

RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKANIN AKTUAL PROBLEMLƏRİ

**Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illiyinə
həsr olunmuş Beynəlxalq konfransın
PROQRAMI**

ON ACTUAL PROBLEM OF MATHEMATICS AND MECHANICS

**PROGRAM
of the International conference devoted to the 55th anniversary of the
Institute of Mathematics and Mechanics**

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

**ПРОГРАММА
Международной конференции, посвященной 55-летию Института
Математики и Механики**

15-16 may 2014

Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun Elmi Şurası 15-16 may 2014-cü il tarixlərində İnstitutun 55 illiyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” Beynəlxalq konfransının keçirilməsi haqda qərar qəbul etmişdir (15 yanvar 2014-cü il, protokol № 1).

BAŞ REDAKTOR: *Akif Hacıyev*

MƏSUL REDAKTOR: *Misir Mərdanov*

**MƏSUL REDAKTORUN
MÜAVİNİ:** *Soltan Əliyev*

MƏSUL KATİB: *Vüqar İsmayılov*

**REDAKSIYA HEYƏTİNİN
ÜZVLƏRİ:** *Rauf Hüseynov, Həmidulla Aslanov,
Vaqif Hacıyev, Cəfər Ağalarov,
Qabil Əliyev, Əkbər Əliyev, Lətif
Talıblı, Nizaməddin İsgəndərov,
Vaqif Quliyev, Bilal Bilalov, Tamilla
Həsənova, Qeylani Pənahov, Əli
Babayev, Fariz İmranov*

TEXNİKİ REDAKTORLAR: *Şəmsiyyə Muradova
Aygün Orucova
Arzu Paçalova*

National Academy of Sciences of Azerbaijan, Institute of Mathematics and Mechanics, V.Bahabzade st.,
9, Azerbaijan Republic, AZ1141
Tel.: (99412) 539 39 24
Fax.: (99412) 539 01 02
e-mail: rmi@lan.ab.az; web: www.imm.science.az

Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu 55 ildə

Azərbaycanda riyaziyyat və mexanika elmlərinin məbədi hesab olunan Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu 1959-cu ildə Azərbaycan SSR Nazirlər Sovetinin 27 aprel 319 nömrəli və Azərbaycan SSR EA-nın Rəyasət Heyətinin 06 may tarixli qərarları ilə Azərbaycan Elmlər Akademiyasının Fizika və Riyaziyyat İnstitutunun bazasında yaradılmışdır. Fizika və Riyaziyyat İnstitutu müstəqil qurumlara ayrıldığı zaman Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunda 121 əməkdaş -101 elmi işçi, bir akademik (Zahid Xəlilov), bir müxbir üzv (İbrahim İbrahimov), dörd elmlər doktoru (Zahid Xəlilov, İbrahim İbrahimov, Yusif Əmənzadə, Yaroslav Lapatinskiy) və on iki elmlər namizədi (Şamil Vəkilov, Əli Cəfərov, Həşim Ağayev, Kərim Kərimov, Səid Ələsgərov, Mais Cavadov, Sasun Yakubov, Məbud İsmayılov, Boris Ponayoti, Rəşid Məmmədov, Fəraməz Maqsudov, Yəhya Məmmədov) çalışırdı. Yarandığı vaxt İnstitutda 6 şöbə: funksional analiz (Zahid Xəlilov), funksiyalar nəzəriyyəsi (İbrahim İbrahimov), diferensial tənliklər (Həşim Ağayev), integral tənliklər (Şamil Vəkilov), təqribi analiz (Əli Cəfərov), elastikiyyət nəzəriyyəsi (Yusif Əmənzadə) və 2 laboratoriya: dinamik möhkəmlik (Kərim Kərimov), hesablama mərkəzi (Səid Ələsgərov) fəaliyyət göstərirdi.

55 illik fəaliyyəti ərzində Akademiyanın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu şərəfli bir yol keçmiş, ölkəmizdə riyaziyyat və mexanikanın inkişafında uğurlu nəticələrin qazanılmasında böyük nəəliyyətlər əldə etmişdir. İnstitutun elmi kadrlarla təminatında və gələcək inkişafında Bakı Dövlət Universitetinin Mexanika-riyaziyyat, Pedaqoji Universitetin Riyaziyyat, BDU-nun daha sonra yaradılmış Tətbiqi riyaziyyat fakültələrinin böyük rolu olmuşdur.

Qeyd etmək lazımdır ki, ölkəmizdə riyaziyyat və mexanika elminin inkişafında, məşhur Sovet alimləri akademiklər Mstislav Keldış, Andrey Kolmoqorov, Nikolay Boqolyubov, Mixail Lavrentyev, Nikolay Musxelişvili, İvan Petrovski, Sergey Sobolev, Lev Pontryagin, İzrail Gelfand, Aleksandr Gelfond, Sergey Bernşteyn, Sergey Nikolskiy, Andrey Tixonov, Lazer Lüsternik, Yaroslav Lopatinskiy, Anatoliy Maltsev, Georgiy Şilov, Yuriy Mitropolskiy, Yuriy Proxorov, Valentin Maslov, Xəlil Raxmatulin, Aleksey İlyuşin, Yuri Robotnov, Pyotr Oqibalov, David Şerman, Quri Savin, Viktor Moskvitin böyük rol oynamışlar.

Heç şübhəsiz, Azərbaycanda riyaziyyat və mexanika sahəsinin inkişafında akademiklər Zahid Xəlilov, İbrahim İbrahimov, Əsrəf Hüseynov və akademiyanın müxbir üzvləri Maqsud Cavadov, Yusif Əmənzadənin böyük rolu olmuşdur.

İnstitutun ilk direktoru akademik Zahid Xəlilov olmuşdur. O, akademiyanın Fizika-Riyaziyyat və Texnika Elmləri Bölməsinə akademik-katib seçildikdən sonra, institututa 1959-1963-cü illərdə akademik İbrahim İbrahimov, 1963-1967-ci illərdə professor Həşim Ağayev, 1967-ci ildən ömrünün sonuna-1973-cü ilə qədər akademik Zahid Xəlilov, 1974-dən 2000-ci ilə qədər akademik Fəraməz Maqsudov, 2000-2003-cü illərdə akademiyanın müxbir üzvü İlham Məmmədov, 2004-cü ildən 2013-cü ilə

qədər akademik Akif Hacıyev rəhbərlik etmişdir. 2013-cü ilin mayından İnstitutun direktoru professor Misir Mərdanovdur.

Respublikamızda riyaziyyatın ən inkişaf etmiş sahələrindən biri olan, funksional analiz məktəbinin əsası akademik Zahid Xəlilov tərəfindən qoyulmuşdur. O, keçmiş Sovetlər birliyində funksional analiz üzrə ilk “Funksional analizin əsasları” (1949) kitabının müəllifi olmuş, normallaşmış halqalarda və Banax fəzalarında xətti sinqulyar integral tənliklərin abstrakt nəzəriyyəsini yaratmış, tamam kəsilməz operator daxil olmayan xətti tənliklər nəzəriyyəsini inkişaf etdirmiş, mücərrəd Nöter nəzəriyyəsini qurmuş və requlyarizatorların ümumi nəzəriyyəsini vermişdir. Zahid Xəlilov Banax fəzalarında diferensial tənlikləri və kvazixətti diferensial tənliklərin dayanıqlığı məsələsini tədqiq edən ilk riyaziyyatçılardan biri olmuşdur. O, hələ XX əsrin 30-cu illərinin sonlarından başlayaraq riyazi elastiklik nəzəriyyəsi sahəsində işləmiş və qalın elastiki lövhənin gərginlik vəziyyəti, uzununa dövrü qüvvələrin təsiri altında elliptik lövhənin dayanıqlığı, sıxılan lövhələrin rəqsi və kənarları ixtiyari hamar əyri olan bütöv lövhənin intensivliyi, koordinatların ixtiyari kəsilməz funksiyası olan normal qüvvənin təsiri altında əyilmənin ümumi məsələsini həll etmişdi.

Azərbaycan funksiyalar nəzəriyyəsi məktəbinin banisi və rəhbəri akademik İbrahim İbrahimovun ən yaxşı yaxınlaşma, interpolyasiya nəzəriyyəsi, tam funksiyalar nəzəriyyəsi, funksiyalar sistemlərinin tamlığı, bərabərsizliklər və s. kimi sahələrdə əldə etdiyi mühüm nəticələrlə bağlı bir çox problemlər sonradan onun tələbələri tərəfindən tədqiq edilmiş, ümumiləşdirilmiş və geniş istifadə olunmuşdur. Onun funksiyalar nəzəriyyəsi və harmonik analiz sahəsində aldığı nəticələr dəfələrlə SSRİ EA-nın hesabatlarına daxil olaraq, mühüm nəticələr kimi qeyd edilmişdir. Dünyanın tanınmış alimlərinin elmi məqalələrində istifadə olunan bu nəticələrin xaricdə çap olunmuş monoqrafiyalara daxil edildiyini də qeyd etmək yerinə düşərdi. Onun əsərlərində həqiqi və kompleks dəyişənli funksiyaların ən yaxşı yaxınlaşması məsələsinə, triqonometrik, cəbri polinomlar, tam funksiyalar və onların törəmələrinin müxtəlif normaları arasında bərabərsizliklərin tədqiqinə geniş yer verilmişdir. Akademik İbrahim İbrahimov funksiyaların xətti müsbət operatorlar ardıcılığı ilə yaxınlaşması məsələlərinə aid mühüm nəticələr əldə etmiş, yaxınlaşan operatorlar ardıcılığının qurulmasına aid ümumi metod vermiş, bir və çoxdəyişənli funksiyaların çəkili fəzalarında Korovkin tipli teoremlər isbat etmiş, müsbət nüvəli integral operatorlar ardıcılığı ilə yaxınlaşma, yaxınlaşma tərtibi, onun asimptotik qiyməti və bunlarla əlaqəli bir çox məsələləri həll etmişdir.

Akademik Əşrəf Hüseynov qeyri xətti sinqulyar integral tənliklər nəzəriyyəsinin yaradıcılarından biridir. O, həmin nəzəriyyənin inkişafı məqsədi ilə yeni funksional fəza daxil etmişdir ki, hal-hazırda həmin fəza onun adı ilə bağlıdır. Azərbaycan Dövlət Universitetində (Bakı Dövlət Universiteti) akademik Əşrəf Hüseynovun yaratdığı və uzun illər rəhbərlik etdiyi sinqulyar integral tənliklər məktəbi ölkə riyaziyyatının tarixində önəmli yer tutmuşdur. Sonralar bu məktəbin davamçıları tərəfindən birölcülü

sinqulyar integralların Holder tipli fəzalarda və onların ümumiləşmələrində öyrənilməsi əldə edilən mühüm nəticələrdəndir.

Akademiyanın müxbir üzvü Maqsud Cavadov cəbrlər üzərində həndəsi fəzaları tədqiq etmiş, elmi tədqiqatlarını cəbrlər üzərində afin və proyektiv fəzalara həsr etmiş, qeyri-Evklid fəzalar nəzəriyyəsini yaratmışdır. O, 30-dan çox elmi məqalənin, azərbaycan dilində 7 dərsliyin müəllifi olmuş, ölkəmizdə riyazi terminologiyanın yaradılmasında yaxından iştirak etmişdir.

Akademiyanın müxbir üzvü Yusif Əmənəzadə hissə-hissə bircins elastiki cisimlərin gərginlik-deformasiya vəziyyəti və elastiklik nəzəriyyəsinin kontakt məsələlərinin analitik və ədədi həlli üsullarını işləyib hazırlamış, Nikolay Musxelişvili və David Şerman tərəfindən baxılan məsələlərin həlli prosesində alınan sonsuz cəbri tənliklər sisteminin kvazirequlyar olmasını isbat etmiş, yalnız bir kompleks burulma funksiyası əsasında mürəkkəb içiboş milin əyilmə mərkəzinin koordinatları düsturunu çıxarmış, məhdud elastiki mühitdə çat məsələsinin analitik həllini almış və laylı müxtəlifcinsli elastiki cisimlər üçün məsələnin həlli üsulunu vermişdir.

Ölkəmizdə riyaziyyat və mexanikanın sonrakı inkişafı Azərbaycan Elmlər Akademiyasının həqiqi üzvləri: Məcid Rəsulov, Azad Mirzəcanzadə, Fəraməz Maqsudov, Cəlal Allahverdiyev, Mirabbas Qasimov, Akif Hacıyev, akademiyanın müxbir üzvləri: Qoşqar Əhmədov, Arif Babayev, Mais Cavadov, Yəhya Məmmədov, fizika-riyaziyyat elmləri doktorları: Əmir Həbibzadə, Rəşid Məmmədov, Həşim Ağayev, Əli Novruzov və Sasun Yakubovun adı ilə bağlıdır. Burada Azərbaycanın ilk riyaziyyatçıları olan Məmməd bəy Əfəndiyev, Rəşid Yusifzadə, Mikayıl Xıdır-zadə, Bəylər Ağayevi xatırlamaq yerinə düşərdi.

55 il ərzində institut il-bəil inkişaf etmiş, nəsillər bir-birini əvəz etmiş, ölkəmiz riyaziyyat və mexanika sahəsində dünyanın aparıcı elmi mərkəzlərində daha yaxşı tanınmış, bu sahələrdə bölgənin aparıcı elmi tədqiqat müəssisələrindən birinə çevrilmişdir.

Bu uğurların qazanılmasında Azərbaycanın üçüncü nəsil alimləri olan: Bala İskəndərov, Rauf Hüseynov, Yusif Məmmədov, Məhəmməd Mehdiyev, Asəf Hacıyev, Hətəm Quliyev, Şamil Vəkilov, Məlik-Baxış Babayev, Hüseyn Çəndirov, Tofiq Bektaş, Arif İsmayılov, Qəmbər Namazov, Nazim Abbasov, Əli Cəfərov, Karlen Xudaverdiyev, Nadir Süleymanov, Ələddin Mahmudov, Kərim Kərimov, Cəfər Ağalarov, Məmməd Bayramoğlu, Frunze Şəmiyev, Kazım Həsənov, Allahverən Cəbrayılov, Yuriy Domşlaq, Məlikməmməd Cəbrayılov, Məmməd Yaqubov, Niyaz Məmmədov, Camali Məmmədxanov, Asəf İskəndərov, Valeriy Salayev, Tamilla Nəsirova, Ələddin Şamilov, Binəli Musayev, Sadiq Abdullayev, Nazim Musayev, Qardaşxan Orucov, Yaşar Səlimov, Rafiq Əmənəzadə, Şəmsəddin Mütəllibov, Siyavir Bəxtiyarov, Yusif Salmanov, Rafiq Feyzullayev, Rafiq Əliyev, Rəxşəndə Cabbarzadə, Nihan Əliyev, Tofiq Kərimov, Əli Əhmədov, Arif Cəfərov, Əli Məhərrəmov, Qabil Əliyev, Vaqif Hacıyev, İsak Məmmədov, Misir Mərdanov, Seyidəli Axıyev, Vaqif

İbrahimov, Əhməd Vəliyev, Sadiq Vəliyev, Ramiz Aslanov, Qaraxan Mirzəyev, Musa İlyasov, Ruslan Sadırxanov, Kamal Sultanov, Kamil Aydzadə, Məhəmməd Axundov, Hüseyn Hüseynov, Turab Əhmədov, Ədalət Axundov, Vəli Şahmurov, Akif İbrahimov, Oqtay Vəliyev, Varqa Kələntərov, Telman Məlikov, Kamil Mənsimov, Arif Səlimov, Hamlet Quliyev, Tofiq Səlimov, Konstantin Leonov, Əkbər Əliyev, Həmdulla Aslanov, Sabir Mirzəyev, Hidayət Hüseynov, Həmzağa Orucov, Rizvan Paşayev, Məsrəddin Sadiqov, Vaqif Pirməmmədov, Fərhad Hüseynov, Abbas Əzimov, Lətif Talıblı, Barat Nuriyev, İlham Mərdanov, İlham Pirməmmədov, Fuad Lətifov, Nazilə Rəsulova, Məhəmməd Quliyev, Ələmdar Həsənov, Qabil Yaqubov, Arif Əmirov, Valeh Quliyevin xidmətləri xüsusi qeyd olunmalıdır.

Təbii ki, belə nəaliyyətlərin əldə olunmasında tanınmış Sovet alimləri Aleksandr Samarski, Lev Kudryavsev, Mark Krasnoselski, Andrey Bitsadze, Vladimir Tixomirov, Adəm Naxuşov, Stanislav Poxajayev, Anatoli Kostyuçenko, Mixayıl Fedoryuk, Olqa Oleynik, Olqa Ladijenskaya, Vladimir İlyin, Marat Yevqrafo, Eyvgeniy Landis, Muxtarbay Otelbayev, Oleq Besov, Vladimir Mazya, Revaz Qamkrilidze, Yuliy Dubinskiy, Yevgeniy Mişşenko, Vladimir Boltyanskiy, Miroslav Qarbaçuk, Boris Levitan, Pyotr Lizorkin, Vladimir Marçenko, Anatoliy Perov, Sergey Novikov, Leonid Nijnik, Yuriy Berezanskiy, Promaz Tamrazov, Vladimir Kondratyev, Selim Kreyn, Mark Kreyn, Mixayıl Mixayılov, Fyodor Rofe-Boketov, Anatoliy Skoroxod, Vitaut Tamuj, Aleksey Sveşnikov, Boris Qnedenko, Fyodr Vasilyev, Faina Kirilova, Rafael Qabasov, Əzizağa Şaxverdiyev, Sabir Hüseynzadə və b. ilə birgə çalışmaları, qarşılıqlı əlaqələr böyük rol oynamışdır.

Sevindirici haldır ki, müstəqillik əldə etdikdən sonra yaranmış siyasi və iqtisadi çətinliklərə baxmayaraq, ölkəmizdə riyaziyyat və mexanika sahələri inkişaf etmiş, alimlərimiz ölkə daxilində və dünyanın bir çox ölkələrində müvəffəqiyyətlə elmi tədqiqat işləri apararaq, Azərbaycanın adını daha yüksək səviyyədə təmsil edən yeni riyaziyyatçı və mexaniklər nəslə yetişmişdir: Fikrət Əliyev, İlham Məmmədov, Soltan Əliyev, Nazim Kərimov, Qalina Mehdiyeva, Bilal Bilalov, Biləndər Allahverdiyev, Vəli Qurbanov, Vaqif Quliyev, Tahir Hacıyev, İbrahim Nəbiyev, Aqıl Xanməmmədov, Uğur Abdullayev, Qeylani Pənahov, Nizaməddin İsgəndərov, Rəhim Rzayev, Asəf Zamanov, , Araz Əliyev, Rauf Əmirov, Mübariz Tapdıq oğlu Qarayev, Mübariz Zəfər oğlu Qarayev, Fəxrəddin Abdullayev, Heybətqulu Mustafayev, Daniyal İsrailov, İlham A. Əliyev, İlham V. Əliyev, Anar Dosiyev, Nigar Aslanova, Bəhram Əliyev, Fərman Məmmədov, Rövşən Hübətəliyev, Elşar Orucov, Rüstəm Seyfullayev, Vladimir Vasilyev, Natiq Əhmədov.

55 illik fəaliyyəti dövründə AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu ölkəmizdə riyaziyyat və mexanika elm sahələrinin mərkəzinə çevrilmişdir. Bu illər ərzində riyaziyyat və mexanika sahəsində institutda aparılan elmi-tədqiqat işləri aşağıdakı sadalanan istiqamətlər üzrə uyğun şöbələrin əməkdaşları tərəfindən həyata keçirilmişdir:

Riyaziyyat sahəsində

1. ***Operatorların spektral nəzəriyyəsi və operator cəbrləri;***
 - a) Funksional analiz;
 - b) Qeyri harmonik analiz.
2. ***Funksional fəzalar və funksiyalar nəzəriyyəsi;***
 - a) Riyazi analiz;
 - b) Funksiyalar nəzəriyyəsi.
3. ***Diferensial tənliklər və riyazi fizikanın problemləri;***
 - a) Diferensial tənliklər;
 - b) Riyazi fizika tənlikləri.
4. ***Harmonik analiz və aproksimasiya nəzəriyyəsinin problemləri;***
 - a) Riyazi analiz;
 - b) Funksiyalar nəzəriyyəsi;
 - c) Qeyri harmonik analiz.
5. ***Cəbr, riyazi məntiq və riyaziyyat tarixi;***

Cəbr və riyazi məntiq.
6. ***Tətbiqi riyaziyyat və multidissiplinar problemlər;***
 - a) Hesablama riyaziyyatı və informatika;
 - b) Tətbiqi riyaziyyat.

Mexanika sahəsində

1. ***Deformasiya olunan bərk cismin mexanikası;***
 - a) Elastiklik və plastiklik nəzəriyyəsi;
 - b) Sürüncəklik nəzəriyyəsi;
 - c) Dalğa dinamikası.
2. ***Maye və qaz mexanikasının nəzəri problemləri;***
 - a) Maye və qaz mexanikası.

İnstitut əməkdaşlarının gərgin elmi fəaliyyəti nəticəsində əsas elmi istiqamətlər üzrə bir çox mühüm nəticələr əldə edilmişdir. Həmin nəticələrin bəzilərini qeyd etmək yerinə düşərdi:

Funksional analiz üzrə spektral analizin əsas məsələləri – məxsusi ədədlərin və məxsusi funksiyaların asimptotikası, məxsusi funksiyalar üzrə ayrılış, spektrin tədqiqi, məxsusi ədədlərin asimptotik paylanması, requlyarlaşdırılmış izin hesablanması, bazislik, tamlıq, tərs məsələlərin həlli, operatorun öz-özünə qoşma genişlənməsi öyrənilmişdir. Spektral parametrdən rəşional asılı olan bir sinif öz-özünə qoşma olmayan operatorların məxsusi və qoşulmuş elementlər sisteminin çoxqat tamlığı məsələləri tədqiq edilmişdir. Kompleks potensiallı birölçülü Şredinger operatorunun

spektrinin diskretliyi, məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin tamlığı göstərilmiş, spektrin diskretliyi üçün kriteriya təklif edilmişdir. Azalan potensiallı Şredinger operatorunun müsbət məxsusi ədədlərinin olmaması haqqında yeni nəticələr alınmış, kəsilməz spektrə malik geniş sinif operator-dəstələrinin spektral nəzəriyyəsi işlənib hazırlanmışdır. Spektral analizin və səpilmə nəzəriyyəsinin tərs məsələləri istiqamətində mühüm nəticələr əldə edilmişdir. İki spektrə görə Şturm-Liuvill sinqulyar operatorunun bərpası üçün effektiv üsul təklif edilmiş, kütlə sıfır olmayan halda Dirak tənliklər sistemi üçün səpilmə verilənlərinə görə tərs səpilmə məsələsi tamamilə həll olunmuşdur. Periodik əmsallı geniş sinif adi diferensial operatorların spektral analizi qurulmuşdur. Birölçülü Şredinger tənliyinin kəsilməz spektrinin uclarında əksətmə əmsalı tədqiq edilmiş, tərs səpilmə məsələsi haqqında Faddeyev teoreminin şərtləri zəifləndirilmişdir. Yüksəktərtibli diferensial operatorlar üçün tərs məsələnin həllinə ənənəvi yanaşma metodu inkişaf etdirilmişdir. Qeyri-stasionar birtərtibli hiperbolik tənliklər sistemi üçün yarımoxda və bütün oxda düz və tərs səpilmə məsələləri öyrənilmişdir. Operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsinin həll olunması üçün dəqiq şərtlər tapılmış, uyğun polinomial operator dəstələrinin əsaslı vektorlarının tamlığı haqqında teoremlər isbat edilmiş, operator-diferensial tənliklərin baş hissəsinə kəsilən əmsallar daxil olduğu halda sərhəd məsələlərinin yalnız əmsallarla ifadə olunan həll olunma şərtləri təyin edilmişdir. Banax fəzalarında defektli sistemlərin bazislik xassələri üçün kriteriya verilmiş, nəticələr sərhəd şərtlərinə spektral parametrlər daxil olan diferensial operatorların spektral xassələrinin öyrənilməsinə tətbiq edilmiş, dördüncü tərtib diferensial operatorlar üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin lokal və global bifurkasiyaları tam tədqiq olunmuşdur. Yarımqruplar nəzəriyyəsinin metodlarının köməyiylə Hilbert və Banax fəzalarında xətti və kvazi-xətti tənliklər üçün Koşi məsələsinin həll oluna bilməsi öyrənilmişdir. Hilbert fəzalarında yüksək tərtibli xüsusi törəməli operator-diferensial tənliklərin birqiymətli, normal və Fredholm mənada həll oluna bilməsi şərtləri təyin edilmişdir. Periodik əmsallı çoxölçülü Şredinger operatorunun məxsusi ədədləri üçün kvazi-periodik sərhəd şərtləri daxilində paralelipipeddə asimptotik düsturlar alınmış, spektrin asimptotik təsviri verilmiş, Blox funksiyaları tədqiq edilmiş, Bote-Zommerfeld hipotezi həll edilmişdir. Şturm-Liuvill operatorunun özünə qoşma genişlənmələri təsvir edilmiş, operator əmsallı diferensial tənliklərin məxsusi ədədlərinin asimptotikası hesablanmışdır. Berezin simvolu və Dühamel hasilələrinin operatorlar nəzəriyyəsi və Banax cəbrlərinin bir çox məsələlərinə tətbiqləri verilmişdir. Şaxələnən təsadüfi proseslərin müxtəlif sinifləri tədqiq edilmiş, bu proseslərin yığılması haqqında limit teoremləri isbat olunmuş və limit teoremləri ilə şaxələnən proseslərdə keçid hadisələri arasında qarşılıqlı əlaqə yaradılmışdır. Təsadüfi proseslər üçün sərhəd məsələləri öyrənilmiş, sərhəd funksionalları üçün limit teoremləri isbat edilmişdir.

Funksiyalar nəzəriyyəsi üzrə funksiyaların interpolyasiyası, analitik funksiyalar sisteminin tamlığı, funksiyaların polinomlarla və xüsusi funksiyalarla

yaxınlaşması nəzəriyyəsi, tam funksiyaların ekstremal xassələri üzrə tədqiqatlar aparılmışdır.

Kəsilməz funksiyaların xətti müsbət operatorlar ardıcılıqları ilə çəkili yaxınlaşması tədqiq olunmuş və Korovkin tipli yaxınlaşmaya aid dəqiq teoremlər isbat edilmişdir. Vahid dairədə analitik funksiyalar sinfində xətti k -müsbət operatorlar anlayışı verilmiş və belə operatorlar ardıcılıqlarının Korovkin tipli yaxınlaşması tədqiq edilmişdir.

Çoxdəyişənli tam funksiyalar sinfində Bernştein və Nikolski tipli bərabərsizliklər isbat edilmişdir.

Tam funksiyalar sinfində ekstremal məsələlərə və kompleks oblastda yaxınlaşmaya baxılmış, eyni zamanda kompleks oblastda əyri üzərində singulyar operatorlar nəzəriyyəsindən istifadə etməklə polinomial yaxınlaşma məsələləri tədqiq olunmuşdur.

Çox dəyişənli funksiyaların, dəyişənlərinin sayı az olan funksiyaların xətti və qeyri xətti kombinasiyaları ilə yaxınlaşması sahəsində dəqiq annulyator anlayışı verilmiş, onun vasitəsi ilə ən yaxşı yaxınlaşmanın qiymətini hesablamaq üçün əlverişli düstur tapılmış, ekstremal funksiyalar qurulmuşdur.

Vekua mənaada ümumiləşmiş analitik funksiyalar sinfində tədqiqat aparılmış, onların sərhəd, ekstremal və polinomial xassələri tədqiq olunmuşdur.

Müxtəlif metrik funksional fəzalarda həqiqi və kompleks dəyişənli funksiyaların triqonometrik və tam funksiyalarla yaxınlaşma məsələləri öyrənilmişdir.

Andrey Kolmoqorovun superpozisiyalar haqqında ayrılış teoreminin kəsilməz funksiyalar sinfində doğruluğu isbat edilmişdir. Müxtəlif Banax fəzalarında, xüsusilə də Morri tipli fəzalarda və onların ümumiləşmələrində daxilolma teoremləri isbat olunmuşdur.

Diferensial tənliklər üzrə xüsusi törəməli diferensial tənliklərin həlli üçün kontur integralı və çıxıqlar üsulu verilmiş və inkişaf etdirilmişdir. Həmin üsulların tətbiqi ilə sərhəd şərtlərinə zamana görə yüksək tərtib törəmələr daxil olan və Zaremba tipli sərhəd şərtli qarışıq məsələlər həll edilmişdir. Adi diferensial operatorların rəşional dəstəsi üçün requlyarlıq, sanki requlyarlıq və normallıq anlayışları verilmiş, belə operatorların məxsusi və qoşma elementləri üzrə çoxqat ayrılış düsturları tapılmışdır.

Yüksək tərtibli elliptik tənliklər üçün silindrik oblastlarda şüalanma prinsipləri isbat edilmiş, limit amplitudu prinsipinin əsaslandırılmasında rezonans effekti aşkar edilmiş, məhdud oblastlarda və qeyri-məhdud silindrik oblastlarda Sobolev tənlikləri və Petrovskiyə görə korrekt tənliklər sistemi üçün Koşi məsələsi və qarışıq məsələlər tədqiq edilmiş və zamanın böyük qiymətlərində həllərin asimptotikası öyrənilmişdir.

Singulyar əmsallı ikitərtibli ümumi xətti qarışıq tip tənliklər üçün Triкоми sərhəd məsələsinin həllinin varlığı və yeganəliyi haqda teoremləri isbat edilmişdir.

Kiçik parametrdən asılı cırlaşan xüsusi törəməli müxtəlif tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin həllinin kiçik parametərə nəzərən asimptotikası tədqiq edilmişdir.

Qeyri-xətti parabolik və hiperbolik tənliklərdən ibarət sistem üçün qarışıq məsələnin qlobal həllərinin varlığı, yeganəliyi, həllərin qlobal xarakteri tədqiq edilmişdir. Qeyri-xətti tənliklərin həllərinin sonlu zaman ərzində dağılmasını müəyyən edən yeni metod verilmişdir və bu metodun tətbiqi ilə geniş sinif qeyri-xətti tənliklərin həllərinin sonlu zaman ərzində dağılmasını tədqiq etmək mümkün olmuşdur.

Lokal və qeyri-lokal, qeyri-xətti ikinci tərtib və eləcə də yüksək tərtib hiperbolik tənliklər üçün qarışıq məsələnin və variasiya bərabərsizliklərinin qlobal həll olunması üçün kafi şərtlər verilmiş, yarımxətti halda isə uyğun məsələnin həllinin asimptotik xarakteri araşdırılaraq həllərin asimptotik sanki dövrü olması göstərilmişdir. Oblastın sərhəddində dissipasiya, daxilində isə antidissipasiya olduqda müəyyən sinif qeyri-xətti hiperbolik tənliklər üçün qoyulmuş qarışıq məsələnin həllinin asimptotikası araşdırılmış, qlobal minimal attraktorun varlığı isbat olunmuşdur.

Müəyyən dəyişənlərə nəzərən yüksək tərtib törəmələrin əmsalları zaman dəyişəninə nəzərən Lipşits şərtini ödəmədikdə xətti və qeyri-xətti hiperbolik tənliklərin həllərinin hamarlığının yalnız həmin dəyişənlərə nəzərən itirildiyi müəyyən edilmiş və uyğun korreklik sinifləri seçilmişdir.

Bir sinif xüsusi törəməli yarımxətti hiperbolik tənliklər sisteminin qeyri-xətti hissələrinin artım tərtibinin qlobal həllin varlığına və ya onun itməsinə təsir edən kriteriyalar müəyyən edilmişdir. Müəyyən hallarda həmin kriteriyalar məşhur Fucita tipli kriteriyaların tam analoquunu verir.

Banax fəzasında kvazixətti parabolik və hiperbolik tənliklər üçün Koşi məsələsinin lokal və qlobal həll olunması araşdırılmış, qeyri-məhdud operator əmsallı polinomial dəstənin məxsusi vektorlarının çoxqat tamlığı isbat edilmiş, bu nəticələr elliptik tənliklər üçün requlyar və qeyri-requlyar sərhəd məsələlərinin həllinə tətbiq edilmişdir.

Operator əmsallı tənliklər üçün sərhəd şərtlərində qeyri məhdud operator və spektral parametr iştirak edən sərhəd məsələlərinin korrekliyi və fredholmluğu araşdırılmış, uyğun spektral məsələlər tədqiq edilərək məxsusi ədədlərin asimptotikası müəyyən edilmiş, çoxqat tamlıq və bazislik haqda müəyyən nəticələr əldə edilmiş, bəzi hallarda requlyarlaşmış iz düsturları isbat edilmişdir.

Dəyişən operator əmsallı bir tərtibli və eləcə də yüksək tərtibli müxtəlif evolyusion tənliklər üçün Koşi məsələsinin korrekliyi araşdırılmış, alınmış nəticələr zamana görə dəyişən əmsallı xüsusi törəməli müxtəlif tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin araşdırılmasına tətbiq edilmişdir.

Qeyri-xətti operator və diferensial operator tənliklərin arasdırılması üçün topoloji və funksional üsullar yaradılmış, sonlu və sonsuz ölçülü fəzalarda kifayət qədər geniş sinif operatorlar üçün tərpənməz nöqtənin varlığı haqqında teorem isbat edilmişdir

Qeyri-xətti elliptik və parabolik tənliklərin sərhədin xüsusi nöqtələri ətrafında və qeyri kompakt sərhədə malik qeyri-məhdud oblastlarda həllərinin özünü aparması haqda teoremlər isbat edilmişdir. Məhdud və qeyri-məhdud oblastlarda çəki funksiyası Makenxoupt şərtlərini, cırlaşan əmsallar isə, müəyyən artım şərtlərini ödədikdə, yüksək tərtib qeyri-xətti parabolik tənliklər üçün qoyulmuş Dirixle məsləsinin həllərinin keyfiyyət xarakteri tədqiq edilmiş və onlar üçün yeganəlik sinifləri tapılmışdır.

Adi, gecikən argumentli, neytral tip, bəzi paylanmış parametrlı diferensial tənliklər və diskret sistemlərlə təsvir olunan məhdudiyyətli optimal idarəetmə məsələləri araşdırılmış, birinci və ikinci tərtib zəruri şərtlər, bəzi hallarda kafi şərtlər, varlıq teoremləri isbat olunmuşdur. Məxsusi idarəedicilərin optimallığı daha ətraflı araşdırılmış, müxtəlif tip yeni zəruri şərtlər alınmışdır.

Riyazi fizika tənlikləri üzrə geniş sinif elliptik və parabolik tənliklərin həllərinin requlyarlığı, diferensial tənliklərin keyfiyyət nəzəriyyəsi, kvazi elliptik diferensial tənliklərin həllinin asimptotikası və hamarlığı, kvazi elliptik operatorların normallığı və mənfi spektri geniş tədqiq olunmuşdur. Bu məsələlərin tədqiqi yolunda anizotrop Sobolev fəzalarında Hardi və Puankare tipli bərabərsizliklərin müxtəlif modifikasiyaları isbat və tətbiq edilmişdir. Yarım xətti hiperbolik və psevdohiperbolik tənliklər üçün Koşi məsələsinin qlobal həll olunması kriteriyaları alınmışdır. İkinci tərtib elliptik və parabolik tip tənliklər üçün müxtəlif növ sərhəd məsələlərinə baxılmış, klassik və müxtəlif mənalarda ümumiləşmiş həllərin uyğun klassik və Sobolev tip fəzalarda həllinin varlığı və birqiymətli həllolunanlığı göstərilmiş, həllərin oblastın daxilində və sərhədində keyfiyyət xassələri tədqiq edilmişdir. Dəyişən əmsallı ikinci tərtib parabolik tənliklər üçün tutum və potensial terminlərində birinci sərhəd məsələsinin sərhəd nöqtəsinin requlyarlığının Viner və Petrovskiy tip kriteriləri tapılmışdır. İkinci tərtib xətti və kvazi xətti elliptik və parabolik tənliklər üçün həllərin Hölder sinfində aprior qiymətləndirilməsi alınmış və Fraqmen-Linndelyof tipli teoremlər isbat edilmişdir. Kəsilən əmsallı, qeyri-divergent strukturlu elliptik və parabolik tənliklər üçün Kordes şərtləri daxilində güclü birqiymətli həllolunanlıq və koorsetiv qiymətləndirmə göstərilmişdir. Ümumi şəkilli, divergent formalı, xətti, yarım xətti “güclü”, “reaksiya-diffuziya” tipli parabolik tənliklər sistemlərində naməlum əmsalların və sağ tərəflərin tapılması üçün qoyulmuş tərs məsələlərin korrektiliyi isbat edilmiş, təqribi həll üçün təklif olunan alqoritm əsaslandırılmışdır.

Riyazi analiz üzrə çoxölçülü Kalderon-Ziqmund sinqulyar inteqralının simvolunun diferensial xassələri, sferik harmonikalar üzrə Furiye sıralarının multiplikatorları; daxiolma teoremləri, çoxölçülü Evklid, bircins və qeyri bircins tipli fəzalarda, habelə müəyyən hiperqruplarda inteqral operatorların məhdudluq teoremləri, həqiqi analizin inteqral operatorlarının, o cümlədən, maksimal, kəsir-maksimal operatorların, potensial tipli inteqral operatorların, sinqulyar inteqral operatorlar üçün lokal xarakteristikalar terminlərində Ziqmund tipli qiymətləndirmələr alınmışdır.

