov və E.B.Axundovanın, dördüncü tərtib üçün isə V.M.Qurbanov və Y.İ.Hüseynovanın işlərində alınmışdır.

Baxılan operatorun məxsusi vektor-funksiyaları üzrə $f(x)\in W_{1,m}^{1}(G)$ vektor-funksiyanın spektral ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılır və bu ayrılışın müntəzəm yığılma sürəti qiymətləndirilir.

Bu paraqrafın əsas nəticəsi aşağıdakı teoremdə cəmlənib.

Teorem 5. *Tutaq ki* $U_1(x)\in L_2(G),\ \ U_r(x)\in L_1(G),\ r=2{,}3;,$ $f(x)\in W_{1,m}^{1}(G),\ \{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemi* $\overline{G}=[0{,}1]$ *parçasında müntəzəm məhduddur,(1)şərti və*

$$\sum_{n=2}^{\infty} n^{-1}\omega_{1,m}\left(f',n^{-1}\right)<\infty,\qquad \sum_{n=2}^{\infty} n^{-1}\omega_{1,m}\left(U_1^{*}f,n^{-1}\right)<\infty \qquad (8)$$

şərtləri ödənilir.

Onda $f(x)$ *vektor-funksiyasının* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemi üzrə spektral ayrılışı* $\overline{G}=[0{,}1]$ *parçasında mütləq və müntəzəm yığılır və*

$$\left\|R_\nu(\cdot,f)\right\|_{C[0,1]}\le const\left\{C(f)\nu^{\alpha-2}+\left(1+\left\|U_1\right\|_1\right)\left[\sum_{n=[\nu]}^{\infty} n^{-1}\omega_{1,m}\left(U_1^{*}f,n^{-1}\right)+\right.\right.$$

$$\left.+\sum_{n=[\nu]}^{\infty} n^{-1}\omega_{1,m}\left(f',n^{-1}\right)+\nu^{-1}\left(\left\|f'\right\|_{1,m}+\left\|U_1^{*}f\right\|_{1,m}\right)\right]+\nu^{-1}\left(\left\|f'\right\|_{1,m}+\left\|U_1^{*}f\right\|_{1}+\right.$$

$$\left.\left.+\left\|f\right\|_{\infty,m}\sum_{r=2}^{3}\nu^{2-r}\left\|U_r\right\|_1\right\},\ \nu\ge 2 \qquad (9)$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Burada U_1^{*} matrisi U_1 *matrisinin qoşmasıdır;* $const$ $f(x)$ *funksiyasından asılı deyil.*

İkinci tərtib operatorlar üçün oxşar nəticələr A.Qarayevanın, V.M.Qurbanov və A.Qarayevanın işlərində alınmışdır. Amma L operatoru üçün $m=1$ halında V.M.Qurbanov və E.B.Axundovun işlərində (9) qiymətləndirməsi isbat olunmuşdur.

Dissertasiyanın **ikinci fəslində** $G=(0,1)$ intervalında üçüncü tərtib matris əmsallı adi diferensial operatora baxılır. Baxılan operatorun məxsusi və qoşulmuş vektor-funksiyaları üzrə biortoqonal ayrılışın triqonometrik ayrılışla kompaktda komponent üzrə müntəzəm birgəyığılma sürəti öyrənilir, həmçinin baxılan operatorun məxsusi və qoşulmuş vektor-funksiyaları üzrə $W_{2,m}^{1}(G)$, $G=(0,1)$, sinfindən olan vektor-funksiyanın biortoqonal ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılır və bu ayrılışın $\overline{G}$-də müntəzəm yığılma sürəti qiymətləndirilir.

