AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

HƏYƏCANLANMIŞ TRİQONOMETRİK SİSTEMLƏRİN FUNKSİYALARIN BƏZİ QEYRİ-STANDART FƏZALARINDA BAZİSLİK XASSƏLƏRİ

İxtisas: 1202.01 – Analiz və funksional analiz

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Səadət Əlibəndə qızı Nuriyeva**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı-2024

Dissertasiya işi Naxçıvan Dövlət Universitetinin "Ümumi riyaziyyat" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbərlər: riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent
Toğrul Rafael oğlu Muradov
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Valid Fətəli oğlu Salmanov

Rəsmi opponentlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Alik Malik oğlu Nəcəfov

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent
Miqdad İmdad oğlu İsmayılov

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru
Elçin Camal oğlu İbadov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası.

Dissertasiya şurasının sədri:

AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor
__________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.-r.e.n.
__________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor
__________ **Bilal Telman oğlu Bilalov**

Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU
Institute of Mathematics and Mechanics National Academy of Sciences of Azerbaijan

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi.

Mexanika və riyazi fizikanın bir çox məsələlərini Furyenin dəyişənlərinə ayırma üsulu ilə həll edərək, uyğun diferensial operatorun məxsusi və qoşma sistemlərinin baxılan Banax fəzasında bazislik, tamlıq və minimallıq xassələrinin öyrənilməsi lazım gəlir. Çox vaxt operatorların spektral nəzəriyyəsində eksponent

$$\left\{e^{i[nt+\gamma_1(t)]};e^{-i[kt+\gamma_2(t)]}\right\}_{n=0;k=1}^{\infty} \qquad (1)$$

və sinus tipli

$$\{\sin(nt+\alpha(t)\}_{n=0}^{\infty} \qquad (2)$$

sistemlər meydana gəlir ki, burada $\gamma_i(t),\ i=1,2$ və $\alpha(t)$ uyğun olaraq $[-\pi,\pi]$ və $[0,\pi]$ parçasında verilmiş funksiyalardır. Ümumiyyətlə belə sistemlərin funksiyaların müxtəlif Banax fəzalarında bazislik xassələri çoxdan öyrənilməyə başlanmışdır və həmişə ciddi riyazi maraq kəsb etmişdir və etməkdədir.

Klassik eksponent sinus və kosinus sistemlərinin bazislik xassələri müxtəlif dərsliklərdə və A.Ziqmund, N.K.Bari, R.Edvards və başqalarının monoqrafiyalarında tam olaraq öz əksini tapmışdır. Hələ 1934-cü ildə A.İnqam[1] və N.Levinsonun[2] işlərində L_p Lebeq fəzalarında daha mürəkkəb fazalı eksponent sistemlərin bazislik xassələri öyrənilmişdir.

Triqonometrik sistemlərin bazislik xassələrinin öyrənilməsinə N.Viner və R.Pelinin işinin təkanverici təsiri olmuşdur. Sonralar L_p fəzalarında (1), (2) sistemlərinin fazanın müxtəlif şəkildə mürəkkəbləş-mələri ilə bazislik məsələlərinə Yu.A.Kazmin, S.M.Ponomaryov, A.A.Barmenkov,

---

[1] Ingam, A.A. A note on Fourier transforms // J.London Math.Soc., – 1934. 9, – p.29-32.
[2] Levinson, N. Gap and Density Theorems // Bull. Amer. Math.Soc., – 1941. 47:7, – p.543-547.

A.M.Sedletski, E.İ.Moiseyev, Q.Q.Devdariani, B.T.Bilalov və b. tərəfindən baxılmışdır.

Belə sistemlərin kəsilməz funksiyalar fəzasında tamlıq və minimallıq məsələləri A.V.Bitsadze, E.İ.Moiseyev, A.M.Sedletskiy, V.A.Molodenkov və A.P.Xromov, B.T.Bilalov tərəfindən araşdırılmışdır. Kəsilən fazalı eksponent və triqonometrik sistemlərin hissə-hissə kəsilməz funksiyalar fəzasında tamlıq və minimallıq məsələləri V.Şeperd, C.Tranter, həmçinin V.F.Salmanovun işlərində öyrənilmişdir.

(1), (2) tipli sistemlərin $W_p^1(a,b)$ Sobolev fəzalarında bazislik xassələri E.İ.Moiseyevin[3] işində öyrənilməyə başlanmışdır. B.T.Bilalov[4] isə $\{\sin \lambda_n t\}_{n=1}^{\infty}$ və $\{\cos \lambda_n t\}_{n=1}^{\infty}$ sistemlərinin $W_p^1(0,\pi)$ fəzasında bazisliyi öyrənilmişdir. Bu sistemlərin Sobolev fəzasında bazislik xassələri başqa metodla V.F.Salmanovun[5] işlərində öyrənilmişdir. Bu metoda əsaslanaraq T.R.Muradov və V.F.Salmanovun işində isə (2) sisteminin çəkili $W_{p,\rho}^1(0,\pi)$ fəzasında bazisliyi üçün zəruri və kafi şərt tapılmışdır.

Funksional analizin inkişafı və xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin tələbatları qeyri-standart adlandırılan yeni tip funksional fəzaların yaranmasına gətirib çıxartdı. Belə ki, keçən əsrin 30-cu illərindən başlayaraq xüsusi törəməli diferensial tənliklərin həllinin hamarlıq məsələlərinin öyrənilməsi məqsədi ilə diferensiallanan funksiyaların parametrli fəzaları tədqiq olunmağa başlanılmışdır. Parametrli fəzalar ilk dəfə C.Morri (sonralar Morri fəzaları kimi adlandırılmış) tərəfindən öyrənilməyə başlanılmış, sonralar isə S.Kompanato, V.P.İlin, C.T.Zorko, V.S.Quliyev, A.M.Nəcəfov, V.İ.Burenkov,

---

[3] Moiseev, E.I. On differential properties of expansions in a system of sines and cosines // Diffen. Urav., – 1996. v.32, № 1, – p.117-126.

[4] Билалов, Б.Т. Некоторые вопросы аппроксимации / Б.Т.Билалов. – Баку: Элм, – 2016. – 379 с.

[5] Salmanov, V.F. On the basicity of a system of cosince in the space $W_p^1(0,\pi)$ // Proc. of NAS of Azerb., – 2007. v.XXVII, – p.81-86.

G.D.Fazio, M.Raqua, D.Fan, S.Lu, D.Yanq, Y.Giga, T.Miyakama, M.A.Ragusa, L.Tang, J.Xu, Y.Y.Məmmədov, C.C.Həsənov və b. tərəfindən öyrənilərək inkişaf etdirilmişdir.