Dəyişən dərəcəli Lebeq və Morri tipli fəzaların müxtəlif xassələri öyrənilmiş,Hardi tipli inteqral operatorların, çoxölçülü həndəsi orta operatorun, maksimal, kəsir-maksimal operatorların, potensial tipli inteqral operatorların və sinqulyar inteqral operatorların dəyişən dərəcəli Lebeq və Morri fəzalarında məhdudluğu araşdırılmışdır. Lokal və qlobal Morri tipli fəzalar üçün yeni daxilolma teoremləri və inteqral operatorların həmin fəzalarda məhdud təsir etməsi haqqında teoremlər isbat edilmişdir. Lokal Morri tipli fəzalarda həqiqi analizin inteqral operatorlarının məhdudluğu üçün parametrlər üzərinə zəruri və kafi şərtlər tapılmışdır. Periodik funksiyaların bürünməsinin hamarlıq modulunun ən yaxşı yaxınlaşma terminlərində qiymətləndirilməsi alınmış,ümumiləşmiş Morri və Kompanato-Morri fəzaları üçün daxilolma teoremləri və inteqral operatorların həmin fəzalarda məhdud təsir etməsi haqqında teoremlər isbat edilmişdir.

Qeyri harmonik analiz üzrə opreatorların spektral nəzəriyyəsində məlum Kostyuçenko məsələsi tam həll olunmuş, bazis haqqında klassik Peli-Viner və Bari teoremlərinin elementlər sistemləri və ya altfəzalar sistemləri üçün müxtəlif ümumiləşmələri, müəyyən asimptotikaya malik eksponent, kosinus və sinus sistemlərinin L_p fəzalarında bazis ($p=2$ halında Riss bazisi) olmaları üçün zəruri və kafi şərtlər alınmış, müəyyən şərtləri ödəyən bixətti formaların vasitəsi ilə klassik Şauder bazisinin “ b – bazis” ümumiləşməsi verilmiş və “ b – bazis”-lər üçün klassik bazis nəzəriyyəsinin mühüm teoremlərinin doğruluğu isbat olunmuşdur. Sonsuz defektli sistemlərin Banax fəzasının müəyyən altfəzalarında bazis olmaları üçün mühüm nəticələr alınmış, klassik Laks-Milqram teoreminin Banax analoqları verilmiş, məşhur Stoun-Veyerştrass teoreminin mühüm kompleks analoqları alınmış və bu nəticələr hissə-hissə kəsilməz funksiyalar fəzası halına köçürülmüş, xətti fazaya malik triqonometrik sistemlərin dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında bazislik xassələri öyrənilmişdir. Diferensial operatorların məxsusi və qoşma sistemlərinin bazislik, birgəyığılma, müntəzəm və mütləq yığılma məsələləri öyrənilmişdir. Sobolev tipli fəzalarda və onların çəkili analoqlarında kəsilməz əmsallı abstrakt diferensial tənliklərin həllərinin təsnifatı verilmiş, onların varlığı və yeganəliyi öyrənilmişdir. Bir tərəfdə səpilməyə malik Yakobi operatorları üçün spektral analizin düz və tərs məsələləri öyrənilmişdir. Adi diferensial və kəsilməz diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin bəzi məsələləri tədqiq olunmuş və mühüm nəticələr alınmışdır. Çoxhədli tipli həyəcanlanmaya malik eksponent, kosinus, sinus sistemlərinin L_p fəzalarında bazis olmaları üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmışdır. Kəsilməz və kəsilməz funksiyalar cəbrlərinin qapanması təsvir olunmuş, triqonometrik və eksponent tipli sistemlərin kəsilməz funksiyaların Banax fəzalarında tamlıq, minimallıq və bazislik məsələləri tədqiq olunmuşdur. Riman sərhəd məsələsinin bir abstrakt analoquna baxılmış, onun nöterliyi öyrənilmiş və alınan nəticələr bazislik məsələlərinə tətbiq edilmişdir. Qeyri-xətti Kleyn-Gordon

sistemi üçün qarışıq məsələnin həllinin xassələri və bəzi cırlaşan qeyri-xətti tənliklər üçün keyfiyyət məsələləri öyrənilmişdir. müəyyən kəsilən adi diferensial operatorların məxsusi və qoşma elementlərinin Lebeq fəzalarında bazisliyi öyrənilmiş, b -freym anlayışı verilmiş və ona aid mühüm nəticələr alınmış; " $\frac{1}{4}$ – Kadets" teoreminin müəyyən eksponent, kosinus və sinis sistemləri üçün p -analoqları alınmışdır.

Cəbr və riyazi məntiq üzrə kəsişməyə ayrılmayan yarımqəfəslər çoxobrazlıları haqqında Evans problemi, kateqoriyalar nəzəriyyəsinin Mak-Leynin koherentlik problemi həll edilmişdir. Evans probleminin həlli: kəsişməyə ayrılmayan yarımqrup çoxobrazlıların sintaktik təsviri tapılmışdır. Cəbri sistemlərin aksiomlaşdırılmış siniflərində üç növ qeyri-standart altdekart təsvirləri üçün altdekart ayrılışlara aid klassik Birkqof teoreminin analoqu isbat edilmişdir. Konqruens-sxemlərin sayı qeyd olunmuş və n -transferabel əsas konqruensləri məlum olan çoxobrazlılar siniflərinin xarakter əlamətləri tapılmışdır. Çoxobrazlıların interpretasiya tipləri qəfəsinin «əsas» nöqtələri üçün örtüklərin mövcudluğu aşkar olunmuşdur. Topoloji fəzaların xüsusi sinfində homeomorfizm yarımqrupları terminlərində bu fəzaların ölçülərinin ifadəsi alınmışdır. Ensiklopedik alim Nəsirəddin Tusinin riyazi və məntiqi irsi tədqiq edilməyə başlanmış və bu gün də həmin iş davam etdirilir.

Tətbiqi riyaziyyat üzrə struktur elementləri arasında daxili qarşılıqlı təsirin mexaniki effekti nəzərə alınmaqla kompozit materiallar mexanikasının nəzəriyyəsi, lifli struktura malik çevik qeyri-metal boruların layihələndirilməsi nəzəriyyəsinin əsasları yaradılmış,alınmış fundamental təcrübi-nəzəri nəticələr əsasında kompleks elmi-texniki problem qoyulmuş və həll olunmuşdur. Fiziki-kimyəvi xassələrinin dəyişilməsi nəzərə alınmaqla polimer və kompozit materiallar mexanikasının nəzəriyyəsi polimer və kompozit materialların fiziki-kimyəvi cəhətdən dəyişməsi nəzərə alınmaqla ümumiləşdirilmiş Huk qanununun təyin edilməsinin təcrübi-nəzəri metodu təklif olunmuşdur. Elektromaqnit sahələrinin və maye mühitin kimyəvi dəyişməsinin qarşılıqlı təsiri,maye mühitin kimyəvi dəyişməsinin bu mühitlərdə elektromaqnit dalğalarının yayılmasına təsiri mexanizmi tədqiq olunmuş, elektromaqnit dalğalarının kimyəvi dəyişkən mühitlərdə yayılmasının ümumiləşdirilmiş Maksvell tənliyi təklif olunmuşdur. Örtük və lövhələrin ümumi riyazi nəzəriyyəsi işlənmiş, bu münasibətlər əsasında örtük və lövhələrin klassik nəzəriyyələrinin tətbiq olunma oblastı təyin edilmişdir.

Hesablama riyaziyyatı və informatika üzrə dəniz və okeanlarda (Xəzər, Qara, Aralıq, Mərmərə və Oxot dənizlərində, Meksika körfəzində, Atlantik okeanında və s.) küləklərin təsiri altında axınların formalaşması prosesi, dayaz su nəzəriyyəsi əsasında, Koriolis qüvvəsinin vertikal təsiri nəzərə alınmaqla riyazi modelləşdirilmiş, ədədi həll edilmiş, alınan həllin stasionar həllə yığıldığı isbat edilmiş, axınların istiqamətinin və sərbəst səthin səviyyəsinin dəyişməsi dinamik sxemlər şəklində on-line

vizuallaşdırılmışdır. Reaktor-regenerator tipli dinamik sistemlərdə işçi rejimlərin istilik dinamikasında sıçrayışlı relaksasiyaların və dayanıqsız trayektoriyaların yaranma səbəbləri əsaslandırılmış, stasionar vəziyyətlərin çoxsaylılığı və bunlara müvafiq faza portretlərin topoloji müxtəlifliyi göstərilmiş, üçölçülü faza portretlərinin tam qalereyası vizuallaşdırılmışdır. İnsan orqanizminin biopolimelərlə və dən qazından zəhərlənməsi proseslərinin tibbi diaqnostikasında zəhərlənmə dərəcəsini, müalicə alqoritmini qiymətləndirməyə və dəqiqləşdirməyə imkan verən riyazi-statistik model, vizuallaşdırıcı qərarqəbuletmə bloklu informasiya sistemi yaradılmışdır.

Elastiklik və plastiklik nəzəriyyəsi üzrə elastiki cisimlərin gərginlik-deformasiya vəziyyəti və elastiklik nəzəriyyəsinin kontakt məsələlərinin analitik və ədədi həll üsulları, mürəkkəb içiboş milin əyilmə mərkəzinin koordinatları düsturu, çat məsələsinin analitik həlli, elastiklik nəzəriyyəsinin üçölçülü məsələlərindən ikiölçülü məsələlərinə limit keçidi üsulu. lövhə və örtüklərin dəqiqləşdirilmiş nəzəriyyəsi, müstəvi iplər, ortotrop dairəvi membranlar deformasiyalarının qeyri-xətti düz və tərs məsələləri, başlanğıc gərginlikli elastiki-plastik konstruksiya elementlərinin və xarici mühitin müqaviməti nəzərə alınmaqla bircins, anizotrop konstruksiya elementlərinin dayanıqlıq və rəqs məsələləri tədqiq edilmişdir. Sferik və silindirik örtüklərin üç baş istiqamətdə xarici mühitin müqaviməti nəzərə alınmaqla dayanıqlığı və rəqsi hərəkətləri, həmçinin qeyri bircins boruların elastik, özlü mühitin reaksiyası nəzərə alınmaqla dayanıqlığı, möhkəmliyi və rəqsi hərəkətlərinin tədqiqi üçün həll metodikası qurulmuşdur.

Dalğa dinamikası üzrə zərbəyə məruz qalan elastiki-plastiki materialların dinamik xassələrini təyin edən orijinal və effektiv metod. saplar və saplar sistemində cisimlərlə zərbə məsələsinin həlli və aerofinişyor nəzəriyyəsi yaradılmış, qeyri-xətti özlü-elastik materialdan olan iplərə zərbə zamanı dalğaların yayılması, küt cisimlərlə ipə və membranlara zərbə məsələləri tədqiq edilmiş, torun hərəkət tənlikləri çıxarılaraq onun dinamikasına aid məsələlər həll olunmuşdur. Müxtəlif istiqamətlər üzrə dinamik dağılma hadisəsi radial çatların yayılması nümunəsində həm təcrübi, həm də nəzəri olaraq tədqiq edilmiş və dəqiq analitik həll alınmışdır. Düzbucaqlı paralelepipeddə qeyri-stasionar dalğaların yayılması məsələlərinin dəqiq analitik həlləri alınmışdır.

Akustik və bərk elastiki mühitlə qarşılıqlı əlaqədə olan və tərkibində elastiki bərkidilmiş kütlə saxlayan dairəvi daxiletmənin hərəkəti, maye və elastiki mühitlə doldurulmuş silindrik və sferik örtüklərin bütöv mühidə sərbəst rəqsləri tədqiq edilmiş, sərbəst rəqslərinin məxsusi tezlikləri təyin olunmuşdur.

Sürüncəklik nəzəriyyəsi üzrə özlüelastik cisimlərin deformasiya və dağılma proseslərini nəzərə alan yeni möhkəmlik nəzəriyyəsi hazırlanmış, korroziyadan dağılma vaxtını və yerini təyin etməyə imkan verən üsul, korroziyanın müxtəlif parametrlərinin təcrübə ilə uyğunlaşan qiymətlərini tapmağa imkan verən nəzəriyyə işlənmişdir. İxtiyari yükləmə zamanı irsi elastiki, irsi elastiki-plastik cisimlərin deformasiya və dağılmasının riyazi nəzəriyyəsi işlənib hazırlanmış, çatın uclarında

plastik deformasiyanın xüsusiyyətləri, plastikliyin çatın inkişaf dinamikasına təsiri, çatın artma sürətinin azaldılması məsələləri tədqiq olunmuş, ikiölçülü elastiki-plastiki məsələlərin həll üsulları inkişaf etdirilmişdir.

Maye və qaz mexanikası üzrə dispers sistemlərdə yaranan qeyri müntəzəmliklərin qaz daxili ilə tənzimlənməsi prosesi, reoloji mürəkkəb, qeyri-müntəzəm sistemlərin boru və məsaməli mühitdə hidrodinamikası tədqiq olunmuş, tənzimlənən yeni özlü-elastiki kompozit sistemlər yaradılmış və texnoloji proseslərdə mayelərin özlü-elastik-plastik xüsusiyyətlərinin təyin edilməsi üçün diaqnostik əmsallar əldə olunmuşdur. Məsaməli lay mühitlərində yüksək keçiricilikli kanallarda sədd yaradaraq süzülmədə əhatə dairəsinin genişləndirilməsi məqsədi ilə laydaxili kvaziperiodik köpük yaratmasının nəzəri və praktiki əsasları işlənilib hazırlanmış, fraktal strukturun inkişafında, sərhəddə yaranan fluktuasiyanın lokal təzyiq vasitəsi ilə tənzimlənməsinin mümkünlüyü göstərilmiş və bunun üçün həllər alınmış, məsaməli mühitlərdə sıxışdırmada geyri tarazlıq və ya eynifazlı halın tənzimlənməsi üçün fazadəyişməsinin mümkünlüyü əsaslandırılmışdır. Laydan neftin su ilə sıxışdırılması prosesinin effektivliyinin artırılması məqsədi ilə kapilyar təzyiq müqavimətini dəf etməyə imkan verən periodik dəyişən hidrodinamik təzyiqin yaradılmasının vacibliyi elmi əsaslandırılmış, neftveriminin texnoloji proseslərində fraktal strukturlarının yaranmasını təyin edən diaqnostik üsullar işlənilib hazırlanmışdır. Neft yataqlarının işlənməsinin effektivliyini artırmaq üçün bir sıra sənaye texnologiyaları yaradılmışdır.

Azərbaycan Nazirlər Sovetinin 23 iyun 1978-ci il Sərəncamı və Elmlər Akademiyasının 6 iyun 1978-ci il tarixli 211 sayılı qərarına əsasən Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində Xüsusi Konstruktor Bürosu (XKB) yaradılmışdır. XKB-nin əsas məqsədi elmi və təcrübi-konstruktor tədqiqat işlərinin nəticələrinin istismar şəraitinə ən yaxın olmaq şərti ilə xalq təsərrüfatına tətbiqini işləyib hazırlamaqdan ibarət olmuşdur. 1983-cü ildə XKB-nin əməkdaşları (Fəraməz Maqsudov, Vaqif Mirsəlimov, Valeh Quliyev, Fuad İskəndərzadə) “Kompleks elmi tədqiqat, layihə-konstruktor və texnoloji işlərin xalq təsərrüfatının və onun sahələrinin mühüm istiqamətlərinin inkişafına tətbiq edilməsi” işinə görə SSRİ Nazirlər Sovetinin Mükafatını almışlar.

XKB-yə 1978-1981-ci illərdə akademik Fəraməz Maqsudov, 1981-1997-ci illərdə t.e.n Fuad İskəndərzadə, 1997-2001-ci illərdə isə prof. Turab Əhmədov rəhbərlik etmişlər.

55 il ərzində institut əməkdaşları 93 monoqrafiya və 10000-dən çox elmi məqalə çap etdirmişlər. Bu məqalələrin 1500-dən çoxu nüfuzlu xarici jurnallarda nəşr edilmişdir.

Vaxtilə Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunda işləmiş alimlərin 67 nəfəri hal-hazırda xarici ölkələrin (Türkiyə, Rusiya, Ukrayna, Qazaxıstan, Almaniya, Meksika, ABŞ, Avstraliya, Böyük Britaniya, Belarus və s.) aparıcı elm və təhsil müəssisələrində çalışırlar. Onların 29 nəfəri elmlər doktoru, digərləri isə fəlsəfə doktorudurlar.

Hazırda institutda 242 nəfər çalışır, onlardan 1-i akademik (Akif Hacıyev), 4-ü akademiyanın müxbir üzvü (Rauf Hüseynov, Məhəmməd Mehdiyev, Hətəm Quliyev, Surxay Əkbərov), 42-si elmlər doktoru, 84-ü fəlsəfə doktorudur. Onların siyahısını oxucuların diqqətinə təqdim edirəm:

Elmlər doktorları

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| 1. Misir Mərdanov | 22.Yuriy Turovskiy |
| 2. Soltan Əliyev | 23.İlham Əliyev V. |
| 3. Məmməd Bayramoğlu | 24.Nizaməddin İsgəndərov |
| 4. Qabil Əliyev | 25.Tahir Hacıyev |
| 5. Vaqif Hacıyev | 26.İbrahim Nəbiyev |
| 6. Cəfər Ağalarov | 27.Aqil Xanməmmədov |
| 7. Vaqif Mirsəlimov | 28.Fəda Rəhimov |
| 8. Nadir Süleymanov | 29.Fərman Məmmədov |
| 9. Camali Məmmədخانov | 30.Araz Əliyev |
| 10.Sadiq Abdullayev | 31.Rəhim Rzayev |
| 11.Nihan Əliyev | 32.Ədalət Axundov |
| 12.Musa İlyasov | 33.Turab Əhmədov |
| 13.Əkbər Əliyev | 34.Asəf Zamanov |
| 14.Telman Məlikov | 35.Qeylani Pənahov |
| 15.Həmdulla Aslanov | 36.Nazilə Rəsulova |
| 16.Sabir Mirzəyev | 37.Alik Nəcəfov |
| 17.Hidayət Hüseynov | 38.Rövşən Hübətəliyev |
| 18.Bilal Bilalov | 39. Ziyatxan Əliyev |
| 19.Vəli Qurbanov | 40.Bəhram Əliyev |
| 20.Vaqif Quliyev | 41.Vüqar İsmayılov |
| 21.Lətif Talıblı | 42. Nigar Aslanova |

Fəlsəfə doktorları

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1. Raisə Kazımova | 10.Eldar Abbasov |
| 2. Nəriman Səbzəyev | 11.Əbdürrəhim Quliyev |
| 3. Tamilla Zeynalova | 12.Murad Muxtarov |
| 4. Xasay Musayev | 13.Fariz İmranov |
| 5. Tamilla Həsənova | 14.Vidadi Mirzəyev |
| 6. Mehdi Balayev | 15.Telman Qasımov |
| 7. Vladimir Yusufov | 16.Müşfiq Əliyev |
| 8. Aydın Şahbazov | 17.Afət Cəbrayıllova |
| 9. Əli Babayev | 18.Fəxrəddin Muxtarov |

19.Mətanət Mürsəlova
20.İbrahim Məhərov
21.Rövşən Bəndəliyev
22.Zaman Səfərov
23.Cavanşir Həsənov
24.Mübariz Hacıbəyov
25.Aydın Hüseynov
26.Niyazi İlyasov
27.Şirmayıl Bağirov
28.Əlizadə Seyfullayev
29.Rakib Əfəndiyev
30.Hüsəməddin Qasımov
31.Namiq Həmidov
32.Rüfət Əfəndiyev
33.Rahim Quliyev
34.Fuad Xudaverdiyev
35.Mübariz Rəsulov
36.Leyla Şeyxzamanova
37.Mahir Mehdiyev
38.Məhsəti Rüstəмова
39.Mehriban Məmmədova
40.Nazim Cəfərov
41.Güldəstə Məmmədova
42.İlqar Əliyev
43.Vüqar Xəlilov
44.Valid Salmanov
45.Əkbər Həsənov
46.Sarvan Hüseynov
47.Toğrul Muradov
48.Minavər Mir-Səlim-Zadə
49.Namiq Quliyev
50.Vəfa Məmmədova
51.Söhrab Bayramov

52.Nigar Şükürova
53.Kəmalə Məmmədzadə
54.Fuad Hüseynov
55.Vüqar Sadıqov
56.Səbinə Sadıqova
57.Əli Hüseynli
58.Miqdad İsmayılov
59.Zaur Qasımov
60.Qabil Əliyev
61.Gülşən Ağayeva
62.Famil Seyfullayev
63.Elməddin Şahbəndəyev
64.Könül Məmmədova
65.Şəhla Şükürova
66.Arzu Əliyeva
67.Afət Yüzbaşıyeva
68.Elçin Məmmədov
69.Səkinə İsmayılova
70.Təranə Kəngərli
71.Mahir Calalov
72.Arzu Babayev
73.İradə İbadova
74.Elşad Həmidov
75.Seymur Əliyev
76.Sevinc Quliyeva
77.Şəmsər Məmmədov
78.Kamilla Əlimərdanova
79.Aydın Şükürov
80.Rüfət Məmmədzadə
81.Aygün Lətifova
82.Rafiq Teymurov
83.Sevinc Rəsulova
84.Şəmsiyyə Murado

ВЛИЯНИЕ ВИБРОВОЛНОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ХАРАКТЕР РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ В ПЛАСТЕ С УЧЕТОМ ДИНАМИЧЕСКОЙ СВЯЗИ СИСТЕМЫ ПЛАСТ-СКВАЖИНА

Э.М. Аббасов, Н.А. Агаева

НИПИ «Нефтегаз»

aelhan@mail.ru, nurlana_az@rambler.ru

Создаваемые упругие волны на устье скважины на забой ее передается через поток жидкости. При этом часть энергии этих волн уходит на преодоление диссипативных сил, а часть доходит до забоя скважины и распространяется в пласт. Этой проблеме посвящены работы [1-2], в которых, однако, не учитывается динамическая связь системы пласт-скважина. На практике генератора упругих волн легче установить на устье скважины. Поэтому исследование распространения упругих волн через поток жидкости с учетом динамической связи системы пласт-скважина представляет как научный, так и практический интерес.

Рассмотрим совместно процесс плоскорадиальной фильтрации гомогенной жидкости в однородном пласте и динамику течения поступающей жидкости в подъемной трубе. На устье скважины при этом генератором создаются упругие волны, передающиеся через поток жидкости в пласт (рис.1).

Дифференциальное уравнение пьезопроводности для плоскорадиального потока гомогенной жидкости [3]

$$\frac{\partial^2 \Delta P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta P}{\partial r} = \frac{1}{\chi} \frac{\partial \Delta P}{\partial t} \quad r_c \leq r \leq R_k, \quad t > 0, \quad (1)$$

где $\Delta P = P - P_k$, $\chi = \frac{k}{\mu \beta^*}$

Усредняя скорость течения жидкости по поперечному сечению трубы, получим, поместив начало координатной оси в нижнем сечении трубы (рис.1), следующее уравнение движения жидкости по колонне подъемных труб.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2h \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\delta(x-0)}{\rho_{жс}} P_3(t) \quad (2)$$

Начальные и граничные условия

$$\Delta P|_{t=0} = 0, r_c \leq r \leq R_k \quad (3); \quad \Delta P|_{r=r_c} = P_3(t) - P_k, \quad t > 0 \quad (4); \quad \Delta P|_{r=R_k} = 0, \quad t > 0 \quad (5);$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = V_0, \quad 0 \leq x \leq l \quad (6); \quad u|_{t=0} = 0, \quad 0 \leq x \leq l \quad (7); \quad f \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{x=l} = Q(t), \quad t > 0, \quad (8);$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad t > 0 \quad (9)$$

где $Q(t)$ - функция описывающая форму изменения расхода жидкости создаваемую генератором на устье скважины. Она создает возмущающие упругие волны которые через поток добываемой жидкости передаются на забой скважины. Эти волны могут иметь различные формы. В данной работе

рассматривается трапецеидальная форма изменения возмущающих упругих волн (рис.2).

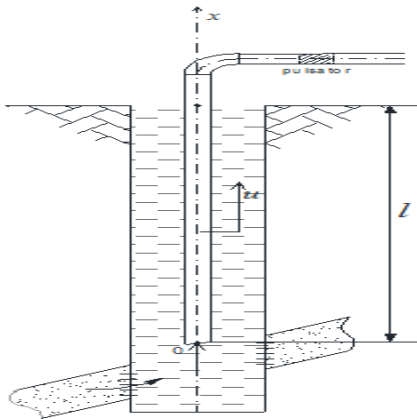


Рис.1

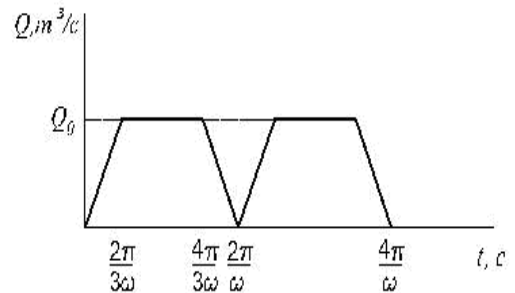


Рис.2

Разлагая в ряд Фурье, ее можно представить в виде [2,4]

$$Q(t) = \frac{2Q_0}{3} - 3Q_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos\left(2\pi m \frac{t}{T}\right)}{\pi^2 m^2} + \frac{Q_0}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{3 \cos\left(2\pi m \frac{t}{T}\right) \left(\cos\left(\frac{2\pi m}{3}\right) + \cos\left(\frac{4\pi m}{3}\right) \right)}{2\pi m^2}. \quad (10)$$

Применяя преобразования Лапласа [8] и принимая во внимание теоремы свертки и обращения из выражения (2) с учетом начальных и граничных условий (6), (7), (8) и (9), а также формы изменения упругих возмущающих волн (10), получим u .

Решение уравнения (1) при переменном значении забойного давления осуществляется с помощью интеграла Дюмеля [3,4]

$$\Delta P(r, t) = \pi \sum_{v=1}^{\infty} A\left(x_v \frac{R_k}{r_c}\right) U_v\left(x_v \frac{r}{r_c}\right) x_v^2 \frac{\chi}{r_c^2} \left(\int_0^t P_s(\tau) \exp\left(-\frac{x_v^2 \chi(t-\tau)}{r_c^2}\right) d\tau - \right. \\ \left. - \int_0^t P_k \exp\left(-\frac{x_v^2 \chi(t-\tau)}{r_c^2}\right) d\tau \right) \quad (11)$$

Решенная уравнения (2) при начальных (3), (4) и граничных (7), (8) и (9) получим выражения для u .

Приток жидкости из пласта в скважину в единицу времени:

$$Q|_{r=r_c} = -2\pi r_c b \frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \Big|_{r=r_c} \quad (12)$$

А расход жидкости в нижнем сечении труб будет:

$$Q|_{x=0} = f \frac{\partial u}{\partial t} \quad (13)$$

Учитывая, что расстояние между фильтром скважины и нижним сечением подъемных труб небольшое, то можно принимать:

$$Q|_{r=r_c} = Q|_{x=0} \quad (14)$$

Из формулы (13) получим выражение для $P_s(t)$. Подставляя выражение $P_s(t)$ в уравнение (11) получим формулы для определения распределения давления $P(t)$ в пласте.

Литература

1. Сулейманов Б.А., Аббасов Э.М., Эфендиева А.О. Виброволновое воздействие на пласт и призабойную зону скважин с учетом эффекта проскальзывания. *Инженерно-физический журнал*. 2008. Т. 81, №2. С.358-364.
2. Аббасов Э.М., Агайева Н.А. Влияние виброволнового воздействия на характер распределения давления в пласте. *Инженерно-физический журнал*. 2012. Т. 85., №6. С.1189-1195
3. Щелкачев В.Н. *Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации* В 2 ч. М.: Нефть и газ, 1995.
4. Деч Г. *Руководство к практическому применению преобразования Лапласа*. М.: Наука, 1965.

ИДЕНТИФИКАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ СОРБЦИОННОЙ АКТИВНОСТИ КОМПОНЕНТОВ ПРИРОДНОГО ГАЗА

¹ Э.М. Аббасов, ² Н.А. Велиев, ³ А.Г. Омрани

¹ИММ НАНА, ²ГНКАР, ³ТГУ, Иран

Оптимизация системы разработки газовых и газоконденсатных месторождений определяется корректным определением его запасов, что в свою очередь предполагает учет сорбции углеводородного сырья.

В процессе разработке газовой залежи в режиме истощения сорбированный газ может являться дополнительным источником в общем объеме извлекаемых запасов по залежи. Сорбционные процессы также играют существенную роль в динамике истощения пластовой системы.

Интерес представляют результаты теоретических и экспериментальных исследований процесса десорбции газа из микропор глинизированных пористых сред.

В работе рассмотрены условия, моделирующие работу газовой скважины. В пористой среде давление газа принято $P_1(t)$, давление в микропорах, сорбирующих газ – давление $P_2(t)$. Расход газа из пористой среды – q_0 . Количественный баланс газа в пористой модели:

$$\begin{cases} \frac{dm_1}{dt} = q_q - q'_q - q_s \\ \frac{dm_2}{dt} = q_s \end{cases}.$$

Принимаются следующие условия:

$$\begin{aligned} q_q &= \alpha(P_0^2 - P_1^2); \\ q'_q &= \beta(P_1^2 - P_{atm}^2) = \beta P_1^2; \\ m_i &= \gamma_i P_i \quad (i = 1, 2); \end{aligned}$$

для q_s :

$$\theta \frac{dq_s}{dt} + q_s = a(P_1^2 - P_2^2).$$

В работе предложено характеристическое уравнение, описывающее расход газа и динамику давления, развивающихся по закону колебательного убывания. В модельном примере получена зависимость между показателями расхода газа на входе и выходе пористой среды:

$$\bar{q}_q^{\text{cu}} \left(1 + \frac{\gamma_1}{\beta P_{or}} S + \frac{\frac{a\gamma_2}{P_{or}\beta} \rho}{\frac{\gamma_2}{P_{or}} \rho(QS+1) + a} \right) = \bar{q}_q^{\text{gir}}.$$

Передаточная функция объекта описывается в виде

$$\bar{W}(P) = \frac{\bar{q}_q^{\text{cu}}}{\bar{q}_q^{\text{gir}}} = \frac{a + \frac{\gamma_2}{P_{or}} S + \frac{\gamma_2 \theta}{P_{or}} S^2}{a + \left[\frac{\gamma_2}{P_{or}} + \frac{a}{\beta P_{or}} (\gamma_1 + \gamma_2) \right] S + \left[\frac{\gamma_2}{P_{or}} + \left(\theta + \frac{\lambda_1}{\beta P_{or}} \right) S^2 + \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\beta P_{or}} \cdot \rho^3 \right]}.$$

Данная функция является необходимым условием оценки кинетики процесса сорбции газа в пористой среде.

О МОМЕНТАХ ПОЛИНОМОВ ХЛОДОВСКОГО

А.Э. Абдуллаева

Институт Математики и Механики НАНА

aytekinabdullayeva@yahoo.com

Для функции $f: [0, \infty) \rightarrow R$ полином $S_m(x)$ определяется в следующем виде

$$S_m(x) = \sum_{k=0}^n \left(k - \frac{nx}{b_n} \right)^m C_n^k \left(\frac{x}{b_n} \right)^k \left(1 - \frac{x}{b_n} \right)^{n-k} \quad m = (0, 1, 2, \dots)$$

$$0 \leq x \leq b_n, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{\sqrt{n}} = 0$$

Lemma: Полиномы

$$S_m(x) = \sum_{k=0}^n \left(k - \frac{nx}{b_n} \right)^m C_n^k \left(\frac{x}{b_n} \right)^k \left(1 - \frac{x}{b_n} \right)^{n-k} \quad m = (0, 1, 2, \dots)$$

связаны рекуррентной формулой

$$S_{m+1}(x) = b_n \left(\frac{x}{b_n} \right) \left(1 - \frac{x}{b_n} \right) \left[S'_m(x) - \frac{mn}{b_n} S_{m-1}(x) \right]$$

Теорема: Полином $S_m(x)$ представим в форме

$$S_m(x) = \sum_{i=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} A_{m,i} \left(\frac{x}{b_n}\right) n^i$$

где $A_{m,i} \left(\frac{x}{b_n}\right)$ некоторые полиномы, зависящие от $\frac{x}{b_n}$ и причем $\left| b_n A'_{m,i} \left(\frac{x}{b_n}\right) \right| \leq \text{const}$.

Литература

1. Kirov G.H. *A generalization of the Bernstein polynomials*. Mathematica Balkanica. Vol.6, 1992.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ НА КОНЕЧНОМ ОТРЕЗКЕ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Г.А. Агаева

Бакинский Государственный Университет

Рассмотрим в сепарабельном гильбертовом пространстве H следующую краевую задачу

$$-\frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \rho(t) A^2 u(t) + A_1 \frac{du}{dt} + A_2 u(t) = f(t), \quad t \in (0, T) \quad (1)$$

$$u(0) = \varphi_0, \quad u(T) = \varphi_1, \quad (2)$$

где $\varphi_0, \varphi_1 \in H$, $u(t)$, $f(t)$ вектор функции со значениями в H , а операторные коэффициенты, удовлетворяют условиям:

- 1) A – положительно определённый в H ;
- 2) $\rho(t)$ – числовая, измеримая и ограниченная функция в $(0, T)$, причем $0 < \alpha \leq \rho(t) \leq \beta < \infty$.
- 3) Операторы $B_j = A_j A^{-j}$ ограничены в H , $j=1,2$.

Определение. Пусть при любом наборе $f(t) \in L_2((0, T): H)$ $\varphi_0, \varphi_1 \in D(A^{\frac{3}{2}})$ существует вектор-функция $u(t)$, такая, что $u''(t) \in L_2((0, T): H)$, $A^2 u(t) \in L_2((0, T): H)$ удовлетворяющая уравнению (1) почти всюду в $(0, T)$, краевые условия (2) и имеют место оценки

$$\|u''\|_{L_2((0, T): H)} + \|A^2 u\|_{L_2((0, T): H)} \leq \text{const} \left(\|f\|_{L_2((0, T): H)} + \|A^{\frac{3}{2}} \varphi_0\| + \|A^{\frac{3}{2}} \varphi_1\| \right).$$

Мы укажем достаточные условия, обеспечивающие регулярно разрешимости задачи (1), (2), которые выражены свойствами операторных коэффициентов.

Имеет место.

Теорема. Пусть выполняются условия 1) -3) и имеет место неравенство

$$\frac{1}{2\sqrt{\alpha}} \|B_1\| + \frac{1}{\alpha} \|B_2\| < 1.$$

Тогда задача (1), (2) регулярно разрешима.

Отметим, что здесь от функции $\rho(t)$ кроме ограниченности в $(0, T)$ другие условия не требуются.

Литература

1. S.S.Mirzoev, G.A.Agaeva, On correct Solvability of one Boundary value problems for the differential equations of the second order in Hilbert space // Applied Mathematical Sciensec, v. 7.2013, N:79, 3935-3945//.

НЕКОТОРЫЕ ОЦЕНКИ ДЛЯ СУБЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ, АССОЦИИРОВАННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ ОПЕРАТОРОМ ЛАПЛАСА-БЕССЕЛЯ

А.А. Акперов, Р.О. Гаджиева, С.Я. Алиева
Бакинский Государственный Университет

Пусть R_n - эвклидово пространство размерности $n(n \geq 1)$,

$$R_{m+k,k}^+ = \{x = (x_1, \dots, x_m, x_{m+1}, \dots, x_{m+k}) : x_{m+1} > 0, \dots, x_{m+k} > 0\},$$

$$T^s u(x) = c_v \int_0^\pi \dots \int_0^\pi u(x' - s', \sqrt{x_{m+1}^2 - 2x_{m+1} \cdot s_{m+1} \cos \alpha_{m+1} + s_{m+1}^2}, \dots,$$

$$\sqrt{x_{m+k}^2 - 2x_{m+k} \cdot s_{m+k} \cos \alpha_{m+k} + s_{m+k}^2}) \sin^{2v_{m+1}-1} \alpha_{m+1} \dots \sin^{2v_{m+k}-1} \alpha_{m+k} d\alpha_{m+1} \dots d\alpha_{m+k} -$$

оператор обобщенного сдвига, порожденный дифференциальным оператором

Лапласа- Бесселя [1]: $\Delta_B = \sum_{i=1}^m \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \sum_{i=m+1}^{m+k} \left[\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{2v_i}{x_i} \frac{\partial}{\partial x_i} \right]$, где

$x = (x', x_{m+1}, \dots, x_{m+k})$, $s = (s', s_{m+1}, \dots, s_{m+k})$, $x', s' \in R_m$, $v_{m+1} > 0, \dots, v_{m+k} > 0$, c_v - постоянная, такая что $T^s 1 = 1$, $v = (v_{m+1}, \dots, v_{m+k})$, $|v| = v_{m+1} + \dots + v_{m+k}$.

Пусть $1 \leq p < \infty$, $d\mu(x) = \prod_{i=1}^{m+k} d\mu(x_i)$, $d\mu(x_i) = \begin{cases} dx_i, & i \in \{1, \dots, m\}; \\ x_i^{2v_i} dx_i, & i \in \{m+1, \dots, m+k\}, \end{cases}$

$\omega(t), t > 0$, измеримая почти всюду положительная функция,

$$L_{p,v}(\omega, R_{m+k,k}^+) \stackrel{\text{df}}{=} \left\{ u - \text{изм.} : \|u : L_{p,v}(\omega)\| = \left(\int_{R_{m+k,k}^+} |u(x)|^p \omega(x) d\mu(x) \right)^{\frac{1}{p}} < +\infty \right\}, L_{p,v}(1) \equiv L_{p,v}.$$

Пусть $1 < p \leq q < \infty$. По определению сублинейный оператор A принадлежит классу $\bar{K}_v(p, q)$ [2], если $A : L_{p,v} \rightarrow L_{q,v}$ ограничен и для любой функции $u \in L_{p,v}(R_{m+k,k}^+)$ с компактным носителем $|Au(x)| \leq c \int_{R_{m+k,k}^+} |s|^{-\beta} T^s |u(x)| d\mu(s)$ при $x \in \text{supp } u$,

где $\beta = (m+k+2|v| - \alpha)$. Операторы $A \in \bar{K}(p, p)$ могут быть сингулярными.