Dissertasiyanın **2.1** paraqrafında $(G)=(0,1)$ intervalında matris əmsallı adi diferensial operatora baxılır:

$$L\psi=\psi^{(3)}+U_2(x)\psi^{(1)}+U_3(x)\psi,$$

burada $U_\ell(x)=\left(u_{\ell ij}(x)\right)_{i,j=1}^{m}$, $\ell=2,3;$ $u_{\ell ij}(x)\in L_1(G)$. Baxılan operatorun məxsusi və qoşulmuş vektor-funksiyaları üzrə biortoqonal ayrılışın triqonometrik ayrılışla kompaktda komponent üzrə müntəzəm birgəyığılma sürəti öyrənilir. L operatorunun kök vektor-funksiyaları üzrə biortoqonal ayrılışla adi triqonometrik ayrılışı $K\subset G$ kompaktında komponent üzrə müntəzəm birgəyığılma sürətinin, $U_2(x)$ əmsalının sətir elementlərinin kəsilməzlik moduludan asılılığı araşdırılır.

Şredinger operatoru üçün kompaktda komponent üzrə müntəzəm birgəyığılma V.A.İlin tərəfindən tədqiq olunmuşdur. İxtiyari tərtib diferensial operatorlar üçün isə kompaktda L_p^m, $1\le p\le\infty$, metrikalarında komponent üzrə birgəyığılma sürəti V.M.Qurbanov tərəfindən tədqiq olunmuşdur (həmçinin $1\le p<\infty$ halında İ.S.Lomov və A.S.Markovun, A.S.Markovun işlərində tədqiq olunmuşdur).

Tutaq ki, $\omega(t)$ funksiyası $[0,\infty)$ aralığında təyin olunmuş azalmayan kəsilməz funksiyadır və

1) $\omega(0)=0,\ \omega(t)>0,\ t>0;$ 2) $\dfrac{\omega(t)}{t}$ artmayandır şərtlərini ödəyir.

$H^{\omega}_{p,m}(G),\ p\ge 1,$ ilə $L^m_p(G)$ fəzasından olan və $\omega_p(f,\delta)\le C(f)\omega(\delta),$ şərtini ödəyən funksiyalar çoxluğunu işarə edək, burada $\omega_p(f,\delta)$ $f(x)$ funksiyasının $L^m_p(G)$ fəzasında kəsilməzlik moduludur, yəni

$$\omega_p(f,\delta)\equiv\omega_{p,m}(f,\delta)=\sup_{0<h\le\delta}\left\{\int_0^{1-h}\left|f(x+h)-f(x)\right|^p dx\right\}^{1/p},$$

$C(f)$ isə $f(x)$ -dən asılı sabitdir. $H^{\omega}_{p,m}(G)$ - də norma aşağıdakı bərabərliklə təyin olunur

$$\|f\|^{\omega}_{p,m}=\|f\|_{p,m}+\sup_{\delta>0}\left(\omega_p(f,\delta)/\omega(\delta)\right).$$

$B^{\alpha}_{p,\theta,m}(G),\ 0<\alpha<1,\ \ 1\le\theta\le\infty,$ ilə Besov sinfini işarə edək. Bu fəzada norma

$$\|f\|_{B^{\alpha}_{p,\theta,m}(G)}=\|f\|_{p,m}+\left(\int_0^{h_0}\left(t^{-\alpha-\frac{1}{\theta}}\omega_p(f,t)\right)^{\theta}dt\right)^{\frac{1}{\theta}},h_o>0.$$

bərabərliyi ilə təyin olunur.

Qeyd edək ki, $B^{\alpha}_{p,\infty,m}(G)=H^{\alpha}_{p,m}(G)$-Nikolski sinfidir $\left(\omega(t)=t^{\alpha}\right)$.