Keçən əsrin 90-cı illərindən başlayaraq $W^{1,p}_{loc}(R^n)$ fəzasından olan funksiyaların yokobyanının lokal inteqrallanan olması məqsədi ilə T.İvaniec və C.Sbordonenin işində Lebeq fəzasının modifikasiyası olan, sonralar qrənd Lebeq fəzası kimi adlandırılmış və $L_{p)}$ kimi işarə olunmuş fəzalar daxil olunmuşdur. Sonralar isə bu fəzalar bir çox riyaziyyatçılar tərəfindən, o cümlədən A.Florenza, G.E.Karadjov, A.Florenza, M.C.Formica və L.Donofrio, V.M.Kokilaşvili, A.Mesxi, H.Rafaero, L.Ş.Qədimova, A.M.Nəcəfov və başqaları tərəfindən qrənd Lebeq, small Lebeq, qrənd Lebeq-Morri, qrənd qrənd Lebeq-Morri, qrənd Sobolev-Morri, qrənd qrənd Sobolev-Morri və small small Sobolev-Morri fəzaları öyrənilərək daha da inkişaf etdirilmişdir.

Təbii ki, bundan sonra sistemlərin qeyri-standart fəzalarda bazislik xassələrinin öyrənilməsi aktual məsələ kimi qarşıya çıxmışdır. Bu istiqamətdə ilk işlər kimi klassik eksponent sisteminin Morri və dəyişən dərəcəli Lebeq fəzasında bazisliyinə həsr olunmuş B.T.Bilalov, A.Quliyevanın; B.T.Bilalov, Z.Q.Hüseynovun işlərini göstərmək olar. Burada həmçinin T.B.Qasımov, A.A.Quliyeva və T.B.Qasımov, G.V.Məhərrəmovanın işlərini göstərmək olar.

Daha sonra B.T.Bilalov və onun tələbələri tərəfindən Lebeq-Morri və qrand Lebeq fəzalarında daha mürəkkəb fəzaya malik olan eksponent və triqonometrik sistemlərin bazis xassələri öyrənilməyə başlanmışdır.

Baxılan dissertasiya işində klassik və həyəcanlanmış eksponent və triqonometrik sistemlərin hissə-hissə hamar funksiyaların Sobolev fəzasında, qrənd-Sobolev fəzalarında, Sobolev-Morri və çəkili Sobolev-Morri fəzalarında bazislik, tamlıq və minimallıq xassələri öyrənilmişdir.

Tədqiqatın obyekt və predmeti.

Dissertasiya işində hissə-hissə hamar funksiyaların Sobolev fəzası, qrənd-Sobolev və Sobolev-Morri və çəkili Sobolev-Morri fəzalarının sürüşmə operatorunun təyin etdiyi separabel alt fəzaları təyin edilmiş, bu fəzalarda klassik və xətti fəzalı triqonometrik və eksponent sistemlərinin tamlıq, minimallıq və bazislik xassələri öyrənilmişdir.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Bəzi eksponent və triqonometrik sistemlərin hissə-hissə hamar funksiyaların Sobolev fəzasında, qrənd-Sobolev fəzalarında, Sobolev-Morri və çəkili Sobolev-Morri fəzalarında bazislik, tamlıq və minimallıq xassələri öyrənilməsi.

Tədqiqatın metodları. Dissertasiyada alınmış nəticələrin əsaslandırılması üçün aproksimasiya nəzəriyyəsi, funksional analiz, funksiyalar nəzəriyyəsi və riyazi analizin metodlarından istifadə edilmişdir.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

- Hissə-hissə hamar funksiyaların $KW_p^1(-\pi,\pi)$ Sobolev fəzasında kəsilən fazalı (1) eksponent sisteminin bazisliyinin öyrənilməsi;
- Qrənd-Sobolev fəzasının bir separabel alt fəzasının qurulması və bu alt fəzada bəzi triqonometrik və eksponent sistemlərin bazislik xassələrinin öyrənilməsi;
- Sobolev-Morri fəzasının bir separabel alt fəzasının qurulması və bu alt fəzada bəzi triqonometrik və eksponent sistemlərin bazislik xassələrinin öyrənilməsi;
- Bir çəkili Sobolev-Morri fəzasının müəyyən separabel alt fəzasının qurulması və orada klassik triqonometrik və eksponent sistemlərin bazisliyi öyrənilməsi.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- Hissə-hissə hamar funksiyaların $KW_p^1(-\pi,\pi)$ fəzasında kəsilən fazalı (1) eksponent sisteminin bazisliyi üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmışdır;

- Qrənd-Sobolev fəzasının bir separabel alt fəzası qurulmuş və bu alt fəzada bəzi triqonometrik və eksponent sistemlərin bazisliyi üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmışdır;
- Sobolev-Morri fəzasının bir sepabel alt fəzası qurulmuş və bu alt fəzada bəzi triqonometrik və eksponent sistemlərin bazisliyi üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmışdır;
- Bir çəkili Sobolev-Morri fəzasının bir separabel alt fəzası qurulur və orada klassik triqonometrik sistemlərin bazisliyi üçün kafi şərtlər və klassik eksponent sisteminin bazisliyi üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmışdır.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiya işi əsasən nəzəri xarakter daşıyır. Alınmış nəticələr approksimasiya nəzəriyyəsində özünəməxsus elmi maraq doğurur. Bundan başqa dissertasiyada alınmış nəticələr bir sinif xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün qoyulan sərhəd məsələsinin Furye üsulu ilə həllinin tapılmasının əsaslandırılmasında istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiya işinin nəticələri AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitunun "Qeyri harmonik analiz" (AMEA-nın müxbir üzvü, prof. B.T.Bilalov) şöbəsinin seminarında, eləcədə "Operators, functions and systems of mathematical physics" Hamlet İsaxanlının 70 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (Xəzər Univ., 2018), "Modern Problems of Innovative Technologies in Oil and Gas Production and Applied Mathematics" akademik A.Mirzəcanzadənin 90 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2019), "Spectral Theory and its Applications" akad. M.G.Qasımovun 80 illiyinə həsr olunmuş Workshop (Bakı 2019), "Complex Analysis and Approximation Theory" Beynəlxalq konfransda (Ufa, 2019), "Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları" adlı IV Respublika elmi konfrasında (Sumqayıt, 2021), 5^{th} Beynəlxalq E- konfransda "Mathematical Advanced and Applications" ICOMAA-2022 (İstanbul, 2022), müzakirə edilmişdir.

Müəllifin şəxsi töhfəsi. Dissertasiyada alınan bütün nəticələr iddiaçıya məxsusdur.