Обозначим $a_i = 0$ при $i \in \{1, \dots, m\}$, $a_i = 2v_i$ при $i \in \{m+1, \dots, m+k\}$, $A_{p,v}(x_i) (A_{p,v}^*(x_i))$

$i = \overline{1, m+k}$ – совокупность всех измеримых функций, суммируемых в p – ой степени с весом $x_{m+1}^{2\nu_{m+1}} \dots x_{m+k}^{2\nu_{m+k}}$ на множестве $\{x \in R_{m+k,k}^+ : |x_i| \geq \xi\} \setminus \{x \in R_{m+k,k}^+ : |x_i| \leq \xi\}$ при любом $\xi > 0$. Для функций $u \in A_{p,\nu}(x_i)$ и $v \in A_{p,\nu}^*(x_i)$ введем характеристики

$$\Omega_{p,i}(u, \xi) = \left\{ \int_{\{R_{m+k,k}^+ : |x_i| \geq \xi\}} |u(x)|^p d\mu(x) \right\}^{\frac{1}{p}}, \quad \Omega_{p,i}^*(v, \xi) = \left\{ \int_{\{R_{m+k,k}^+ : |x_i| \leq \xi\}} |v(x)|^p d\mu(x) \right\}^{\frac{1}{p}}, \quad \xi > 0, \quad i = \overline{1, m+k},$$

а также множества

$$J_{p,\nu}(x_i) = \left\{ u \in A_{p,\nu}(x_i) : \int_0^\xi \Omega_{p,i}(\omega, t) \cdot t^{\frac{1+a_i}{p'}} dt < \infty, \forall \xi > 0 \right\},$$

$$J_{p,\nu}^*(x_i) = \left\{ u \in A_{p,\nu}^*(x_i) : \int_0^\xi \Omega_{p,i}^*(v, t) \cdot t^{-\left(\frac{1+a_i}{p'}+1\right)} dt < \infty, \forall \xi > 0 \right\}.$$

Теорема 1. Пусть $1 < p \leq q < \infty$, $A \in \overline{K}_\nu(p, q)$, $u \in J_{p,\nu}(x_i) (u \in J_{p,\nu}^*(x_i))$. Тогда для почти всех $x \in R_{m+k,k}^+$ существует $v(x) = Au(x)$ и имеет место оценка

$$\Omega_{q,i}(u, \xi) \leq c \cdot \xi^{-\frac{1+a_i}{p'}} \int_0^\xi \Omega_{p,i}(u, t) t^{-\frac{1+a_i}{p'}-1} dt, \quad \left(\Omega_{q,i}^*(v, \xi) \leq c \cdot \xi^{\frac{1+a_i}{q}} \int_\xi^\infty \Omega_{p,i}^*(v, t) \cdot t^{-\left(\frac{1+a_i}{q}+1\right)} dt, \xi > 0 \right)$$

где $i = \overline{1, m+k}$, постоянная c не зависит от u и ξ .

Литература

1. Левитан Б.М. Разложение по функциям Бесселя в ряды и интегралы Фурье. Успехи матем. наук, т.6, 1951, №2 стр.102-143.
2. Абдуллаев С.К., Акперов А.А., Керимов М.К. Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук, 2010, № 2, с.25-34.

ГЛОБАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДЛЯ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А.Б. Алиев

Институт Математики и Механики НАНА
alievakbar@gmail.com

Глобальный анализ полулинейных гиперболических уравнений и полулинейных гиперболических систем является одной из основных проблем теории дифференциальных уравнений. Систематические исследования в этом направлении начались в основном в 50-х годах прошлого века. В этих исследованиях основное внимание обращают к следующим задачам:

-существование и единственность локального решения задачи Коши или смешанной задачи и теоремы о продолжении локальных решений;

- существование глобальных слабых решений, проблема единственности;
- выявление условий возникновения катастроф (теоремы отсутствия глобальных решений);
- исследование качественной характеристики динамической системы порожденной задачи Коши или смешанной задачи для полулинейных гиперболических уравнений и систем;
- исследование качественной характеристики семейства потенциальных ям.

В докладе излагаются основные исследования, проводимые в этом направлении, а также некоторые результаты, полученные автором за последние годы.

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ИННОВАЦИОННЫХ СТРУКТУР В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

А.Г. Алиев, Р.О. Шахвердиева

*Институт Информационных Технологий НАНА,
alovsat_qaraca@mail.ru, depart8@iit.ab.az*

При исследовании деятельности инновационных структур, функционировании инновационной системы или инновационной деятельности предприятий (ИСП) и организаций возникает проблема построения экономико-математической модели, а также оценки результатов моделирования и принятия оптимального решения на их основе. При построении математической модели возможны ситуации, когда, известна функциональная зависимость каждой характеристики и ограничений от параметров ИСП [1,2]. Такую модель принято называть моделью в условиях полной определенности. Они считаются хорошо структурированные задачи и при их решении используются известные методы. Ситуации, когда нет достаточной информации о функциональной зависимости каждой характеристики и ограничений от параметров, определяются как моделирование в условиях полной или частичной неопределенности. Такие задачи считаются плохо структурированные задачи. В этом случае устранение неопределенности может идти в двух направлениях: первое связано с использованием субъективных оценок и предпочтительности лица, принимающего решения (ЛПР), при оценке вариантов возможных решений; второе направление, определяющееся качественными и количественными описаниями объекта или процесса, характеризуется использованием математических методов преобразования информации. В настоящее время имеется большое количество методов оценки экспериментальных данных и принятия решений. Всем им присущи определенные недостатки и, прежде всего, связанные с несоизмеримостью критериев. В этом случае решение принимается на интуитивной основе. Поэтому важным является разработка новых методов моделирования инновационных систем или процессов,

оценки исходных данных и принятия решений на их основе[3].

Исходя из этого необходимо разработать методики построения экономико-математической модели ИСП в виде векторной задачи математического программирования, моделирование экономических систем в условиях определенности и неопределенности и принятие оптимального решения. Для реализации указанной цели проводится анализ задач принятия решений, возникающих при обработке исходных данных об ИСП в условиях неопределенности. Анализ показал, что такая задача принятия решений взаимосвязана с векторной задачей математического программирования. Поэтому целесообразно восполнить неопределенные данные, используя методы регрессионного анализа, и сформировать задачу принятия решений в виде векторной задачи математического программирования. Для решения таких задач существуют методы, основанные на нормализации критериев т.е. те же алгоритмы, что и для моделей в условиях определенности. Они дают возможность решать задачи с равнозначными критериями и с заданным приоритетом одного из критериев над остальными. Методология оптимальной оценки экспериментальных данных в совокупности с регрессионным анализом и методами решения указанных задач представляет новую информационную технологию принятия решения в условиях неопределенности.

Математическую модель ИСП [4] решающую в целом проблему выбора оптимального решения (т.е. выбора оптимальных параметров ИСП), можно представить в следующем виде:

$F(X) \rightarrow \min, \quad G(X) \leq 0, \quad X^{\min} \leq X \leq X^{\max}, \quad \text{где } G(X) = (g_1(X), g_2(X), \dots, g_m(X))$ – вектор-функция ограничений, накладываемых на функционирование ИСП. Они определяются протекающими в ней технологическими, экономическими и тому подобными процессами и могут быть представлены функциональными ограничениями, например

$$f_k^{\min} \leq f_k(X) \leq f_k^{\max}, k = \overline{1, K}.$$

Указанное соотношение образуют обобщенную математическую модель деятельности ИСП. Требуется найти такой вектор параметров $X^0 \in S$, при котором каждая компонента вектор-функции $F(X)$ принимает минимальное значение. Для решения такого класса может использоваться методы, основанные на нормализации критериев. Они позволяют решать этой задачи как при равнозначных критериях, так и при заданном приоритете критерия.

Отметим, что в настоящее время теоретические исследования в области разработки методов решения задач векторной оптимизации проводились по следующим направлениям: методы решения задачи, основанные на свертывании критериев; использующие ограничения на критерии; методы целевого программирования; методы, основанные на отыскании компромиссного решения и на человеко-машинных процедурах принятия решения. Анализ перечисленных методов осуществлен путем сравнения результатов решения тестового примера, полученного по этим методам, с методом, основанным на нормализации критериев. При построении модели возможны два варианта:

1) известна функциональная зависимость каждого критерия $F(X)$ и ограничений $G(X)$ от всех параметров, накладываемых на ее функционирование. В этом случае ее принято называть моделью в условиях определенности. Для ее решения при этом используются известные методы [5];

2) нет достаточной информации о функциональной зависимости каждого критерия и ограничений от параметров. На этот случай осуществляется моделирование ИСП в условиях неопределенности [5]. При этом возникают две задачи принятия решений: 1) известны данные о некотором наборе показателей; 2) известны данные о некотором наборе параметров и критериев, зависящих от этих параметров. В обеих задачах проводятся экспериментальные исследования по принципу «вход-выход». При этом формируется задача принятия решений в условиях неопределенности и возникает проблема выбора оптимальной оценки на основе полученных данных.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что оптимизация параметров сложной ИСП по некоторому набору функциональных характеристик является одной из важнейших задач системного анализа и проектирования [6]. Описываемая технология построения математической модели инновационной системы в условиях неопределенности позволяет разработать и принять оптимального решения на ее основе. Для устранения неопределенности могут быть использованы методы регрессионного анализа преобразования информации, полученной по принципу «вход-выход», и построения модели ИСП в виде векторной задачи оптимизации. Для решения этой задачи методы основываются на нормализации критериев. Результаты решения являются основой для принятия решений по исследуемой системе.

Литература

1. Анализ и моделирование экономических процессов: сб. ст. / под ред. В.З. Беленького. М.: ЦЭМИ РАН. 2010. Вып. 7. 161 с.
2. В.А.Диленко, С.А.Шпак. Экономико-математические модели инновационной деятельности производственного предприятия. Научный практический журнал «Экономика промышленности». №1(27) 2005.
3. Е.В.Катков, А.Н.Сорочайкин. Моделирование процессов инновационного развития предприятий. Вестник СамГУ. 2012. № 10 (101). Стр.33-38.
4. К.Ю.Машунин. Ю.К.Машунин Моделирование технических систем в условиях неопределенности и принятие оптимального решения. Журнал: Известия РАН. Теория и системы управления, № 4. 2013. стр.19-35.
5. О.И.Ларичев. Теория и методы поддержки принятия решений: М.: Логос, 2003. 392 с.
6. А.А.Гетманцев, И.В.Сомина. Теория нечетких множеств как математический аппарат для оценки инновационного потенциала предприятия. Научный журнал: Современные проблемы науки и образования. № 5, 2013. Стр.1-7.

О ЗАКОНЕ ТОЖДЕСТВА В ТРАКТАТЕ Н.ТУСИ «ТАДЖРИД АЛ-МАНТИК»¹

А.С. Алиев, Э.М. Мамедов

Институт Математики и Механики НАНА

Закон тождества, сформулированный еще Аристотелем, гласит, что на протяжении определенного рассуждения всякое понятие и суждение должны быть тождественны самим себе (то есть сохранять однозначность) $A = A$. В логическом трактате «Таджрид ал-мантик» Н.Туси уделяет большое внимание логическим ошибкам и в частности, нарушениям закона тождества в модусах силлогизмов. Так четвертая глава трактата посвящена силлогизмам и их модусам: «[что касается, тех, которые составлены из] слитных [высказываний], первая [конструкция] составляется как простые категорические фигуры. [В условных силлогизмах, составленных из] необходимых [высказываний] в случае простой модальности результативны девятнадцать модусов ...».

Таким образом, Н.Туси говорит о результативности фигур составленных из необходимых высказываний и как выясняется дальше, утверждает слитность результатов. В арабоязычной средневековой логике, слитные высказывания - те, в которых консеквент охватывается одним случаем, а необходимые высказывания те, в которых между антецедентом и консеквентом имеется естественная причинно-следственная связь. В следующем пункте говорится, что некоторые логики придерживались мнения, что силлогизмы, составленные из необходимых высказываний, не могут иметь слитные результаты, и в качестве довода приводится следующее: «во всех случаях, этот цвет, будучи черным и белым (все то, что черное и белое), он черный. Но все то, что черное не может быть белым». Таким образом, если убрать общий термин: из малой посылки «...он черный», а из большой посылки «но все, то, что черное...» - в результате получается следующее «все то, что белое и черное, то оно не белое». А это не согласуется с малой посылкой. Если $A(x)$ - предикат – «быть белым», $B(x)$ - предикат – «быть черным», то все это можно выразить следующей фигурой умозаключения

$$\begin{array}{l} A(t) \& B(t) \rightarrow B(t) \\ \hline \forall x (B(x) \rightarrow \overline{A(x)}) \\ \hline \forall x (A(x)B(x) \rightarrow \overline{A(x)}) \end{array}$$

Н.Туси указывает на несостоятельность этого рассуждения: «Если средний термин употреблен в малой [посылке] таким же образом, как в большой [посылке], - т.е. с такой же необходимостью, что требуется для большого термина, то результат неизбежен. Иначе [между посылками]

¹ Данная работа выполнена при финансовой поддержке Фонда Развития Науки при Президенте Азербайджанской Республики –
Грант № EIF-2011-1(3)-82/19/1

общность не имеется. Объяснение [заблуждения] заключается в следующем: в большой посылке «чернота» употреблена в смысле контрастности к «белизне», а в малой посылке - в смысле их совместимости. По этой причине общность с малым термином утеряна....». Таким образом, нарушается закон тождества.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ЗАДАЧИ РЕДЖЕ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО- ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Б.А. Алиев, Н.К. Курбанова

Институт Математики и Механики НАНА

Краевые задачи для эллиптического дифференциально-операторного уравнения второго порядка в случае, когда один и тот же спектральный параметр линейно входит и в уравнении и в граничные условия в разных аспектах изучались в работах [1-4].

В данной заметке в сепарабельном гильбертовом пространстве H изучается асимптотическое поведение собственных значений следующих краевых задач

$$-u''(x) + Au(x) = \lambda^2 u(x), \quad x \in (0,1), \quad (1)$$

$$u'(1) + \lambda u(1) = 0, \quad (2)$$

$$u(0) = 0,$$

где λ -спектральный параметр, A -линейный самосопряженный, положительно-определенный оператор в H , A^{-1} вполне непрерывен в H .

Найдены асимптотические формулы для собственных значений краевых задач (1), (2).

В заметке [5] отмечено, что все собственные значения краевой задачи (1), (2) вещественны простые и образуют не более чем счетное множество, не имеющее конечной предельной точки.

Литература

1. Горбачук В.И. и Рыбак М.А. О граничных задачах для операторного уравнения Штурма-Лиувилля со спектральным параметром в уравнении и в граничном условии. Прямые и обратные задачи теории рассеяния. Киев, 1981, с.3-16.

2. Рыбак М.А. Об асимптотическом распределении собственных значений некоторых граничных задач для операторного уравнения Штурма-Лиувилля. Укр. мат. журн. 1980, т.32, № 2, с.248-252.

3. Алиев Б.А. Разрешимость краевой задачи для эллиптического дифференциально-операторного уравнения второго порядка со спектральным

параметром в уравнении и в граничных условиях. Укр. мат. журн. 2010, том 62, № 1, с.3-14.

4. Байрамоглы М., Асланова Н.М. Распределение собственных значений и формула следа операторного уравнения Штурма-Лиувилля. Укр. мат. журн.- 2010, том 62, №7, с. 867-877.

5. Алиев Б.А., Курбанова Н.К. О свойствах собственных значений одной краевой задачи для эллиптического дифференциально-операторного уравнения второго порядка. Тезисы Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения Гейдара Алиева. Актуальные проблемы математики и информатики, Баку 2013, с. 119-120.

СУЩЕСТВОВАНИЕ ОГРАНИЧЕННОГО ПОГЛОЩАЮЩЕГО МНОЖЕСТВА ДЛЯ ОДНОГО УРАВНЕНИЯ ФЛОТИРУЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ С ДИССИПАЦИЕЙ

Г. А. Алиев, К.С. Мамедзаде

Институт Математики и Механики НАНА

Рассмотрим задачу Коши для однородного диссипативного уравнения флотирующей жидкости

$$Lu = D_t^2[u + u_{x_3}] + D_t u + g u_{x_3} = 0 \quad (1)$$

с начальными условиями

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u_t(x, 0) = u_1(x). \quad (2)$$

В работе устанавливается, что для решения задачи (1), (2) справедлива следующая оценка:

$$\begin{aligned} \|u\|_{L_2(R^2)} &\leq c(1+t)^{-1} [\|u_0\|_{L_2(R^2)} + \|u_1\|_{L_2(R^2)}] + \\ &+ c(1+t)^{-\lambda} [\|u_0\|_{W_2^\lambda(R^2)} + \|u_1\|_{W_2^\lambda(R^2)}] \\ &+ c(1+t)^{-\frac{m}{2-m}} [\|u_0\|_{L_m(R^2)} + \|u_1\|_{L_m(R^2)}], \end{aligned} \quad (3)$$

где $1 \leq m \leq 2$. Кроме того, рассматривается задача Коши для уравнения

$$Lu + |u|^p u = h(x)$$

и, используя (3), доказывается теорема о существовании ограниченного поглощающего множества.

МЕХАНИКА ПОЛИМЕРНЫХ И КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

Г.Г. Алиев

Институт Математики и Механики НАНА

gabil_aliyev@yahoo.com

В предлагаемой статье разработана теория прочности слоистых и армированных конструкций, выполненных из полимерных материалов с учетом изменяемости физико-химических свойств. Предложен экспериментально-теоретический метод по определению физико-механических свойств полимеров, композитных материалов, а также, заподимеризованных пучков из волокон с учетом изменения физико-химических свойств материала. Основные научные результаты этой теории заключаются в следующем:

- предложен обобщающий обобщенный закон Гука с учетом изменяемости физико-химических свойств полимерного материала, в виде:

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = a_0 \cdot \psi(\lambda) \cdot \theta \cdot \delta_{ij} + 2G_0 \varphi(\lambda) \cdot \varepsilon_{ij} - \eta_0 \eta(\lambda) \alpha \tilde{\lambda} \cdot \delta_{ij} \\ \sigma(\varepsilon, \lambda) = \sigma_{ij} = 3a_0 \psi(\lambda) \left[1 + \frac{2G_0}{3a_0} \frac{\varphi(\lambda)}{\psi(\lambda)} \right] (\theta - 3\tilde{\alpha} \tilde{\lambda}) \end{cases} \quad (1)$$

где поправочные коэффициенты $\varphi(\lambda)$, $\psi(\lambda)$ и $\eta(\lambda)$ изменяются в пределах:

$$\begin{aligned} 1 \geq \varphi(\tilde{\lambda}) \geq \frac{1}{2G_0} \cdot \frac{E_{\min}}{1 + \nu_{\max}}, \quad 1 \leq \psi(\tilde{\lambda}) \leq \frac{1}{a_0} \cdot \frac{E_{\min} \nu_{\max}}{(1 + \nu_{\max})(1 - 2\nu_{\max})}, \\ \lambda_{\max} \geq \eta(\tilde{\lambda}) \geq \frac{1}{\eta_0} \cdot \frac{E_{\min} \lambda_{\max}}{1 - 2\nu_{\max}} \end{aligned} \quad (2)$$

- предложен критерий адгезионной прочности слоистых и многослойно-армированных труб с учетом физико-химической изменяемости слоев конструкции, в виде:

$$\sigma_{отр.}(\lambda) \leq \sigma_0 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0} \right)^{\frac{\lambda}{\lambda_{\max}}}, \quad \text{для} \quad (0 \leq \lambda \leq \lambda_{\max}) \quad (3)$$

Здесь $\sigma_{отр.}(0) = \sigma_0$ есть величина предельной прочности $\sigma_{отр.}(0) = \sigma_0$ материала для случая без учета физико-химического изменения в полимерном материале, т.е. при $\lambda = 0$; $\sigma_{отр.}(\lambda_{\max}) = \sigma_1$ - напряжение отрыва между слоями с учетом физико-химического изменения материала, т.е. при $\lambda = \lambda_{\max}$. Таким образом, отрывающее напряжение $\sigma_{отр.}(\lambda)$ для каждого значения параметра набухания материала λ , изменяющегося в интервале $0 \leq \lambda \leq \lambda_{\max}$, будет определяться формулой (3).

- предложен критерий устойчивости одномерных элементов конструкций с учетом эффекта набухания материалов, в виде:

$$\sigma_{кр}(\lambda) = \frac{\pi^2 E(\lambda) h^2(\lambda)}{12 \ell^2(\lambda)} \quad (4)$$

Здесь значение напряжения сжатия $\sigma(\lambda)$ принимает свое критическое значение

$\sigma_{kp}(\lambda)$, вызывающее потерю устойчивости полосы. Задаваясь геометрическими характеристиками полосы $\ell(\lambda)$, $h(\lambda)$ и модулем упругости $E(\lambda)$ для каждого значения λ или предельным его значением λ^* , по формуле (4) определяется критическое значение сжимающего напряжения. Механической особенностью конструкций из полимерных материалов работающих в агрессивных жидких средах заключается в том, что она, находясь в агрессивной среде может быть прочна, но неустойчива. Другими словами, если конструкция не находится под действием агрессивной среды конструкция устойчива и прочна всегда. Поэтому такую конструкцию рассчитывают по критерию прочности. Если же конструкция находится в агрессивной среде, она может быть прочна, но неустойчива. Поэтому в этом случае конструкцию следует рассчитывать по критерию устойчивости, ибо работоспособность конструкции при таких внешних условиях будет при значениях напряжения гораздо ниже значения предела ее прочности. Поэтому в этом классе задач принципиальным является нахождение зависимости отношения длины к толщине с учетом параметра набухания. Необходимым условием обеспечивающая механическую устойчивость конструкции в зависимости от параметра набухания $\ell_{kp}/h = f_{kp}(\lambda)$ в интервале изменения параметра $0 \leq \lambda \leq \lambda_{\max}$, будет в виде:

$$\ell_{kp}/h < \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{\alpha\lambda_{\max}}} \quad (5)$$

- Выявлены новые механические эффекты: изменяемость массовой силы полимерного материала с учетом эффекта набухания материала; выпучиваемость стержней под действием только эффекта набухания материала, в виде:

$$Q(\lambda) = (1 + \lambda)Q_0 \quad (6)$$

При этом возникающая величина измененной массовой силы полимерного материала $\Delta Q(\lambda)$ определяется в виде:

$$R(\lambda) = \Delta Q(\lambda) = \lambda Q_0 \text{ для } 0 \leq \lambda \leq \lambda^* \quad (7)$$

Формула (7) есть величина распорной массовой силы, которая возникает в материале в результате набухания полимерного материала находящегося в агрессивной жидкой среде. При $\lambda = 0$ распорная массовая сила $R(\lambda) = \lambda Q_0$ равна нулю. При λ равному своему максимальному значению λ^* распорная массовая сила примет максимальное свое значение:

$$R(\lambda) = Q_0 \lambda^* \quad (8)$$

- экспериментально и теоретически установлен механический эффект зависимость совместной деформируемости нескольких полимерных материалов от характера набухания слоев. Математическое представление соотношения между параметрами набухания в n -ой и $(n-1)$ -ой слоями слоистой трубы следует использовать условие вида:

$$\lambda_n = \frac{q_n}{q_{n-1}} \lambda_{n-1} \quad (9)$$

Здесь q_n и q_{n-1} - есть линейные коэффициенты в зависимостях параметра набухания λ_n от времени t в n -ой и $(n-1)$ -ой слоях слоистой трубы.

На основе вышеизложенного создана теория прочности многослойной трубы из композитного материала с учетом изменения физико-химических свойств слоев, находящегося под действием агрессивной жидкой среды и внешних нагрузок.

Литература

1. Алиев Г.Г. *Основы механики полимерных и композиционных материалов с учетом изменения физико-химических свойств*. Монография. Изд. «ЭЛМ» НАНА, ISBN 978-9952-13-3, г.Баку, 2012 г., 288 стр.
2. Gabil G. Aliyev, Faik B. Naqiyev. *Engineering Mechanics of Polymeric Materials (Theories, Properties and Applications)*. Monoqrafiya. USA, CPC Press, Taylor and Frencis Group. ISBN hard: 978-1-926895-55-0. Cat # №10868, 402 p.p., 2013.
3. Gabil G. Aliyev. *Experimental-Theoretical Metod for Defining Physical-Mechanical Properties of Polymer Materials with Regard to Change of Their Phisical-Chemical Properties*. USA, International Journal of Chemoinformatics and Chemical Engineering (IJCCE), 2(1), January-June, 12-24, 2012.

ГЛОБАЛЬНАЯ БИФУРКАЦИЯ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

З.С. Алиев

Бакинский Государственный Университет

Рассмотрим следующую нелинейную задачу

$$(py'')'' - (qy')' = \lambda ry + F(x, y, y', y'', y''', \lambda), \quad 0 < x < l, \quad (1)$$

$$y'(0)\cos\alpha - (py'')(0)\sin\alpha = 0, \quad y'(l)\cos\gamma + (py'')(l)\sin\gamma = 0, \quad (2)$$

$$y(0)\cos\beta + Ty(0)\sin\beta = 0, \quad y(l)\cos\delta - Ty(l)\sin\delta = 0,$$

где $\lambda \in \mathbb{C}$ – спектральный параметр, $Ty \equiv (py'')' - qy'$, функций $p > 0$, $q \geq 0$, $r > 0$

на $[0, l]$, $p' \in AC[0, l]$, $q \in AC[0, l]$, $r \in C[0, l]$, $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in [0, \frac{\pi}{2}]$, нелинейный член

F имеет форму $F = f + g$, причем $f, g \in C[0, l] \times R^5$ и удовлетворяют условиям: существует число $M > 0$, такое, что

$$|f(x, u, s, v, w, \lambda)| \leq M(|u| + |s| + |v| + |w|), \quad x \in [0, l], 0 < |u| \leq 1, |s|, |v|, |w| \leq 1, \lambda \in R; \quad (3)$$

$$g(x, u, s, v, w, \lambda) = 0(|u| + |s| + |v| + |w|) \quad (4)$$

в окрестности точки $(u, s, v, w) = (0, 0, 0, 0)$ равномерно по $x \in [0, l]$ и $\lambda \in \Lambda$ для каждого ограниченного промежутка $\Lambda \subset R$.

Рассмотрим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$(p(x)y''(x))'' - (q(x)y'(x))' = \lambda r(x)y(x), x \in (0, l), \quad (5)$$

с граничными условиями (2). Задача (5), (2) детально исследована в работах [1, 2], где в частности доказано, что спектр этой задачи состоит из бесконечной последовательности простых собственных значений $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_k < \dots$; собственная функция $y_k(x)$, соответствующая собственному значению λ_k , имеет в точности $k - 1$ простых нулей в интервале $(0, l)$.

Пусть E – банахово пространство $C^3[0, l] \cap \Gamma.U.$, снабженное с нормой $\|y\|_3 = \sum_{i=0}^3 \|y^{(i)}\|_0$, где $\Gamma.U.$ – множество функций удовлетворяющих граничным условиям (2), $\|\cdot\|_0$ – обычная sup-норма в $C[0, l]$.

Пусть $S = \{y \in E \mid y^{(i)}(x) \neq 0, x \in (0, l), i = \overline{0, 3}\} \cup \{y \in E \mid \text{если } y(\xi)y''(\xi) = 0 \text{ при } \xi \in (0, l), \text{ то } y'(\xi)Ty(\xi) < 0; \text{ если } y'(\eta)Ty(\eta) = 0 \text{ при } \eta \in (0, l), \text{ то } y(\eta)y''(\eta) < 0\}$.

Если $y \in S$, то Якобиан $J[y] = r^3 \cos \psi \sin \psi$ преобразования типа Прюфера

$$\begin{cases} y(x) = r(x) \sin \psi(x) \cos \theta(x), & (py)''(x) = r(x) \cos \psi(x) \cos \varphi(x), \\ y'(x) = r(x) \cos \psi(x) \sin \varphi(x), & Ty(x) = r(x) \sin \psi(x) \sin \theta(x). \end{cases} \quad (5)$$

отличен от нуля при $x \in (0, l)$.

Обозначим через $S_k^\nu, k \in N, \nu = +$ или $-$, множество функций $y \in S$, которые удовлетворяют следующим условиям: 1) $y(x)$ имеет в точности $k - 1$ нулей в интервале $(0, l)$; 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \nu \operatorname{sgn} y(x) = 1$; 3) угловая функция ψ удовлетворяет либо условию $\psi(x) \in (0, \pi/2)$, либо условию $\psi(x) \in (\pi/2, \pi)$; 4) граничные значения угловых функций θ, φ и ψ из (5) определяются следующим образом: $\theta(0) = \pi/2 - \beta, \theta(l) = k\pi - \pi/2 - \delta; \varphi(0) = \alpha, \varphi(l) = n_k\pi - \gamma, k \in N$, где $\alpha = 0$ в случае $\psi(0) = \pi/2, \gamma = 0$ в случае $\psi(l) = \pi/2, n_k = k$ либо $k + 1$ в случае $\psi(0) \in (0, \pi/2), n_1 = 1$ и $n_k = k$ либо $k - 1, k \in N \setminus \{1\}$, в случае $\psi(0) \in [\pi/2, \pi), w(0) = \operatorname{ctg} \psi(0)$ определяется по крайней мере одним из следующих равенств

$$a) w(0) = y'(0) \sin \beta / y(0) \sin \alpha, \quad c) w(0) = (py'')(0) \sin \beta / y(0) \cos \alpha,$$

$$b) w(0) = -(py'')(0) \cos \beta / Ty(0) \cos \alpha, \quad d) w(0) = -y'(0) \cos \beta / Ty(0) \sin \alpha;$$

5) графики функции $\theta(x)$ и $\varphi(x), x \in (0, l)$, пересекают линий $\theta = (2m - 1)\pi/2, \theta = m\pi$ и $\varphi = m\pi, m = 0, 1, 2, \dots$, строго возрастаая, соответственно; 6) если (i) $y(0)y'(0) > 0$, (ii) $y(0) = 0$, либо (iii) $y'(0) = 0$ и $y(0)y''(0) > 0$, то $\psi(x) \in (0, \pi/2)$

при $x \in (0, l)$, а если (iv) $y(0)y'(0) < 0$, (v) $y'(0) = 0$ и $y(0)y''(0) < 0$, либо (vi) $y'(0) = y''(0) = 0$, то $\psi(x) \in (\pi/2, \pi)$ при $x \in (0, l)$.

Пусть $S_k = S_k^+ \cup S_k^-$. Из определения непосредственно следует, что множества S_k^ν , $k \in \mathbb{N}$, $\nu = \pm$, являются открытыми подмножествами в E . Если $y \in \partial S_k^\nu$, то $y(x)$ имеет по крайней мере один четырехкратный нуль в интервале $(0, l)$ [3].

Обозначим через $Y \subset R \times E$ замыканию множества нетривиальных решений задачи (1), (2). Пусть $Y_k^\nu = Y \cap (R \times S_k^\nu)$, $Y_k = Y_k^- \cup Y_k^+$, $k \in \mathbb{N}$, $\nu = \pm$.

Будем говорить, что точка $(\lambda, 0)$ является точкой бифуркации задачи (1), (2) по множеству $R \times S_k^\nu$, $k \in \mathbb{N}$, $\nu = +$ или $-$, если каждая малая окрестность этой точки имеет непустое пересечение с множеством Y_k^ν .

Лемма 1. *Множество точек бифуркации задачи (1), (2) не пусто, причем, если $(\bar{\lambda}, 0)$ является точкой бифуркации этой задачи по множеству $R \times S_k^\nu$, то $\bar{\lambda} \in I_k$, где $I_k = [\lambda_k - M/r_0, \lambda_k + M/r_0]$, $r_0 = \min_{x \in [0, l]} r(x)$.*

Для каждого $k \in \mathbb{N}$ и $\nu = +$ или $-$, через $\mathcal{C}_k^\nu$ обозначим объединение всех тех компонент $\mathcal{C}_{k, \lambda}^\nu$ множества Y , которые ветвятся от точек $(\lambda, 0) \in I_k$ задачи (1), (2) по множеству $R \times S_k^\nu$.

Теорема 1. *Для каждого $k \in \mathbb{N}$ и $\nu = +$ или $-$, связная компонента $\mathcal{C}_k^\nu$ множества $Y_k^\nu \cup (I_k \times \{0\})$, содержащая $I_k \times \{0\}$, содержится в $(R \times S_k^\nu) \cup (I_k \times \{0\})$ и неограничена в $R \times E$.*

Литература

1. D.O. Banks, G.J. Kurowski. A Prufer transformation for the equation of the vibrating beam // Trans. Amer. Math. Soc., 1974, V.199, p. 203-222.
2. D.O. Banks, G.J. Kurowski. // A Prufer transformation for the equation of a vibrating beam subject to axial forces", J. Diff. Equat., 1977, V. 24, p. 57-74.
3. Z.S. Aliyev, "Bifurcation from zero or infinity of some fourth order nonlinear problems with spectral parameter in the boundary condition", Transactions NAS Azerb., ser. phys.-tech. math. sci., math. mech., 2008, V.28, №4, p.17-26.

БАЗИСНЫЕ СВОЙСТВА ОПЕРАТОРА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ С δ – ПОТЕНЦИАЛОМ И СО СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ В ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ

З.С. Алиев, А.Г. Гейдаров

Институт Математики и Механики НАНА, Бакинский Государственный Университет

Спектральная теория операторов Штурма-Лиувилля с δ – потенциалом

(потенциалом Дирака) разрабатывается сравнительно давно, особенно после появления знаменитой работы Березина и Фадеева [1], где впервые применялась строгая математическая теория, а именно теория самосопряженных расширений симметрических операторов. В монографии [2] излагается история спектральной теории операторов Штурма - Лиувилля с δ -потенциалом и приводится обширная библиография. Вместе с тем, спектральный анализ оператора Штурма - Лиувилля с δ -потенциалом и со спектральным параметром в граничных условиях, по-видимому, до сих пор не проводился.

Рассмотрим следующую спектральную задачу

$$-y''(x) + \alpha \delta(x - 1/2)y(x) = \lambda y(x), \quad x \in (0,1), \quad (1)$$

$$y(0) = 0, \quad y(1/2 - 0) = y(1/2 + 0), \quad (2)$$

$$y'(1/2 + 0) - y'(1/2 - 0) = \alpha y(1/2), \quad (3)$$

$$y'(1) = a\lambda y(1). \quad (4)$$

где λ – спектральный параметр, $\alpha, a \in \mathbb{R}$, причем $\alpha \neq 0, a \neq 0$.

Настоящая работа посвящена исследованию базисных свойств в пространстве $L_2(0,1)$ систем корневых функций задачи (1)-(4).

Решение уравнения (1) удовлетворяющее условиям

$$y(0) = 0, \quad y(1/2 - 0) = y(1/2 + 0), \quad y'(1/2 + 0) - y'(1/2 - 0) = \alpha y(1/2),$$

$$\text{является } y(x, \lambda) = \begin{cases} \sin(\sqrt{\lambda} x) / \sqrt{\lambda}, & 0 \leq x \leq 1/2, \\ \sin(\sqrt{\lambda} x) / \sqrt{\lambda} + (\alpha/\lambda) \sin(\sqrt{\lambda}/2)(x - 1/2), & 1/2 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Собственные значения краевой задачи (1)-(3), $y(1) = 0$ и являются вещественными, простыми и образуют неограниченно возрастающую последовательность $\mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_k < \dots$, причем $\mu_k > 0, k = 2, 3, \dots, \operatorname{sgn} \mu_1 = \operatorname{sgn}(\alpha + 4)$.

Обозначим: $A_k = (\mu_{k-1}, \mu_k), k \in \mathbb{N}$, где $\mu_0 = -\infty$.

Теорема 1. При $a > 0$ собственные значения задачи (1)-(4) образуют бесконечно возрастающую последовательность $\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_k < \dots$, причем $\lambda_k > 0$ при $k \geq 2, \operatorname{sgn} \lambda_1 = \operatorname{sgn}(\alpha + 2)$. При $a < 0$ i) если $\alpha > -2$, то все собственные значения задачи (1)-(4) вещественны, при этом A_1 содержит два простых собственных значения, а $A_k, k = 2, 3, \dots$, – одно простое собственное значение; ii) если $\alpha = -2$, то все собственные значения задачи (1)-(4) вещественны, при этом A_1 содержит алгебраически два (либо два простых, либо одно двукратное) собственных значения, а $A_k, k = 2, 3, \dots$, – одно простое собственное значение; iii) если $-2 > \alpha \geq -4$, то либо все собственные значения задачи (1)-(4) вещественны, при этом A_1 содержит алгебраически два (либо два простых, либо одно двукратное) собственных значения, а $A_k, k = 2, 3, \dots$, – одно простое собственное значение, либо задача (1)-(4) имеет одну пару невещественных сопряженных друг к другу собственных значений, при этом

A_1 не содержит собственных значений, а $A_k, k = 2, 3, \dots$, содержит одно простое собственное значение; iv) если $\alpha < -4$, то либо все собственные значения задачи (1)-(4) вещественны, при этом A_1 содержит алгебраически два (либо два простых, либо одно двукратное) собственных значения, а $A_k, k = 2, 3, \dots$, – одно простое собственное значение, либо A_1 не содержит собственных значений, в то же A_2 содержит алгебраически три (либо одно двукратное и одно простое, либо три простых) собственных значения, а $A_k, k = 3, 4, \dots$, – одно простое собственное значение, либо задача (1)-(4) имеет одну пару невещественных сопряженных друг к другу собственных значений, при этом A_1 не содержит собственных значений, а $A_k, k = 2, 3, \dots$, содержит одно простое собственное значение.