Fərz edək ki,

$\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty},\quad \psi_k(x)=\left(\psi_{k1}(x),\psi_{k2}(x),\dots,\psi_{k,m}(x)\right)^T$ sistemi A_p şərtlərini ödəyir (V.A.İlin şərtləri) :

1) müəyyən qeyd olunmuş $p\ge 1$ üçün $\{\psi_k(x)\}$ sistemi $L^m_p(G)$ -də qapalı və minimaldır,

2) $\psi_k(x)$ vektor-funksiyasının hər bir $\psi_{kj}(x)$ komponenti özü və ikinci tərtibə qədər törəmələri də daxil olmaqla $\overline{G}$ parçasında mütləq kəsilməzdir, hər bir $\psi_k(x)$ vektor-funksiyası müəyyən λ_k kompleks ədədi üçün G aralığında sanki hər yerdə

$$L\psi_k+\lambda_k\psi_k=\theta_k\psi_{k-1},$$

tənliyini ödəyir, burada θ_k ya 0- a (bu halda $\psi_k(x)$ - məxsusi vektor-funksiyadır), ya 1-ə (bu halda $\lambda_k=\lambda_{k-1}$ olduğu tələb olunur və $\psi_k(x)$ - qoşulmuş vektor-funksiya adlanır) bərabərdir, $\theta_1=0$;

3) $\mu_k=\begin{cases}(i\lambda_k)^{\frac{1}{3}}, & \operatorname{Im}\lambda_k<0,\\ (-i\lambda_k)^{\frac{1}{3}}, & \operatorname{Im}\lambda_k\geq 0,\end{cases}$

burada $\left(re^{i\varphi}\right)^{1/3}=r^{\frac{1}{3}}e^{i\varphi/3},\ -\pi<\varphi\leq\pi,\ \rho_k=Re\,\mu_k\geq 0,$ ədədləri

$$\left|\operatorname{Im}\mu_k\right|\leq C_1,\quad \forall k\in N, \tag{10}$$

$$\sum_{\tau\leq\rho_k\leq\tau+1}1\leq C_2,\quad \forall\tau\geq 0 \tag{11}$$

bərabərsizliklərini ödəyir.

4) ixtiyari $K\subset G$ kompaktı üçün elə $C_0(K)$ sabiti var ki,

$$\left\|\psi_k\right\|_{p,m,K}\left\|\varphi_k\right\|_{q,m}\leq C_0(K),\qquad k=1,2,\ldots,$$

bərabərsizlikləri ödənilir. Burada $\{\varphi_k\}$ sistemi $\{\psi_k\}$ sisteminin biortoqonal qoşmasıdır ($\varphi_k\in L_q^m(G)$, $p^{-1}+q^{-1}=1;\ q=\infty$ əgər $p=1$), $\|\cdot\|_{p,m,K}=\|\cdot\|_{L_p^m(K)}$.

A_p şərtlərində qeyd olunmuş $p\geq 1$ üçün ixtiyari $f(x)\in L_p^m(G)$ funksiyasının $\{\psi_k(x)\}$ sistemi üzrə biortoqonal ayrılışının ν -cü tərtib xüsusi cəmini tərtib edək:

$$\sigma_\nu(x,f)=\sum_{\rho_k\leq\nu}\left(f,\varphi_k\right)\psi_k(x),\qquad \nu>0,$$

burada

$$\left(f,\varphi_k\right)=f_k=\int_0^1\langle f(x),\varphi_k(x)\rangle dx=\int_0^1\sum_{j=1}^m f_j(x)\overline{\varphi_{kj}(x)}dx,$$

$$\varphi_k(x)=\left(\varphi_{k1}(x),\varphi_{k2}(x),\ldots\varphi_{km}(x)\right)^T.$$

Aydındır ki, $\sigma_\nu(x, f)$ xüsusi cəminin j-ci komponenti $\sigma_\nu^j(x, f) = \sum\limits_{\rho_k \le \nu} f_k \psi_{kj}(x)$, $j = \overline{1, m}$, bərabərliyi ilə təyin olunur, yəni

$$\sigma_\nu(x, f) = \left(\sigma_\nu^1(x, f), \sigma_\nu^2(x, f), \ldots, \sigma_\nu^m(x, f)\right)^T.$$