Müəllifin nəşrləri. Müəllifin Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının tövsiyə etdiyi jurnallarda 6 məqaləsi (onlardan 2-i SCOPUS) və 6 konfrans materialı (onlardan 5-i beynalxalq, 2-si xaricdə) çap olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Naxçıvan Dövlət Universitetinin "Ümumi riyaziyyat" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işi giriş, iki fəsil, nəticə və istinad olunmuş 89 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiya işinin ümumi həcmi 217468 işarədir (titul vərəqi 439 işarə, mündəricat 1651 işarə, giriş 39378, birinci fəsil 82000 işarə, ikinci fəsil 92000 işarə, nəticə - 2000 işarə).

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Girişdə dissertasiya işinin aktuallığı əsaslandırılmış və qarşıya qoyulan məsələlər şərh olunmuşdur.

Dissertasiya işi giriş, iki fəsil, nəticə və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Birinci fəsildə hissə-hissə hamar funksiyaların $KW_p^1(-\pi,\pi)$ Sobolev fəzasında kəsilən fazalı bir eksponent sisteminin bazisliyi və Qrənd-Sobolev fəzasının bir separabel alt fəzasında bəzi triqonometrik və eksponent sistemlərin bazisliyi öyrənilmişdir. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [1,2,3,7,8,9,11,12] işlərində nəşr olunmuşdur.

1.1. yarımfəslində bütün dissertasiya üzrə istifadə olunacaq anlayış və faktların qısa icmalı verilir.

1.2. yarımfəslində $\gamma_i(t)$ faza funksiyaları

$$\gamma_i(t)=\begin{cases}\alpha_i t+\beta_1, & -\pi<t<0\\ \alpha_i t+\beta_2, & 0<t<\pi,\ i=1,2\end{cases}$$

şəklində hissə-hissə xətti funksiya olduqda (1) sisteminin $KW_p^1(-\pi,\pi)$ hissə-hissə hamar funksiyaların Sobolev fəzasında bazislik xassələri öyrənilir.

Beləliklə $I_1=(-\pi,0), I_2=(0,\pi),\ I=I_1\cup I_2$ işarə edək. $f|_M$ ilə f funksiyasının M çoxluğuna daralmasını işarə edək (M çoxluğu $f(t)$ funksiyasının təyin oblastının hər hansı alt çoxluğudur). İndi isə hissə-hissə diferensiallanan funksiyaların $KW_p^1(-\pi,\pi)$ fəzasını təyin edək:

$$f\in KW_p^1(-\pi,\pi)\Leftrightarrow f|_{I_k}\in W_p^1(I_k),\ k=1,2.$$

$KW_p^1(-\pi,\pi)$ -də norması belə təyin edək:

$$\|f\|_{KW_p^1(-\pi,\pi)}=\sqrt{\|f\|^2_{W_p^1(I_1)}+\|f\|^2_{W_p^1(I_2)}}\ ,$$

burada

$$\|f\|_{W_p^1(a,b)}=\|f\|_p+\|f'\|_p\ ,$$

$\|\cdot\|_p$ isə adi $L_p(a,b)$ normasıdır, yəni

$$\|f\|_{L_p}=\left(\int_a^b|f(t)|^p\,dt\right)^{\frac{1}{p}},\ p>1.\|f\|_{L_p}=\left(\int_a^b|f(t)|^p\,dt\right)^{\frac{1}{p}},\ p>1$$

$L_p(-\pi,\pi)$ ilə C^2 fəzasının (C- kompleks müstəvisidir) düz cəmini L_p ilə işarə edək:

$$\mathsf{L}_p=L_p(-\pi,\pi)\oplus C^2.$$

L_p -də normanı

$$\|\hat{u}\|_{\mathsf{L}_p}=\|u\|_{L_p}+|\lambda|+|\mu|$$

kimi təyin edək, burada $\hat{u}=(u,\lambda,\mu)\in\mathsf{L}_p,\ p>1$.

Aşağıdakı lemmadan mühüm istifadə olunur.

Lemma 1. Aşağıdakı qaydada təyin olunan

$$A\hat{u}(t)=\begin{cases}\lambda+\int_{-\pi}^{t}u(\tau)d\tau,\ -\pi\le t<0,\\ \mu+\int_0^t u(\tau)d\tau,\ 0\le t\le\pi,\end{cases}$$

operatoru L_p fəzasından $KW_p^1(-\pi,\pi)$ fəzasına təsir edən izomorfizmdir, başqa sözlə L_p və $KW_p^1(-\pi,\pi)$ fəzaları izomorfdur.

Teorem 1. Tutaq ki, $-\frac{1}{q} < \frac{\beta_1-\beta_2}{\pi} < \frac{1}{p}$, $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1,\ p>1$ və $\omega=\alpha_1+\alpha_2+1+\frac{\beta_2-\beta_1}{\pi}$. Onda

$$e^-(\cdot)\cup e^+(\cdot)\cup\left\{e^{i[(n+\alpha_1)t+\beta(t)]};e^{-i[(n+\alpha_2)t+\beta(t)]}\right\}_{n\in N}$$

sistemin $KW_p^1(-\pi,\pi)$ fəzasında yalnız və yalnız o vaxt bazis təşkil edər ki,

$$-\frac{1}{q}<\omega<\frac{1}{p}$$

şərti ödənsin, burada

$$e^-(t)=\begin{cases}1, & -\pi\le t<0,\\ 0, & 0\le t\le\pi,\end{cases}$$

$$e^+(t)=\begin{cases}0, & -\pi\le t<0,\\ 1, & 0\le t\le\pi,\end{cases}$$

hissə-hissə sabit funksiyalar, $\alpha_i,\beta_i\in R,\ -\alpha_i\notin N,\ i=1,2,$ həqiqi parametrlərdir.

Nəticə 1. Tutaq ki, $-\frac{1}{2q}<\frac{\beta}{\pi}<\frac{1}{2p}$, $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1,\ p>1$ və $\omega=2\alpha+1-\frac{2\beta}{\pi}$. Onda

$$e^-(\cdot)\cup e^+(\cdot)\cup\left\{e^{i[(n+\alpha\,\mathrm{sign}\,n)t+\beta\,\mathrm{sign}\,n\,\mathrm{sign}\,t]}\right\}_{n\in N}$$

sistemi $KW_p^1(-\pi,\pi)$ fəzasında yalnız və yalnız o vaxt bazis təşkil edir ki,

$$-\frac{1}{q}<\omega<\frac{1}{p}$$

bərabərsizliyi ödənsin, burada

$$e^{-}(t)=\begin{cases}1, & -\pi \le t < 0,\\ 0, & 0 \le t \le \pi,\end{cases}$$

$$e^{+}(t)=\begin{cases}0, & -\pi \le t < 0,\\ 1, & 0 \le t \le \pi,\end{cases}$$

$\alpha, \beta \in R, -\alpha \notin N$, həqiqi parametrlərdir.