Теорема 3. Пусть r – произвольное фиксированное натуральное число. Тогда а) если $a > 0$ либо $a < 0$ и $\wp(\lambda_k) = 1, k \in \mathbb{N}$, то система корневых функций $\{y_k(x)\}_{k=1, k \neq r}^\infty$ задачи (1)-(4) образует базис Рисса в пространстве $L_2(0, 1)$; б) если $a < 0$ и $\wp(\lambda_m) = 2$, т.е. $\lambda_m = \lambda_{m+1}$, то система $\{y_k(x)\}_{k=1, k \neq r}^\infty$ в случаях i) $r = m + 1$ и ii) $r = m, c_m \neq c_m^{(0)}$ образует базис Рисса в пространстве $L_2(0, 1)$, а в случае iii) $r = m$ и $c_m = c_m^{(0)}$ эта система не полна и не минимальна в пространстве $L_2(0, 1)$, где $c_m^{(0)} = (ay_m(1))^{-1}(a\partial y(1, \lambda_m)/\partial \lambda) - [(y_m, y_{m+1}^*)_{L_2} + ay_m(1) \times (\partial y(1, \lambda_m)/\partial \lambda)]^{-1} (\|y_{m+1}^*\|_{L_2}^2 + a(\partial y(1, \lambda_k)/\partial \lambda)^2)$, $y_{m+1}^*(x) = \frac{\partial y(x, \lambda_m)}{\partial \lambda}$, $\wp(\lambda_m)$ – кратность собственного значения λ_m .

Литература

1. Березин Ф.А., Фадеев Л.Д. // Докл. АН СССР. 1961. Т.197. №7. С.1011-1014.
2. Albeverio S., Gesztesy F., Hoegh-Krohn R., Holden H. Solvable Models in Quantum Mechanics. AMS Chelsea Publ., Providence, RI, 2005.
3. Алиев З.С. Базисные свойства в пространстве L_p систем корневых функций одной спектральной задачи со спектральным параметром в граничном условии // Дифференц. уравнения. 2011. Т.46. № 6. С. 764-775.

ОСЦИЛЛЯЦИОННЫЕ СВОЙСТВА СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ УРАВНЕНИЯ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ СТЕРЖНЯ, ПОДВЕРГАЕМОГО ОСЕВЫМ СИЛАМ

З.С. Алиев, С.Б. Гулиева

Институт Математики и Механики НАНА, Гянджинский Государственный Университет

В данной работе изучаются свойства собственных частот и соответствующих гармоник поперечных колебаний стержня, подвергаемого осевым силам. Известно, что эти колебания описывается дифференциальным уравнением

$$\ell_r(y)(x) \equiv (p(x)y''(x))'' - (q(x)y'(x))' + r(x)y(x) = \lambda \tau(x)y(x), \quad 0 < x < l, \quad (1)$$

при граничных условиях

$$y'(0)\cos\alpha - (py'')(0)\sin\alpha = 0, \quad (2a)$$

$$y(0)\cos\beta + Ty(0)\sin\beta = 0, \quad (2b)$$

$$y'(l)\cos\gamma + (py'')(l)\sin\gamma = 0, \quad (2c)$$

$$y(l)\cos\delta - Ty(l)\sin\delta = 0, \quad (2d)$$

где $\lambda \in \mathbb{C}$ – спектральный параметр, $Ty \equiv (py'')' - qy'$, $p(x), \tau(x) > 0$, $q(x) \geq 0$ при $x \in [0, l]$, $p' \in AC[0, l]$, $q \in AC[0, l]$, $r, \tau \in C[0, l]$, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – действительные постоянные, причем $\alpha, \beta, \gamma \in [0, \pi/2]$, $\delta \in (\pi/2, \pi)$.

Осцилляционные свойства собственных функций задачи (1), (2) в случае $q \equiv 0, r \equiv 0, \delta \in [0, \pi/2]$ исследована в работе [1], в случае $r \equiv 0, \delta \in [0, \pi/2]$ – в [2], в случае $r \equiv 0, \alpha = \beta = 0, \delta \in (\pi/2, \pi)$ – в [3], в случае $r \equiv 0, \delta \in (\pi/2, \pi)$ – в [4], а в случае $\delta \in [0, \pi/2]$ – в [5].

Теорема 1. При каждом фиксированном $\lambda \in \mathbb{C}$ существует единственное с точностью до постоянного множителя нетривиальное решение $y(x, \lambda)$ задачи (1), (2a)-(2c). Для каждого фиксированного $x \in [0, l]$ функция $y(x, \lambda)$ является целой функцией λ .

Очевидно что собственные значения $\lambda_n(0)$ и $\lambda_n(\pi/2)$ $n \in \mathbb{N}$, краевой задачи (1), (2) в случае при $\delta = 0$ и $\delta = \pi/2$ является нулями целых функций $y(l, \lambda)$ и $Ty(l, \lambda)$, соответственно. Заметим, что функция $F_r(\lambda) = Ty(l, \lambda)/y(l, \lambda)$ определена в $A \equiv \left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \right) \cup (\mathbb{C} \setminus \mathbb{R})$, где $A_n = (\lambda_{n-1}(0), \lambda_n(0))$, $n \in \mathbb{N}$, $\lambda_0(0) = -\infty$.

Лемма 1. Нули функции $y(x, \lambda)$, расположенные в интервале $(0, l)$, являются простыми и непрерывно дифференцируемыми функциями λ .

Обозначим: $\delta_0 = \begin{cases} \pi/2, & \text{если } \beta \in [0, \pi/2), \\ \arctg F_0(0), & \text{если } \beta = \pi/2. \end{cases}$

Пусть $m(\lambda)$ – число нулей $y(x, \lambda)$, расположенных в интервале $(0, l)$.

Лемма 2. Пусть $\lambda > \lambda_1(\delta_0)$. Если $\lambda \in (\lambda_{n-1}(0), \lambda_n(0)]$, $n \in \mathbb{N}$, то $s(\lambda) = n - 1$.

Лемма 3. Пусть $\lambda_0 < \lambda_1(\delta_0)$ и либо $y''(0, \lambda_0) \neq 0$ при $\beta = 0$, либо $Ty''(0, \lambda_0) \neq 0$ при $\beta \in (0, \pi/2)$, либо $y(0, \lambda_0) \neq 0$ при $\beta = \pi/2$. Тогда найдется такое $\varepsilon > 0$, что при любом $\lambda \in (\lambda_0 - \varepsilon, \lambda_0 + \varepsilon) \setminus \{\lambda_0\}$ число нулей функции $y(x, \lambda)$, принадлежащих интервалу $(0, l)$, совпадает с числом нулей функции $y(x, \lambda_0)$, принадлежащих интервалу $(0, l)$, т.е. $s(\lambda) = s(\lambda_0)$ при $\lambda \in (\lambda_0 - \varepsilon, \lambda_0 + \varepsilon) \setminus \{\lambda_0\}$.

Лемма 4. Пусть $\lambda^{(2)} < \lambda^{(1)} < \lambda_1(\delta_0)$ и $s(\lambda^{(2)}) \neq s(\lambda^{(1)})$. Тогда в интервале (λ_2, λ_1) содержится собственное значение задачи, определенной уравнением (1) и граничными условиями $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$, (2c) при $\beta = 0$, либо $y(0) =$

$=Ty(0)=0$, (2a), (2c) при $\beta \in (0, \pi/2]$.

Пусть $\lambda < \lambda_1(\delta_0)$ и μ – вещественное собственное значение уравнения (1) с граничными условиями $y(0)=y'(0)=y''(0)=0$, (2c) при $\beta=0$, либо $-y(0)=Ty(0)=0$, (2a), (2c) при $\beta \in (0, \pi/2]$. Индексом осцилляции $i(\mu)$ собственного значения μ называется разность между числом нулей функции $y(x, \lambda)$ расположенных в интервале $(0, l)$ при $\lambda = \mu - 0$ и числом таких же нулей при $\lambda = \mu + 0$.

Существует $\xi < \lambda_1(\delta_0)$ такое, что лежащие на луче $(-\infty, \xi)$ собственные значения ξ_k , $k=1, 2, \dots$, уравнения (1), с граничными условиями $y(0)=y'(0)=y''(0)=0$, (2c) при $\beta=0$, либо $-y(0)=Ty(0)=0$, (2a), (2c) при $\beta \in (0, \pi/2]$, занумерованные в порядке убывания, являются простыми и имеют индекс осцилляции 1.

Лемма 5. Имеет место следующая формула

$$s(\lambda) = \sum_{\xi_k \in (\lambda, \lambda_1(\delta_0))} i(\xi_k). \quad (3)$$

Теорема 2. При фиксированных α, β, γ собственные значения краевой задачи (1), (2) являются простыми и образуют бесконечно возрастающую последовательность $\{\lambda_n(\delta)\}_{n=1}^{\infty}$. Собственная функция $y_n^{(\delta)}(x)$, которая соответствует собственному значению $\lambda_n(\delta)$, при $n \geq 2$ имеет ровно $n-1$ простых нулей в интервале $(0, l)$, собственная функция $y_1^{(\delta)}(x)$ в случае $\delta \in (\pi/2, \delta_0]$ не имеет нулей, а в случае $\delta \in (\delta_0, \pi)$ может иметь произвольное число нулей в интервале $(0, l)$, которые также являются простыми (см. (3)).

Литература

1. Banks D.O., Kurowski G.J. A Prufer transformation for the equation of the vibrating beam // Trans. Amer. Math. Soc., 1974, v. 199, p. 203-222.
2. Banks D.O. and Kurowski G.J. A Prufer transformation for the equation of a vibrating beam subject to axial forces // J. Diff. Equat., 1977, v. 24, p. 57-74.
3. Kerimov N.B, Aliyev Z.S. On oscillation properties of the eigenfunctions of a fourth order differential operator // Trans. NAS Azerb., ser. phys.-tech. math. sci., math. mech., 2005, v. 25, № 4, p. 63-76.
4. Amara J.Ben. Sturm theory for the equation of vibrating beam // J. Math. Anal. Appl., 2009, v. 349, № 1, p. 1-9.
5. Н.Б. Керимов, З.С. Алиев, Э.А. Агаев. Об осцилляции собственных функций одной спектральной задачи четвертого порядка // Докл. РАН, 2012, т. 444, № 3, с. 250-252.

НЕКОТОРЫЕ СПЕКТРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ЗАДАЧИ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ СО СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ В ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

З.С. Алиев, А.А. Дуньямалиева

Бакинский Государственный Университет, Институт Математики и Механики НАНА

Рассматривается следующая краевая задача

$$-y''(x) + q(x)y(x) = \lambda y(x), \quad x \in (0,1), \quad (1)$$

$$(a_0\lambda + b_0)y(0) = (c_0\lambda + d_0)y'(0), \quad (2)$$

$$(a_1\lambda + b_1)y(1) = (c_1\lambda + d_1)y'(1), \quad (3)$$

где λ – спектральный параметр, $q(x)$ – действительная непрерывная функция на $[0,1]$, a_i, b_i, c_i, d_i , $i = \overline{0,1}$ – действительные постоянные, причем $c_1 \neq 0$ и

$$\sigma_0 = a_0d_0 - b_0c_0 < 0, \quad \sigma_1 = a_1d_1 - b_1c_1 < 0. \quad (4)$$

В случае $\sigma_0 < 0, \sigma_1 > 0$ задача (1)-(3) детально исследована в работах [1] и [2]. В данной работе изучаются расположение собственных значений на комплексной плоскости и структура корневых подпространств этой задачи.

Наряду задач (1)-(3) рассмотрим следующую краевую задачу

$$\left. \begin{aligned} -y''(x) + q(x)y(x) &= \lambda y(x), \quad x \in (0,1), \\ (a_0\lambda + b_0)y(0) &= (c_0\lambda + d_0)y'(0), \quad y(1) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Собственные значения задачи (5) являются действительными, простыми и образуют неограниченно возрастающую последовательность $\{\mu_n\}_{n=0}^{\infty}$ [1].

Обозначим через $y(x, \lambda)$ единственное решение уравнения (1) удовлетворяющее начальным условиям $y(0, \lambda) = c_0\lambda + d_0, y'(0, \lambda) = a_0\lambda + b_0$, которое для каждого фиксированного $x \in [0, 1]$ является целой функцией λ .

Введем следующие краевые условия:

$$a_1y(1) - c_1y'(1) = 0, \quad (3')$$

$$c_1y(1) + a_1y'(1) = 0. \quad (3'')$$

Собственные значения задач (1), (2), (3') и (1), (2), (3'') являются действительными, простыми и образуют неограниченно возрастающие последовательности $\{\eta_n\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{\nu_n\}_{n=1}^{\infty}$ соответственно, причем $\nu_0 < \eta_0 < \nu_1 < \eta_1 < \dots$ в случае $a_1/c_1 < 0$ и $\eta_0 < \nu_0 < \eta_1 < \nu_1 < \dots$ в случае $a_1/c_1 > 0$. Кроме того, если $a_1/c_1 < 0$, $F(0) = a_1/c_1$, то $\mu_0 = 0$, а если $a_1/c_1 > 0$, $F(0) = -c_1/a_1$, то $\nu_0 = 0$, где $F(\lambda) = \frac{y'(1, \lambda)}{y(1, \lambda)}$, которая определена в $K \equiv (\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}) \cup \left(\bigcup_{n=0}^{\infty} K_n \right)$, $K_n = (\mu_{n-1}, \mu_n)$, $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, $\mu_{-1} = -\infty$ и является мероморфной функцией конечного порядка.

Обозначим:

$$m(\lambda) = a_1y(1, \lambda) - c_1y'(1, \lambda) \quad \text{и} \quad T_n = (\eta_{n-1}, \eta_n), \quad n = 0, 1, \dots,$$

где $\eta_{-1} = -\infty$. Отметим, что собственными значениями (с учетом кратности) задачи (1)-(3) являются корни уравнения

$$(a_1\lambda + b_1)y(1, \lambda) - (c_1\lambda + d_1)y'(1, \lambda) = 0.$$

В свою очередь, каждый корень (с учетом кратности) этого уравнения является и корнем уравнения (см. [2])

$$G(\lambda) = \frac{a^2 + c^2}{\sigma_1} \lambda + \frac{ab + cd}{\sigma_1},$$

где $G(\lambda) = \frac{c_1 y(1, \lambda) + a_1 y'(1, \lambda)}{a_1 y(1, \lambda) - c_1 y'(1, \lambda)}$, которая определена в $T \equiv (C \setminus R) \cup \left(\bigcup_{n=1}^{\infty} T_n \right)$ и является мероморфной функцией конечного порядка, собственные значения η_n и ν_n , $n \in N \cup \{0\}$, являются нулями и полюсами этой функции, соответственно.

Имеем также

$$\frac{dG(\lambda)}{d\lambda} = -\frac{a_1^2 + c_1^2}{m^2(\lambda)} \int_0^1 y^2(x, \lambda) dx. \quad (6)$$

Лемма 1. Задача (1)-(3) может иметь не более одной пары сопряженных друг к другу невещественных собственных значений.

Лемма 2. Пусть $\lambda^* \in R$ – собственное значение задачи (1)-(3) и $G'(\lambda^*) \geq A_1$, где $A_1 = (a_1^2 + c_1^2)/\sigma_1$. Тогда эта задача не имеет невещественных собственных значений.

Лемма 3. Пусть $\lambda_1^*, \lambda_2^* \in R$, $\lambda_1^* \neq \lambda_2^*$, – собственные значения задачи (1)-(3) и $G'(\lambda_1^*) \geq A_1$. Тогда $G'(\lambda_2^*) < A_1$.

Теорема 1. Имеет место одно из следующих утверждений:

(i) все собственные значения задачи (1)-(3) вещественны, при этом T_0 содержит алгебраически два (либо два простых, либо одно двукратное) собственных значения, а T_n , $n = 1, 2, \dots$, – одно простое собственное значение;

(ii) все собственные значения задачи (1)-(3) вещественны, при этом T_0 не содержит собственных значений, в то же время существует натуральное число S такое, что T_S содержит алгебраически три (либо три простых, либо одно двукратное и одно простое, либо одно трехкратное) собственных значения, а T_n

$n = 1, 2, \dots$, $n \neq S$, – одно простое собственное значение;

(iii) задача (1)-(3) имеет одну пару невещественных сопряженных друг к другу собственных значений, при этом T_0 не содержит собственных значений, а T_n , $n = 1, 2, \dots$, содержит одно простое собственное значение.

Литература

1. Binding P.A., Browne P.J., Seddici K. Sturm-Liouville problems with eigenparameter dependent boundary conditions // Proc. Edinburgh Math. Soc. 1993, v.37, p. 57-72.
2. Керимов Н.Б., Поладов Р.Г. Базисные свойства системы собственных функций задачи Штурма-Лиувилля со спектральным параметром в граничных условиях // Докл. РАН, 2012, т.442, №1, с.583-586.
3. Алиев З.С. Базисные свойства в пространстве L_p систем корневых функций одной спектральной задачи со спектральным параметром в граничном условии // Диф. уравнения, 2011, т.46, № 6, с. 764-775.

СТРУКТУРА КОРНЕВЫХ ПОДПРОСТРАНСТВ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА СО СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ В ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

З.С. Алиев, Р.Ш. Эртен

Бакинский Государственный Университет, Кафказский Университет

Рассматривается граничная задача

$$-y''(x) + q(x)y(x) = \lambda y(x), \quad x \in (0,1), \quad (1)$$

$$(a_0\lambda + b_0)y(0) = (c_0\lambda + d_0)y'(0), \quad (2)$$

$$(a_1\lambda + b_1)y(1) = (c_1\lambda + d_1)y'(1), \quad (3)$$

где λ – спектральный параметр, $q(x) \in C([0,1]; R)$, a_i, b_i, c_i, d_i , $i = \overline{0,1}$, действительные постоянные, причем $\sigma_0 = a_0d_0 - b_0c_0 \neq 0$, $\sigma_1 = a_1d_1 - b_1c_1 \neq 0$.

Спектральные свойства задачи (1)-(3) в случае $\sigma_0 < 0, \sigma_1 > 0$ детально исследована в работе [1], а в случае $\sigma_0 < 0, \sigma_1 < 0$ – в работе [2].

В настоящей работе изучается структура корневых подпространств задачи (1)-(3) при $\sigma_0 < 0, \sigma_1 < 0$.

Пусть λ – собственное значение задачи (1)-(3) алгебраической кратности ν . Положим $\theta(\lambda)$ равным ν , если $Im\lambda \neq 0$ и равным целой части $\frac{\nu}{2}$, если $Im\lambda = 0$.

Теорема 1. Пусть $\sigma_0 < 0, \sigma_1 < 0$. Тогда собственные значения задачи (1)-(3) расположены симметрично относительно вещественной оси и $\sum_{k=1}^n \theta(\lambda_k) \leq 2$ для любой системы $\{\lambda_k\}_{k=1}^n$, $n \leq +\infty$, собственных значений с неотрицательными мнимыми частями.

Следствие. Пусть $\sigma_0 > 0$ и $\sigma_1 < 0$. Тогда задача (1)-(3) может иметь либо одну, либо две пары сопряженных друг к другу невещественных собственных значений; либо одну пару сопряженных друг к другу невещественных

собственных значений и одно кратное собственное значение кратность которого не превышает трех; либо одно либо две кратные собственные значения сумма кратностей, которых не превышает пяти.

Литература

1. Керимов Н.Б., Поладов Р.Г. Базисные свойства системы собственных функций задачи Штурма-Лиувилля со спектральным параметром в граничных условиях // Докл. РАН, 2012, т.442, №1, с.583-586.
2. Алиев З.С. Дуньямалиева А.А. Базисные свойства корневых функций задачи Штурма-Лиувилля со спектральным параметром в граничных условиях // Докл. РАН, 2013, т.451, №5, с.487-491.

ПОЛНОТА КОРНЕВЫХ ВЕКТОР - ФУНКЦИЙ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ВСЕЙ ОСИ

И.В. Алиев

Институт Математики и Механики НАНА

В работе С.Я. Якубова ([1], теорема 2.1, стр. 57) изучен коэрцитивность дифференциально-операторных уравнений высшего порядка на всей оси $L(D)u = D^n u(x) + A_1 D^{n-1} u(x) + \dots + A_n u(x) = f(x)$, $x \in R$.

Также изучено коэрцитивность дифференциально-операторных уравнений вида Келдыша на всей оси

$$L(D)u = D^n u(x) + (a_1 A + A_1) D^{n-1} u(x) + \dots + (a_n A^n + A_n) u(x) = f(x), \quad x \in R.$$

Особо глубокие результаты получены на конечном отрезке для дифференциально-операторных уравнений Келдыша [2]

$$Lu = u^n(x) + \sum_{j=1}^n a_j A^j u^{(n-j)}(x) + \sum_{j=1}^n (A_j u^{(n-j)})(x) = f(x)$$

$$L_v u = \alpha_v u^{(m_v)} + \beta_v u^{(m_v)}(1) + \sum_{j=1}^{k_v-1} \sum_{q=1}^n \alpha_{vjq} u^{(j)}(x_q) = f_v, \quad x \in (0,1), x_q \in [0,1],$$

где α_{vjq} - комплексные числа, $|\alpha_v| + |\beta_v| \neq 0$, A - линейный замкнутый оператор в H , $A_j, j=1 \div n$ линейный оператор в $L_p((0,1)H)$. Доказана алгебраический и топологический изоморфизм для главной части оператора соответствующей задачи (см. теорема 2.6, стр. 77)

$$\mathcal{L}_0: u \rightarrow (L_0 u, L_{10} u, \dots, L_{n0} u).$$

Рассмотрим спектральную задачу

$$-u''(x) + A(x)u(x) + B(x)u'(x) + C(x)u(x) = \mu u(x), \quad (1)$$

где $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$ при каждом $x \in R$ линейные операторы в банаховом пространстве E .

В банаховом пространстве $L_p(R_1 E)$ исследуется дискретность спектра, а в гильбертовом пространстве $L_2(R, E)$ полнота корневых вектор-функций.

I Дискретность спектра. Оператор $B(x)$ называется почти всюду по $x \in R$ равномерно подчиненным оператору $A(x)$ если почти всюду по $x \in R$, $D(B(x)) \supset D(A(x))$ и $\|B(x)u\| \leq \|A(x)u\|, u \in D(A(x))$, где C не зависит от x .

Теорема 1. Пусть выполнены следующие условия:

1. оператор $A(x)$ сильно позитивный равномерно по $x \in R$;
2. при $|x - y| \leq I$, $\|[A(x) - A(y)]A^{-1}(y)\| \leq C|x - y|$,
3. при некотором $K \in R$ и $|x - y| > I$ имеет место

$$\|A(x)A^{-1}(y)\| \leq Ce^{K|x-y|},$$

$$4. \quad \|[A(x) + \lambda]^{-1}\| \leq \frac{M}{1 + q(x)}, \quad |\arg \lambda| > \delta,$$

где $q(x) \geq 1$ суммируемая функция в каждом конечном интервале вещественной оси и $\lim_{|x| \rightarrow \infty} q(x) = \infty$;

5. для почти всех x оператор $A^{-1}(x)$ вполне непрерывен в E ;
6. при некотором $\alpha > 1$ операторы $B(x)$ и $C(x)$ почти всюду по x

равномерно подчинены соответственно оператором $A^{\alpha - \frac{1}{2}}(x)$ и $A^\alpha(x)$.

Тогда спектр задачи (1) дискретен в $L_p(R, E)$, $1 < p < \infty$, т.е. состоит лишь из изолированных собственных чисел конечной алгебраической кратности, причем спектр не имеет предельных точек, кроме быть может бесконечности.

Заметим, что теорема 1 остается в силе, если вместо условия 4 предположить, что $q(x)$ удовлетворяет условиям Молчанова, т.е.

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \int_x^{x+a} q(t) dt = \infty \text{ для любого } a > 0$$

2. Полнота корневых вектор – функций. В пространстве $L_2(R, H)$ рассмотрим спектральную задачу (1).

Теорема 2. Пусть выполнены следующие условия:

1. $A(x)$ сильно позитивный оператор в H равномерно по $x \in R$, т.е.

$$D(A(x)) = D(A(0)), \quad \exists \delta \in (0, \pi) \text{ при } |\arg \lambda| > \delta$$

$$\|[A(x) - \lambda I]^{-1}\| \leq C(1 + |\lambda|)^{-1};$$

2. при $|x - y| \leq 1$, $\|[A(x) - A(y)]A^{-1}(y)\| \leq C|x - y|$.

Тогда при $f \in L_2(R, H)$ уравнение

$$(L - \lambda I)u(x) = -u''(x) + [A(x) - \lambda I]u(x) = f(x) \quad (2)$$

для достаточно больших $|\lambda|$ из $|\arg \lambda| > \delta$ имеет единственное решение и имеется оценка

$$\|u\|_{L_2(R, H)} \leq C |\lambda|^{-1} \|f\|_{L_2(R, H)}$$

Теорема 3. Пусть выполнены условия:

1. $A(x)$ сильно позитивный оператор в H равномерно по $x \in R$, т.е.

$$D(A(x)) = D(A(0)), \quad \exists \delta \in (0, \pi) \text{ при } |\arg \lambda| > \delta$$

$$\|[A(x) - \lambda I]^{-1}\| \leq C(1 + |\lambda|)^{-1};$$

2. при $|x - y| \leq 1, \|[A(x) - A(y)]A^{-1}(y)\| \leq C|x - y|$;

3. $A^{-1}(x) \in \sigma_p(H)$, $p > 0$

4. $\|[A(x) - \lambda I]^{-1}\| \leq \frac{C}{1 + q(x) + |\lambda|}, |\arg \lambda| > \delta,$

где

$$q(x) > |x|^\alpha$$

Тогда при $|\arg \lambda| > \delta, |\lambda| \rightarrow \infty$ резольвента оператора L принадлежит некоторому классу Неймана-Шаттена, более точно

$$R(\lambda, L) \in \sigma_q(L_2(R, H)) \text{ при } q > \frac{2 + \alpha}{2\alpha} + p$$

Теорема 4. Пусть выполнены следующие условия:

1. $A(x)$ сильно позитивный оператор в H равномерно по x

$$x \in R = (-\infty, \infty), A^{-1}(x) \in \sigma_p(H), p > 0,$$

$$\delta < \frac{2\pi\alpha}{2 + \alpha}, \|[A(x) - \lambda I]^{-1}\| \leq \frac{C}{1 + |\lambda| + |x|^\alpha}, |\arg \lambda| > \delta;$$

2. при $|x - y| \leq 1, \|[A(x) - A(y)]A^{-1}(y)\| \leq C|x - y|$;

3. $B(x)$ оператор в H , $D(B(x)) \supset D\left(A^{\frac{1}{2}}(x)\right)$ и для любого $\varepsilon > 0$,

$$\|B(x)u\| \leq \varepsilon \left\| A^{\frac{1}{2}}(x)u \right\| + C(\varepsilon)\|u\|, u \in D\left(A^{\frac{1}{2}}(x)\right),$$

$C(x)$ оператор в H , $D(C(x)) \supset D(A(x))$ и для любого $\varepsilon > 0$.

$$\|C(x)u\| \leq \varepsilon \|A(x)u\| + C(\varepsilon)\|u\|, u \in D(A(x)).$$

Тогда спектр задачи (1) дискретен и система корневых вектор -функций

задачи (1) полна в пространстве $L_2(R, H)$.

Литература

1. Якубов С.Я. Линейные дифференциально-операторные уравнения их приложения. Баку, Элм, 1985, 220 с.
2. Yakubov S., Yakubov Ya. Differential-Operator Equations. Ordinary and Partial Differential Equations, Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, 2000, 542p.

N – ИНТЕГРИРОВАНИЕ И КОЭФФИЦИЕНТЫ ТЕЙЛОРА ИНТЕГРАЛОВ ТИПА КОШИ КОНЕЧНЫХ МЕР

Р.А. Алиев

Бакинский Государственный Университет

aliyevrashid@hotmail.ru

Пусть $T = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$ – единичная окружность, на котором задана конечная комплексная борелевская мера ν . Функции

$$F^+(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_T \frac{d\nu(\tau)}{\tau - z}, \quad z \in D^+ = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}, \quad F^-(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_T \frac{d\nu(\tau)}{\tau - z}, \quad z \in D^- = \{z \in \mathbb{C} : |z| > 1\},$$

называются интегралами типа Коши меры ν . Аналитические соответственно в областях D^+ и D^- функции $F^+(z)$ и $F^-(z)$ разлагаются в ряд Тейлора:

$$F^+(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k, \quad z \in D^+, \quad F^-(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_k}{z^k}, \quad z \in D^-,$$

где коэффициенты a_k , $k \in \mathbb{Z}_+$, и b_k , $k \in \mathbb{N}$ определяются равенствами

$$a_k = \frac{1}{2\pi i} \int_T \tau^{-k-1} d\nu(\tau), \quad k \in \mathbb{Z}_+, \quad b_k = -\frac{1}{2\pi i} \int_T \tau^{k-1} d\nu(\tau), \quad k \in \mathbb{N}.$$

Из теоремы А.Зигмунда (см., напр., [1, гл.5, С, 3°]) следует, что если мера ν абсолютно непрерывна: $d\nu(t) = f(t)dt$ и $f \in L \log L(T)$, то интеграл типа Коши является интегралом Коши, и поэтому, для коэффициентов a_k , $k \in \mathbb{Z}_+$ и b_k , $k \in \mathbb{N}$ справедлива равенства

$$a_k = \frac{1}{2\pi i} \int_T \tau^{-k-1} F^+(\tau) d\tau, \quad k \in \mathbb{Z}_+, \quad b_k = \frac{1}{2\pi i} \int_T \tau^{k-1} F^-(\tau) d\tau, \quad k \in \mathbb{N}, \quad (1)$$

где $F^+(\tau)$ и $F^-(\tau)$ – некасательные граничные значения соответственно функций $F^+(z)$ и $F^-(z)$ при $z \rightarrow \tau \in T$.

Если же мера ν не является абсолютно непрерывной, то может оказаться, что граничные значения $F^+(\tau)$ и $F^-(\tau)$ не будут интегрируемы на T в смысле Лебега и поэтому равенства (1) в этом случае не удовлетворяются.

В работе используя понятие N - интегрирования получается аналог формул (1) для случая конечной комплексной борелевской меры.

Для измеримой на отрезке $[a, b] \subset \mathbb{R}$ комплексной функции h положим $[h(x)]_n = h(x)$ при $|h(x)| \leq n$ и $[h(x)]_n = n \cdot \operatorname{sgn} h(x)$ при $|h(x)| > n$.

Определение 1[2]. Если существует конечный предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b [h(x)]_n dx$, то функция h называется Q - интегрируемой на $[a, b]$, то есть $h \in Q[a, b]$, а значение этого предела – Q - интегралом этой функции и обозначается $(Q) \int_a^b h(x) dx$.

Весьма неудобным фактом, затрудняющим привлечение Q - интеграла к исследованию различных задач теории функций, является отсутствие свойства аддитивности. Если же к определению Q - интегрируемости измеримой на отрезке $[a, b]$ функции h добавить условие

$$\lambda m\{x \in [a, b]: |h(x)| > \lambda\} = o(1), \quad \lambda \rightarrow +\infty, \quad (2)$$

где m – мера Лебега, то Q - интеграл становится аддитивным.

Пусть f – измеримая, действительная, 2π - периодическая функция, и такая, что для любого отрезка $[\alpha, \beta] \subset R$ существует конечный предел

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \lambda m\{x \in [\alpha, \beta]: |f(x)| > \lambda\}. \text{ Обозначим (см. [3])}$$

$$P(f; q; x; t) = \frac{\pi}{2} \operatorname{ctg} \frac{\pi q^{n-1}}{2} f(t) \text{ при } t \in (x - \pi q^{n-1}, x - \pi q^n) \cup (x + \pi q^n, x + \pi q^{n-1}), \quad n \in Z_+, \quad 0 < q < 1,$$

$$P_1(f; x) = \lim_{q \rightarrow 1-} \lim_{\eta \rightarrow +\infty} \eta m\{t \in (x, x + \pi): |P(f; q; x; t)| > \eta\}, \quad (3)$$

$$P_2(f; x) = \lim_{q \rightarrow 1-} \lim_{\eta \rightarrow +\infty} \eta m\{t \in (x - \pi, x): |P(f; q; x; t)| > \eta\}, \quad (4)$$

$$r_{\lambda, f}(x) = \begin{cases} \operatorname{sgn} f(x) \cdot \operatorname{sgn}(P_2(f; x) - P_1(f; x)) & \text{при } |f(x)| > \lambda \\ 0 & \text{при } |f(x)| \leq \lambda, \end{cases}$$

при условии, что существуют конечные пределы в правых частях равенств (3) и (4) для почти всех $x \in [0, 2\pi)$. Для любой измеримой комплексной функции $f = \operatorname{Re} f + i \operatorname{Im} f$, определенной на промежутке $[0, 2\pi)$, обозначим $r_{\lambda, f}(x) = r_{\lambda, \operatorname{Re} f}(x) + i r_{\lambda, \operatorname{Im} f}(x)$, при условии, что существуют $r_{\lambda, \operatorname{Re} f}(x)$ и $r_{\lambda, \operatorname{Im} f}(x)$ для почти всех $x \in [0, 2\pi)$.

Определение 2. Обозначим через $SM([0, 2\pi]; C)$ класс комплексных измеримых на промежутке $[0, 2\pi)$ функций f , для которых существует $r_{\lambda, f}(x)$

для почти всех $x \in [0, 2\pi)$, существует предел $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \lambda \int_{\alpha-\varepsilon}^{\beta-\varepsilon} r_{\lambda, f}(t) dt$ для любого

промежутка $[\alpha, \beta] \subset [0, 2\pi)$ и функция $f - \tilde{\nu}$ удовлетворяет условию (2), где $\tilde{\nu}$ –

функция, сопряженная мере ν , определенной как $\nu([\alpha, \beta]) = \frac{\pi}{2} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \lambda \int_{\alpha-\varepsilon}^{\beta-\varepsilon} r_{\lambda, f}(t) dt$

для любого промежутка $[\alpha, \beta] \subset [0, 2\pi)$.

Определение 3. Если функция f принадлежит классу $SM([0, 2\pi]; C)$ и Q - интегрируема на отрезке $[0, 2\pi]$, то функция f называется N - интегрируемой

на $[0, 2\pi]$. Сумма $(Q) \int_0^{2\pi} f(x) dx + \frac{\pi}{2i} \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \lambda \int_0^{2\pi} f_{\lambda, f}(x) dx$ называется N^+ - интегралом, а

разность $(Q) \int_0^{2\pi} f(x) dx - \frac{\pi}{2i} \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \lambda \int_0^{2\pi} r_{\lambda, f}(x) dx$ называется N^- - интегралом функции f на отрезке $[0, 2\pi]$ и обозначаются соответственно через $(N^+) \int_0^{2\pi} f(x) dx$ и $(N^-) \int_0^{2\pi} f(x) dx$.

Пусть измеримая функция f задана на единичной окружности T . Обозначим $f^*(t) = i e^{it} f(e^{it})$, $t \in [0, 2\pi]$.

Определение 4. Если функция f^* является N - интегрируемой на отрезке $[0, 2\pi]$, то функция f называется N - интегрируемой на контуре T , а N^+ - и N^- - интегралы функции f на T определяются по формулам

$$(N^+) \int_T f(x) dx = (N^+) \int_0^{2\pi} f^*(t) dt, \quad (N^-) \int_T f(x) dx = (N^-) \int_0^{2\pi} f^*(t) dt.$$

Теорема 1. Пусть ν - конечная комплексная борелевская мера на единичной окружности T . Для коэффициентов Тейлора a_k , $k \in Z_+$ при разложении функции $F^+(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_T \frac{d\nu(\tau)}{\tau - z}$, $z \in D^+$ в ряд Тейлора имеют место равенства

$$a_k = \frac{1}{2\pi i} (N^+) \int_T \tau^{-k-1} F^+(\tau) d\tau, \quad k \in Z_+,$$

где $F^+(\tau)$ - некасательные граничные значения функции $F^+(z)$ при $z \rightarrow \tau \in T$.

Теорема 2. Пусть ν - конечная комплексная мера на единичной окружности T . Для коэффициентов Тейлора b_k , $k \in N$ при разложении функции $F^-(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_T \frac{d\nu(\tau)}{\tau - z}$, $z \in D^-$ в ряд Тейлора имеют место равенства

$$b_k = \frac{1}{2\pi i} (N^-) \int_T \tau^{k-1} F^-(\tau) d\tau, \quad k \in N.$$

где $F^-(\tau)$ - некасательные граничные значения функции $F^-(z)$ при $z \rightarrow \tau \in T$.

Литература

- [1] П. Кусис, *Введение в теорию пространств H^p* , М.: Мир, 1984.
- [2] E. C. Titchmarsh, *On conjugate functions*, Proceedings of the London Math. Soc., **9** (1929), 49–80.
- [3] Р. А. Алиев, *О представимости аналитических функций по своим граничным значениям*, Мат. заметки, **73:1** (2003), 8–21.

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПОВЕДЕНИИ ЛОКАЛЬНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ГРАНИЦ СЛУЧАЙНЫМ БЛУЖДЕНИЕМ

С.А. Алиев, Ф.Г. Рагимов, Т.Э. Гашимова

Институт Математики и Механики НАНА

В работе доказывается теорема об асимптотическом поведении плотности совместного распределения момента первого выхода и перескока за нелинейную границу в случайном блуждании. С помощью этой теоремы можно изучить предельное поведение маргинальной и условной плотности перескока, а также закона распределения момента первого выхода.

Пусть $\xi_n, n \geq 1$ - последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин, определенных на некотором вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, P)$.

Положим

$$S_n = \sum_{k=1}^n \xi_k, n \geq 1,$$

и рассмотрим момент первого выхода

$$\tau_a = \inf \{n \geq 1: S_n \geq f_a(n)\}$$

случайного блуждания $S_n, n \geq 1$ за нелинейную границу $f_a(t), t > 0$, зависящую от некоторого растущего параметра $a > 0$. Как всегда будем считать, что $\inf \{\emptyset\} = \infty$.