$S_\nu(x, f_j)$ ilə $f_j(x)$, $j = \overline{1, m}$ funksiyasının triqonometrik Furye sırasının ν – cü tərtib xüsusi cəmini işarə edək, yəni

$$S_\nu(x, f_j) = \frac{a_0}{2} + \sum_{2\pi k \le \nu} \left(a_k \cos 2\pi k x + b_k \sin 2\pi k x\right),$$

burada a_k, b_k əmsalları aşağıdakı bərabərliklərlə təyin olunur:

$$a_k = 2\int_0^1 f_j(x) \cos 2\pi k x dx, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots$$

$$b_k = 2\int_0^1 f_j(x) \sin 2\pi k x dx, \qquad k = 1, 2, \ldots.$$

Sonra istifadə olunacaq bəzi işarələmələri daxil edək:

$$\Delta_\nu^j(f, K) = \| \sigma_\nu^j(\cdot, f) - S_\nu(\cdot, f_j) \|_{C(K)}, \qquad j = \overline{1, m}$$

$$\hat{f}_k = f_k \| \varphi_k \|_{q,m}^{-1} = (f, \varphi_k) \| \varphi_k \|_{q,m}^{-1};$$

$$\psi(f, \nu/2, \gamma) = \nu^{-1} \sum_{1 \le \rho_k \le \nu/2} \rho_k^{-\gamma} \left| \hat{f}_k \right|, \quad \gamma \ge 0,$$

$$\Phi(f, n, \gamma) = \sum_{i=1}^{n} i^{-\gamma} \omega_1(f, i^{-1}), \qquad \gamma \ge 0,$$

$$\Phi_p(f, \nu) = \nu^{-1} \| f \|_{p,m} + \max_{\rho_k \ge \nu/2} \left| \hat{f}_k \right|,$$

$$Q_p(f_j, \nu) = \nu^{-1} \| f_j \|_p + \max_{2\pi k \ge \nu/2} \left| \tilde{f}_{jk} \right|,$$

burada $\tilde{f}_{jk}$ ədədləri $f_j(x)$ funksiyasının $L_q(G)$-də normallaşmış triqonometrik sistem üzrə Furye əmsallarıdır;

$$D(\nu, U_2) = \inf_{\substack{\alpha>1 \\ n\geq 2}} \left\{ \Omega_{1j}\left(U_2, n^{-1}\right)\psi\left(f, \nu/2, 0\right) + \right.$$

$$\left. + n^{2\left(1-\alpha^{-1}\right)} \| U_2 \|_{1j} \psi\left(f, \nu/2, 1-\alpha^{-1}\right)\right\},$$

burada

$$\Omega_{1j}(U_2, \delta) = \max_{1\leq l\leq m} \omega_1\left(u_{2jl}, \delta\right), \quad \|U_2\|_{rj} = \max_{1\leq l\leq m} \|u_{2jl}\|_{L_r(G)};$$

$$T(f,\nu,r) = \psi\left(f,\nu/2, 1-r^{-1}\right) + \Phi_p(f,\nu),$$

$$T(f,\nu,\infty) = \psi\left(f,\nu/2, 1\right) + \Phi_p(f,\nu)$$

$$T_1(f,\nu,r) = \nu^{-1}\left\{\Phi\left(f,[\nu/2], 1-r^{-1}\right) + \nu\,\omega_1\left(f,\nu^{-1}\right) + \|f\|_{p,m}\right\};$$

$$\varphi_p(f,\nu) = \omega_1\left(f,\nu^{-1}\right) + \|f\|_{p,m}; \quad \psi_p(f_j,\nu) = \omega_1\left(f_j,\nu^{-1}\right) + \nu^{-1}\|f_j\|_p;$$

$$A(\nu) = \inf_{\substack{\alpha>1 \\ n\geq 2}} \left\{ \Omega_{1j}\left(U_2, n^{-1}\right)\left(\Phi\left(f, \left[\frac{\nu}{2}\right], 0\right) + \|f\|_{p,m} \ln \nu \right) + \right.$$

$$\left. + \|U_2\|_{1,j}, n^{2\left(1-\alpha^{-1}\right)}\left(\Phi\left(f, \left[\frac{\nu}{2}\right], 1-\alpha^{-1}\right) + \left(1-\alpha^{-1}\right)^{-1}\|f\|_{p,m}\right)\right\},$$

$$T_2(\nu) = \inf_{n\geq 2}\left\{\Omega_{1j}\left(U_2, n^{-1}\right)\ln \nu + \|U_2\|_{1,j} \ln n\right\}.$$