Qeyd 1. $e^{-}(t) \cup e^{+}(t) \cup t \cup \{e^{int}\}_{n \ne 0}$ sistemi $KW_p^1(-\pi, \pi)$ fəzasında bazisdir.

1.3. yarımfəslində qrənd-Sobolev fəzalarında triqonometrik sistemlərin bazislik, tamlıq, minimallıq xassələri öyrənilmişdir. Qeyd etdiyimiz kimi, $L^{p)}$ qrənd-Lebeq fəzası açıq çoxluqda Yakobianın öyrənilməsi üçün daxil edilmişdir. Bu fəzanın xüsusi törəməli diferensial tənliklər, interpolyasiya nəzəriyyəsində və s. geniş tətbiqləri vardır.

Qeyd edək ki, bu fəza separabel deyildir. Buna görə də bazis və approksimasiya məsələlərinin burada öyrənilməsinə başqa cür yanaşmaq lazımdır. M.İ.İsmayılov tərəfindən bu fəzanın sürüşmə operatoruna nəzərən kəsilməz olan funksiyaların $M^{p)}$ separabel alt fəzası daxil edilmişdir. Bu fəza diferensial tənliklər nəzəriyyəsi baxımından mühüm əhəmiyyətə malikdir. M.İ.İsmayılov $M^{p)}$ fəzasında bəzi triqonometrik və eksponent sistemlərinin bazisliyini araşdırmışdır.

Tutaq ki, $1 < p < \infty$. $(a,b) \subset R$ intervalında təyin olunmuş və

$$\|f\|_{p)} = \sup_{0<\varepsilon<p-1} \left(\frac{\varepsilon}{b-a} \int_a^b |f|^{p-\varepsilon} dt \right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}} < \infty$$

şərtini ödəyən ölçülən funksiyalardan təşkil olunmuş $L^{p)}(a,b)$ fəzasına grənd-Lebeq fəzası deyilir. Sürüşmə operatoruna nəzərən kəsilməz olan, yəni $\delta \to 0$ olduqda,

$$\left\| \tilde{f}(\cdot+\delta) - \tilde{f}(\cdot) \right\|_{p)} \to 0$$

şərtini ödəyən bütün funksiyalar çoxluğunu $\widetilde{M}^{p)}$ ilə işarə edək, burada

$$\widetilde{f}(t)=\begin{cases} f(t),\ t\in(a,b),\\ 0,\ t\notin(a,b).\end{cases}$$

Aydındır ki, $\widetilde{M}^{p)}$ $L^{p)}(a,b)$-də çoxobrazlı olur. Bu çoxluğun $L^{p)}$ norması ilə qapanmasını $M^{p)}$ ilə işarə edək. M.İ.İsmayılov göstərmişdir ki, $M^{p)}$ separabel alt fəza təşkil edir.

$W^1_{p)}(a,b)$ ilə özü və törəməsi $L^{p)}(a,b)$ fəzasından olan və

$$\|f\|_{W^1_{p)}}=\|f\|_{p)}+\|f'\|_{p)}$$

norması ilə təchiz olunmuş funksiyalar fəzasını işarə edək.

Qrənd –Sobolev fəasını belə təyin edək:

$$W^1_{p)}(a,b)=\left\{f\mid f,\ f'\in L^{p}(a,b),\|f\|_{p)}+\|f'\|_{p)}<+\infty\right\}.$$

Asanlıqla göstərmək olar ki, bu Banax fəzasıdır və separabel deyildir. $\widetilde{M}W^1_{p)}(a,b)$ ilə $W^1_{p)}(a,b)$-dən olan və $\delta\to 0$ olduqda $\left\|\widetilde{f}'(\cdot+\delta)-\widetilde{f}'(\cdot)\right\|_{p)}\to 0$ şərtini ödəyən funksiyalar çoxluğunu işarə edək, burada

$$\widetilde{f}(t)=\begin{cases} f(t),\ t\in(a,b),\\ 0,\ t\notin(a,b).\end{cases}$$

Göründüyü kimi $\widetilde{M}W^1_{p)}(a,b)$ çoxluğu $W^1_{p)}(a,b)$-də çoxobrazlı olur. Onun $W^1_{p)}$ normasına görə qapanmasını $MW^1_{p)}(a,b)$ ilə işarə edək.

Aşağıdakı lemma doğru olur.

Lemma 2. $A(f,\lambda)=\lambda+\int\limits_a^t f(\tau)d\tau$ operatoru $M^{p)}(a,b)\oplus C$ fəzası ilə $MW^1_{p)}(a,b)$ fəzası arasında izomorfizm yaradır, burada C - kompleks müstəvidir, $1<p<+\infty$.

Bu lemmanın köməyi ilə aşağıdakı teoremlər isbat olunur.

Teorem 2. Tutaq ki, $2\operatorname{Re}\beta + \frac{1}{p} \notin Z$, $\beta \neq 1$, $1 < p < \infty$. Onda

$$1 \cup \{\sin(n-\beta)t\}_{n\geq 1}$$

sisteminin $MW_{p)}^{1}(0,\pi)$ fəzasında bazis olması üçün zəruri və kafi şərt $\left[\operatorname{Re}\beta + \frac{1}{2p} - \frac{1}{2}\right] = 0$ olmasıdır. Həmçinin, $\left[\operatorname{Re}\beta + \frac{1}{2p} - \frac{1}{2}\right] > 0$ olduqda bu sistemi $MW_{p)}^{1}(0,\pi)$-də minimal olmur; $\left[\operatorname{Re}\beta + \frac{1}{2p} - \frac{1}{2}\right] < 0$ olduqda isə $MW_{p)}^{1}(0,\pi)$-də minimal olur, tam olmur; $[\cdot]$- ədədin tam hissəsidir.

Qeyd 2. $\beta = 1$ olduqda isə

$$1 \cup \{t\} \cup \{\sin nt\}_{n\geq 1}$$

sistemi $MW_{p)}^{1}(0,\pi)$-də bazis olur.

Teorem 3. Tutaq ki, $2\operatorname{Re}\beta + \frac{1}{p} \notin Z$, $1 < p < \infty$. Onda

$$1 \cup \{\cos(n-\beta)t\}_{n\geq 1}$$

sisteminin $MW_{p)}^{1}(0,\pi)$ fəzasında bazis olması üçün zəruri və kafi şərt $\left[\operatorname{Re}\beta + \frac{1}{2p}\right] = 0$ olmasıdır. Həmçinin $\left[\operatorname{Re}\beta + \frac{1}{2p}\right] > 0$ olduqda bu sistem $MW_{p)}^{1}(0,\pi)$-də tam olur, minimal olmur; $\left[\operatorname{Re}\beta + \frac{1}{2p}\right] < 0$ olduqda isə $MW_{p)}^{1}(0,\pi)$-də minimal olur, tam olmur.