Моменты первого выхода τ_a был объектом исследования многих работ ([1], [2]).

Для случая $f_a(t) = f(t)$ асимптотическое поведение вероятности $P(\tau \geq n)$ и вопрос конечности $E\tau$ изучены в работе [3] при различных предположениях относительно границы.

В работах [1], [2] для достаточно широкого класса семейства границ $f_a(t)$ изучены интегральные и локальные предельные теоремы, а также асимптотическое поведение совместного распределения τ_a и перескока $\chi_a = S_{\tau_a} - f_a(\tau_a)$ при $a \rightarrow \infty$.

В настоящей работе доказывается теорема об асимптотическом поведении плотности совместного распределения τ_a и χ_a при $a \rightarrow \infty$. С помощью этой теоремы изучаются предельное поведение маргинальной и условной плотности перескока χ_a , а также вероятности $P(\tau_a = n)$ при $a \rightarrow \infty$.

Будем предполагать, что $\mu = E\xi_1 > 0$, $\sigma^2 = D\xi_1 < \infty$ и граница $f_a(t)$ удовлетворяет следующим условиям регулярности:

1) Для каждого a функция $f_a(t)$ монотонно возрастает непрерывно-дифференцируема при $t > 0$, причем $f_a(t) \uparrow \infty$ при $a \rightarrow \infty$;

- 2) Для достаточно больших a функция $\frac{f_a(t)}{t}$ монотонно убывает к нулю при $t \rightarrow \infty$;
- 3) Для каждой функции $n = n(a)$ от a такой, что $n = n(a) \rightarrow \infty$ и $\frac{1}{n} f_a(n) \rightarrow \mu$ при $a \rightarrow \infty$ выполняется $f'_a(n) \rightarrow \theta \in [0, \mu)$, $a \rightarrow \infty$,
- 4) Функция $f_a(t)$ слабо осциллирует на бесконечности, т.е. для любых функций $n = n(a) \rightarrow \infty$ и $m = m(a) \rightarrow \infty$ при $a \rightarrow \infty$ таких, что $\frac{n}{m} \rightarrow 1$ выполняется
- 5) $\frac{f_a(n)}{f_a(m)} \rightarrow 1$ при $a \rightarrow \infty$,

Отметим, что из условий 1) и 2) следует, что уравнение $f_a(n) = n\mu$ относительно n имеет единственное решение $N_a = N_a(\mu)$. Отметим также, что семейство функций $f_a(t) = at^\beta$, $0 \leq \beta < 1$ удовлетворяет условиям 1)-4). Другие примеры приведены в работах [1] и [2].

Далее, будем предполагать, что для некоторого $m \geq 1$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^m dt < \infty,$$

где $u(t) = Me^{it\xi_1}$, $t \in R = (-\infty, \infty)$, $i^2 = -1$.

Из этого условия следует, что сумма S_n , $n \geq m$ имеет непрерывную и ограниченную плотность $P_n(x)$

Положим

$$w_a(n, r) = \frac{d}{dr} P(\tau_a = n, \chi_a \leq r)$$

$$h(r) = \frac{P(S'_{\tau_+} > r)}{ES'_{\tau_+}} \quad S'_n = S_n - n\theta, \quad n \geq 1 \quad \tau_+ = \inf \{n \geq 1 : S'_n > 0\} \quad [8].$$

Теорема. Пусть выполняются все вышеперечисленные условия относительно границы $f_a(t)$ и распределения случайной величины ξ_1 и пусть

$$n = n(a) = N_a + \nu_a \sqrt{N_a}, \text{ где } \nu_a \rightarrow \nu \in R \text{ при } a \rightarrow \infty.$$

Тогда

$$w_a(n, r) \sim \frac{\lambda}{\sigma \sqrt{n}} \varphi\left(\frac{\nu \lambda}{\sigma}\right) h(r) \text{ при } a \rightarrow \infty$$

равномерно по ν из ограниченного множества в R , где $\lambda = \mu - \theta$ и

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad x \in R.$$

Литература

1. Новиков А.А. О времени пересечения односторонней нелинейной границы суммами независимых случайных величин. - Теория вероятн. и ее примен. 1982, Т. XXVII, № 4, с. 643-656.

2. Рагимов Ф. Г. О локальных вероятностях пересечения нелинейных границ суммами независимых случайных величин. Теория вероятн. и ее примен. 1990, т. 35, с. 373-377.

3. Рагимов Ф. Г. Интегральные предельные теоремы для времени пересечения нелинейных границ суммами независимых величин. Теория вероятн. и ее примен. 2005, т. 50, с. 158-161.

ГЛОБАЛЬНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ ОДНОМЕРНОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ПОЛУЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЁРТОГО ПОРЯДКА

А.Г. Алиева

Институт Математики и Механики НАНА

arzu.66@bk.ru

Работа посвящена изучению вопроса существования в целом классического решения следующей одномерной смешанной задачи:

$$\begin{cases} u_{txx}(t, x) - \alpha u_{xxxx}(t, x) = F(t, x, u(t, x), u_x(t, x), u_{xx}(t, x), u_{xxx}(t, x)) \\ (0 \leq t \leq T, 0 \leq x \leq \pi), \end{cases} \quad (1)$$

$$u(0, x) = \varphi(x) \quad (0 \leq x \leq \pi), \quad (2)$$

$$u(t, 0) = u(t, \pi) = u_{xx}(t, 0) = u_{xx}(t, \pi) = 0 \quad (0 \leq t \leq T), \quad (3)$$

где $\alpha > 0$ - фиксированное число; $0 < T < +\infty$; F, φ - заданные функции, а $u(t, x)$ - искомая функция, причём под классическим решением задачи (1)-(3) понимаем функцию $u(t, x)$, непрерывную в замкнутой области $[0, T] \times [0, \pi]$ вместе со всеми своими производными, входящими в уравнение (1), и удовлетворяющую всем условиям (1)-(3) в обычном смысле.

Так как система $\{\sin nx\}_{n=1}^{\infty}$ образует базис в пространстве $L_2(0, \pi)$, то очевидно, что каждое классическое решение $u(t, x)$ задачи (1)-(3) имеет вид:

$$u(t, x) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) \sin nx,$$

где

$$u_n(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} u(t, x) \sin nx dx \quad (n = 1, 2, \dots; t \in [0, T]).$$

Тогда, после применения схемы метода Фурье, нахождение функций $u_n(t)$ ($n = 1, 2, \dots$) сводится к решению следующей счётной системы нелинейных интегральных уравнений:

$$u_n(t) = \varphi_n \cdot e^{-\alpha n^2 t} - \frac{2}{\pi^2} \cdot \int_0^t \int_0^{\pi} \mathcal{F}(u(\tau, x)) \sin nx \cdot e^{-\alpha n^2 (t-\tau)} dx d\tau \quad (n = 1, 2, \dots; t \in [0, T]),$$

где

$$\varphi_n \equiv \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \varphi(x) \sin nx dx \quad (n = 1, 2, \dots),$$

$$\mathcal{F}(u(t, x)) \equiv F(t, x, u(t, x), u_x(t, x), u_{xx}(t, x), u_{xxx}(t, x)).$$

Далее, для всевозможных классических решений рассматриваемой смешанной задачи получена в $C([0, T]; W_2^5(0, \pi))$ априорная оценка, и тем самым, доказана теорема существования в целом классического решения.

Литература

1. Худавердиев К.И., Алиева А.Г. О существовании в малом классического решения одномерной смешанной задачи для одного класса полулинейных уравнений типа Соболева четвертого порядка. Вестник Бакинского Государственного Университета, серия физ.-мат.наук, №1, 2009, с.5-17.

МНОГОМЕРНЫЙ СИНГУЛЯРНЫЙ ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ОПЕРАТОР В ПРОСТРАНСТВЕ $HO_{\varphi, \theta}^{k, \alpha}$

Л.Р. Алиева

*Институт Математики и Механики НАНА
laleliyeva@box.az*

Пусть R^n n -мерное евклидово пространство точек $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $B(a, r) := \{x \in R^n : |x - a| \leq r\}$ – замкнутый шар в R^n радиуса $r > 0$ с центром в точке $a \in R^n$, N – множество всех натуральных чисел, $\nu = (\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n)$, $x^\nu = x_1^{\nu_1} \cdot x_2^{\nu_2} \cdot \dots \cdot x_n^{\nu_n}$, $|\nu| = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n$, где $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n$ неотрицательные целые числа. Пусть $f \in L_{loc}(R^n)$, $k \in N \cup \{0\}$. Рассмотрим полином

$$P_{k, B(a, r)} f(x) := \sum_{|\nu| \leq k} \left(\frac{1}{|B(a, r)|} \int_{B(a, r)} f(t) \varphi_\nu \left(\frac{t - a}{r} \right) dt \right) \varphi_\nu \left(\frac{x - a}{r} \right),$$

где $|B(a, r)|$ обозначает объем шара $B(a, r)$ и $\{\varphi_\nu\}$, $|\nu| \leq k$, – ортонормированная система.

Через Ψ обозначим класс всех положительных монотонно возрастающих на $(0, +\infty)$ функций $\varphi(t)$ таких, что $\varphi(+0) = 0$. По определению функцию $\varphi(t) \equiv 1$ тоже будем считать элементом класса Ψ . Через Ψ_k обозначим совокупность всех функций $\varphi \in \Phi$ таких, что $\frac{\varphi(t)}{t^k}$ почти убывает.

$$\Omega_{k,\alpha}(f, B(x; r)) := \int_{R^n} \Phi_r^{(\alpha)}(x-t) |f(t) - P_{k-1, B(x, r)} f(t)| dt,$$

где $f \in L_{loc}^1(R^n)$, $k \in \mathbb{N}$, $\Phi^{(\alpha)}(x) := c(n, \alpha) \cdot \frac{1}{1+|x|^{n+\alpha}}$, $\alpha > 0$, $c(n, \alpha)$ — постоянная

такая, что

$$\int_{R^n} \Phi^{(\alpha)}(x) dx = 1,$$

$$\Phi_r^{(\alpha)}(x) = r^{-n} \Phi^{(\alpha)}\left(\frac{x}{r}\right) \quad (r > 0, x \in R^n).$$

$$H_f^{k,\alpha}(\delta) := \sup\{\Omega_{k,\alpha}(f, B(x; r)) : 0 < r \leq \delta, x \in R^n\}, \quad \delta > 0.$$

Пусть $f \in L_{loc}(R^n)$, $\alpha > 0$, $k \in \mathbb{N}$, $\varphi \in \Psi_k$. Будем пользоваться также следующими обозначениями

$$A_{\varphi,\theta}^{k,\alpha}(f) := \left(\int_0^\infty \left(\frac{H_f^{k,\alpha}(t)}{\varphi(t)} \right)^\theta \frac{dt}{t} \right)^{\frac{1}{\theta}} \quad \text{при } 1 \leq \theta < \infty,$$

$$A_{\varphi,\infty}^{k,\alpha}(f) := \sup \left\{ \frac{H_f^{k,\alpha}(t)}{\varphi(t)} : t > 0 \right\}.$$

Через $HO_{\varphi,\theta}^{k,\alpha}$ обозначим совокупность всех функций $f \in L_{loc}(R^n)$, для которых $A_{\varphi,\theta}^{k,\alpha} < +\infty$. Норму в этом классе введем следующим равенством

$$\|f\|_{HO_{\varphi,\theta}^{k,\alpha}} := A_{\varphi,\theta}^{k,\alpha}.$$

Пусть μ — положительное число. Через Z_μ обозначим совокупность всех функций $\varphi \in \Psi$ таких, что

$$\delta^\mu \int_\delta^\infty \frac{\varphi(t)}{t^{\mu+1}} dt = O(\varphi(\delta)), \quad \delta > 0.$$

Теорема 1. Пусть $\alpha > 0$, $k \in \mathbb{N}$, $k < \alpha + 1$, $1 \leq \theta \leq \infty$, $\mu = \min\{\alpha, k\}$, $\varphi \in Z_\mu$. Тогда оператор A_k ограниченно действует в пространстве $HO_{\varphi,\theta}^{k,\alpha}$

Литература

1. Рзаев Р.М. Об ограниченности многомерного сингулярного интегрального оператора в пространствах $BMO_{\varphi,\theta}^k$ и $H_{\varphi,\theta}^k$. Труды Азерб. матем. об-ва, 1996, т.2, с.164-175.

О СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНОВОГО ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В НЕОДНОРОДНОЙ УПРУГОЙ ТРУБКЕ С ШЕРОХОВАТОЙ ВНУТРЕННЕЙ СТЕНКОЙ

Р.Ю. Амензаде, Р.М. Гусейнова, Э.Т. Киясбейли

Бакинский Государственный Университет

mexanika.bsu.az@mail.ru

Предположим, что дана настолько длинная трубка постоянного радиуса R что ее можно считать простирающейся до бесконечности в направлении продольной координаты $x \in [0, \infty)$. Полагаем, что трубка прямая, тонкостенная, упругая у которой модуль упругости E зависит от x . Жидкость считается идеальной, однородной и несжимаемой с плотностью ρ . В одномерной постановке течение жидкости может быть описано продольной составляющей скорости $u(x, t)$ где t -время. Тогда уравнение сохранения массы запишется как [1]

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2}{R} \frac{\partial w}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

а уравнение движения есть

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

В приведенных выше уравнениях $p = p(x, t)$ – давление, а $w = w(x, t)$ – радиальное смещение. Шероховатость внутренней поверхности трубки будем моделировать посредством затухающе-осциллирующей зависимости внутренней толщины- h от координаты x , т.е. $-h = -h(x)$. Теперь, не умоляя общности, функции $h(x)$ и $E(x)$ представим посредством равенств

$$-h(x) = -h_0 g_1(x) \quad \text{и} \quad E(x) = E_\infty g_2(x),$$

в которых $g_1(x)$ и $g_2(x)$ достаточно гладкие функции, а h_0 и E_∞ -характерные значения толщины и модуля упругости. При этом полная толщина записывается как $2h(x) = h_0 \{1 + g_1(x)\}$.

Установим необходимые для последующих рассуждений свойства функций $g_1(x)$ и $g_2(x)$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} g_1(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} g_2(x) = 1,$$

которые полагают отсутствие шероховатости и однородность материала трубки на бесконечности. Простыми примерами таких функций являются

$$g_1(x) = 1 + e^{-\alpha x} \sin \beta x, \quad g_2(x) = 1 + e^{-\gamma x} \sin \beta x, \quad (3)$$

где β назовем параметром периодичности распределения шероховатости по длине трубки.

Далее, следуя общей теории цилиндрических оболочек и считая влияние инерционного члена пренебрежимо малым [1], имеем

$$-\frac{N}{R} + p = 0.$$

Здесь усилие N определяется равенством

$$N = \int_{-h_0 g(x)}^{h_0} \sigma dz, \text{ а } \sigma = E_\infty g_2(x) \frac{w}{R}.$$

Отсюда

$$p = \frac{wh_0}{R^2} E_\infty g_2(x) \{1 + g_1(x)\}. \quad (4)$$

Введем безразмерные величины соотношениями

$$\bar{N} = \frac{N}{ER}, \bar{p} = \frac{p}{E_\infty}, \quad t = t_0 \tau (t_0 = \frac{h_0^2}{c_0^2}, c_0^2 = \frac{E}{\rho}), \quad \frac{h_0}{R} = \xi, \quad x = \bar{x} h_0, \\ \bar{u} = u \frac{t_0}{h_0}, \quad \bar{w} = wh_0, \quad \bar{\alpha} = \alpha h_0, \quad \bar{\beta} = \beta h_0, \quad \bar{\gamma} = \gamma h_0,$$

при которых, опуская для компактности записи символ «черточка», замкнутую систему гидроупругости (1)-(3) представим в виде

$$p = \{1 + g_1(x)\} g_2(x) \xi^2 w \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} + 2\xi \frac{\partial w}{\partial \tau} = 0 \quad (6)$$

Исключая посредством дифференцирования из системы (6) функцию $u(x, t)$

и подставляя в полученный результат значение $\frac{\partial w}{\partial \tau}$, получаемое из формулы (4), находим

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{2}{\xi} \frac{1}{g_2(x) \{1 + g_1(x)\}} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} = 0 \quad (7)$$

Форма уравнения (7) показывает, что колебания системы «трубка-жидкость» носят волновой характер, причем скорость распространения волны определяется посредством соотношения

$$c = \sqrt{\frac{\xi}{2} g_2(x) \{1 + g_1(x)\}} \quad (8)$$

Отсюда заключаем, что скорость c зависит от координаты x и является локальной волновой характеристикой.

В частном случае, подставляя в (8) формулы (3), имеем

$$c = \sqrt{\frac{\xi}{2} (1 + e^{-\eta x}) \{2 + e^{-\alpha x} \sin \beta x\}}$$

Для малых значений x ($x \rightarrow 0$) можно записать $c \sim \sqrt{2\xi}$, а для больших значений x ($x \rightarrow \infty$) соответствующее выражение, как и следовало ожидать, принимает вид

$c \sim \sqrt{\xi}$, что соответствует формуле Моэнса-Кортвега.

Используемая здесь модель обобщает ранее предложенные. Так, например, исключая эффект шероховатости $g_1(x)=1_s$ но считая трубку неоднородной [2] для скорости распространения волны получим формулу

$$c = \sqrt{g_2(x)}\xi$$

Литература

1. Лайтфут Э. Явление переноса в живых системах.-М.:Мир, 1977.-520с.
2. Р.Ю. Амензаде, Г.А.Гурбанов, Ф.Б. Нагиев. Волны в неоднородной трубке с протекающей двухфазной жидкостью. МКМ, 2003,Т.39, №4, С.555-566.

ОБ АППРОКСИМАЦИИ БИСИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ И КОНСТРУКТИВНОЕ РЕШЕНИЕ БИСИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

А. Ф. Амрахова

*Бакинский Государственный Университет
1919-bdu@mail.ru*

Рассмотрим действующий в $L_2(\Gamma^2)$ бисингулярный интегральный оператор с ядром Коши

$$(R\varphi)(t_1, t_2) = a_0(t_1, t_2)\varphi(t_1, t_2) + b_1(t_1, t_2)(S^{(1)}\varphi)(t_1, t_2) + b_2(t_1, t_2)(S^{(2)}\varphi)(t_1, t_2) + \\ + b_0(t_1, t_2)(S\varphi)(t_1, t_2) + (\mathcal{K}\varphi)(t_1, t_2),$$

где $\Gamma = \{t \in \mathbb{C}: |t| = 1\}$ - единичный окружность с центром в начале координат,

$$(S^{(1)}\varphi)(t_1, t_2) = \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(\tau_1, t_2)}{\tau_1 - t_1} d\tau_1, \quad (S^{(2)}\varphi)(t_1, t_2) = \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(t_1, \tau_2)}{\tau_2 - t_2} d\tau_2,$$

$$(S\varphi)(t_1, t_2) = \frac{1}{(\pi i)^2} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(\tau_1, \tau_2)}{(\tau_1 - t_1)(\tau_2 - t_2)} d\tau_1 d\tau_2, \quad (\mathcal{K}\varphi)(t_1, t_2) = \int_{\Gamma} K(t_1, t_2, \tau_1, \tau_2) \varphi(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2,$$

$a_0(t_1, t_2)$, $b_i(t_1, t_2)$, $i = 0, 1, 2$ и $K(t_1, t_2, \tau_1, \tau_2)$ - известные непрерывные функции,

причем

$\left[(a_0(t_1, t_2) + b_0(t_1, t_2))^2 - (b_1(t_1, t_2) + b_2(t_1, t_2))^2 \right] \cdot \left[(a_0(t_1, t_2) - b_0(t_1, t_2))^2 - (b_1(t_1, t_2) - b_2(t_1, t_2))^2 \right] \neq 0$
для любых $(t_1, t_2) \in \Gamma^2$, и последовательность операторов

$$(R_n\varphi)(t_1, t_2) = a_0(t_1, t_2)\varphi(t_1, t_2) + b_1(t_1, t_2)(S_n^{(1)}\varphi)(t_1, t_2) + b_2(t_1, t_2)(S_n^{(2)}\varphi)(t_1, t_2) + \\ + b_0(t_1, t_2)(S_n\varphi)(t_1, t_2) + (\mathcal{K}_n\varphi)(t_1, t_2),$$

где

$$(S_n^{(1)}\varphi)(t_1, t_2) = \frac{1}{\pi i} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\varphi(\tau_{2k+1}^{(t_1)}, t_2)}{\tau_{2k+1}^{(t_1)} - t_1} \cdot \Delta\tau_{2k+1}^{(t_1)}, \\ (S_n^{(2)}\varphi)(t_1, t_2) = \frac{1}{\pi i} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\varphi(t_1, \tau_{2k+1}^{(t_2)})}{\tau_{2k+1}^{(t_2)} - t_2} \cdot \Delta\tau_{2k+1}^{(t_2)},$$

$$(S_n \varphi)(t_1, t_2) = \frac{1}{(\pi i)^2} \sum_{k_1=0}^{n-1} \sum_{k_2=0}^{n-1} \frac{\varphi(\tau_{2k_1+1}^{(t_1)}, \tau_{2k_2+1}^{(t_2)})}{(\tau_{2k_1+1}^{(t_1)} - t_1)(\tau_{2k_2+1}^{(t_2)} - t_2)} \cdot \Delta \tau_{2k_1+1}^{(t_1)} \Delta \tau_{2k_2+1}^{(t_2)},$$

$$(\mathcal{K}_n \varphi)(t_1, t_2) = \sum_{k_1=0}^{2n-1} \sum_{k_2=0}^{2n-1} K(t_1, t_2, \tau_{k_1}^{(t_1)}, \tau_{k_2}^{(t_2)}) \cdot \varphi(\tau_{k_1}^{(t_1)}, \tau_{k_2}^{(t_2)}) \left(\frac{1}{2} \Delta \tau_{k_1}^{(t_1)} \right) \left(\frac{1}{2} \Delta \tau_{k_2}^{(t_2)} \right),$$

$$\tau_k^{(t)} = e^{k\theta i} \cdot t, \quad \Delta \tau_k^{(t)} = (\tau_{k+1}^{(t)} - \tau_k^{(t)}) \cdot \frac{\theta}{\sin \theta} = 2ie^{k\theta i} \cdot t \cdot \theta, \quad k = \overline{0, 2n}, \quad \theta = \frac{\pi}{n}.$$

Теорема 1. Последовательность операторов $\{R^n\}$ сильно сходится к оператору R в $L_2(\Gamma^2)$, при этом для любого $\varphi \in L_2(\Gamma^2)$ справедливо оценка

$$\|R\varphi - R_n \varphi\|_{L_2(\Gamma^2)} \leq 2 \left[\|a_0\|_\infty + \sum_{k=0}^2 \|b_k\|_\infty + 2\pi \|K\|_\infty \right] \cdot E_{n-1}^{(2)}(\varphi) + 4\pi \cdot E_{n-1}(K) \{E_{n-1}^{(2)}(\varphi) + \|\varphi\|_{L_2(\Gamma^2)}\},$$

где $\|a_0\|_\infty = \max_{t_1, t_2 \in \Gamma} |a_0(t_1, t_2)|$, $\|K\|_\infty = \max_{t_1, t_2, \tau_1, \tau_2 \in \Gamma} |K(t_1, t_2, \tau_1, \tau_2)|$, $E_{n-1}^{(2)}(\varphi) = \inf_{q \in T_{n-1}^{(2)}} \|\varphi - q\|_{L_2(\Gamma^2)}$ - наилучшее приближение функции $\varphi \in L_2(\Gamma^2)$ полиномами из $T_{n-1}^{(2)}$, где $T_{n-1}^{(2)}$ - множество полиномов вида

$$\sum_{k_1=-n+1}^{n-1} \sum_{k_2=-n+1}^{n-1} \alpha_{k_1, k_2} t_1^{k_1} t_2^{k_2}, \quad \alpha_{k_1, k_2} \in C,$$

$E_{n-1}(K) = \inf_{Q \in T_{n-1}^{(4)}} \|K - Q\|_\infty$, $T_{n-1}^{(4)}$ -множество полиномов вида

$$\sum_{k_1=-n+1}^{n-1} \sum_{k_2=-n+1}^{n-1} \sum_{k_3=-n+1}^{n-1} \sum_{k_4=-n+1}^{n-1} \alpha_{k_1, k_2, k_3, k_4} t_1^{k_1} t_2^{k_2} \tau_3^{k_3} \tau_4^{k_4}, \quad \alpha_{k_1, k_2, k_3, k_4} \in C.$$

Теперь рассмотрим характеристический бисингулярный интегральный оператор с постоянными коэффициентами $R^0 = a_0 I + b_1 S^{(1)} + b_2 S^{(2)} + b_0 S$, где a_0, b_1, b_2, b_0 - любые постоянные комплексные числа.

Теорема 2. Пусть

$$\Delta = (a_0 + b_1 + b_2 - b_0)(a_0 + b_1 - b_2 + b_0)(a_0 - b_1 + b_2 + b_0)(-a_0 + b_1 + b_2 + b_0) \neq 0$$

т.е. оператор $R^0 = a_0 I + b_1 S^{(1)} + b_2 S^{(2)} + b_0 S$ обратим в $L_2(\Gamma^2)$. Тогда для любого $n \in N$ операторы $R_n^0 = a_0 I + b_1 S_n^{(1)} + b_2 S_n^{(2)} + b_0 S_n$ также обратимы в $L_2(\Gamma^2)$, последовательность операторов $(R_n^0)^{-1}$, $n = 1, 2, \dots$ сильно сходится к оператору $(R^0)^{-1}$ и для любого $f \in L_2(\Gamma^2)$ справедлива оценка

$$\left\| (R^0)^{-1} f - (R_n^0)^{-1} f \right\|_{L_2(\Gamma^2)} \leq c \cdot E_{n-1}^{(2)}(f)$$

где c - некоторая постоянная.

Литература

1. Габдулхаев Б.Г. Кубатурные формулы для многомерных сингулярных интегралов. // Тр.Матем. ин-та АН Болгарии.-1970.-Т.11-стр.181-196.
2. Габдулхаев Б.Г. Кубатурные формулы для многомерных сингулярных интегралов. II // Изв. вузов. Математика.-1975.-№ 4, стр. 3-13.
3. Алиев Р.А. Новый конструктивный метод решения сингулярных интегральных уравнений// Матем. заметки. 2006, т.79, вып.6, стр. 803-824.

4. Алиев Р.А., Амрахова А.Ф. Об аппроксимации сингулярного интеграла с ядром Гильберта// Вестник Бак. Ун-та, серия физ.-мат. наук, 2012, № 1, с.78-85.
5. Зигмунд А. Тригонометрические ряды. М.:Мир, т. I, 1965, 630 с., т. II, 1965, 540 с.

ОБ ОДНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧЕ, СОДЕРЖАЩЕЙ В ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ СТЕПЕНИ КОМПЛЕКСНОГО ПАРАМЕТРА

О.Г. Асадова , А.Х. Аббасова

Бакинский Государственный Университет
aahmadf07@rambler.ru, aygun_abbasova@bk.ru

Как известно, основным этапом метода контурного интеграла [1], [2], является решение спектральной задачи, соответствующей данной смешанной задаче, к решению которой применяется метод теории потенциалов. В случае, если в граничные условия смешанной задачи входят производные от искомой функции по времени, то граничные условия соответствующей спектральной задачи будут содержать степени комплексного параметра. В свою очередь, это обстоятельство затрудняет построение нужных потенциалов. Целью настоящей работы является построение подходящих потенциалов, с помощью которых решение рассматриваемой задачи сводится к решению систем интегральных уравнений Фредгольма второго рода.

Рассматривается задача нахождения решения уравнения

$$ay^{(4)}(x, \lambda) + b\lambda^2 y^{(2)}(x, \lambda) - \lambda^4 y(x, \lambda) = 0, \quad x \in (0, 1), \quad (1)$$

удовлетворяющего граничным условиям:

$$y(0, \lambda) = \varphi_0(\lambda); \quad y^{(2)}(0, \lambda) = \varphi_1(\lambda), \quad y^{(1)}(1, \lambda) = \varphi_2(\lambda); \quad y^{(4)}(1, \lambda) = \varphi_3(\lambda), \quad (2)$$

где коэффициенты a и b уравнения (1) постоянные числа, причем $ab \neq 0$, а граничные функции достаточно гладкие.

Непосредственной проверкой доказываем, что функция $y(x)$, определяемая формулой

$$y(x) = \sum_{m=1}^4 K_m(x, \lambda) \mu_m(\lambda), \quad (3)$$

является решением уравнения (1), где ядра потенциалов $K_m(x, \lambda)$ ($m = \overline{1, 4}$), являющиеся непрерывными функциями по $x \in (0, 1)$ и аналитическими по параметру λ , удовлетворяют однородному уравнению, так как строятся с помощью фундаментального и частных решений уравнения (1) [3], а $\mu_m(\lambda)$ ($m = \overline{1, 4}$) являются неизвестными плотностями потенциалов, которые подлежат определению. Подставляя (3) в граничные условия (2), для определения $\mu_m(\lambda)$ ($m = \overline{1, 4}$) получаем систему алгебраических уравнений

$$A(\lambda)\mu(\lambda) = \psi(\lambda), \quad (4)$$

где $A(\lambda)$ матрица, составленная из значений ядра $K_m(x, \lambda)$ и их производных при $x=0$ и $x=1$, а $\psi(\lambda)$ - есть столбец функций, составленный из правых частей граничных условий, $\mu(\lambda)$ - столбец неизвестных плотностей.

При определенных условиях на граничные функции $\varphi_k(\lambda)$ ($k = \overline{0,3}$) [2],[3] доказывается что, матрица $A(\lambda)$ обратима и следовательно, система (4) имеет единственное решение, аналитическое по λ , при $\lambda \in R_\delta$, определяемое формулой

$$\mu(\lambda) = A^{-1}(\lambda)\psi(\lambda).$$

Литература

1. Расулов М.Л. Метод контурного интеграла. // Наука, М., 1964
2. Расулов М.Л. Применение метода контурного интеграла.// Наука, М., 1975
3. Асадова О.Г. Применение метода контурного интеграла к решению мешанной задачи для слабо-параболического уравнения.//Elm və təhsildə İKT-nin tətbiqi Beynəlxalq Konfransın Materialları, Bakı, 2004, səh.131

ПОЛНОТА СИСТЕМЫ СОБСТВЕННЫХ И ПРИСОЕДИНЕННЫХ ВЕКТОРОВ ОПЕРАТОРОВ, ПОРОЖДЕННЫХ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ ВЫРАЖЕНИЯМИ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Г.И. Асланов

Институт Математики и Механики НАНА

aslanov.50@mail.ru

Пусть $H_0, H_1, \dots, H_{2m}$ – гильбертовы пространства, где $H_{i+1} \subset H_i$, $i = 0, 1, 2, \dots, 2m-1$, причем все вложения компактные. Через H_i – обозначим гильбертова пространства $H_i = L_2(H_i, R^n)$.

Рассмотрим дифференциальное выражение

$$L(x, D)u = \sum_{|\alpha| \leq 2m} A_\alpha(x) D^\alpha u, \quad x \in R^n$$

где $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$, $|\alpha| = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$, $D^\alpha = \frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x_1^{\alpha_1} \partial x_2^{\alpha_2} \dots \partial x_n^{\alpha_n}}$. Функция $u(x) \in H_{2m}$

такова, что $D^\alpha u \in H_{2m-|\alpha|}$.

Предполагается, что при каждом $x \in R^n$ оператор $A_\alpha(x)$, $\alpha \neq 0$ ограниченный оператор: $H_{2m-|\alpha|} \rightarrow H_0$. $A_0(x) = A_0 + \gamma(x)$, где A_0 – положительно определенный самосопряженный оператор $H_{0m} \rightarrow H_0$ такой, что A_0^{-1} вполне

непрерывен и $\lambda_k(A_0^{-1}) \geq ck^{-\frac{n}{2m}}$. Здесь $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots$ собственные значения оператора A_0 .

При некоторых предположениях относительно коэффициентов дифференциального оператора существует луч l в комплексной плоскости, такое, что при $\lambda \in l$, $|\lambda| \geq \lambda_0$ выполняется неравенство

$$\sum_{|\alpha| \leq 2m} \int_{\mathbb{R}^n} \|D^\alpha u\|_{H_0}^2 dx \leq C \|(L - \lambda E)u\|_{H_0}^2$$

и оператор $(L - \lambda E)^{-1}$ является ограниченным оператором $H_0 \rightarrow H_0$.

Основным результатом является теорема о полноте системы собственных и присоединенных функций данного оператора.

Литература

1. Г.И.Асланов. О разрешимости и асимптотическом поведении решений дифференциальных уравнений с операторными коэффициентами в гильбертовом пространстве. Успехи мат. наук, 1993, вып.4, стр.172-173.
2. Г.И.Асланов. О дифференциальных уравнениях с операторными коэффициентами в гильбертовых пространствах. Матем. заметки, 1993, т.53, вып.3, стр.153-155.

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА НА ПОЛУОСИ

Г.И. Асланов, Н.С. Абдуллаева

Институт Математики и Механики НАНА

aslanov.50@mail.ru

В пространстве $H_1 = L_2([0, \infty], H)$, где H – сепарабельное гильбертово пространство, изучается асимптотическое распределения собственных значений

операторно-дифференциального уравнения

$$(-1)^n (P(x)y^{(n)})^{(n)} + Q(x)y = \lambda R(x)y$$

с граничными условиями $y^{(j)}(0) = 0$, $j = 0, 1, \dots, n-1$.

При некоторых предположениях относительно операторных функций $P(x)$, $Q(x)$ и $R(x)$ эта задача имеет счетное число собственных значений $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n \leq \dots$ с единственной предельной точкой на бесконечности. Обозначим через $N(\lambda)$ число собственных значений, меньших данного числа $\lambda > 0$, т.е. положим $N(\lambda) = \sum_{\lambda_n < \lambda} 1$.

Обозначим через $\beta_n(x, s)$ собственные значения оператора $R^1(x)P(x)S^{2n} + R^{-1}(x)Q(x)$ в порядке роста.

Предположим, что при некотором целом k выполняется условие

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{dx ds}{[\beta_n(x, s) + \mu]^{2k}} < \infty.$$

Доказывается справедливость следующей асимптотической формулы при $\mu \rightarrow \infty$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_n + \mu)^{2k}} \sim \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{dx ds}{[\beta_n(x, s) + \mu]^{2k}}$$

Применяя известную тауберовую теорему М.В.Келдыша из этой формулы получим следующую асимптотическую формулу для $N(\lambda)$:

$$N(\lambda) \sim \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \iint_{\{\beta_n(x, s) < \lambda\}} dx ds \text{ при } \lambda \rightarrow \infty.$$

ОЦЕНКИ СВОЙСТВ НЕОДНОРОДНЫХ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА МОРСКИЕ СООРУЖЕНИЯ

Л.Ф. Асланов

Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет

В настоящее время в Каспийском море строятся морские сооружения на свайных фундаментах. На эти сооружения ударными силами воздействуют неоднородные морские волны. Поэтому необходимо математически смоделировать процесс возникновения неоднородных волновых явлений для оценки свойств, влияющих на конструкцию морских сооружений.

Для оценки свойства неоднородных волновых процессов рассмотрим решение неоднородного волнового уравнения: предлагаем составить уравнение неоднородных волновых процессов в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + g(x, y, z, t) \quad (1)$$

и будем искать его решение, удовлетворяющее нулевым начальным условиям:

$$u|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0 \quad (2)$$

Для решения этой задачи рассмотрим решение однородного уравнения следующего вида:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

удовлетворяющее начальным условиям

$$u|_{t=\tau} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=\tau} = g(x, y, z, \tau) \quad (4)$$

причем, за начальный момент взято не $t=0$, а $t=\tau$, где τ – некоторый параметр времени. Решение формулы (3) с начальными условиями (4) будем выражать формулой Пуассона, но только в этой формуле нужно заменить t на $t-\tau$, поскольку начальным моментом времени являются не $t=0$, а $t=\tau$. Тогда будем иметь:

$$v(x, y, z, \tau) = \frac{t-\tau}{4\pi} \iint_{S_1} g[x + \alpha a(t-\tau), y + \beta a(t-\tau), z + \gamma a(t-\tau)\tau] d\sigma_1 \quad (4')$$

где S_1 – площадь поверхности жидкости при неоднородном волновом процессе. Отметим, что функция $u(x, y, z, t)$, определенная формулой:

$$u(x, y, z, t) = \int_0^t v(x, y, z, \tau) d\tau, \quad (5)$$

является решением неоднородного волнового уравнения следующего вида, как в плоскости:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (6)$$

при нулевых начальных условиях (2). Действительно, из формулы (5) находим:

$$\Delta u = \int_0^t \Delta v(x, y, z, \tau) d\tau \quad (7)$$

Дифференцируя выражение (5) по t , получим:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \int_0^t \frac{\partial v(x, y, z, \tau)}{\partial t} d\tau + v(x, y, z, \tau)|_{\tau=t} \quad (8)$$

Здесь в нецентральный член равен нулю в силу первого из условий (4), т.е.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \int_0^t \frac{\partial^2 v(x, y, z, \tau)}{\partial t^2} d\tau + g(x, y, z, t) \quad (9)$$

Из формул (7), (9) и уравнения (3) легко увидеть, что функция $u(x, y, z, t)$ удовлетворяет неоднородному уравнению (1). Начальные условия (2) также выполнены, что следует из формулы (5) и (8).