Tərif 1. Əgər ixtiyari $K \subset G$ kompaktı üçün $\lim_{\nu\to\infty} \Delta_\nu^j\left(f,K\right) = 0$ bərabərliyi ödənilərsə, onda deyəcəyik ki, $f(x)$ vektor-funksiyasının $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty$ sistemi üzrə biortoqonal ayrılışının j-ci kompenenti ixtiyari $K \subset G$ kompaktında $f(x)$ vektor-funksiyasının $f_j(x)$ komponentinə uyğun triqonometrik Furye ayrılışı ilə müntəzəm birgəyığılır .

Bu paraqrafın əsas nəticələri komponent üzrə müntəzəm birgəyığılma haqqında növbəti teoremlərdə cəmlənir.

Teorem 6. Tutaq ki, $U_2(x)$ matris funksiyasının j-ci sətrinin bütün elementləri $L_r(G), r \geq 1$ fəzasına daxildir; $U_3(x) \in L_1(G)$ və $\left\{\psi_k(x)\right\}_{k=1}^\infty$ sistemi müəyyən qeyd olunmuş $p \geq 1$ üçün A_p şərtlərini ödəyir.

Onda ixtiyari $f(x) \in L_p^m(G)$ vektor-funksiyasının biortoqonal ayrılışının j-ci komponenti ixtiyari $K \subset G$ kompaktında $f(x)$ vektor-funksiyasının $f_j(x)$ komponentinə uyğun triqonometrik Furye sırası ilə müntəzəm birgəyığılır və

$$\Delta_\nu^j(f,K)\le C(K)\Big\{\|U_2\|_{rj}T(f,\nu,r)+\|U_3\|_{1j}T(f,\nu,\infty)+ \\ +\Phi_p(f,\nu)+Q_p(f_j,\nu)\Big\}, \qquad r>1; \tag{13}$$

$$\Delta_\nu^j(f,K)\le C(K)\Big\{D(\nu,U_2)+\|U_3\|_{1j}T(f,\nu,\infty)+ \\ +\Phi_p(f,\nu)+Q_p(f_j,\nu)\Big\}, \qquad r=1; \tag{14}$$

qiymətləndirmələri ödənilir, burada $C(K)$ *sabiti* $f(x)$ *funksiyasından və* ν *-dən asılı deyil.*

Teorem 7. *Fərz edək ki, 6 teoreminin şərtləri ödənilir və* $f(x)\in L_p^m(G)$ *vektor-funksiyasının* f_k *biortoqonal əmsalları üçün*

$$\left|\hat{f}_k\right|\le const\left\{\omega_1\left(f,\rho_k^{-1}\right)+\rho_k^{-1}\|f\|_{1,m}\right\},\quad \rho_k\ge 1.$$

qiymətləndirilməsi ödənilir, onda $r>1$ *olduqda*

$$\Delta_\nu^j(f,K)\le C(K)\Big\{\|U_2\|_{rj}T_1(f,\nu,r)+\|U_3\|_{1j}T_1(f,\nu,\infty)+ \\ +\phi_p(f,\nu)+\psi_p(f_j,\nu)\Big\}, \tag{15}$$

$r=1$ *olduqda isə*

$$\Delta_\nu^j(f,K)\le C(K)\Big\{\nu^{-1}A(\nu)+\|U_3\|_{1j}T_1(f,\nu,\infty)+ \\ +\varphi_p(f,\nu)+\psi_p(f_j,\nu)\Big\}, \tag{16}$$

qiymətləndirmələri doğrudur, burada $C(K)$ *sabiti* $f(x)$ *və* ν *-dən asılı deyil.*