1.4. yarımfəslində eyni məsələlərə eksponent sistemlər üçün baxılmışdır.

Teorem 4. Tutaq ki, $2\operatorname{Re}\beta+\frac{1}{p}\notin Z$, $\beta\neq 0, 1<p<\infty$. Onda

$$1\cup\{e^{i(n-\beta signn)t}\}_{n\in Z}$$

sisteminin $MW^1_{p)}(-\pi,\pi)$ fəzasında bazis olması üçün zəruri və kafi şərt $\left[2\operatorname{Re}\beta+\frac{1}{p}\right]=0$ olmasıdır. Həmçinin,

$\left[2\operatorname{Re}\beta+\frac{1}{p}\right]<0$ olduqda bu sistem tam olmur;

$\left[2\operatorname{Re}\beta+\frac{1}{p}\right]>0$ olduqda bu sistem minimal olmur.

II fəsildə əvvəlcə Sobolev-Morri fəzalarında triqonometrik sistemlərin tamlıq minimallıq və bazislik xassələri öyrənilir. $L^{p,\alpha}$ parametrli fəzalar ilk dəfə Morri tərəfindən bəzi xüsusi törəməli tənliklərin həllinin hamarlıq məsələlərinin öyrənilməsi zamanı daxil edilmişdir. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [4,5,6,10] işlərində nəşr olunmuşdur.

Məlumdur ki, bu fəza da separabel olmayan Banax fəzası olur. B.T.Bilalov, A.A.Quliyeva tərəfindən bu fəzanın sürüşmə operatoruna nəzərən kəsilməz olan funksiyaların separabel alt fəzası olan $M^{p,\alpha}$ alt fəzası daxil edilmiş və bu fəzada $\{e^{int}\}_{n\in Z}$ klassik eksponent sisteminin bazisliyi isbat olunmuşdur.

Tutaq ki, $1\le p<\infty, 0\le\alpha\le 1$. $(a,b)\subset R$ intervalında təyin olunmuş və

$$\|f\|_{L^{p,\alpha}(a,b)}=\sup_{I\subset(a,b)}\left(|I|^{\alpha-1}\int_I|f(t)|^p dt\right)^{\frac{1}{p}}<\infty$$

şərtini ödəyən bütün ölçülən funksiyaların Banax fəzasına $L^{p,\alpha}(a,b)$ Morri fəzası deyilir, burada sup bütün $I\subset(a,b)$ intervalları üzrə götürülür. Qeyd edək ki, $0\le\alpha_1<\alpha_2\le 1$ şərti ödənildikdə $L^{p,\alpha_1}\subset L^{p,\alpha_2}$ daxilolması doğru olur. Asanlıqla görmək olar ki, $L^{p,1}(a,b)=L_p(a,b)$ və $L^{p,0}(a,b)=L_\infty(a,b)$ olur. Məlumdur ki, $1\le p<+\infty$ və $\alpha\in(0,1)$ olduqda $L^{p,\alpha}(a,b)$ Morri fəzası separabel olmur və $C[a,b]$ kəsilməz funksiyalar fəzası burada hər yerdə sıx olmur.

Sürüşmə operatoruna nəzərən kəsilməz olan bütün $f\in L^{p,\alpha}(a,b)$ funksiyalar coxluğunu $\widetilde{M}^{p,\alpha}$ ilə işarə edilir:

$$\widetilde{M}^{p,\alpha}(a,b)=\{f\in L^{p,\alpha}(a,b):$$

$$:\left\|\tilde{f}(\cdot+\delta)-\tilde{f}(\cdot)\right\|_{L^{p,\alpha}}\to 0,\delta\to 0\ olduqda\},$$

burada

$$\tilde{f}(t)=\begin{cases} f(t),\ t\in(a,b),\\ 0,\ \ t\notin(a,b).\end{cases}$$

Aydındır ki, $\widetilde{M}^{p,\alpha}(a,b)$ $L^{p,\alpha}(a,b)$ fəzasında çoxobrazlı olur. Bu çoxluğun $L^{p,\alpha}$ normasına görə qapanması $M^{p,\alpha}$ ilə işarə edilir, yəni $\overline{\widetilde{M}^{p,\alpha}}=M^{p,\alpha}$. $1\le p<\infty, 0\le\alpha\le 1$ olduqda $M^{p,\alpha}(a,b)$ fəzası separabel Banax fəzasıdır, və $C_0^\infty(a,b)$- sonsuz diferensiallanan və (a,b)-də finit daşıyıcıya malik funksiyalar burada sıxdır. Qeyd edək ki, $\widetilde{M}^{p,\alpha}(a,b)$-nın təyinində $f(\cdot)$ funksiyasının (a,b) intervalından kənarda davamı sıfır kimi başa düşülür.

2.1. yarımfəslində Sobolev-Morri fəzasının bir separabel alt fəzası qurulur və burada bəzi triqonometrik sistemlərin bazis xassələri öyrənilmişdir. Beləliklə, tutaq ki, $0\le\alpha\le 1, p\ge 1$. $W^1_{p,\alpha}(a,b)$ ilə özü və törəmələri $L^{p,\alpha}(a,b)$ fəzasından olan və

$$\|f\|_{W^1_{p,\alpha}}=\|f\|_{L^{p,\alpha}}+\|f'\|_{L^{p,\alpha}}$$

norması ilə təchiz olunmuş funksiyalar fəzasını işarə edək. Göstərmək olar ki, bu Banax fəzası olur.

İndi isə törəməsi sürüşmə operatoruna nəzərən kəsilməz olan funksiyalar çoxluğunu $\widetilde{M}W^1_{p,\alpha}(a,b)$ ilə işarə edək:

$\widetilde{M}W^{1}_{p,\alpha}(a,b)=$

$=\{f : f\in W^{1}_{p,\alpha}(a,b), \left\| \tilde{f}'(\cdot+\delta)-\tilde{f}'(\cdot)\right\|_{L^{p,\alpha}} \to 0, \delta\to 0 \ olduqda\}$

Aydındır ki, $\widetilde{M}W^{1}_{p,\alpha}(a,b)$ çoxluğu $W^{1}_{p,\alpha}(a,b)$ fəzasının çoxobrazlısıdır. $MW^{1}_{p,\alpha}(a,b)$ ilə $\widetilde{M}W^{1}_{p,\alpha}(a,b)$-nın $W^{1}_{p,\alpha}$ normasına nəzərən qapanmasını işarə edək:

$$MW^{1}_{p,\alpha}(a,b)=\overline{\widetilde{M}W^{1}_{p,\alpha}(a,b)}.$$

$\mathrm{M}_{p,\alpha}$ fəzası $M^{p,\alpha}(a,b)$ fəzası ilə C kompleks müstəvinin düz cəmi olsun:

$$\mathrm{M}_{p,\alpha}=M^{p,\alpha}\oplus C.$$

$\mathrm{M}_{p,\alpha}$ fəzasında normanı belə verək:

$$\|\hat{u}\|_{m_{p,\alpha}}=\|u\|_{L^{p,\alpha}}+|\lambda|, \ \forall\hat{u}=(u,\lambda)\in \mathrm{M}_{p,\alpha}.$$

Aşağıdakı lemmalar doğrudur.