Подставив в формулу (5) вместо функции $v(x, y, z, \tau)$ ее выражение (4'), получим:

$$u(x, y, z, \tau) = \frac{1}{4\pi} \int_0^t (-\tau) \left\{ \iint_{S_1} g[x + \alpha a(t-\tau), y + \beta a(t-\tau), z + \gamma a(t-\tau)\tau] d\sigma_1 \right\} d\tau$$

Введем вместо τ новую переменную интегрирования $r = a(t - \tau)$. Тогда будем иметь:

$$u(x, y, z, \tau) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{ae} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\left(x + \alpha r, y + \beta r, z + \gamma r, t - \frac{r}{a} \right)}{r} \cdot r^2 \sin \theta_1 d\theta_1 d\theta dr$$

Введя вместо сферических прямоугольные координаты:

$$\xi = x + \alpha r, \quad \eta = y + \beta r, \quad \Omega = z + \gamma r$$

и учитывая, что $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$, получим:

$$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \Omega)^2},$$

и выражение для $u(x, y, z, t)$ окончательно запишется в виде:

$$u(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi^2} \iiint_{D_{at}} \frac{g\left(\xi, \eta, \Omega, t - \frac{r}{a}\right)}{r} \cdot d\xi d\eta d\Omega \quad (10)$$

где D_{at} – шар радиуса at с центром в точке (x, y, z) .

Выражение (10) можно называть запаздывающим потенциалом, так как при выполнении интегрирования функции g берется не в рассматриваемый момент времени t , а в момент времени $t - \frac{r}{a}$, предшествующий t на промежуток времени, который требуется, чтобы процесс, распространяющийся со скоростью a , прошел путь от точки (ξ, η, Ω) до точки (x, y, z) .

Также можно получить решение неоднородного уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + g(x, y, t) \quad (11)$$

с нулевыми начальными условиями

$$u|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0 \quad (12)$$

это решение получается в виде:

$$u(x, y, t) = \frac{1}{2\pi a} \int_0^t \left[\iint_{\rho \leq a(t-\tau)} \frac{g(\xi, \eta, \Omega) d\xi d\eta}{\sqrt{a^2(t-\tau)^2 - \rho^2}} \right] d\tau \quad (13)$$

где $\rho^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2$. В случае уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + g(x, t) \quad (14)$$

Решение, удовлетворяющее нулевым начальным условиям, будет следующим:

$$u(x, t) = \frac{1}{2a} \int_0^t \left[\int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} g(\xi, \tau) d\xi \right] d\tau \quad (15)$$

Таким образом, можно решить неоднородные уравнения, которые характеризуют неоднородные волновые процессы. Неоднородные волны сильно влияют на колебания морских сооружений.

О РЕГУЛЯРИЗОВАННОМ СЛЕДЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА С ОПЕРАТОРНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ²

Н.М. Асланова, М. Байрамоглы, Х.М. Асланов

Институт Математики и Механики НАНА,

Азербайджанский Государственный Экономический Университет

nigar.aslanova@yahoo.com, mamed.bayramoglu@yahoo.com

Пусть $L_2 = L_2(H, (0,1)) \oplus H$, где H – сепарабельное гильбертово пространство. В $L_2(H, (0,1))$ рассмотрим задачу

$$-y''(t) + Ay(t) + q(t)y(t) = \lambda y(t) \quad (1)$$

$$y(0) = 0, \quad (2)$$

$$(1 + \lambda)y(1) = (h + \lambda)y'(1), \quad h > -1, \quad (3)$$

где A положительно определенный оператор с вполне непрерывным обратным, а $q(t)$ ограниченный самосопряженный оператор в H . Обозначим собственные значения оператора A через $\gamma_1 \leq \gamma_2 \leq \dots$. Определим в L_2 самосопряженный оператор $L : D(L) = \{Y = (y(t), y_1) \in L_2 / -y''(t) + Ay(t) + q(t)y(t) \in L_2(H, (0,1)), y(0)=0, y_1=y(1)-y'(1), LY=$

$$= (-y''(t) + Ay(t) + q(t)y(t), (h + 1)y'(1) - y(1))$$

и оператор $Q : Q(Y) = (q(t)y(t), 0)$. Оператор, соответствующий случаю $Q \equiv 0$, обозначим через L_0 . Можно доказать, что спектры операторов L_0 и L дискретны. Пусть $\mu_1 \leq \mu_2 \leq \dots$ и $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots$ собственные значения операторов L_0 и L , соответственно. Введена асимптотическая формула для собственных значений L_0 .

Доказывается следующая теорема.

Теорема. Для суммы собственных значений оператора L справедлива формула

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{n_m} (\lambda_n - \mu_n) = \frac{\text{tr} q(1) - \text{tr} q(0)}{4},$$

где $\{n_m\}$ – некоторая последовательность натуральных чисел.

Reference

1. Асланова Н.М., Байрамоглы М., Асланов Х.М. О спектре дифференциального оператора с операторным коэффициентом. Тезисы международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения Гейдара Алиева, Май 29-31, Баку, 2013, с.131-132.

² Данная работа выполнена при финансовой поддержке Фонда Науки Азербайджанской Государственной Нефтяной Компании SOCAR.

ОБ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

А.Я. Ахундов, Б.Р. Селимханов

*Институт Математики и Механики НАНА,
Сумгаитский Государственный Университет
e-mail: adalatakhund@mail.ru*

Целью настоящей работы является исследование корректности обратной задачи об определении неизвестных коэффициентов в правой части системы эллиптических уравнений. Доказана теорема о единственности решения рассматриваемой задачи.

Рассматривается обратная задача об определении пары $\{f_k(x'), u_k(x), k = \overline{1, m}\}$ из условий

$$Lu_k = f_k(x')g_k(x, u_1, \dots, u_n), \quad x \in D, \quad (1)$$

$$u_k(x) = \varphi_k(x), \quad x \in \partial D, \quad (2)$$

$$\int_{y_1(x')}^{y_2(x')} u_k(x', x_n) dx_n = h(x'), \quad x' \in B, \quad (3)$$

здесь $D = B \times (y_1(x'), y_2(x')) \subset R^n$ – строго выпуклая, ограниченная область с гладкой границей ∂D , $x' = (x_1, \dots, x_{n-1})$, $x = (x', x_n)$ – произвольные точки областей B и D , соответственно, Lu_k – строго эллиптический оператор с достаточно гладкими коэффициентами, $y_1(\cdot)$, $y_2(\cdot)$, $g_k(\cdot)$, $\varphi_k(\cdot)$, $h_k(\cdot)$ – заданные гладкие функции, $k = \overline{1, m}$.

Определение. Пары функции $\{f_k(x'), u_k(x), k = \overline{1, m}\}$ назовем решение задачи (1)-(3), если:

1) $f_k(x') \in C(\overline{B})$; 2) $u_k(x) \in C^2(D) \cap C(\overline{D})$; 3) для этих функций удовлетворяются соотношения (1)-(3).

Теорема. Пусть 1) $g_k(x, p_1, \dots, p_m)$ определена и непрерывна по совокупности переменных, непрерывна по Гельдеру по x с показателем α и удовлетворяет условию Липшица в $D \times R^m$; $\varphi_k(x) \in C^{2+\alpha}(\partial D)$; $h_k(x') \in C^{2+\alpha}(\overline{B})$; 2) существует решения задачи (1)-(3) и оно принадлежит множеству

$$K_\alpha = \left\{ (f, u) \mid f_k(x') \in C^\alpha(\overline{B}), \quad |f_k(x')| \leq \text{const}, \quad x' \in \overline{B}, \quad u_k(x) \in C^{2+\alpha}(\overline{D}), \right. \\ \left. |D_x^l u_k(x)| \leq \text{const}, \quad l = 0, 1, 2, \quad x \in \overline{D}, \quad k = \overline{1, m} \right\}$$

Тогда решение задачи (1)-(3) единственно.

СКОРОСТЬ СХОДИМОСТИ СПЕКТРАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ПО СОБСТВЕННЫМ ФУНКЦИЯМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Э.Б. Ахундова

Институт Математики и Механики НАНА
elnare16a12@hotmail.com

Рассмотрим на интервале $G = (0,1)$ формальный дифференциальный оператор

$$Lu = u^{(3)} + P_2(x)u' + P_3(x)u$$

с суммируемыми вещественными коэффициентами $P_l(x), l = 2, 3$.

Пусть $\{u_n(x)\}$ полная ортонормированная в $L_2^m(G)$ система состоящая из собственных функций оператора L , а $\{\lambda_n\}_{n=1}^\infty$ соответствующая система собственных значений, т.е.

$$Lu_n + \lambda_n u_n = 0, \quad \operatorname{Re} \lambda_n = 0.$$

Обозначим через μ_n выражение

$$\mu_n = \begin{cases} (-i\lambda_n)^{1/3}, & \text{если } \operatorname{Im} \lambda_n \geq 0 \\ (i\lambda_n)^{1/3}, & \text{если } \operatorname{Im} \lambda_n < 0, \end{cases}$$

и введем в рассмотрение частичную сумму разложения функции $f(x) \in W_1^1(G)$ по системе $\{u_n(x)\}_{n=1}^\infty$:

$$\sigma_\nu(x, f) = \sum_{\mu_n \leq \nu} f_n u_n(x), \quad \nu > 2,$$

где

$$f_n = (f, u_n) = \int_0^1 f(x) u_n(x) dx.$$

Рассмотрим разность $R_\nu(x, f) = \sigma_\nu(x, f) - f(x)$.

Теорема. Пусть функция $f(x) \in W_1^1(G)$, система $\{u_n(x)\}_{n=1}^\infty$ равномерно ограничена и выполняются условия

$$\left| f(x) u_n^{(2)}(x) \right|_0^1 \leq C(f) \mu_n^\alpha, \quad 0 \leq \alpha < 2, \quad \mu_n \geq 4\pi, \quad n = 1, 2, \dots; \quad (1)$$

$$\sum_{k=2}^\infty k^{-1} \omega_1(f', k^{-1}) < \infty. \quad (2)$$

Тогда разложение функции $f(x)$ по системе $\{u_n(x)\}_{n=1}^\infty$ сходится абсолютно и равномерно на $\bar{G} = [0,1]$ и справедлива оценка

$$\sup_{x \in G} |\sigma_\nu(x, f) - f(x)| \leq \operatorname{const} \left\{ C_1(f) \nu^{\alpha-2} + \sum_{k=[\nu]}^\infty \omega_1(f', k^{-1}) k^{-1} + (\|f'\|_\infty + \|f'\|_1) \sum_{l=2}^3 \nu^{1-l} \|P_l\|_1 + \nu^{-1} \|f'\|_1 \right\}, \quad \nu \geq 2, \quad (3)$$

где $\omega_1(g, \delta)$ интегральный модуль непрерывности функции

$$g(x) \in L_1(G), \|P_l\|_1 = \int_0^1 |P_l(x)| dx.$$

Отметим, что ранее подобные результаты установлены в работах [1], [2] для операторов второго и четвертого порядка.

Литература

- 1 Kurbanov V.M., Safarov R.A. On uniform convergence of orthogonal expansions in eigenfunctions of Sturm – Liouville operator //Trans. of NAS of Azerbaijan, 2004, v. XXIV, N 1, p. 161 – 168.
- 2 Kurbanov V.M., Mamedov Sh.H. R.A. On absolute and uniform convergence of biorthoqonal expansion responding to the fourth differential operator //Proc. of IMM of Azerbaijan, 2006, v. XXIV (XXXII), p. 123 – 138.

İKİQAT LÖVHƏDƏ YERDƏYİŞMƏLƏRİN TƏYİNİNƏ AİD RABİTƏLİ MƏSƏLƏ

Z.D. Abbasov

Gəncə Dövlət Universiteti

İşdə qalınlıqları h_1 və h_2 olan iki müxtəlif lövhənin birləşməsindən alınan ikiqat lövhədə temperatur və gərginlik sahələrinin təyininə aid rabitəli məsələyə baxılmışdır. Zolağın h_1 sərhədində zamana görə ω_0 periodik dəyişən qüvvə təsir edir. Təsirin periodik davamı o qədər uzundur ki, prosesin başlanğıc təsiri nəzərə alınmır, ona görə də məsələnin həllinə kvaristatik yanaşma gərəkdir.

Məsələnin qoyuluşu: İşdə ikiqat lövhədə yerdəyişmələrin təyini üçün aşağıdakı tənliklər sistemi ödənilir.

$$\frac{1}{C_s^2} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \tau_{sx}}{\partial t} + \frac{\partial_s E_s}{1-2\nu_s} \frac{\partial T_s}{\partial t} \right) = \frac{\partial^2 \sigma_{sx}}{\partial x^2} \quad (1)$$

$$a_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} - (1 + \varepsilon_s) \frac{\partial T_s}{\partial t} - \varepsilon_s \frac{1-2\nu_s}{\alpha_s E_s} \frac{\nu \sigma_{sx}}{\partial t} = 0$$

$$T_1 = T_2, \quad (x=0), \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = (x=0) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} = 0, \quad (x=h_1), \quad \sigma_{1x} = P_0 \cos \omega_0 t + q_0 \sin \omega_0 t, \quad (x=h_1) \quad (3)$$

$$\sigma_{1x} = \sigma_{2x} (x=0), \quad U_{1x} = U_{2x} (x=0) \quad (4)$$

$$\sigma_{2x} = 0 \quad (x=-h_2), \quad \theta_2 = 0 (\xi = -h_2) \quad (5)$$

tənliklər sisteminin (2) - (5) sərhəd və qoşmalılıq şərtinin ödənilməsi fərz olunur. Burada 1 və 2 indeksləri uyğun olaraq $0 \leq x \leq h_1$ və $-h_2 \leq x \leq 0$ oblastlarına aid kəmiyyətləri işarə edilmişdir.

$S=1,2$ olmaqla σ_{sx} - ox istiqamətində normal gərginlik, T_s - temperatur, C_s - genişlənmə dalğasının sürəti, U_s - yerdəyişmə, a_s - temperaturkeçirmə əmsalı, α_s - xətti genişlənmə əmsalı, ν_s - Puason əmsalı, h_s - lövhənin qalınlığı, λ_s - istilikkeçirmə əmsalı, E_s - elastikiyyət modulu, T_1 - başlanğıc temperatur, ε_s - rabitəlik əmsalı, P_0, q_0 - sabit qüvvələrdir.

Məsələnin həlli: Baxılan məsələ başlanğıc şərtsiz olduğundan zamanın kifayət qədər uzaq anında x oxuna perpendikulyar istiqamətində yerdəyişmə və deformasiyalar sabit qalır. Ona görə də T_s temperatur σ_{sx} gərginlik və ε_{sx} deformasiyaları eləcə də σ_{sy} σ_{sz} ($S = 1, 2$) gərginlikləri arasındakı əlaqə aşağıdakı düsturlarla təyin olunur.

$$\varepsilon_{sx} = \frac{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)}{(1-\nu_s)E_s} \sigma_{sx} + \frac{1+\nu_s}{1-\nu_s} \alpha_s (T_s - T_0) \quad (6)$$

$$\sigma_{sy} = \sigma_{sz} = \frac{\nu_s}{1-\nu_s} \sigma_{sx} - \frac{E_s}{1-\nu_s} \alpha_s (T_s - T_0)$$

Hər bir lövhədə OX oxu boyunca yerdəyişmə

$$U_s = \frac{\alpha_1}{C_1} \frac{1+\nu}{1-\nu_s} \int (\sigma_s + \theta_s) d\xi \quad (7)$$

şəklindədir [1].

Ölçüsüz kəmiyyətlər daxil edərək, qoyulmuş məsələni

$$\frac{\partial^2 \sigma_s}{\partial \xi^2} - \gamma_s^2 \frac{\partial^2 \sigma_s}{\partial \tau^2} - \gamma_s^2 \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial \tau^2} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial \xi^2} - \beta_s (1+\varepsilon_s) \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} - \beta_s \varepsilon_s \frac{\partial \sigma_s}{\partial \tau} = 0$$

tənliklər sistemi

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} = 0 \quad (\xi = \delta_1), \quad \sigma_1 = p \cos w\tau + q \sin w\tau \quad (\xi = \delta_1)$$

$$\theta_1 = \alpha \theta_2 (\xi = 0), \quad U_1 = \nu U_2 (\xi = 0)$$

$$\sigma_2 = 0 (\xi = -\delta_2), \quad \theta_2 = 0 (\xi = -\delta_2) \quad (9)$$

sərhəd şərtlərini ödəyən həllini ε_s - in dərəcələrinə görə qüvvət sırası şəklində axtaraq.

$$\sigma_s = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon_s^k \sigma_{sk}, \quad \theta_s = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon_s^k \theta_{sk}, \quad U_s = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon_s^k U_{sk} \quad (10)$$

(10) sıralarını (8) tənliklər sistemində nəzərə alaraq, (9) sərhəd şərtləri daxilindəki həllini olduqda,

$$\frac{\partial^2 \theta_{s1}}{\partial \tau^2} = -w^2 \operatorname{Re} [f_{s1}(\xi) e^{-iw\tau}]$$

$$\frac{\partial^2 \sigma_{s1}}{\partial \xi^2} - \gamma_s^2 \frac{\partial^2 \sigma_{s1}}{\partial \tau^2} = -w^2 \gamma_s^2 [\varphi_{s1}(\xi) \cos w\tau + \psi_{s1}(\xi) \sin w\tau] \quad (11)$$

tənliklər sisteminə gətirmək olar [3,4].

(11) sistemini həll edərək, temperatur və gərginliklərin (7)-də nəzərə alaraq, yerdəyişmələr üçün aşağıdakı düsturları alırıq.

$$U_{10}(\xi, \tau) = \frac{a_1(1+\nu_1)}{wC_1(1-\nu_1)D_1(\delta_1)} (P \cos w\tau + q \sin w\tau) \left(m \operatorname{tg} w\gamma \delta_2 \sin w\xi - \frac{\nu}{\gamma} \cos w\xi \right)$$

$$U_{20}(\xi, \tau) = \frac{a_1(1+\nu_2)}{\gamma wC_1(1-\nu_2)D_1(\delta_1)} (P \cos w\tau + q \sin w\tau) (\operatorname{tg} w\gamma \delta_2 \sin w\xi - \cos w\xi)$$

Ədəbiyyat

1. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. Киев, Изд-во «Науково думка», 1970
2. Бахышев Ш.М. тепловые волны от источника, действующего между слоем и полупространства ПМ, 1974
3. Аббасов З.Д. «Влияние пондермоторной силы на температурные поля и напряжение в слое», Ж. Научных публикаций аспирантов и докторантов, №5. 2011, ИСЧН 1991-3087. Стр.45-49
4. З.Д.Аббасов «Обратная задача теплопроводности определения интенсивности источника тепла в ортотропной прямоугольной плите. ж. Естественные и технические науки. ИСЧН 1684-2626. № 1(57) 2012 г. Москва, - стр.22-27

BİR QEYRİ-XƏTTİ 2-Cİ TƏRTİB ELLİPTİK TİP TƏNLİK ÜÇÜN DİRİXLƏ MƏSƏLƏSİ

E. Ağayev, S. Əliyev, T. Sadiqova

Naxçıvan Dövlət Universiteti

ağayev.elshad@gmail.com

R^n ilə n ölçülü həqiqi evklid fəzasını işarə edək.

Tutaq ki, $\Omega = R^n / \bigcup_{i,i_2,\dots,i_n} B_{i,i_2,\dots,i_n}^{\varepsilon_i}$ perforirə olunmuş oblastında

$$Lu = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \cdot u_{x_i x_j} + \sum_{i=1}^n b_i(x) \cdot u_{x_i} + c(x)u = \varphi(x, u, \nabla u) \quad (1)$$

tənliyinin müsbət həlli təyin olunmuşdur.

Burada

$$L = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^n b_i(x) \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} + c(x)$$

müntəzəm elliptik operatorudur. Yəni, elə $\lambda > 0$, $M > 0$ sabitləri mövcuddur ki,

$\forall \xi \in R^n \setminus \{0\}, \quad x \in \Omega \quad \text{üçün} \quad \lambda^{-1} |\xi|^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \xi_i \xi_j \leq \lambda |\xi|^2$ bərabərsizliyi doğrudur.

Burada $c(x) \leq M$, $|b_i(x)| \leq M$, $|a_{ij}(x)| \leq M$, $i, j = \overline{1, n}$, funksiyası isə

$$\begin{aligned} Sgn \varphi = Sgn u, |\varphi(x, u \nabla u)| &\leq c_1 |u|^{1+\beta} + c_2 |\nabla u|^{1+\beta} \\ -1 < \alpha < \min\left(1, \frac{2}{s}\right), \quad -1 < \beta \frac{1}{s+1}, \quad s > e-2 \end{aligned} \quad (2)$$

şərtini ödəyir. (1) tənliyinin həlli dedikdə klassik həll başa düşəcəyik.

İşdə “maksimum prinsipi” ndən və “böyümə haqqında lemma “ – dan köməkçi riyazi aparat kimi istifadə olunur ((2)- yə bax). Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem. Tutaq ki, $u(x)$ (1) tənliyinin Ω oblastında təyin olunmuş və bu oblastın $\partial\Omega = \bigcup_{i_2, \dots, i_n} \partial B_{i_1, \dots, i_n}$ sərhəddində sıfır bərabər qiymət alan müsbət həllidir. φ funksiyası isə (2) şərtini ödəyir.

$$M(r) = \sup_{|x|=r} u(x)$$

qəbul edək.

Onda $M(r) > r^\gamma \cdot \text{const}$ bərabərsizliyi doğrudur.

Burada γ fəzanın ölçüsü olan n – dən və elliptik sabiti olan r –dən asılı olan əddədir. (Hər hansı r – dən başlayaraq $M(r) = \infty$ ola bilər.)

Ədəbiyyat

1.Е.М.Ландис. Уравнения второго порядка эллиптического и параболического типов. М.1971. стр.287.

2.Ағайев Е.В. Bir qeyri- xətti elliptik tip tənliyin həllinin konus tipli oblastda xassələri. NDU xəbərlər, N,2006,Nö 2 (20) s. 7 - 9.

THE LIMITATION OF SUBLINED OPERATOR`S DISCRETE ANALOGUES ON THE DISCRETE MORREY SPACES

S.K. Abdullayev, E.A. Mammadov, L.M. Bayramova

Baku State University, Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

R_m is m -measured Euclidean space $1 < p \leq q < \infty$. $k(p, q)$ is a such operators class

$$A: u \rightarrow Au, (Au)(x) \stackrel{\text{def}}{=} \int_{R_m} K(x, y) u(y) dy \quad (1)$$

which influences limited from $L_p(R^m)$ to $L_q(R^m)$

$$|K(x, y)| \leq c |x - y|^{m-\alpha}, \quad x \neq y, \quad \alpha = m \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} \right).$$

Let`s note if  $p = q$  then the integral (1) considered of a singular integral. It`s clear

if $p < q$ then $K(p, q)$ keeps in yourself Rees and Bessel potentials, but $K(p, p)$ keeps multi-measured Calderon-Zygmund operator.

Let $A \in K(p, q)$ and $K(x, y)$ are functions from (1).

If $K^*(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} K(x, y)|x - y|^{-(m-\alpha)} \in C_{R^m \times R^m}$ and $\int_0^{\omega_k^{(2)}(t)} t^{-1} dt < \infty$,

$$(\omega_k^{(2)}(t) = \sup \{ |k^*(x, y_1) - k^*(x, y_2)|; x \in R^m, y_1, y_2 \in R^m, |y_1 - y_2| < t < 1 \})$$

then we say, the operator A holds condition (K).

Let $G \subset R^m$ is an arbitrary province. $0 < N < 1$ is a natural number. $L_N \stackrel{\text{def}}{=} \{x \in R^m : x = M\lambda\}$ is the network in R^m (2), M is m -measured matrix, $\det M > 0$, $\lambda \pmod{N^{-1}}$ is m -measured whole valuable vector.

$$K_N^G = L_N \cap G.$$

Include the operator

$$A_N^G : U_N \rightarrow A_N^G U_N$$

specifies in K_N^G , with discrete arguments on the U_N functions with this formula

$$(A_N^G U_N)(x_i) = N^{-1} \sum_{x_j \in K_N^G \setminus \{x_i\}} K(x_i, x_j) U_N(x_j)$$

and this description

$$\Omega_{p,x}^{(G)}(U_N, \xi) = \left(N^{-m} \sum_{x_i \in K_N^G \cap \tilde{S}(x, \xi)} |U_N(x_i)|^p \right)^{\frac{1}{p}}, \quad \xi > 0 (\tilde{S}(x_0, \xi) = \{x \in R^m; |x - x_0| < \xi\} \cap G).$$

Let choose $2l = \text{diam} G = \sup \{ |x - y| : x, y \in G \}$.

Theorem. Let, $A \in K(p, q)$ - hold (k) condition, then

$$\exists C > 0, \forall \xi \in (0, l), \forall x \in K_N^G$$

$$\Omega_{p,x}^{(G)}(A_N^G U_N, \xi) \leq c \xi^{\frac{n}{p'}} \int_{\xi}^l \Omega_{p,x}^{(G)}(U_N, t) t^{-\left(\frac{n}{p}+1\right)} dt,$$

here c is a constant which isn't depend on N, U_N , and ξ .

This evaluation let's learn the influence of the operator A_N^G in given spaces and in $\Omega_{p,x}^{(G)}(U_N, \xi)$ description's term.

Let's specify classic discrete Morrey [4] space

$$L_N^{p,\lambda}(G) \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ f \in L_N^p(G) : \|f\|_{L^{p,\lambda}(G)} = \sup_{x \in K_N^G, r > 0} r^{-\frac{\lambda}{p}} \Omega_{p,x}^{(G)}(U_N, \xi) < \infty \right\}$$

when $1 < p < +\infty$ and $0 \leq \lambda < n$.

L_N^p is a space which specifies on the K_N^G with discrete arguments functions' norm

$$\|U_N\| = \left\{ N^{-m} \sum_{x \in K_N^G} |U_N(x)|^p \right\}^{\frac{1}{p}}.$$

$|G|$ is a Lebeq measure of the province $G \subset R^m$.

Theorem. Let $G \subset R^m$ is an arbitrary province. $A \in K(p, q)$ holds the condition of

(k), $0 \leq \lambda < m$ and $0 \leq \mu < m$. Then if $|G|$ is finite $\frac{\lambda}{p} - \frac{\mu}{q} \geq 0$, $|G|$ is infinite and holds this condition $\frac{\lambda}{p} - \frac{\mu}{q} = 0$, for an arbitrary N natural number and the function of

$$U \in L_N^{p,\lambda}(G)$$

$$A_N^G U_N \in L_N^{q,\mu}(G) \text{ and } \|A_N^G U_N\|_{L_N^{q,\mu}(G)} \leq c \|U_N\|_{L_N^{p,\lambda}(G)},$$

c is a constant and doesn't depend on N and U_N here.

References

1. Абдуллаев С.К. // ДАН СССР, 1985, т. 283, № 4, с. 777-780.
2. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. М., "Наука", 1964.
3. Абдуллаев С.К., Василев В.Б. // Докл. АН. Азерб. ССР, 1983, 39, № II, стр. 16-20.
4. H. Rafeiro, N. Samko and S. Samko. // Operator Theory: Advances and Applications, vol. 228, 293-323, 2013 Springer Basel AG.

RIEMANN BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR $H_{p(\cdot),\rho}^{\pm}$ CLASSES

T.M. Ahmedov, N.P. Nasibova

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

natavan2008@gmail.com

Riemann boundary value problems in weighted generalized Hardy classes are considered in this work. General solutions for homogeneous and non-homogeneous problems with some conditions on the order of degeneracy of an exponential weight are found.

Consider the following Riemann problem in $H_{p(\cdot),\rho}^+ \times_m H_{p(\cdot),\rho}^-$ classes

$$F^+(\tau) - G(\tau)F^-(\tau) = f(\tau), \tau \in \partial\omega, \quad (1)$$

where $f \in L_{p(\cdot),\rho}$ is some function and $\rho(t) = \prod_{i=1}^m |t - \tau_i|^{\alpha_i}$, $\{\alpha_i\}_1^m \subset \mathbb{R}$,

$-\pi = \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_m = \pi$. By the solution of problem (1) we mean a pair of analytic functions $(F^+(z); F^-(z)) \in H_{p(\cdot),\rho}^+ \times_m H_{p(\cdot),\rho}^-$, boundary values of which satisfy the relation (1) almost everywhere.

Let $\{s_k\}_1^r: -\pi < s_1 < \dots < s_r < \pi$ be the points of discontinuity of the function $\theta(t) = \arg G(t)$ and

$$\{h_k\}_1^r: h_k = \theta(s_k + 0) - \theta(s_k - 0), k = \overline{1, r};$$

be the corresponding jumps of $\theta(t)$ at these points, where $\theta(t)$ is a piecewise Hölder function on $[-\pi, \pi]$. Let $K_z(t) = \frac{e^{it}}{e^{it} - z}$ be Cauchy Kernel. The following theorem is true.

Theorem. Let $\{\beta_k\}_1^r$ be defined by

$$\beta_k = \sum_{i=1}^m \alpha_i \chi_{\{t_k\}}(\arg \tau_i) + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=0}^r h_i \chi_{\{t_k\}}(s_i), \quad k = \overline{0, l}.$$

and the inequalities

$$-\frac{1}{p(\tau_k)} < \alpha_k < \frac{1}{q(\tau_k)}, \quad k = \overline{1, m}, \quad -\frac{1}{q(t_k)} < \beta_k < \frac{1}{p(t_k)}, \quad k = \overline{0, r}$$

be satisfied. Then the general solution of the Riemann problem (1) in classes $H_{p(\cdot), \rho}^+ \times_m H_{p(\cdot), \rho}^-$ can be represented in the following form

$$F(z) = P_{m_0}(z)Z(z) + F_1(z),$$

where $Z(\cdot)$ is the canonical solution of homogenous problem, $F_1(\cdot)$ is the particular solution of non-homogenous problem (1) defined by $F_1(z) = \frac{Z(z)}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} K_z(t) Z^+(e^{it}) f(t) dt$, and $P_{m_0}(\cdot)$ is a polynomial of order $m_0 \leq m$.

Reference

1. Kokilashvili V., Samko S. Singular integrals in weighted Lebesgue spaces with variable exponent . Georgian Math. J., 2003, v.10, №1, pp. 145-156.
2. Bilalov B.T. Bases of Exponents, Cosines and Sines Which Are Eigenfunctions of Differential Operators . Diff. Uravneniya, 2003, v.39, №5, pp. 1-5
3. Bilalov B.T. Basis Properties of Some Systems of Exponents, Cosines and Sines. Sibirskiy Matem. Jurnal, 2004, v.45, №2 , pp.264-273
4. Данилюк И.И. Нерегулярные граничные задачи на плоскости, М., Наука, 1975, 256 с.
5. Bilalov B.T., Guseynov Z.G. Basicity of a system of exponents with a piece-wise linear phase in variable spaces. Mediterr. J. Math. vol. 9 , no3(2012), 487–498, DOI 10.1007/s00009-011-0135-7, 1660-5446/12/030487-12.

NECESSARY OPTIMALITY CONDITIONS OF QUASISINGULAR CONTROLS IN THE PROBLEM OF CONTROL OF DIFFERENCE ANALOGY OF BARBASHIN TYPE INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION

Zh. Ahmadova¹, S. Aliyeva¹, K. Mansimov^{1,2}

¹Cybernetics Institute of ANAS, ²Baku State University

mansimov@front.ru

In this work, we study an optimal control problem described by difference analogy of Barbashin type integro-differential equations. Necessary optimality conditions quasisingular controls are obtained.

Assume that the control process is described in the “discrete rectangle”
 $D = \{(t, x): t = t_0, t_0 + 1, \dots, t_1; x = x_0, x_0 + 1, \dots, x_1\}$ by the system of difference equations:

$$z(t+1, x) = \sum_{s=x_0}^{x_1} K(t, x, s, z(t, s)) + f(t, x, z(t, x), u(t)), \quad (1)$$

$$z(t_0, x) = a(x), \quad x = x_0, x_0 + 1, \dots, x_1. \quad (2)$$

Here $K(t, x, s, z)$, $f(t, x, z, u)$ are the given n -dimensional vector-functions continuous in totality of variables together with partial derivatives with respect to z , (z, u) respectively, t_0, t_1, x_0, x_1 are the given numbers, moreover $t_1 - t_0, x_1 - x_0$ are natural numbers, $a(x)$ is a given n -dimensional discrete vector-function, $u(t)$ is an r -dimensional discrete vector of control actions with values from the given non-empty, bounded and convex set U , (admissible control), i.e.

$$u(t) \in U \subset R^r, \quad t = t_0, t_0 + 1, \dots, t_1 - 1. \quad (3)$$

On the solutions of problem (1)-(2) generated by all possible admissible controls we determine the functional

$$S(u) = \sum_{x=x_0}^{x_1} \varphi(z(t_1, x)). \quad (4)$$

Here $\varphi(z)$ is the given twice continuously differentiable scalar function.

The admissible control $u(t)$ giving minimum to functional (4) under constrains (1)-(3) is called an optimal control, the appropriate process $(u(t), z(t, x))$ an optimal process.

Assuming $(u(t), z(t, x))$ a fixed admissible process, we introduce the denotation

$$\begin{aligned} H(t, s, z, u, \psi) &= \psi' f(t, x, z, u), & H_u[t] &= H_u(t, x, z(t, x), u(t), \psi(t)), \\ H_z[t] &= H_z(t, x, z(t, x), u(t), \psi(t)), & H_{uu}[t] &= H_{uu}(t, x, z(t, x), u(t), \psi(t)), \\ H_{zz}[t] &= H_{zz}(t, x, z(t, x), u(t), \psi(t)), & H_{uz}[t] &= H_{uz}(t, x, z(t, x), u(t), \psi(t)). \end{aligned}$$

Here $\psi = \psi(t, x)$ is an n -dimensional vector-function of conjugated variables being a solution of the conjugated problem

$$\psi(t-1, x) = \sum_{s=x_0}^{x_1} \frac{\partial K'(t, s, x, z(t, s))}{\partial z} \psi(t, s) + \frac{\partial f'(t, x, z(t, x), u(t))}{\partial z} \psi(t, x), \quad (5)$$

$$\psi(t_1 - 1, x) = - \frac{\partial \varphi(z(t_1, x))}{\partial z}. \quad (6)$$

Let $v(t) \in U \subset R^r, t = t_0, t_0 + 1, \dots, t_1 - 1$ be an arbitrary r -dimensional bounded vector-function. Denote by $l(t, x)$ the solution of the following linearized problem

$$\begin{aligned} l(t+1, x) &= \sum_{s=x_0}^{x_1} \frac{\partial K(t, x, s, z(t, s))}{\partial z} l(t, s) + \frac{\partial f'(t, x, z(t, x), u(t))}{\partial z} l(t, x) + \\ &+ \frac{\partial f'(t, x, z(t, x), u(t))}{\partial u} (v(t) - u(t)), & l(t_0, x) &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Theorem 1. If the set U is convex, then for optimality of the admissible control $u(t)$ in the considered problem, it is necessary that the relation

$$\sum_{x=x_0}^{x_1} H'_u(\theta, x)(v - u(\theta)) \leq 0,$$

Be, fulfilled for all $\theta = t_0, t_0 + 1, \dots, t_1 - 1, v \in U$.

Admissible control $u(t)$ is called a quasisingular control if

$$\sum_{x=x_0}^{x_1} H'_u(\theta, x)(v - u(\theta)) = 0 \text{ for all } \theta \in t_0, t_0 + 1, \dots, t_1 - 1, v \in U,$$

Next, investigated quasisingular case.

Equation (7) is a Barbashin type linear difference equation. Its solution allows the representation [2]:

$$l(t, x) = \sum_{\tau=t_0}^{t_1-1} L(t, \tau)(v(\tau) - u(\tau)).$$

$$\text{Where } L(t, \tau) = F(t, \tau, x)f_u(\tau, x) + \sum_{s=x_0}^{x_1} \sum_{\alpha=\tau+1}^{t-1} R(t, x; \alpha, s)F(\alpha, \tau, s)f_u(\tau, s).$$

Here $F(t, \tau, x)$ and $R(t, x; \tau, s)$ are $(n \times n)$ matrix functions being the solutions of the following matrix difference equations:

$$\begin{aligned} R(t+1, x; \tau, s) &= \sum_{\beta=x_0}^{x_1} \frac{\partial K(t, x, \beta, z(t, \beta))}{\partial z} R(t, \beta; \tau, s) + \frac{\partial f(t, x, z(t, x), u(t))}{\partial z} R(t, x; \tau, s), \\ R(t+1, x; t, s) &= -\frac{\partial K(t, x, s, z(t, s))}{\partial z}, \quad F(t, \tau-1, x) = F(t, \tau, x) \frac{\partial f(t, x, z(\tau, x), u(\tau))}{\partial z}, \\ F(t, t-1, x) &= E, \quad (E - \text{is } (n \times n) \text{ unique matrix}) \end{aligned}$$

Introduce the matrix function

$$K(\tau, s) = -\sum_{x=x_0}^{x_1} L'(t_1, \tau) \frac{\partial^2 \phi(z(t_1, x))}{\partial z^2} L(t_1, s) - \sum_{x=x_0}^{x_1} \sum_{t=\max(\tau, s)+1}^{t_1-1} L'(t, \tau) H_{zz} L(t, s).$$

Theorem 2. For optimality on the quasisingular extremals $u(t)$ in the considered problem, it is necessary that the inequality

$$\begin{aligned} &\sum_{\tau=t_0}^{t_1-1} \sum_{s=t_0}^{t_1-1} (v(\tau) - u(\tau))' K(\tau, s)(v(s) - u(s)) + 2 \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \sum_{x=x_0}^{x_1} \left[\sum_{\tau=t_0}^{t-1} (v(t) - u(t))' H_{uz}(t, x) L(t, \tau)(v(\tau) - u(\tau)) \right] + \\ &+ \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \sum_{x=x_0}^{x_1} (v(t) - u(t))' H_{uu}(t, x)(v(t) - u(t)) \leq 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Be, fulfilled for all $v(t) \in R^r, t = t_0, t_0 + 1, \dots, t_1 - 1$.