Dissertasiyanın sonuncu paraqrafında üçüncü tərtib kompleks qiymətli matris əmsallı

$$L\psi=\psi^{(3)}+U_1(x)\psi^{(2)}+U_2(x)\psi^{(1)}+U_3(x)\psi$$

adi diferensial operatoruna baxılır. Burada $U_\ell(x)\in W_1^{3-\ell}(G),\ \ell=\overline{1,3}$, $u_{\ell ij}(x)\in W_1^{3-\ell}(G)$. Müəyyən təbii şərtlər daxilində $W_{2,m}^1(G),\ G=(0,1)$ sinfindən olan $f(x)$ vektor-funksiyasının bu operatorun məxsusi və qoşulmuş vektor- funksiyaları üzrə biortoqonal ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması məsələsi araşdırılır və $\overline{G}$ parçasında bu ayrılışın müntəzəm yığılması sürəti qiymətləndirilir.

Sonda məsələlərin qoyuluşuna, dəyərli məsləhətlərinə və müntəzəm diqqətinə görə elmi rəhbərim professor V.M.Qurbanova öz dərin minnətdarlığımı bildirirəm.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi üçüncü tərtib matris əmsallı adi diferensial operatorların kök (məxsusi və qoşulmuş) funksiyalar sisteminin bəzi spektral xassələrinin araşdırılmasına həsr olunmuşdur. Dissertasiya işində aşağıdakı nəticələr alınmışdır:

- $f(x) \in W_{1,m}^{1}(G),\ G = (0,1)$ sinfindən olan vektor funksiyanın üçüncü tərtib matris əmsallı diferensial operatorun məxsusi vektor-funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması isbat edilib və bu ayrılışın qalığı $C(\overline{G})$metrikasında qiymətləndirilib.
- $W_{p,m}^{1}(G),\ p > 1,$sinfindən olan vektor-funksiyanın üçüncü tərtib matris əmsallı diferensial operatorun məxsusi vektor-funksiyaları üzrə spektral ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılıb və ayrılış üçün kafi şərtlər tapılıb və $\overline{G} = [0,1]$ parçasında müntəzəm yığılma sürəti qiymətləndirilib.
- $L_p^m(G), p \geq 1,$ sinfindən olan vektor-funksiyanın üçüncü tərtib cəmlənən matris əmsallı diferensial operatorun kök vektor-funksiyaları üzrə spektal ayrılışının triqonometrik sıra ilə komponent üzrə kompaktda müntəzəm birgəyığılması haqqında teoremlər isbat edilmişdir. $H_{p,m}^{\omega}(G),\ B_{\rho,\theta,m}^{\alpha}(G),\quad W_{1,m}^{1}(G)$ funksional fəzalarından olan funksiyalar üçün komponent üzrə müntəzəm birgəyığılma sürətləri qiymətləndirilib.
- $W_{2,m}^{1}(G),\ G = (0,1),$sinfindən olan vektor-funksiyanın üçüncü tərtib hamar matris əmsallı diferensial operatorun kök vektor-funksiyalar üzrə biortoqonal ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması haqqında teorem isbat olunub və $\overline{G} = [0,1]$ parçasında müntəzəm yığılma sürəti qiymətləndirilib.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Abbasova, Y.G. Absolute convergence of spectral expansion of absolutely continuous vector-function in eigen vector-functions of third order differential operator // Transcations of ANAS, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences, -2015. vol.XXXV, № 1, -p. 3-9.
2. Abbasova, Y.G. Absolute and uniform convergence of spectral expansion of absolutely continuous vector-function in eigen vector-functions of third order differential operator // MADEA-7, Azerbaijan-Turkey-Ukrainian Intern. conference. “Mathematical and Differential Equations and the Applications”, -Baku: -08-13 September, -2015, p. 3.
3. Аббасова, Ю.Г. Абсолютная и равномерная сходимость спектрального разложения функции из класса $W_{p,m}^{1}(G),\ p>1,$ по собственным вектор-функциям дифференциального оператора третьего порядка // Əməkdar elm xadimi, prof. Ə.Ş.Həbibzadənin anadan olmasının 100-cü ildönümünə həsr olunmuş “Funksional analiz və onun tətbiqləri” adlı respublika elmi konfransı, -Bakı: BDU, - 2016, -s. 53-55.
4. Аббасова, Ю.Г., Исмайлова, А.И. Равномерная сходимость ортогонального разложения абсолютно непрерывной вектор-функции по собственным функциям дифференциального оператора третьего порядка сматричными коэффициентами // -Bakı: Pedaqoji Universitetin Xəbərləri, Riyaziyyat və təbiət elmləri seriyası, -2016. №2, с.64, -s. 9-20.
5. Аббасова, Ю.Г. Покомпонентная расходимость для дифференциального оператора третьего порядка с матричными коэффицентами // Sumqayıt Dövlət Universitetinin yaradılmasının 55 illiyinə həsr olunmuş “Riyaziyyatın nəzəri və tətbiqi problemləri” beynəlxalq elmi konfransı, -Sumqayıt: -25-26 may, -2017, -s.53-54.
6. Курбанов, В.М., Аббасова, Ю.Г**.**Сходимость спектрального разложения функции из класса $W_{p,m}^{1}(G),\ p>1,$ по собственным вектор-функциям дифференциального оператора третьего порядка // -Украина: Укр. мат.журн., -2017. т.69, № 6,-с. 719-733.
7. Kurbanov, V.M., Abbasova, Y.G. Convergence of spectral expansion of absolutely continuous vector-function in root vectors of