Lemma 3. $(A\hat{u})(t)=\lambda+\int_a^t u(\tau)d\tau$ operatoru $L^{p,\alpha}\oplus C$ fəzasından $W^{1}_{p,\alpha}$ fəzasına təsir edən izomorfizmdir.

Bu lemmadan həm də alınır ki, $W^{1}_{p,\alpha}(a,b)$ fəzası da separabel olmayan fəzadır.

Lemma 4. $(A\hat{u})(t)=\lambda+\int_a^t u(\tau)d\tau$ operatoru $\mathrm{M}_{p,\alpha}$ fəzasından $MW^{1}_{p,\alpha}$ fəzasına təsir edən izomorfizmdir.

Deməli, $\mathrm{M}_{p,\alpha}$ separabel alt fəzadır. Bu lemmaların köməyi ilə aşağıdakı teoremlər isbat olunmuşdur.

Teorem 5. Tutaq ki, $2\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{p}\notin Z$, $\beta\neq 1$, $1<p<+\infty, 0<\alpha<1$. Onda

$$1\cup\{\sin(n-\beta)\}_{n\geq 1}$$

sistemi $MW^1_{p,\alpha}(0,\pi)$ fəzasında yalnız və yalnız o vaxt bazis təşkil edər ki, $\left[\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{2p}-\frac{1}{2}\right]=0$ olsun. Bundan başqa $\left[\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{2p}-\frac{1}{2}\right]<0$ olarsa, bu sistem $MW^1_{p,\alpha}(0,\pi)$-də minimal olur, tam olmur; $\left[\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{2p}-\frac{1}{2}\right]>0$ olduqda isə bu sistem $MW^1_{p,\alpha}(0,\pi)$-də tam olur, minimal olmur.

Qeyd 3. $\beta=1$ olan halda göstərmək olar ki,

$$1\cup\{t\}\cup\{\sin nt\}_{n\geq 1}$$

sistemi $MW^1_{p,\alpha}(0,\pi)$ fəzasında bazis olur.

Oxşar nəticə kosinus tipli sistem üçün də alınmışdır.

Teorem 6. Tutaq ki, $\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{2p}\notin Z$, $1<p<\infty, 0<\alpha<1$. Onda,

$$1\cup\{\cos(n-\beta)t\}_{n\geq 1}$$

sistemi $MW^1_{p,\alpha}(0,\pi)$ fəzasında yalnız və yalnız o vaxt bazis təşkil edər ki, $\left[\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{2p}\right]=0$ olsun. Bundan əlavə $\left[\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{2p}\right]<0$ olarsa, bu sistem $MW^1_{p,\alpha}(0,\pi)$ fəzasında minimal olur, tam olmur; $\left[\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{2p}\right]>0$ olarsa bu sistem $MW^1_{p,\alpha}(0,\pi)$ fəzasında amma tam olur, minimal olmur.

2.2. yarımfəslində həyəcanlanmış bəzi eksponent sistemlərinin $MW^1_{p,\alpha}(-\pi,\pi)$ fəzasında bazis, tamlıq və minimallıq xassələri öyrənilmişdir. Beləliklə, aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 7. Tutaq ki, $1<p<+\infty$, $2\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{p}\in Z$, $0<\alpha<1$. Onda

$$1\cup\{t\}\cup\{e^{i(n-\beta signn)t)}\}_{n\neq 0}$$

sisteminin $MW^1_{p,\alpha}(-\pi,\pi)$ fəzasında bazis olması üçün zəruri və kafi şərt $\left[2\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{p}\right]=0$ olmasıdır. Həmçinin $\left[2\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{p}\right]<0$ olduqda bu sistem $MW^1_{p,\alpha}(-\pi,\pi)$-də tam deyil; $\left[2\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{p}\right]>0$ bu sistem $MW^1_{p,\alpha}(-\pi,\pi)$-də minimal deyil.

Teorem 8. Tutaq ki, $1<p<+\infty$, $2\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{p}\notin Z$, $\beta\neq 0$, $0<\alpha<1$. Onda

$$1\cup\{e^{i(n-\beta signn)t)}\}_{n\in Z}$$

sisteminin $MW^1_{p,\alpha}(-\pi,\pi)$ fəzasında bazis olması üçün zəruri və kafi şərt $\left[2\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{p}\right]=0$ olmasıdır. Həmçinin, $\left[2\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{p}\right]<0$ olduqda bu sistem $MW^1_{p,\alpha}(-\pi,\pi)$-də tam deyil; $\left[2\operatorname{Re}\beta+\frac{\alpha}{p}\right]>0$ bu sistem $MW^1_{p,\alpha}(-\pi,\pi)$-də minimal deyil.

2.2. yarımfəslində klassik triqonometrik sistemlərin üstlü çəkiyə malik Sobolev-Morri fəzalarında bazislik, tamlıq və minimallıq xassələri öyrənilmişdir. B.T.Bilalov, Ə.A.Hüseynli, S.R.El-Şabravi tərəfindən çəkili Morri fəzası $L^{p,\alpha}_{\nu}(a,b)$ belə təyin edilir:

$$L_\nu^{p,\alpha}(a,b)=\{f : f\nu \in L^{p,\alpha}(a,b)\}$$

burada, $\nu(t)$ - (a,b)-də təyin olunan çəki funksiyasıdır. Bu fəzada norma

$$\|f\|_{p,\alpha,\nu} = \|\nu\, f\|_{p,\alpha}$$

kimi təyin edilir.