Inequality (14) is a rather general necessary optimality condition of quasisingular controls.

References

1. Aliyeva S.T., Ahmadova ZH.B., Mansimov K.B. On representations of solutions of a class of linear nonhomogenous difference equations of Barbashin type. // Vestnik BQU. Ser. Phys.-mat. science. 2013. №2, c. 21-23.
2. Mansimov K.B. Optimization of a class of discrete two-parametric systems // Diff. equations. 1991, № 2, pp. 259-262.

ON THE FREQUENCY RESPONSE OF THE SYSTEM CONSISTING OF A PRE-STRESSED METAL ELASTIC PLATE, COMPRESSIBLE VISCOUS FLUID AND RIGID WALL

S.D. Akbarov^{1,2}, M.I. Ismailov³

¹*Yildiz Technical University, Faculty of Mechanical Engineering,*

²*Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS, ³Nachicivan State University*
akbarov@yildiz.edu.tr, imeftun@yahoo.com

In the present work the forced vibration of the system presented in Fig. 1 is considered. It is assumed that plane-strain state in Ox_1x_2 plane takes place in the plate and two-dimensional plane flow of the fluid in that plane occur.

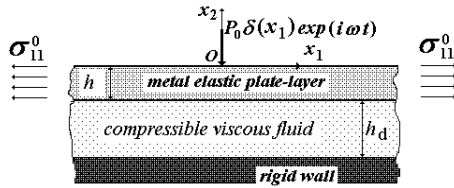


Fig. 1. The sketch of the system under consideration

The equation of motion and other field equations of the plate are

$$\frac{\partial \sigma_{1i}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{2i}}{\partial x_2} + \sigma_{11}^0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_1^2} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2},$$

$$\sigma_{11} = \omega_{1111} \varepsilon_{11} + \omega_{1122} \varepsilon_{22}, \quad \sigma_{22} = \omega_{2211} \varepsilon_{11} + \omega_{2222} \varepsilon_{22},$$

$$\sigma_{12} = 2\omega_{1212} \varepsilon_{12}, \quad (1)$$

where the coefficients can be presented as

$$\omega_{ij\alpha\beta} = \omega_{ij\alpha\beta}(\lambda, \mu, a, b, c, \sigma_{11}^0) \quad (2)$$

The explicit expressions of the $\omega_{ij\alpha\beta}$ in (2) ($i, j, \alpha, \beta = 1, 2$) are given, for example, in papers [1,2]. Note that λ, μ, a, b and c are elastic constants of the plate material the elasticity relations of which are described through Murnaghan potential, other notation used in (1) and (2) is conventional.

The flow of the fluid, according to [3], is described by following linearized Navier-Stokes equations

$$\rho_0^{(1)} \frac{\partial v_i}{\partial t} - \mu^{(1)} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial p^{(1)}}{\partial x_i} - (\lambda^{(1)} + \mu^{(1)}) \frac{\partial^2 v_j}{\partial x_j \partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial \rho^{(1)}}{\partial t} + \rho_0^{(1)} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0,$$

$$T_{ij} = (-p^{(1)} + \lambda^{(1)} \theta) \delta_{ij} + 2\mu^{(1)} e_{ij}, \quad \theta = \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2}, \quad e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad q_0^2 = \frac{\partial p^{(1)}}{\partial \rho^{(1)}}, \quad (3)$$

where $\rho_0^{(1)}$ is the fluid density before the having a perturbation of that, other notation used in Eq. (3) is also conventional.

We assume that the following boundary and contact conditions satisfy.

$$\begin{aligned} \sigma_{21}|_{x_2=0} = 0, \quad \sigma_{22}|_{x_2=0} = -P_0\delta(x_1)e^{i\omega t}, \quad \frac{\partial u_1}{\partial t}\bigg|_{x_2=-h} = v_1|_{x_2=-h}, \quad \frac{\partial u_2}{\partial t}\bigg|_{x_2=-h} = v_2|_{x_2=-h}, \\ \sigma_{21}|_{x_2=-h} = T_{21}|_{x_2=-h}, \quad \sigma_{22}|_{x_2=-h} = T_{22}|_{x_2=-h}, \quad v_1|_{x_2=-h-h_d} = 0, \quad v_2|_{x_2=-h-h_d} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

This completes the formulation of the problem. For solution to this problem we represent the sought values as $g(x_1, x_2, t) = \bar{g}(x_1, x_2)e^{i\omega t}$ and substituting this expression into the foregoing equations with obtain corresponding equations and boundary and contact conditions for the amplitudes of the sought values. For solution to this latter problem we employ the exponential Fourier transformation with respect to the x_1 coordinate. The algorithm is developed for numerical calculation of the inverse of the mentioned Fourier transforms the expressions of which are found analytically. By employing the developed algorithm numerical results on the frequency response of the fluid velocity and normal stress acting on the interface plane between the fluid and plate are presented and discussed. The main attention is focused of the influence of the parameter h_d/h on the mentioned response. As an example for these results, in Fig.2 the graphs of the frequency response of the velocity v_2 (Fig. 2a) and the normal stress T_{22} (Fig.2b) are presented for the various values of the ratio h_d/h . Under construction of these graphs it is assumed that the fluid is Glycerin and the material of the plate is Steel, and it is assumed that the initial stress in the plate is absent and $h = 0.001m$.

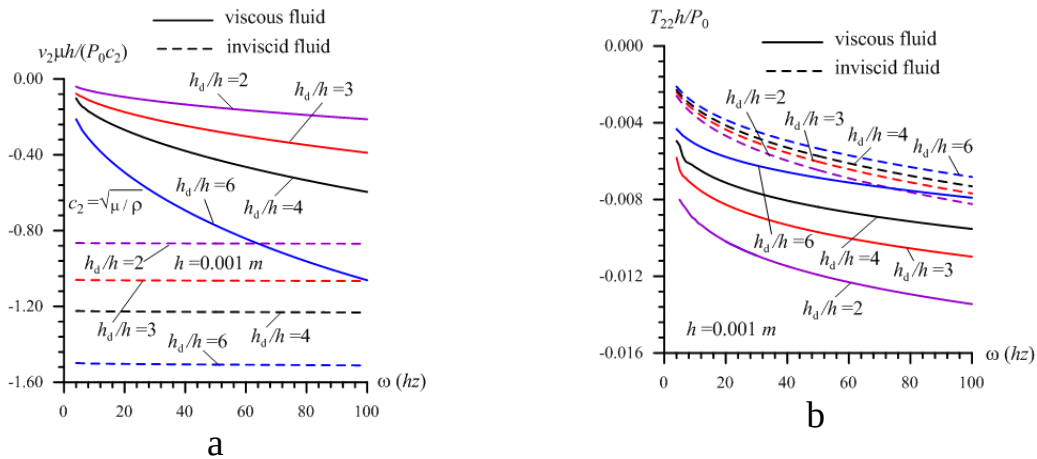


Fig. 2. The influence of the ratio h_d/h on the frequency response of the velocity v_2 and the stress T_{22} on the interface plane between the fluid and plate.

Note that the results presented in Fig. 2 show also the influence of the fluid viscosity on the mentioned frequency response. Consequently, if the hydrodynamic behavior of Glycerin is modeled within the scope of the inviscid fluid, then in the

cases considered in Fig.2 this model can not be adequate to the real flow of that. Moreover, Fig. 2 shows that the magnitude of the influence of the fluid viscosity on the considered dependencies depends significantly on the parameter h_d/h , i.e. the mentioned influence decreases with h_d/h .

These and other similar type results which are obtained in the present work can be used for controlling of the fluid flow by external mechanical vibration through the metal thin plates.

References

- [1] **Akbarov, S.D.** The influence of the third order elastic constants on the dynamical interface stress field in a half-space covered with a pre-stretched layer. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2006, 41, 417-425.
- [2] **Akbarov S.D.,** Frequency response of a pre-stressed elastic metal plate under compressible viscous fluid loading, Non-Newtonian System in the Oil and Gas Industry, Proceedings of the International Scientific Conference devoted to the 85-th Anniversary of Academician Azad Khalil oglu Mirzajanzadeh, Baku, 21-22, November 2013.
- [3] **Guz, A.N.** Dynamics of compressible viscous fluid. Cambridge Scientific Publishers, 2009.

COMMUTATOR OF MARCINKIEWICZ INTEGRALS WITH ROUGH KERNEL ASSOCIATED WITH SCHRODINGER OPERATOR ON VANISHING GENERALIZED MORREY SPACES

A. Akbulut

Ahi Evran University, Department of Mathematics, Kirsehir, Turkey

(Joint work with Okan Kuzu)

e-mail: akbulut72@gmail.com

Let $L = -\Delta + V$ be a Schrodinger operator, where Δ is the Laplacian on R^n , while nonnegative potential V belongs to the reverse Holder class. Let also $\Omega \in L_q(S^{n-1})$ be a homogeneous function of degree zero with $q > 1$ and have a mean value zero on S^{n-1} . We study the boundedness of the commutators of Marcinkiewicz operators with rough kernels associated with Schrodinger operator $\mu_{j,b,\Omega}^L$, $j = 1, \dots, n$ on vanishing generalized Morrey spaces $VM_{p,\varphi}(R^n)$. We find the sufficient conditions on the pair (φ_1, φ_2) with $b \in BMO(R^n)$ which ensures the boundedness of the operators $\mu_{j,b,\Omega}^L$ from $VM_{p,\varphi_1}(R^n)$ to another $VM_{p,\varphi_2}(R^n)$, $1 < p < \infty$ and from the space $VM_{1,\varphi_1}(R^n)$ to the weak space $WVM_{1,\varphi_1}(R^n)$.

References

- [1] A. Akbulut, V.S. Guliyev and R. Mustafayev, On the boundedness of the maximal operator and singular integral operators in generalized Morrey spaces, Math. Bohem. 137 (1) (2012), 27-43.
 - [2] A. Akbulut, O. Kuzu, Marcinkiewicz integrals associated with Schrodinger operator on generalized Morrey spaces, Accepted in Journal of Mathematical Inequalities, (No: JMI-1311), (2013).
 - [3] V.S. Guliyev, Generalized weighted Morrey spaces and higher order commutators of sublinear operators, Eurasian Math. J. 3 (3) (2012), 33-61.
 - [4] V.S. Guliyev, Seymur S. Aliyev, Boundedness of parametric Marcinkiewicz integral operator and their commutators on generalized Morrey spaces, Georgian Math. J. 19 (2012), 195-208.
-

ON BOUNDEDNESS OF THE CONJUGATE HARDY OPERATOR IN VARIABLE LEBESGUE SPACE

M. Aliev, Y. Zeren

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

In this note, we study a boundedness property of the Hardy operator in the weighted Lebesgue spaces with variable exponents. More precisely, for the inequality to hold in the interval $(0, l)$

$$\| \tilde{H}f \|_{q,v} \leq C \| f \|_{p,\omega}$$

where $\tilde{H}f = \int_x^l f(t)dt$ is the Hardy conjugate operator it suffices that the functions v, ω satisfied to the condition

$$\sup_{0 < x < l} \left(\int_0^x v(t) dt \right)^{\frac{1}{q(0)}} \left(\int_x^l \omega^{-\frac{1}{p(t)-1}}(t) dt \right)^{\frac{1}{p'(0)}} < \infty$$

if a regularity condition on the functions p, q is satisfied near the origin of logarithmic type.

For a self-contained exposition of the variable exponent theory we refer to the book [1].

Reference

- [1] **Cruz-Uribe D., Fiorenza A.** Variable Lebesgue spaces., Birkhauser, 2013, 312p.
-

A NEW METHOD OF SOLVABILITY OF THREE-DIMENSIONAL LAPLACE EQUATION WITH THE INTEGRO-DIFFERENTIAL BOUNDARY CONDITIONS

N.A. Aliyev, Y.Y. Mustafayeva

The Department of Applied Mathematics and Cybernetics, Baku State University
nihan@aliev.info, helenmust@rambler.ru

The work is devoted to the study of solvability of the boundary problem with non-local and global terms in the boundary condition for the three-dimensional Laplace equation. There are obtained and regularized necessary conditions for the solution of the problem.

Consider the Laplace equation in a domain $D \subset R^3$ convex in the direction x_3 :

$$Lu = \Delta u(x) = \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_3^2} = 0, \quad (1)$$

where $x = (x_1, x_2, x_3) \in D$, with boundary conditions (here $i = 1, 2$; $x' \in S$, S is the projection of domain D on the plane $Ox_1x_2 = Ox'$):

$$\begin{aligned} l_i u = & \sum_{j=1}^3 \left[\alpha_{ij}^{(1)}(x') \frac{\partial u(x)}{\partial x_j} \Big|_{x_3=\gamma_1(x')} + \alpha_{ij}^{(2)}(x') \frac{\partial u(x)}{\partial x_j} \Big|_{x_3=\gamma_2(x')} \right] + \\ & + \alpha_i^{(1)}(x') u(x', \gamma_1(x')) + \alpha_i^{(2)}(x') u(x', \gamma_2(x')) + \\ & + \sum_{j=1}^3 \int_S \sum_{m=1}^2 M_{ij}^{(m1)}(x', \xi') \frac{\partial u(\xi)}{\partial x_j} \Big|_{\xi_3=\gamma_m(\xi')} d\xi' + \\ & + \int_S \sum_{m=1}^2 K_i^{(m)}(x', \xi') u(\xi', \gamma_m(\xi')) d\xi' = f_i(x'), \end{aligned} \quad (2)$$

$$u(x) = f_0(x), \quad x \in \bar{\Gamma}_1 \cap \bar{\Gamma}_2. \quad (3)$$

Let us multiply equation (1) by its fundamental solution $U(x - \xi) = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{|x - \xi|}$ and

integrate by the domain D , then we'll get the first necessary condition:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u(\xi) = & \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} u(x) \frac{1}{|x - \xi|^2} \sum_{j=1}^3 \cos(x - \xi, x_j) \cos(v, x_j) dx - \\ & - \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} \frac{1}{|x - \xi|} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial u(x)}{\partial x_j} \cos(v, x_j) dx, \quad \xi \in \Gamma. \end{aligned} \quad (4)$$

Thus we have proved

Theorem 1. Let a convex along the direction x_3 domain $D \subset R^3$ be bounded with boundary Γ which is Lyapunov's surface. Then the obtained first necessary condition (4) is regular.

To obtain the other necessary conditions we'll multiply (1) by $\frac{\partial U(x - \xi)}{\partial x_i}$, integrate by domain D and taking into account that $\Delta_x U(x - \xi) = \delta(x - \xi)$ is Dirac's δ -function we'll obtain the rest 3 main relationships:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial \xi_i} \Big|_{\xi_3=\gamma_k(\xi')} &= \sum_{l=1}^2 (-1)^{l-1} \int_S \frac{\partial u(x)}{\partial x_j} \Big|_{x_3=\gamma_l(x')} \frac{K_{ij}(x, \xi)}{4\pi|x-\xi|^2} \Big|_{\substack{x_3=\gamma_l(x') \\ \xi_3=\gamma_k(\xi')}} \frac{dx'}{\cos(\nu_x, x_3)} + \\ &+ \sum_{l=1}^2 (-1)^{l-1} \int_S \frac{\partial u(x)}{\partial x_m} \Big|_{x_3=\gamma_l(x')} \frac{K_{im}(x, \xi)}{4\pi|x-\xi|^2} \Big|_{\substack{x_3=\gamma_l(x') \\ \xi_3=\gamma_k(\xi')}} \frac{dx'}{\cos(\nu_x, x_3)} + \\ &+ \int_{\Gamma} \frac{\partial u(x)}{\partial x_i} \frac{\partial U(x-\xi)}{\partial \nu_x} \Big|_{\xi_3=\gamma_k(\xi')} dx, \end{aligned} \quad (5)$$

where i, j, m is a permutation of numbers 1,2,3; $\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_i} = -\frac{x_i - \xi_i}{4\pi|x-\xi|^3} = -\frac{\cos(x-\xi, x_i)}{4\pi|x-\xi|^2}$

and $K_{ij}(x, \xi) = (\cos(x-\xi, x_i) \cos(\nu_x, x_j) - \cos(x-\xi, x_j) \cos(\nu_x, x_i))$.

Then we can rewrite **the relationships** (5) in the form of sum by upper and lower semisurfaces ($k=1, 2$):

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial \xi_i} \Big|_{\xi_3=\gamma_k(\xi')} &= \sum_{l=1}^2 (-1)^{l-1} \int_S \frac{\partial u(x)}{\partial x_j} \Big|_{x_3=\gamma_l(x')} \frac{K_{ij}(x, \xi)}{4\pi|x-\xi|^2} \Big|_{\substack{x_3=\gamma_l(x') \\ \xi_3=\gamma_k(\xi')}} \frac{dx'}{\cos(\nu_x, x_3)} + \\ &+ \sum_{l=1}^2 (-1)^{l-1} \int_S \frac{\partial u(x)}{\partial x_m} \Big|_{x_3=\gamma_l(x')} \frac{K_{im}(x, \xi)}{4\pi|x-\xi|^2} \Big|_{\substack{x_3=\gamma_l(x') \\ \xi_3=\gamma_k(\xi')}} \frac{dx'}{\cos(\nu_x, x_3)} + \\ &+ \int_{\Gamma} \frac{\partial u(x)}{\partial x_i} \frac{\partial U(x-\xi)}{\partial \nu_x} \Big|_{\xi_3=\gamma_k(\xi')} dx, \end{aligned} \quad (6)$$

where $i=1,2,3$; i, j, m is a permutation of numbers 1,2,3

Theorem 2. On the conditions of theorem 1 it has been established that necessary conditions (6) are singular.

Taking into account restriction (3) we have obtained the Fredholmness of boundary problem (1), (2), (3).

ON REMOVABLE SET'S OF SOLUTIONS FOR NON UNIFORMLY ELLIPTIC EQUATIONS

O.S. Aliyev, Kh.H. Aliyev, A. Shikhmamedov

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS, Sumgait State University

We consider sufficient conditions of removability of set's for boundary problems for partial differential equations. The corresponding results for Laplace equation was obtained by L.Carleson [1], for elliptic equation of divergent structure was obtained by E.M. Landis [2]. We consider problem removability in classes of Holder functions and classes bounded functions.

Let Ω be a bounded domain in Euclidean space R^n , $n \geq 3$. The boundary of domain $\partial\Omega$ is nonsmooth surface.

Consider in Ω elliptic equation

$$L_u = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) u_{x_i x_j} + \sum_{i=1}^n b_i(x) u_{x_i} + C(x) u = 0 \quad (1)$$

where $[a_{ij}(x)]$ is a real symmetric matrix, and

$$\alpha(x)|\xi|^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x)\xi_i\xi_j \leq \beta(x)|\xi|^2, \quad (2)$$

$$\xi \in R^n, \quad \alpha \in (0,1] \\ |b_i(x)| \leq b_0, \quad -b_0 \leq C(x) \leq 0, \quad i = \overline{1,n}, \quad (3)$$

where $b_0 \geq 0$ is a const.

Let E be some compact set and $E \subset \overline{\Omega}$. Let's call the set E removability relative to the boundary problem for equation (1) in $M(\Omega)$ if from

$$h_u = 0, \quad x \in \setminus E \quad B_{u/\partial\Omega \setminus E} = 0, \quad u(x) \in M(D) \quad (4)$$

it follows that $u(x) \equiv 0$ in Ω .

Hear, $M(\Omega)$ -some classes of functions, B -boundary operator.

Theorem. Let Ω be some nonsmooth domain in R^n , $n \geq 3$, $E \subset \overline{\Omega}$ be a compact set. The coefficients the L satisfy the conditions (2)-(3). In order that the compact E be removable relative to boundary problem for equation (1) in the space of functions $M(\Omega)$ it is sufficient and necessary that

$$m_H^{n-2+\lambda}(E) = 0 \quad (5)$$

where m_H^α is a Hansdorf measure of order α , $0 < \lambda < 1$.

References

1. Carleson L. Selected problems on exceptional sets. D. Van. Nostrand company, Toronto-London-Melbourne, 1967, 126pp.
2. Landis E.M. To question on uniqueness of solution of the first boundary value problem for elliptic and parabolic equations of the second order. Uspekhi mat. nauk, 1978, v.33, No3, p.151. (Russian)

SIMULATION OF SPECTRUM OF JOSEPHSON JUNCTION BASED QUANTUM BITS

I.N. Askerzade

Computer Engineering Department, Insititute of Physics ANAS

The great majority of Josephson junction (JJ) research since the beginning of the 21st century has focused on possible applications in the field of quantum computation [1,2]. The quantum processor then performs a quantum mechanical operation on this input state in order to derive an output which is also a quantum coherent superposition. The state of the qubit, $|\psi\rangle$ is a linear superposition of the two quantum basis states $|0\rangle$ and $|1\rangle$ [1,2]. JJ can be considered as good candidates for the realization of qubit operations. As followed from last years investigations [3-5], anharmonic character of current-phase relation becomes important at this temperatures and as result anharmonicity must be taken into account in consideration of JJ qubits.

In order to analyze the qubits with JJ, one has to solve the corresponding stationary Schrödinger equation

$$H\Psi = E\Psi, \quad (1)$$

Quantum dynamics of an isolated Josephson junction is described with the Mathieu-Bloch picture for a particle moving in a periodic potential. In this study, we shall describe the quantum dynamics of phase and charge qubits.

Such qubits have distinguished limiting regimes: the phase regime. $E_J \gg E_C$, is analogous to the tight-binding approximation, and the charge regime, $E_J \ll E_C$, is analogous to the near-free particle approximation.

Phase qubit: Corresponding Hamiltonian of the system associated with unharmonic current-phase relation can be written as

$$H = -E_C \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + E_J \left\{ i_b \phi + \cos \phi - \frac{\alpha}{2} \cos 2\phi \right\}, \quad (2)$$

where $i_b = I_b/I_c$ is the ratio of the bias current applied to the system; and ϕ denotes the phase difference; E_C is the electrostatic energy; and E_J is the Josephson coupling energy. Energy spectrum of Mathieu equation (2) for $\varepsilon_i^\pm = \varepsilon_i \pm \Delta_i$ ($i=0,1$) using numerical calculations are presented in Fig. 1. The ground ($i=0$) and first ($i=1$) states of the energy spectrum are obtained and it is shown that, splitting in the ground and first excited states depend on the unharmonicity parameter α . For high values of energy scale E_J/E_C , the splitting between $\alpha=0$ and $\alpha \neq 0$ cases become large. Furthermore, the numerical modeling is conducted to analyze the influence of the control parameters on the splitting of energy states $\Delta_i = \varepsilon_i^+ - \varepsilon_i^-$. Fig.1 presents the behavior of the splitting of energy states Δ_i for various energy scale E_J/E_C . The results for Δ_0 are presented in Fig.1a within the range $0 \leq \alpha \leq 2$. As mentioned before, the authors in [6],[7] analytically found similar results for dc- SQUID from an oscillatory model. Unlike our results, their

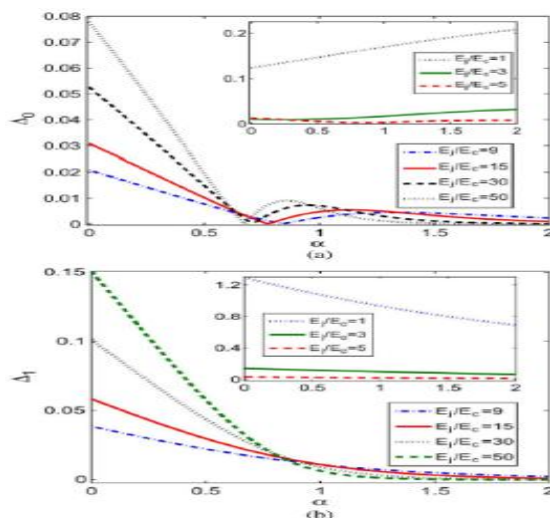


Fig.1 Splitting parameters versus unharmonicity α of the CPR. (a) Splitting of the ground state. (b) Splitting of the first excited state.

Charge qubit: The Hamiltonian of the charge qubit system [8] associated with unharmonic current-phase relation can be written as

$$H = E_c(\hat{n} - n_g)^2 - E_j \left\{ i_b \phi + \cos \phi - \frac{\alpha}{2} \cos 2\phi \right\} \quad (3)$$

where $E_c = Qg^2/2C_\Sigma$ is the electrostatic energy (Cooper pair charge energy) depending on gate voltage V_g and the capacitor $C_\Sigma = Cg + Cj$. Similar to Δ_0 which is the difference between ε_1 and ε_0 at $n_g = 0.5$, the “secondary energy gap” Δ_1 is the difference between ε_2 and ε_1 at $n_g = 1$. Notice that Δ_i refers to energy gap in charge qubit where as it refers to splitting of energy states in phase qubit (Fig.2)

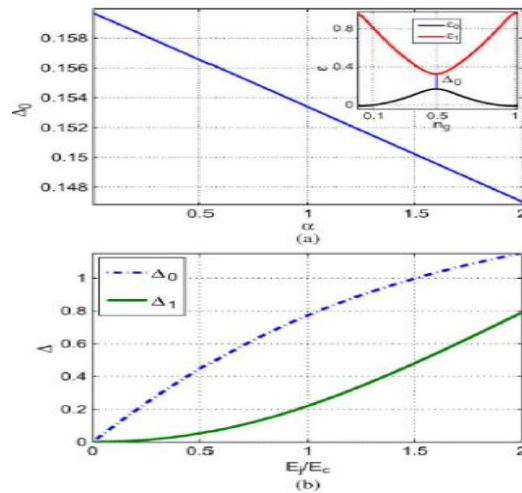


Fig.2 Results for the charge qubit obtained at $n_g=0.5$

References

- [1] Nielsen M.A., Chuang I.L., Quantum computation and quantum information, Cambridge University Press (2000)
- [2] Valiev K.A., Physics-Uspekhi, 48, 1(2008)
- [3] Canturk M., Askerzade I.N., IEEE Applied Superconductivity, 21, 3541 (2011)
- [4] Canturk M., Askerzade I.N., IEEE Applied Superconductivity, 22, 1400106 (2012)
- [5] Bauch T. et al , Phys.Rev. Lett, 94, 087003 (2005)
- [6] Klenov N., Kornev V., Pedersen N., Physica C, 435, 114 (2006)
- [7] Askerzade I.N., Technical Physics, 56, 744 (2011)
- [8] Canturk M., Askerzade I.N., Int.J.Comput. Math.Electr.Eng, 30, 775 (2011)

NEFTQAZÇIXARMA KOMPLEKSİNDƏ İSTEHSAL XƏRCLƏRİNİN QIYMƏTLƏNDİRİLMƏSİ

A.T. Əfəndiyeva
Bakı Dövlət Universiteti

Neftqazçıxarma kompleksində neft hasilatına çəkilən istehsal xərcləri ilə ona təsir edən amillər arasında və eləcə də amillərin bir-biri arasında əlaqənin sıxlığının ölçülməsi, əlaqənin məlum olmayan səbəblərinin təyin edilməsi və istehsal xərclərinə daha çox təsir edən amillərin qiymətləndirilməsi məqsədi ilə korrelyasiya təhlili metodundan istifadə edilir. İstənilən ekonometrik tədqiqatda korrelyasiya təhlili, öz mahiyyətinə görə, məsələnin qoyuluşu və statistik məlumatların toplanması prosesləri bitdikdən sonra aparılan təhlilin ilk mərhələsidir [1].

Növbəti mərhələdə əlaqə formasının, yəni modelin seçilməsi, asılı olmayan dəyişənlərin asılı dəyişənə təsir dərəcəsinin müəyyən edilməsi və asılı dəyişənin hesablanmış qiymətlərinin təyin edilməsi məqsədi ilə reqressiya modelinin qurulması prosesi həyata keçirilir. Reqressiya modelinin qurulmasında əsas məsələ ilkin məlumatların təhlili prosesində riyazi funksiyanın təyin edilməsindən ibarətdir. Bu zaman funksiyalar çoxluğundan təhlil olunan əlamətlər arasındakı real əlaqəni daha əlverişli əks etdirən funksiyanın seçilməsi məqsəduyğundur [2, 3].

Fərz edək ki, seçmə müşahidələr çoxluğundan $X_1, X_2, \dots, X_n$ və $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ seçilmişdir. Əgər Y dəyişəninin şərti orta qiyməti X dəyişəninin qiymətlərinin dəyişməsinə asılı olaraq dəyişirsə:

$$f(x) = E\langle Y | X \rangle \quad (1)$$

Dəyişənlər arasındakı reqressiya əlaqəsi

$$Y_i = f(x_i) + u_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

ilə təsvir olunur. Burada u_i - təsadüfi komponentdir.

Təsadüfi komponent üçün Qauss-Markov şərtlərinin ödənilməsi qəbul edilir, yəni,

$$Eu_i = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

Yəni, istənilən müşahidədə təsadüfi komponentin riyazi gözləməsi sıfıra bərabər olmalıdır.

$$E(u_i u_j) = \begin{cases} \sigma_u^2, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (4)$$

Şərtin birinci hissəsi reqressiya qalıqları dispersiyalarının sabitliyini (homoskedastiklik) tələb edir. İkinci hissə hər hansı iki müşahidədə təsadüfi komponentin qiymətlərində sisteməlik əlaqənin olmamasını fərz edir.

Xətti reqressiya tənliyinin parametrlərinin qiymətləndirilməsi metodlarından biri olan ən kiçik kvadratlar metodu Y asılı dəyişəninin müşahidə olunan qiymətlərinin hesablanmış qiymətlərindən kənarlaşmaların kvadratları cəminin minimumlaşdırılmasıdır.

Fərz edək ki, empirik reqressiya tənliyinin b_0, b_1 qiymətləri müəyyən edilməlidir:

$$Q(b_0, b_1) = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 \quad (5)$$

Funksiyanın minimumlaşdırılması məlum olmayan parametrlərə görə törəməsinin sıfıra bərabər olmasıdır:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial b_0} = -2 \sum (y_i - b_0 - b_1 x_i) = 0; \\ \frac{\partial Q}{\partial b_1} = -2 \sum (y_i - b_0 - b_1 x_i) x_i = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} nb_0 + b_1 \sum x_i = \sum y_i; \\ b_0 \sum x_i + b_1 \sum x_i^2 = \sum x_i y_i. \end{cases} \quad (6)$$

Bərabərliyin hər iki tərəfini n -ə bölməklə parametrləri qiymtləndirə bilərik:

$$\begin{cases} b_0 + b_1 \bar{x} = \bar{y}; \\ b_0 \bar{x} + b_1 \bar{x}^2 = \overline{xy} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2}; \\ b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}. \end{cases} \quad (7)$$

Modelin adekvatlığının müəyyən edilməsi xətlərin normallığı, avtokorrelyasiyanın olmaması və qalıqların heteroskedastikliyinə yoxlanmasıdır.

Mayenin çıxarılması texnoloji prosesə ($Y^{(1)}$) çəkilən istehsal xərclərinə təsir edən aşağıdakı amillər seçilmişdir:

- çıxarılan mayenin tərkibində neftin xüsusi çəkisi- $X_1^{(1)}$;
- maye hasilatı- $X_2^{(1)}$;
- fəaliyyətdə olan quyu fondu- $X_3^{(1)}$;
- fontan quyularının xüsusi çəkisi- $X_4^{(1)}$;
- quyuların maye üzrə orta debiti- $X_5^{(1)}$;
- mayenin özlülüyü- $X_6^{(1)}$;
- lay təzyiqi- $X_7^{(1)}$.

Mayenin özlülüyü və lay təzyiqi göstəriciləri dinamika nisbətən sabit göstəricilər olduğundan təhlil prosesində iştirakı vacib hesab edilməmişdir.

Növbəti mərhələdə tədqiq olunan dəyişənlər arasında sıx əlaqənin olması, maye hasilatı ilə quyuların maye üzrə orta debiti arasında, maye hasilatı ilə çıxarılan mayenin tərkibində neftin xüsusi çəkisi göstəriciləri arasında olan korrelyasiya asılılığı yoxlanılır. İlk olaraq reqressiya modelinin təyin edilməsi üçün xətti funksiya nəzərdən keçirilir. Reqressiya əmsallarının statistik əhəmiyyətliyi təhlil edilərək reqressiya əmsallarının sıfıra bərabər olması fərziyyəsinin yoxlanması üçün t -statistika hesablanır.

Ədəbiyyat

1. Арженовский С.В., Молчанов И.Н. Статистические методы прогнозирования. Учебное пособие. Ростов-на-Дону.: Рост.гос.экон.унив., 2001, 74 с.
2. Барановский М.И., Волков Ю.С., Овсеенко Г.И. Экономико-математическое моделирование в нефтяной промышленности. М.: Недра, 1979, 135 с.

3. Səfərov Q.Ə., Məmmədova M.B., Abdullayeva R.İ. Neftqazçıxarmada “zərər-sizlik nöqtəsi”nə müvafiq istehsal həcmnin təyini // Azərbaycan Neft Təsər-rüfatı, 2000, №3, s. 42-45.

İKİ TƏRTİBLİ KƏSİLƏN ƏMSALLI SPEKTRAL MƏSƏLƏ ÜÇÜN AYRILIŞ TEOREMİ

S.Z. Əhmədov, S.T. Ələsgərova

Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
receb-91@mail.ru

İşdə aşağıdakı kimi məsələyə baxılır:

$$p(x)y'' - \lambda^2 y = f(x), \quad -\infty < x < +\infty, \quad (1)$$

$$|y(x, \lambda)| \leq M, \quad x \rightarrow \pm\infty \quad (2)$$

$$\begin{cases} \gamma_{10}y(\alpha - 0) + \delta_{10}y(\alpha + 0) = 0 \\ \gamma_{11}y'(\alpha - 0) + \delta_{11}y'(\alpha + 0) = 0 \\ \gamma_{20}y(\beta - 0) + \delta_{20}y(\beta + 0) = 0 \\ \gamma_{21}y'(\beta - 0) + \delta_{21}y'(\beta + 0) = 0 \end{cases}, \quad (3)$$

burada

$$p(x) = \begin{cases} a^2, & x \in (-\infty; \infty) \setminus (\alpha; \beta) \\ ib^2, & x \in (\alpha; \beta) \end{cases},$$

$a > 0; b > 0$ olmaqla həqiqi ədədlərdir. γ_{ij} və δ_{ij} ($i = 1, 2; j = 0, 1$) həqiqi ədədlər, M – müsbət ədəddir.

(1) – (3) məsələsində (2) şərti təbii şərt, (3) şərti isə uzlaşma şərti adlanır.

(1) – (3) spektral məsələnin məxsusi ədədlərinin asimptotikası aşağıdakı kimi tapılmışdır ([1], [2]):

$$\lambda_k = \frac{b}{2\sqrt{2}(\beta - \alpha)} (\varphi + 2\pi k - K + i(\varphi + 2\pi k + K)) + O\left(\frac{1}{k}\right), \quad k \rightarrow +\infty,$$

burada

$$A = \frac{a_1 + a_3 + a_4 - i(a_1 + a_2 + a_4)}{-a_1 + a_3 - a_4 + i(a_1 - a_2 + a_4)}, \quad \varphi = \arg A, \quad K = \ln|A|$$

Teorem. Əgər $\varphi(x)$ funksiyası və uzlaşma şərtlərinin əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyərsə

a) $\varphi(x)$ funksiyası $(-\infty; \infty)$ aralığında ikinci tərtibə qədər kəsilməz törəmələrə malikdir,

b) $\varphi(x); \varphi'(x)$ və $\varphi''(x)$ funksiyaları $(-\infty; \infty)$ aralığında məhduddurlar,

c) $\varphi(\alpha) = \varphi(\beta) = \varphi'(\alpha) = \varphi'(\beta) = 0$,

d) $(a_1 + a_4)(a_2 + a_3) > 0$,

onda $\varphi(x)$ funksiyası üçün aşağıdakı ayrılış düsturu doğrudur

$$\varphi(x) = \frac{1}{2\pi i} \sum_k \int_{C_k} y(x, \lambda) \lambda d\lambda,$$

burada $y(x, \lambda)$ spektral məsələnin həllidir. C_k - sadə qapalı kontur olub öz daxilində $y(x, \lambda)$ funksiyasının bir polyusunu saxlayır,

$$a_1 = \frac{\gamma_{10}\gamma_{20}\delta_{11}\delta_{21}}{\sqrt{2}ab}; \quad a_2 = \frac{\gamma_{10}\gamma_{21}\delta_{11}\delta_{20}}{b^2};$$

$$a_3 = \frac{\gamma_{11}\gamma_{20}\delta_{10}\delta_{21}}{\sqrt{2}ab}; \quad a_4 = \frac{\gamma_{11}\gamma_{21}\delta_{10}\delta_{20}}{b^2}.$$

Ədəbiyyat

1. Расулов М.Л., Метод контурного интеграла, М., <<Наука>>, 1964, 462 с.
2. Мамедов Ю. А., Ахмедов С. 3. Исследование характеристического определителя, связанного с решением спектральной задачи Вестник БГУ сер., физ.-мат. наук, 2005, № 2, с. 5-12.

MAYENİN LAMİNAR AXIN REJİMİNDƏ BORUDA YAYILAN DALĞALAR HAQQINDA

A.B. Əliyev, A.H. Mövsümova

Bakı Dövlət Universiteti

X oxu boyunca yayılan dalğanın istiqamətini qeyd edək. Tutaq ki, hər hansı $x = x_0$ nöqtəsində təzyiq paylanması verilib. Hissə-hissə sabit funksiyasını approksimasiya edək.