third order differential operator with matrix coefficients // -Baku: Proceedings of Institute Mathamtics and Mechanics of ANAS, -2018. v. 44, № 1, -s. 164-174.
8. Abbasova, Y.G. Componentwise uniform equiconvergence theorem for a third order differential operator// İnternational conference on “Mathematical Advances and Applications, Yıldız Technical University, İCOMAA-2018, İstanbul/Turkey: -11 -13 may, -2018,-p.160
9. Abbasova, Y.G. On the rate of componentvise equiconvergence for a third-order differential operator with matrix coefficients // “Modern Problems of Mathematics and Mechanics” Proceedings of the Intern. confer. devoted to the 60 anniversary of the IMM of ANAS, - 23-25 October, -2019, -s.37-39 .
10. Аббасова, Ю.Г. О скорости покомпонентной равномерной равносходимости для дифференциального оператора третьего порядка с матричными коэффициентами // -Bakı: Pedaqoji Universitetin Xəbərləri, Riyaziyyat və təbiət elmləri seriyası, -2019. c.67, №2, -s. 9-24.
11. Аббасова, Ю.Г. Абсолютная и равномерная сходимость спектрального разложения функции из класса $W_{p,m}^{1}(G), 1 < p < 2$ по собственным вектор-функциям дифференциального оператора третьего порядка // “Современные методы теории краевых задач» Материалы межд. конф. Воронежская весенняя матем. школа Понтрягинские Чтения XXXIII посвящ. Ю.И.Сапронову (75- летию со дня рождения) Воронеж Издательский дом ВГУ: -3 -9 мая, -2022, -с. 22-24.
12. Kurbanov, V.M., Abbasova, Yu.G. Convergence of the spectral expansion of a function from the class $W_{p,m}^{1}(G)$, $1 < p < 2$, in the vector eigen functions of a differential operator of the third order // Modern Problems of Mathematics and Mechanics, Proceedings of the İnternational scientific conference devoted to the 110 – th anniv. of academician İbrahim İbrahimov, -Baku: -29 June – 1July, -2022, -p.126-127.

Dissertasiyanın müdafiəsi **17 may 2024**-cü il tarixində saat 14^{00}-da Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küçəsi, 9.

Dissertasiya işi ilə Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyasıyaları Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **15 aprel 2024-cü il** tarixdə zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 29.03.2024
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcmi: 38611
Tiraj: 50