Tutaq ki, $f(\cdot)$ funksiyası $[a,b]$-də təyin olunub. Bu funksiyanı $[2a-b, 2b-a]$ parçasına aşağıdakı qaydada davam etdirilir:

$$\tilde{f}(t)=\begin{cases} f(2a-x), \; x\in[2a-b,a) \\ f(x), \; x\in[a,b] \\ f(2b-x), \; x\in(b,2b-a]. \end{cases}$$

$L_\nu^{p,\alpha}(a,b)$-də sürüşmə operatoruna nəzərən kəsilməz olan funksiyalar çoxluğunu $\tilde{M}_\nu^{p,\alpha}$ ilə işarə edək:

$$\tilde{M}_\nu^{p,\alpha}(a,b)=\{f \in L_\nu^{p,\alpha}(a,b):$$
$$:\left\|\hat{f}(\cdot+\delta)-\hat{f}(\cdot)\right\|_{p,\alpha,\nu} \to 0, \delta\to 0 \;\; olduqda\}.$$

Aydındır ki, bu $\tilde{M}_\nu^{p,\alpha}$-də çoxobrazlı olur. Onun $L_\nu^{p,\alpha}$ normasına görə qapanması $M_\nu^{p,\alpha}(a,b)$ kimi işarə olunur. Göstərilir ki, bu fəzada $C_0^\infty(a,b)$ - sonsuz diferensiallanan və kompakt daşıyıcıya malik funksiyalar çoxluğu hər yerdə sıxdır. Yəni $M_\nu^{p,\alpha}(a,b)$ separabel alt fəza olur. Bəzən $M_\nu^{p,\alpha}$ fəzasına $L_\nu^{p,\alpha}$ Morri fəzasının Zorko alt fəzası da deyilir.

Analoji qaydada Sobolev-Morri və onun Zorko tip alt fəzasını təyin edək. Beləliklə özü və törəmələri $L_\nu^{p,\alpha}(a,b)$ çəkili Morri fəzasına daxil olan funksiyalar fəzasına $W_{p,\alpha,\nu}^1(a,b)$ çəkili Sobolev-Morri fəzası deyəcəyik:

$$W_{p,\alpha,\nu}^1(a,b)=\{f : f\in L_\nu^{p,\alpha}(a,b) \text{ və } f'\in L_\nu^{p,\alpha}(a,b)\}.$$

Bu fəzada normanı

$$\|f\|_{W^1_{p,\alpha,\nu}} = \|f\|_{p,\alpha,\nu} + \|f'\|_{p,\alpha,\nu}$$

kimi işarə edək. Göstərmək olar ki, bu fəza separabel olmayan Banax fəzasıdır.

Sürüşmə operatoruna nəzərən kəsilməz törəməsi olan funksiyaların çoxluğunu $\widetilde{M}W^1_{p,\alpha,\nu}(a,b)$ ilə işarə edək:

$$\widetilde{M}W^1_{p,\alpha,\nu}(a,b) = \{ f : \left\| \widetilde{f}'(\cdot + \delta) - \widetilde{f}'(\cdot) \right\| \to 0, \delta \to 0 \ \ olduqda \} .$$

Aydındır ki, $\widetilde{M}W^1_{p,\alpha,\nu}(a,b)$ $W^1_{p,\alpha,\nu}(a,b)$ fəzasında çoxobrazlıdır. Onun $W^1_{p,\alpha,\nu}$ ilə işarə edək:

$$MW^1_{p,\alpha,\nu}(a,b) \equiv \overline{\widetilde{M}W^1_{p,\alpha,\nu}(a,b)} .$$

Qeyd edək ki, bizim işdə çəki funksiyası qüvvət funksiyası şəklində götürülür.

$L_{p,\nu}(a,b) = \{ f : \|\nu f\|_{L_p} < +\infty \}$ - çəkili Lebeq fəzasıdır. Bu fəzada norma isə $\|f\|_{p,\nu} = \|\nu f\|_{L_p}$ kimi verilir.

Əsas nəticələrin alınması üçün əvvəlcə çəkili Morri fəzaları üçün belə bir daxilolma xassəsi isbat olunur:

Lemma 5. Tutaq ki, $p \in (1;\infty)$, $\lambda \in \left(\frac{\alpha - 1}{p}, \infty \right)$. Onda ixtiyari $p_0 \in (1, \beta)$ üçün

$$L^{p,\alpha}_{\nu}(a,b) \subset L_{p,\nu}(a,b) \subset L_{p_0}(a,b) ,$$

burada, $\nu(t) = |t - a|^{\lambda}$, $\beta = \min\left\{ p, \frac{p}{\lambda + 1}, 2 \right\}$.

$M^{p,\alpha}_{\nu}(a,b)$ fəzası ilə C kompleks müstəvinin düz cəmini $M^{p,\alpha}_{\nu}(a,b)$ ilə işarə edək:

$$M^{p,\alpha}_{\nu}(a,b) = M^{p,\alpha}_{\nu}(a,b) \oplus C .$$

Bu fəzanın normasını belə təyin edək:

$$\|\hat{u}\|_{M^{p,\alpha}_{\nu}(a,b)} = \|u\|_{p,\alpha,\nu} + |\mu| ,$$

burada

$$\hat{u} = (u, \mu) \in M_{\nu}^{p,\alpha}(a,b).$$

Göstərmək olar ki, bu fəza da Banax fəzasıdır.

İndi isə növbəti lemmanı verək:

Lemma 6. Tutaq ki, $p \in (1,+\infty)$, $\lambda \in \left[\dfrac{\alpha-1}{p}, \dfrac{\alpha}{p} + \dfrac{1}{p'}\right)$, $\nu(t) = |t-a|^{\lambda}$ və $p' = \dfrac{p}{p-1}$. Onda

$$A(u,\mu) = \mu + \int_a^t u(\tau)d\tau$$

operatoru $M_{\nu}^{p,\alpha}(a,b)$ fəzasından $MW_{p,\alpha,\nu}^{1}(a,b)$ fəzasına təsir edən izomorfizmdir.

Bu lemmadan həm də aydın olur ki, $MW_{p,\alpha,\nu}^{1}(a,b)$ separabel Banax fəzası olur.

İndi isə əsas teoremlərə keçək:

Teorem 9. Tutaq ki, $p \in (1,+\infty)$, $p' = \dfrac{p}{p-1}$, $\nu(t) = t^{\lambda}$.

Onda:

1) $\lambda \in \left(\dfrac{\alpha-1}{p}, \dfrac{\alpha}{p} + \dfrac{1}{p'}\right)$ olarsa $1 \cup \{\cos nt\}_{n\geq 1}$ sistemi $MW_{p,\alpha,\nu}^{1}(0,\pi)$ fəzasında bazisdir.

2) $\lambda \in \left(\dfrac{\alpha-1}{p}, \dfrac{\alpha}{p} + \dfrac{1}{p'}\right)$ olarsa $1 \cup \{\cos nt\}_{n\geq 1}$ $W_{p,\alpha,\nu}^{1}(0,\pi)$ fəzasında minimaldır.

Teorem 10. Tutaq ki, $p \in (1,+\infty)$, $p' = \dfrac{p}{p-1}$, $\nu(t) = t^{\lambda}$.

Onda:

1) $\lambda \in \left(\frac{\alpha - 1}{p}, \frac{\alpha}{p} + \frac{1}{p'} \right)$ olarsa $1 \cup t \cup \{\sin nt\}_{n \geq 1}$ sistemi $MW^1_{p,\alpha,v}(0,\pi)$ fəzasında bazisdir.

2) $\lambda \in \left(\frac{\alpha - 1}{p}, \frac{\alpha}{p} + \frac{1}{p'} \right)$ olarsa $1 \cup t \cup \{\sin nt\}_{n \geq 1}$ sistemi $W^1_{p,\alpha,v}(0,\pi)$ fəzasında minimaldır.

Teorem 11. Tutaq ki, $p \in (1,+\infty)$, $p' = \frac{p}{p-1}$, $v(t) = |t+\pi|^{\lambda}$. Onda:

1) $t \cup \{e^{\mathrm{int}}\}_{n \in z}$ sistemi $MW^1_{p,\alpha,v}(-\pi,\pi)$ fəzasında bazis olması üçün zəruri və kafi şərt

$$\lambda \in \left(\frac{\alpha - 1}{p}, \frac{\alpha}{p} + \frac{1}{p'} \right)$$

olmasıdır.

2) $\lambda \in \left(\frac{\alpha - 1}{p}, \frac{\alpha}{p} + \frac{1}{p'} \right)$ olduqda $t \cup \{e^{\mathrm{int}}\}_{n \in z}$ sistemi $W^1_{p,\alpha,v}(-\pi,\pi)$ fəzasında minimaldır.

Sonda məsələnin qoyuluşuna, işə daimi diqqətinə və dəyərli məsləhətlərinə görə elmi rəhbərlərim r.e.d., dosent Toğrul Muradov və f.-r.e.n., dosent Valid Salmanova dərin təşəkkürümü bildirirəm.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi klassik və həyəcanlanmış eksponent və triqonometrik sistemlərin hissə-hissə hamar funksiyaların Sobolev fəzasında, qrənd-Sobolev fəzalarında, Sobolev-Morri və çəkili Sobolev-Morri fəzalarında bazislik, tamlıq və minimallıq xassələrinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakılardan ibarətdir:

- Hissə-hissə hamar funksiyaların $KW_p^1(-\pi,\pi)$ Sobolev fəzasında kəsilən fazalı (1) eksponent sisteminin bazisliyi öyrənilmişdir;
- Qrənd-Sobolev fəzasının bir separabel alt fəzasının qurulmuş və bu alt fəzada bəzi triqonometrik və eksponent sistemlərin bazislik xassələrinin öyrənilmişdir;
- Sobolev-Morri fəzasının bir sepabel alt fəzasının qurulmuş və bu alt fəzada bəzi triqonometrik və eksponent sistemlərin bazis xassələrinin öyrənilmişdir;
- Çəkili Sobolev-Morri fəzasının müəyyən separabel alt fəzası qurulur və orada klassik triqonometrik və eksponent sistemlərin bazisliyi öyrənilmişdir.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Салманов, В.Ф., **Нуриева, С.А.** Базисность одной тригонометрической системы в весовом пространстве типа Морри-Соболева. // “Operators, Functions, and Systems of Mathematical Physics” an International conference dedicated to the 70-th anniversary of the birth of Hamlet Isaxanli -Baku: -21-24 may, – 2018, – p.280-281.
2. Salmanov, V.F., **Nuriyeva, S.A**. Basicity of the system of sines in the weighted Morrey-Sobolev type space. // “Modern Problems of Innovative Technologies in Oil and Gas Production and Applied Mathematics” International conference dedicated to the 90-th anniversary of academician Azad Khalil Mirzajanzade, -Baku: -13-14 December – 2018, – p. 297-299.
3. Salmanov, V.F., **Nuriyeva, S.A**. The Basicity of the system of cosines in the Grand-Sobolev spaces: // “Complex Analysis and Approximation Theory” book of abstracts of the International conference, -Ufa, Russia: – 29-31 May -2019, – c.43-44.
4. Salmanov, V.F., **Nuriyeva, S.A**. The basicity of the system of sines in the Grand-Sobolev spaces. // “Spectral Theory and its Applications” International Workshop dedicated to the 80th anniversary of an academician Mirabbas Geogja Gasymov, -Baku: -7 – 8 June, -2019, – p.157-159.
5. Salmanov, V.F. On basicity of an exponential system with a discontinuous phase in the Sobolev space of piecewise differentiable functions / V.F.Salmanov, V.S.Mirzoyev, **S.A.Nuriyeva** // – Baku: Proceed. of IMM of NAS of Azerb., – 2019. v.45, №2, – p.311-318.
6. Salmanov, V.F. **Nuriyeva, S.A.** On basicity of trigonometric systems in Sobolev-Morrey spaces // – Baku: Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics, – 2020. v.8, №2, – p.10-16.
7. Нуриева, С.А. О базисности одной системы экспонент с кусочно-линейной разрывной фазой в пространстве Соболева кусочно-дифференцируемых функций // – Нахчыван:

Научные труды Нахчыванского Гос. Унив., серия физик.-матем. и техн. наук, – 2020. № 5 (106), – с.50-56.
8. Salmanov, V.F., **Nuriyeva, S.A**. Bases properties of system of sines with linear pjhase in Sobolev-Morrey spaces. // Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi SDU, "Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları" IV Respublika elmi konfransının materialları, -Sumqayıt: – 09-10 dekabr, –2021, №9, – p.293.
9. Nuriyeva, S.A. Basicity of linear phase exponential system in Grand-Sobolev space // – Baku: Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics, – 2021. v.9, №2, – p.3-10.
10. Salmanov, V.F., **Nuriyeva, S.A**. On the basicity of linear phase systems of sines and cosines in Sobolev-Morrey space // -Baku: Azer. Journal of Mathematics, –2022. v.12, №2, – pp.173-183.
11. Muradov, T.R. Basicity of systems of sines and cosines with linear phases in Grand-Sobolev spaces. / T.R.Muradov, **S.A.Nuriyeva**, V.F.Salmanov // -Baku: Baku Mathematical Journal, – 2022. v.1. №2, – p. 172-178.
12. Salmanov, V.F., Muradov, T.R., **Nuriyeva, S.A**. Basicity of the system of sines with linear phases in Grand-Sobolev spaces: // 5th İnternational E-conference on Mathematical Advanced and Applications, İCOMAA -2022, -İstanbul, Turkey: – 11-14 May - 2022, – p.195.

Dissertasiyanın müdafiəsi **07 iyun 2024-cü il** tarixində **14^{00}**-da Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç, 9.

Dissertasiya işi ilə Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **06 may 2024-cü il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 03.05.2024
Kağızın formatı: 60x841/16
Həcm: 38505
Tiraj: 100