Bu halda, dalğa təzyiqinin yayılması prosesinə, düzbucaqlı formasında dalğa paketinin paylanma prosesi kimi baxmaq olar. Mayenin laminar axın rejimində təzyiq dəyişməsinin nisbi sönməsi aşağıdakı münasibətlə təyin olunur:

$$\frac{[p]}{[p]_0} = \sqrt{\frac{f_0}{f}} \exp\left(-4\pi\eta \int_0^x \frac{d\xi}{Gf}\right) \quad (1)$$

Qeyd edək ki, təzyiq dəyişməsi bir sıra amillərdən asılıdır. (1) düsturundan görünür ki, mayenin laminar axın rejimində təzyiqin sönməsi, G axın sürətinin azalması, həmçinin özlülüyünün artmasına səbəb olur. Maye özlülüyü mayenin realoji xarakteristikası olduqda dalğanın yayılma sürəti əsas amillərdən asılı olaraq çıxış edir və boru divarının xassələrinin dəyişməsi təzyiqin sönməsinə G orta sürətilə təsir edir.

($\lambda = 0$) olduqda (1) münasibətindən aşağıdakı sadə nəticə alınır:

$$[p] = [p]_0 \cdot \left(\frac{f_0}{f}\right)$$

Mayenin laminar rejimində təzyiq dəyişməsinin sönməsinə əsasən borunun en kəsiyinin sahəsinin dəyişməsi təsir edir.

$f(x) = f_0 = \text{const}$ olduqda (1) tənliyindən alırıq :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{[p]}{p_0} \right) \Big|_{f=\text{const}} = -\frac{4\pi\eta}{Gf_0} \exp\left(-4\pi\eta \frac{x-x_0}{Gf_0}\right) \quad (2)$$

(2) ifadəsinin sağ tərəfi həmişə sıfırdan kiçikdir, ona görə məsafədən asılı olaraq təzyiqin nisbi dəyişməsi azalacaqdır.

(1) düsturu imkan verir ki, konkret sərhəd şərtləri daxilində boru xəttinin istənilən nöqtəsində təzyiq paylanmasını hesablayaq.

İKT SFERASINDA İQTİSADI ARTIM MODELLƏRİ VASİTƏSİLƏ İNVESTİSİYALARIN OPTİMAL İDARƏ OLUNMASI

Ə.Q. Əliyev, Ş.V.Bağirova

AMEA İnformasiya Texnologiyaları İnstitutu, Lənkəran Dövlət Universiteti
alovsat_qaraca@mail.ru, shefa.baqirova@mail.ru

İşdə çoxsektorlu neoklassik iqtisadi artım modelinin xüsusiyyətləri nəzərdən keçirilmişdir. İqtisadiyyatın sektorlarına optimal kapital qoyuluşunun müəyyənəndirilməsi üçün müvafiq alqoritm verilmiş və hər bir sektorda investisiyanın iqtisadi artıma təsiri təhlil olunmuşdur. İnvestisiyaların optimal idarə olunması məsələləri tədqiq olunmuş, İKT-nin müvafiq sektorlarına optimal kapital qoyuluşunun zəruri şərtləri müəyyənəndirilmişdir. Proses üzrə məsələnin qoyuluşunun korrektiliyi məsələləri də tədqiq olunmuşdur.

Son illərdə Azərbaycanda formalaşan iqtisadi inkişaf strategiyası informasiyaya, biliklərə və texnologiyalara əsaslanır. Bu istiqamətdə ən önəmli yeri İKT sferasının dinamik inkişaf problemi tutur. Göstərilən problem “Azərbaycan 2020” inkişaf konsepsiyasında, eləcə də 2014-2020-ci illərdə İnformasiya Cəmiyyətinin İnkişafı üzrə Milli Strategiyada öz əksini tapmışdır. Ona görə də aktuallığını nəzərə alaraq İKT sferasında iqtisadi artım modellərinin tətbiqi məqsədəuyğun hesab edilmişdir.

Fərz edək ki, müxtəlif məhsullar istehsal edən N sektorlu iqtisadiyyatda müəyyən t zaman anında j sektorunda $Y_j(t)$ - buraxılan məhsulun həcmi, $p_j(t)$ - bu məhsulun dəyər vahidi, $K_j(t)$ -kapital, $L_j(t)$ -işçi qüvvəsi, $F_j(t, K_j, L_j)$ - istehsal funksiyası, $C_j(t)$ - istehlak, α_j -kapitalın amortizasiya normasıdır. Burada $j = 1, 2, \dots, N$. Hesab olunur ki, hər bir sektorda eyni istehlak nemətləri istehsal edilir. Əgər hər hansı iqtisadi sektorda qarışıq nemətlər istehsal olunursa, onda bu sektor ikisektorlu model şəklində təqdim olunur: onlardan birində kapital nemətləri, digərində isə istehlak nemətləri istehsal olunur. İstehsal prosesinin şərtləri nəzərə alınmaqla hər bir sektorun ümumi kapitalı və işçi qüvvəsi şərti olaraq iki uyğun hissəyə ayrılır. Ehtimal olunur ki, istehsal funksiyası neoklassik iqtisadi artım şərtlərini yerinə yetirir. Onda t zaman anında buraxılan ümumi məhsul aşağıdakı kimi qiymətləndiriləcək:

$$Y(t) = p_1(t)Y_1(t) + \dots + p_n(t)Y_n(t) = \sum_{i=1}^N p_i(t)Y_i(t) \quad (2.1)$$

Bütün sektorlarda t zaman anında işçilərin ümumi sayı, ümumi kapital və ümumi istehlak belədir:

$$L(t) = \sum_{i=1}^N L_i(t), \quad K(t) = \sum_{i=1}^N K_i(t), \quad C(t) = \sum_{i=1}^N C_i(t) \quad (2.2)$$

Bundan sonra nəzərə alacağıq ki:

- 1) iqtisadiyyatın bir sektorundan digərinə işçilərin keçməsi baş verməmişdir,
- 2) hər bir sektorda işçilərin sayının $L_j(t)$ artım qanunu verilmişdir, məsələn, nəzərdə tutmaq olar ki, hər sektorda işçilərin artımı sadə proporsiya qanunu üzrə baş verir:

$$L'_j(t) = \beta_j L_j(t), \quad L_j(0) = L_{0j}, \quad t > 0 \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.3)$$

burada, $\beta_j > 0$ işçilərin sayının j sektorundakı artım əmsalı, L_{0j} - işçilərin bu sektordakı ilkin sayıdır.

- 3) hər bir sektorun istehsal funksiyası kapitaldan, işçi qüvvəsindən və zamandan asılıdır, yəni

$$F_j = F_j(t, K_j, L_j), \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (2.4)$$

- 4) istehsal funksiyası çökük və artan funksiyadır,

- 5) milli gəlir $Y(t)$ ya investisiyaya $I(t)$, ya da əhalinin istehlakına sərf olunur, yəni

$$Y(t) = I(t) + C(t), \quad (2.5)$$

- 6) bütün sektorlarda ilkin kapitallar verilmişdir:

$$K_j(0) = K_{0j}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.6)$$

burada, K_{0j} - j -sektorundakı ilkin kapitaldır.

- 7) $u_j(t)$ müsbət funksiyadır, $Y(t)$ milli gəlirin t zaman anında j -ci $j = 1, 2, \dots, N$ sektorda kapitalın xalis gəlirinə və amortizasiya xərclərinin ödənməsinə istiqamətlənmiş payıdır. Onda (2.1) və (2.4)-dən bu nəticə alınır:

$$Y(t) = \sum_{i=1}^N p_i(t) F_i(t, K_i(t), L_i(t))$$

Əgər $K'_j(t)$ funksiyası $K_j(t)$ -nin törəməsidirsə, yəni kapitalın j -ci sektordakı xalis artımıdırsa, onda aşağıdakı münasibət ödənilir:

$$u_j(t) \sum_{i=1}^N p_i(t) F_i(t, K_i(t), L_i(t)) = K'_j(t) + \alpha_j K_j(t), \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad t > 0 \quad (2.7)$$

Çoxsektorlu model halının (2.7) tənliyi birsektorlu iqtisadi modelin məşhur Solou tənliyinin [1,2] anoloqudur. Əgər (2.7) tənliyində bütün sektorlarda işçi qüvvəsinin artım qanunun verildiyini nəzərə alsaq, onda alarıq:

$$K'_j(t) = u_j(t) \sum_{i=1}^N p_i(t) \varphi_i(t, K_i(t)) - \alpha_j K_j(t), \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (2.8)$$

burada $\varphi_i(t, K_i(t)) = F_i(t, K_i(t), L_i(t))$ qanunu ilə dəyişən funksiyadır.

İqtisadi artımın təhlilinin ən əsas məsələlərindən biri $Y(t)$ milli gəlirin j -ci sektorunda verilmiş $T > 0$ zamanında bu sektorda kapitalın verilmiş başlanğıc qiymətindən K_{0j} tələb olunan son qiymətə K_{Tj} qədər artması üçün kapital qoyuluşuna istiqamətlənmiş $u_j(t)$ hissəsinin təyini ilə bağlıdır, yəni aşağıdakı münasibət ödənməlidir:

$$K_j(T) = K_{Tj}, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (2.9)$$

Burada, K_{Tj} - verilmiş ədəddir.

Beləliklə, əgər $u_j(t)$ seçilmiş funksiyadırsa, onda $K_j(t)$ kapitalının hesablanması üçün I və II məsələlərini alırıq:

I. $K_j(t)$ funksiyasını (2.6) başlanğıc şərti daxilində $K_{0j}(t)$ ilə ifadə etməklə, (2.8) tənliyinə görə təyin etmək.

II. $K_j(t)$ funksiyasını (2.9) yekun şərti daxilində $K_{1j}(t)$ ilə ifadə etməklə, (2.8) tənliyinə görə təyin etmək.

Bizim məqsədimiz sektorlara investiya qoyuluşu, yəni (2.6) və (2.9) şərtlərini ödəyən $u_j(t)$, $j = 1, 2, \dots, N$, funksiyasının təyini ilə bağlıdır. Yuxarıdakı ifadələri və (2.6) – (2.9) şərtlərini yekunlaşdıraraq idarə olunan obyektin differensial tənliklə təsvir olunduğunu təsdiq edə bilərik. (2.5) fərziyyəsinə uyğun olaraq, milli gəlir istehsalın investisiyalaşdırılmasına və istehlakına sərf olunur. Bu və ya digər qəbul edilmiş şərtlərin iqtisadiyyatın sektorları üçün ümümləşdirilməsi mümkündür. Bu şərtlər elə olmalıdır ki, iqtisadiyyatın sektorlarında kapital təchizatı verilmiş başlanğıc vəziyyətdən son vəziyyətə keçsin. Baxılan məsələ həll edilə biləndir və onun həlli üçün yuxarıda təklif olunan variasiya üsulu tətbiq oluna bilər.

Məlumdur ki, milli gəlirin ən yaxşı bölgüsünün təyini iqtisadi siyasətin əsas problemlərindən biridir. İnvestisiyanın və istehlakın milli gəlirdəki payının müəyyənəşdirilməsi olduqca aktual məsələdir. Ona görə məqalədə iqtisadiyyatın sektorlarına ən yaxşı investisiya qoyuluşunun təyin edilməsi algoritmi işlənilmişdir.

Ədəbiyyat

1. A.D. İskəndərov, Q.Y. Yaqubov, R.Q. Tağıyev. Optimallaşdırma üsulları. Dərslik. II nəşr. Bakı, 2002, 400 səh.
2. H.D. Orucov, Y.H. Həsənlı, V.M. Vəliyeva. Xətti cəbr və iqtisadi modellər. Dərs vəsaiti. Bakı, Qafqaz Universiteti nəşri, Bakı, 2009, 132 səh.
3. Искендеров А. Д., Гамидов Р. А. Оптимальная идентификация коэффициентов эллиптических уравнений // Автомат. и телемех. 2011. № 12, səh 144–155.
4. A.D. İsgəndərov, Y.H. Həsənlı, A.T. Sadıqova. Optimallaşdırma üsullarının iqtisadi məsələlərə tətbiqi. Bakı, Çarşıoğlu, 2012, 248 səh.
5. R.T. Həsənov. Müasir Azərbaycanın sosial-iqtisadi inkişaf modelinin xüsusiyyətləri. Azərbaycanın vergi jurnalı. 2/2012. səh 103-118.
6. Василев Ф.П. Методы оптимизации. М.: 2002, 700 səh.

КЛАССИФИКАЦИЯ ВЫСКАЗЫВАНИЙ В ТРАКТАТЕ НАСИРЕДДИНА ТУСИ “АСАС АЛ-ИКТИБАС”

А.А. Бабаев, Е. Рахмани

a.babayev49@gmail.com, eynollahrhmani@gmail.com

“Асас ал-иктибас” – самый известный из четырех логических трактатов выдающегося азербайджанского ученого XIII века Насиреддина Туси и единственный, написанный им на фарси [2].

Нами был рассмотрен 12-ый раздел этого труда. Он вызывает особый интерес, так как в нем впервые в истории логики приведены истинностные таблицы высказываний.

В этом разделе Туси рассматривает высказывания, среди которых он различает простые, сложные, собранные, лишённые, что соответствует классификации Аристотеля.

Простое высказывание бывает утвердительным и отрицательным, а по количеству единичным, общим, частным и неопределённым.

Туси пишет что, отрицание общего есть частное и, наоборот.

Если использовать современный формальный язык идеи Туси формально можно выразить таким образом.

Пусть P - одноместный предикат, x - переменная и a - константа, тогда $P(x)$, $\forall xP(x)$, $\exists xP(x)$ и $P(a)$ соответствуют неопределённым, общим, частным и индивидуальным высказываниям.

Утверждение Туси о том, что отрицание общего есть частное получается из тождеств $\neg\forall xP(x) \equiv \exists x\neg P(x)$ и $\neg\exists xP(x) \equiv \forall x\neg P(x)$.

Кроме этого, Н.Туси отмечает, что простое высказывание может быть “лишённым” в какой-либо своей части и может быть “собранным” во всех частях.

Высказывание, которое лишено положительного субъекта или положительного предиката, называется “лишённым” высказыванием.

Далее Туси пишет: «Утвердительно лишённое [высказывание], лишившись предиката, по смыслу близко к отрицательно простому, как «Зейд – есть незнающий. – Зейд не есть знающий»...».

Логическая трудность здесь заключается в том, что различие между утвердительно лишённым и собранно отрицательным высказыванием, согласно языку, то, что в лишённом частица отрицания является частью предиката, и связка к предикату, частью которого является отрицание, проявляется в утверждении, и в силу этого высказывание утвердительное, а в отрицательном, частица отрицания проявляется в связке. А согласно значению, (различия) в том, что в утвердительно лишённом индивида, субъект необходим, а в отрицательном индивид субъекта может и быть, а может и не быть. По этой причине отрицательно собранное высказывание является более общим, чем утвердительно лишённое. Так про существующего Зейда можно сказать, что “он не есть зрячий” и можно сказать “он есть незрячий”. Но про Зейда,

который не существует, нельзя сказать “есть незрячий”, а можно сказать “не есть зрячий”, потому что субъекта на самом деле нет, и он не является незрячим или зрячим. В высказывании, где наличествует субъект, между “лишенностью” и “отрицанием”, с логической точки зрения, не будет различия, исключая то, что одно будет утвердительным высказыванием, другое— отрицательным.

Литература

1. Н.Туси Асас ал-Иктибас. Тегеран, 1947, на персидском языке.

ОБ ОБРАТНОМ НЕКОТОРОГО ОБОБЩЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА РИССА

Р.М. Бабаев

Бакинский Государственный Университет

babaevrauf1955@mail.ru

Пусть

$$K_{\alpha,\beta}(t) = \frac{1}{|t|^\alpha (1+|t|^2)^{\beta/2}}, \quad t \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\},$$

где $0 < \alpha < n$, $\beta > 0$.

Известно ([1]), что функция $\frac{1}{|t|^\alpha}$ ($0 < \alpha < n$), как элемент Φ' , имеет своим прообразом Фурье функцию

$$K_\alpha(t) = \frac{1}{\gamma_n(\alpha)} |t|^{\alpha-n},$$

где $\gamma_n(\alpha) = 2^\alpha \pi^{n/2} \Gamma(\alpha/2) \Gamma(\frac{n-\alpha}{2})$, а функция $\frac{1}{(1+|t|^2)^{\beta/2}}$ ($\beta > 0$), как элемент Φ' , своим

прообразом Фурье - $G_\beta(t)$ (регулярный функционал), принадлежащий $L_1(\mathbb{R}^n)$.

Пусть

$$G_{\alpha,\beta}(t) = \int_{\mathbb{R}^n} K_\alpha(t-x) G_\beta(x) dx, \quad t \in \mathbb{R}^n,$$

$$(K_{\alpha,\beta} \varphi)(t) = \int_{\mathbb{R}^n} G_{\alpha,\beta}(t-x) \varphi(x) dx, \quad t \in \mathbb{R}^n.$$

Теорема. Для $\varphi \in L_p(\mathbb{R}^n)$, $1 < p < \frac{n}{\alpha}$, справедливо $T^\beta D^\alpha K_{\alpha,\beta} \varphi = \varphi$, где T^β , D^α - левые обратные, соответствен-но, потенциалов Рисса и Бесселя ([2]).

Литература

1. Гельфанд И.М., Шилев Г.Е. Пространство основных и обобщенных функций. – М, : Физматгиз, 1958.

2. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.М. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. – Минск, Издательство «Наука и техника», 1987.

О “МЕРЕ ОТНОШЕНИЯ” ВЕЛИЧИН В РАБОТАХ НАСИРЕДДИНА ТУСИ¹

Р.Г.Бабаева, В.Ф. Меджлумбекова

MMLera@mail.ru

Считается, что определение действительного числа было дано в «Всеобщей арифметике» Ньютоном. «Под числом мы понимаем не столько множество единиц, сколько отвлеченное отношение какой-либо величины, к величине, принятой за единицу». Это определение было порождением опыта и не указывало, как преодолеваются философско-понятийные трудности, не позволяющие прежде считать дроби и отношения числом.

Но в 60-х годах прошлого века в результате исследования трудов Насиреддина Туси (главным образом «Трактата о полном четырехстороннике») было установлено, что Туси рассматривал отношения величин (геометрических) как абстрактные числа (Б.А.Юшкевич и Мамедбейли).

Однако, этот факт скорее констатировался без изучения теоретического обоснования, что позволило некоторым исследователям (Н.Бурбаки) говорить о теоретическом регрессе философии математики средневекового Востока в отношении чисел.

Исследование трудов Н.Туси: “Изложение Евклида”, “Трактат о полном четырехстороннике” и “Сборник по арифметике с помощью доски и пыли” позволяет проследить эволюцию в обосновании понятия числа.

То, что отношение величин – количественная характеристика отмечал еще Аристотель.

В комментариях к VI книге Евклида Туси вводит понятие “меры отношения” для величин, одна из которых кратна (измеряется) другой.

Таким образом, “мера отношения” – это натуральное число. В VII он вводит “меру отношения” и для соизмеримых отрезков (имеющих общую меру) – таким образом возникает дробь, которая имеет ту же природу. Эту же природу имеет и единица. В “Шаклул Гита” («Трактат о полном четырехстороннике») понятие числа с помощью пропорций распространяется и на несоизмеримые с единицей величины. С помощью «меры отношения», идея которой, возможно, восходила к пифагорейской теории пропорций, Туси устанавливает и категорическую идентичность отношения и числа. То, что «число» и «отношение» принадлежали к различным категориям, не позволяло

¹ Данная работа выполнена при финансовой поддержке Фонда Развития Науки при Президенте Азербайджанской Республики – **Грант** № EIF-2011-1(3)-82/19/1

древнегреческим математикам считать дроби числами. В трактате “Арифметика с помощью доски и пыли” Н.Туси называет и целые и дроби – числами. Отметим, что развитие астрономии и тригонометрии на Средневековом Востоке вызывало необходимость считать отношения (тригонометрические функции) и числа количествами одной природы.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ С ОПЕРАТОРОМ В КРАЕВОМ УСЛОВИИ ДЛЯ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

С.Ф. Бабаева

Институт Кибернетики НАНА

seva_babaeva@mail.ru

Пусть A – положительно-определенный, самосопряженный оператор в сепарабельном гильбертовом пространстве H с областью определения $D(A)$, а H_γ – шкала гильбертовых пространств, порожденная оператором A , т.е. $H_\gamma = D(A^\gamma) \|x\|_\gamma = \|A^\gamma x\|$, $x \in H_\gamma$, $\gamma \geq 0$ ($H_0 = H$). Обозначим через $L(X, Y)$ – Банахово пространство линейных ограниченных операторов, действующих из X в Y , а $L_2(R_+; H)$ гильбертово пространство функций $f(t)$, со значениями в H , определенных почти всюду в $R_+ = (0, \infty)$, для которых

$\|f\|_{L_2(R_+; H)} = \left(\int_0^\infty \|f(t)\|^2 dt \right)^{1/2}$ Далее, следуя монографию [1], вводим пространство

$$W_2^3(R_+; H) = \{u : u' \in L_2(R_+; H), A^3 u \in L_2(R_+; H)\}$$

с нормой $\|u\|_{W_2^3(R_+; H)} = \left(\|u'''\|_{L_2(R_+; H)}^2 + \|A^3 u\|_{L_2(R_+; H)}^2 \right)^{1/2}$.

Рассмотрим в пространстве H следующую краевую задачу

$$\frac{d^3 u}{dt^3} + A^3 u + \sum_{j=0}^3 A_{3-j} u^{(j)} = f(t), \quad (1)$$

$$u(0) = Ku, \quad (2)$$

где операторные коэффициенты удовлетворяют условиям:

- 1) A – положительно-определенный, самосопряженный оператор;
- 2) $B_j = A_j A^{-j} \in L(H; H)$, $\overline{j = 0, 3}$;
- 3) оператор $K \in L(W_2^3(R_+; H), H_{5/2})$ и $\|K\|_{W_2^3(R_+; H) \rightarrow H_{5/2}} = \kappa$.

Определение 1. Если при любом $f(t) \in L_2(R_+; H)$ существует вектор-функция $u(t) \in W_2^3(R_+; H)$, удовлетворяющая уравнению (1) почти всюду в R_+ , краевому условию (2) в смысле сходимости

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t) - Ku\|_{5/2} = 0$$

и имеет место оценка

$$\|u\|_{W_2^3(R_+; H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_2(R_+; H)},$$

то ее будем называть регулярным решением задачи (1), (2), а задачу (1) - (2) регулярно разрешимой.

В этой работе найдены достаточные условия на коэффициенты краевой задачи, обеспечивающие регулярную разрешимость задачи (1), (2). Аналогичные задачи для операторно-дифференциального уравнения третьего порядка рассмотрены в работах [2 – 5].

Обозначим через

$$P_0 u = P_0 \left(\frac{d}{dt} \right) u = u''' + A^3 u, P_1 = P_1 (d/dt) u = \sum_{j=0}^3 A_{3-j} u^{(j)}, Pu = P_0 u + P_1 u,$$

$$u \in W_{2,K}^3(R_+; H).$$

Имеет место следующая

Теорема. Пусть выполняется условия 1)–3), причем $\kappa < 1$ и $\delta(\kappa) = \sum_{j=0}^3 c_j^{(\kappa)} \|B_{3-j}\| < 1$, где числа $c_j(\kappa)$ определены следующим образом:

$$\text{где } c_1(\kappa) = c_3(\kappa) = \frac{1}{1-\kappa}, \quad c_1(\kappa) = \frac{2^{1/3}}{3^{1/2}} + \frac{\kappa^2}{\sqrt{2}(1-\kappa)}, \quad c_3(\kappa) = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{\kappa^2}{\sqrt{2}(1-\kappa)}.$$

Тогда задача (1), (2) регулярно разрешима.

Литература

1. Лионс Ж.-Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. Москва, Мир, 1971, 371 с.
2. Бабаева С.Ф. О корректной разрешимости одной краевой задачи для операторно-дифференциального уравнения третьего порядка // Вестник БГУ, сер. физ.-мат. наук, 2013, № 2, с. 47-53
3. Mirzoyev S.S., Babayeva S.F. Theory of Solvability of Boundary Value Problems for Third Order Operator-Differential Equations. Journal for Theory and Applications. Applied Mathematical Sciences. Vol.7 no.141-144,
4. Mirzoev S.S., Bagirova S.M. Solvability of the class non local boundary value problems for the equations of the fourth order in Hilbert space // Applied Mathematical Sciences // V. 7, № 79, 2013, pp.3923-3934.
5. Mirzoev S.S. On the norms of intermediate derivatives // Transactions of NAS Azerbaijan, Ser. of Phys., Tech., Math. Science, 2003, V.23, № 1, pp. 93-102.

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЙ ПОЛУЛИНЕЙНОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБЛАСТЯХ

Ш.Г. Багыров, М.М. Векилов

Бакинский Государственный Университет,
Институт Математики и Механики НАНА,
Газахский филиал Азербайджанского Института Учителей
sh_bagirov@yahoo.com, mamedov@mail.ru

Пусть G -ограниченная область в R^n с липшицевой границей. Обозначим $\Pi_a = \{(x, t); x \in G, (0 < t < \infty)\}$, $\Gamma_a = \{(x, t); x \in \partial G, (0 < t < \infty)\}$, $\Pi_0 = \Pi$, $\Gamma_0 = \Gamma$.

В цилиндре Π исследуется асимптотическое поведение решений уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) + \sum_{i=1}^n a_i(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} - (t+1)^\mu |u|^p = 0, \quad (1)$$

где $\mu > -2$, $p > 1$, коэффициенты $a_{ij}(x), a_i(x)$ ограниченные, измеримые функции и

$$\lambda_1 |\xi|^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \xi_i \xi_j \leq \lambda_2 |\xi|^2, \lambda_1, \lambda_2 = \text{const} > 0, \text{ для любого } x \in G, \xi \in R^n.$$

Исследуется вопросы асимптотики при $t \rightarrow +\infty$ решений уравнения (1), удовлетворяющих на боковой поверхности цилиндра Π условию

$$\frac{\partial u}{\partial \gamma} = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \cos(n, x_i) = 0, (x, t) \in \Gamma, \quad (2)$$

где n - единичный вектор внешней нормали к Γ .

Если нелинейность вида $|u|^{p-1}u$, такие вопросы изучались в работах[1],[2],[3].

Верна следующая теорема.

Теорема: 1) если $u(x, t)$ положительное решение задачи (1),(2), то

$$u(x, t) = O(t^{\frac{\mu+2}{p-1}})$$

2) если $u(x, t)$ осциллирующее решение задачи (1),(2), т.е.обращающееся в нуль при сколь угодно больших t , то

$$u(x, t) = O(e^{-ht}),$$

где $h = \text{const}$ не зависит от u .

Литература

- 1.Kondratiev V.A.,Oleinik O.A. Some results for nonlinear elliptic equations in cylindrical domains //Operator Theory Adv.Appl.1992. v.57.P.185-195.
- 2.Kondratiev V.A., Veron L. Asymptotic behavior of solutions of some nonlinear parabolic or elliptic equations// Asymptotic Analysis. 1997. 14, no2, 117-156.
- 3.Хачлаев Т.С. Асимптотическое поведение решений полулинейного эллиптического уравнения с растущим коэффициентом в цилиндрической области //Успехи математических наук 2004, Т.59, вып. 2, с.185-186.

ОБ ОТРИЦАТЕЛЬНОМ СПЕКТРЕ ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА С ПОЛИНОМИАЛЬНО УБЫВАЮЩИМ МАГНИТНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Г. М. Байрамова, Э.Х. Эйвазов

Бакинский Государственный Университет
gunay_496@live.ru, eyvazovelshad@gmail.com

В настоящей работе в пространстве $L_2(R_1)$ ($R_1 = (-\infty, +\infty)$) устанавливается самосопряженность оператора $H = H_0 + K$, который является замыканием оператора $\tilde{H}$ действующего по формуле

$$\tilde{H}\psi = -\left(\frac{d}{dx} + i\frac{1}{1+x^2}\right)^2 \psi(x) + e(x)\psi(x), \psi(x) \in C_0^\infty(R_1)$$

с областью определения $D(\tilde{H}) = C_0^\infty(R_1)$ ($C_0^\infty(R_1)$ - совокупность всех финитных бесконечно дифференцируемых в R_1 функций), где H_0 самосопряженный оператор $-\frac{d^2}{dx^2}$ с областью определения $W_2^2(R_1)$, $\frac{1}{1+x^2}$ - магнитный потенциал, а $e(x)$ -вещественный электрический потенциал, удовлетворяющий условию: $e) \int_{-\infty}^{+\infty} |e(x)| dx < +\infty$.

В пространстве $C(R_1)$ непрерывных и ограниченных на $R_1 = (-\infty, +\infty)$ функций с нормой $\sup_{-\infty < x < +\infty} |f(x)| = \|f\|_{C(R_1)} < +\infty$ исследуются особенности основного уравнения теории возмущения $f + T(\lambda)f = 0$ при $\lambda \in C_+ = \{\lambda \in C : \operatorname{Im} \lambda > 0\}$, где $T(\lambda)$ - интегральный оператор с ядром

$$T(x, y, \lambda) = -\frac{e^{i\lambda|x-y|}}{2i\lambda} \left[\frac{1}{(1+x^2)^2} + e(x) - i\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2\lambda \operatorname{sgn}(x-y) \frac{1}{1+y^2} \right].$$

Доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть выполняется условие $e)$. Тогда отрицательная часть спектра H состоит из собственных значений конечной кратности, и их предельной точкой может быть только число $\lambda = 0$.

Литература

- [1] Алиев А. Р., Эйвазов Э. Х. О существенной самосопряженности оператора Шредингера в магнитном поле // Теоретическая и математическая физика, 2011, т. 166, № 2, с. 266-271.
- [2] А. Р. Алиев, Э. Х. Эйвазов, Резольвентное уравнение одномерного магнитного оператора Шредингера на всей оси, Сибирский математический журнал, Ноябрь-декабрь, Том 5, №6, 2012.

İKİLİK OLMAYAN BOUZ-ÇOUDXURI-XOKVİNQEM KODLARI ÜÇÜN PİTERSON-QORENSTEYN-ÇİRLER ALQORİTMİNİN BİR EFFEKTİV REALİZASIYASI

M. Babavənd

Bakı Dövlət Universiteti

BabaVand@yahoo.com

Məruzədə diskret informasiyaların məlumat ötürmə sistemlərində ötürülməsi zamanı təbii səbəblərdən baş verən təhriflərin aradan qaldırılmasında istifadə olunan ikilik olmayan Bouz-Çoudxuri-Xokvinqem (BCX) kodlarında səhvlərin aşkarlanması və düzəldilməsi üçün Piterson-Qorensteyn-Çirler (PQÇ) alqoritminin reallaşdırılmasında Qauss üsulunun və sonlu meydanlarda elementlər üzərində əməllərin yerinə yetirilməsində bu əməllərin yerinə yetirilmə cədvəlinin tətbiqinə əsaslanan realizasiyasına baxılır.

Tutaq ki, m verilmiş natural ədəd, α elementi $GF(q^m)$ sonlu meydanının primitiv elementi, yəni $n = q^m - 1$ tərtibli elementidir, q isə sadə ədəddir. t natural ədədi üçün t sayda səhvi düzəldən q -lük BCX kodu n uzunluqlu və $g(x) = \Theta \text{KOB} [f_1(x), f_2(x), \dots, f_{2t}(x)]$ əmələgətirici çoxhədlili dövrü koddur, harada ki, $f_\beta(x)$ çoxhədlisi $\alpha^\beta \in GF(q^m)$ elementinin minimal çoxhədlisidir ($\beta = \overline{1, 2t}$). Tutaq ki, $k = n - \deg g(x)$ və $i = (i_0, i_1, \dots, i_{k-1}) \in GF(q)$ meydanı üzərində k -ölçülü ixtiyari informasiya vektorudur. Onda i informasiya vektoru $c(x) = i(x) \cdot g(x)$ əməliyyatı vasitəsilə $c(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \dots + c_1x + c_0$ kod çoxhədlisinə kodlaşdırıla bilər, harada ki, $i(x) = i_{k-1}x^{k-1} + \dots + i_1x + i_0$. Qeyd edək ki, n, k və t ədədləri üçün $2t \leq n - k$ münasibəti ödənilməlidir. Tutaq ki, rabitə kanalı ilə $c(x)$ çoxhədlisi ötürülmüşdür, kanalın digər ucunda isə $v(x) = v_{n-1}x^{n-1} + \dots + v_1x + v_0$ çoxhədlisi qəbul edilmişdir. Tutaq ki, $e(x) = e_{n-1}x^{n-1} + \dots + e_1x + e_0$ səhv çoxhədlisidir, yəni $e(x) = v(x) + c(x), GF(q)$, və t -dən çox olmayan sayda əmsal sıfırdan fərqlidir. Fərz edək ki, baxılan anda v sayda səhv baş vermişdir, harada ki, $0 \leq v \leq t$, və həmin səhvlərə naməlum $p_1, \dots, p_v$ mövqeləri uyğundur. Bu halda $e(x)$ səhv çoxhədlisini $e(x) = e_{p_1}x^{p_1} + \dots + e_{p_v}x^{p_v}$ şəklində yazmaq olar. Burada e_{p_ℓ} əmsalı ℓ -ci səhvin qiymətidir, $\ell = \overline{1, v}$. Qeyd edək ki, hətta v ədədi də naməlumdur. Səhvlərin tapılıb düzəldilməsi üçün bu naməlum kəmiyyətlərin hamısının tapılması zəruridir. Bu naməlum kəmiyyətlərin hamısının tapılması üçün PQÇ alqoritminə görə aşağıdakı düsturla hesablanan $S_j, j = \overline{1, 2t}$ sindrom komponentləri istifadə olunur

$$S_j = v(\alpha^j) = c(\alpha^j) + e(\alpha^j) = e(\alpha^j) = e_{p_1}(\alpha^{p_1})^j + e_{p_2}(\alpha^{p_2})^j + \dots + e_{p_v}(\alpha^{p_v})^j. \quad (1)$$

$Y_\ell = e_{p_\ell}$ (səhvin qiyməti) və $X_\ell = \alpha^{p_\ell}$ (səhvin lokatoru) kəmiyyətlərini daxil edək ($\ell = \overline{1, v}$). Hər bir $j = \overline{1, 2t}$ üçün (1)-dən $S_j = v(\alpha^j) = Y_1X_1^j + \dots + Y_vX_v^j$ alınır. Beləliklə, $X_1, \dots, X_v$ və $Y_1, \dots, Y_v$ -lərə nəzərən qeyri-xətti cəbri tənliklər sistemi alınır:

$$S_{\beta} = Y_1 X_1^{\beta} + Y_2 X_2^{\beta} + \dots + Y_{\nu} X_{\nu}^{\beta}, \beta = \overline{1, 2t}. \quad (2)$$

(2) tənliklər sistemini həll etmək üçün səhvlər lokatoru çoxhədlisi kimi adlanan $\Lambda(x) = \Lambda_{\nu} x^{\nu} + \dots + \Lambda_1 x + 1$ çoxhədlisi istifadə olunur və hesab olunur ki, $\Lambda(x)$ -in kökləri $X_1^{-1}, \dots, X_{\nu}^{-1}$ kəmiyyətləridir, yəni $\Lambda(x) = (1 - x \cdot X_1)(1 - x \cdot X_2) \dots (1 - x \cdot X_{\nu})$. $\Lambda(x)$ çoxhədlisinin əmsalları məlum olduqda, səhvlər lokatorunu tapmaq üçün onun köklərini tapmaq lazımdır. Sindrom komponentləri və $\Lambda(x)$ çoxhədlisinin əmsalları arasında əlaqə aşağıdakı xətti cəbri tənliklər sistemi (XCTS) ilə verilir [1]:

$$A \cdot \text{col}(\Lambda_{\nu}, \Lambda_{\nu-1}, \dots, \Lambda_1) = \text{col}(-S_{\nu+1}, -S_{\nu+2}, \dots, -S_{2\nu}), \quad (3)$$

harada ki, $A = (S_{i-1+j}), i = \overline{1, \nu}, j = \overline{1, \nu}$.

Tutaq ki, $M = (S_{i-1+j}), i = \overline{1, \mu}, j = \overline{1, \mu}$. Əgər μ ədədi baş vermiş səhvlərin ν sayına bərabədirsə, onda M matrisi cırlaşmayandır [1]. Deməli, Əgər μ ədədi baş vermiş səhvlərin ν sayından böyük olarsa, onda M matrisi cırlaşandır. Əgər ν sayda səhv baş veribsə, onda A matrisi cırlaşmayandır.

Bu deyilənlər əsasında [1]-də (3) XCTS-nin tərs matrisdən istifadə etməklə həll edilməsinə əsaslanan PQÇ dekodlaşdırma algoritmi qurulmuşdur. Məruzədə (3) XCTS-nin Qauss üsulundan istifadə etməklə həll edilməsinə əsaslanan və aşağıda şərh olunan dekodlaşdırma algoritmi təklif olunur:

Addım 0. $\nu(x)$ çoxhədlisi əsasında $S_{\beta} = \nu(\alpha^{\beta}) - n$ hesablamalı ($\beta = \overline{1, 2t}$).

Addım 1. $\nu = t$.

Addım 2. $A = (S_{\rho-1+\beta}), \rho = \overline{1, \nu}, \beta = \overline{1, \nu}$ matrisini qurmalı. Əgər A matrisində sıfıra bərabər sətir və ya sütun varsa, onda addım 4 keçməli, əks halda aşağıdakı XCTS-ni üçbucaq şəklinə gətirməli

$$A \cdot \text{col}(\Lambda_{\nu}, \Lambda_{\nu-1}, \dots, \Lambda_1) = \text{col}(-S_{\nu+1}, -S_{\nu+2}, \dots, -S_{2\nu}). \quad (4)$$

Addım 3. Əgər A matrisinin üçbucaq şəklinə gətirilməsi zamanı məlum olarsa ki, A matrisi cırlaşandır, onda addım 4-ə keçməli, əks halda addım 5-ə keçməli.

Addım 4. $\nu := \nu - 1$. Addım 2-yə keçməli.

Addım 5. $A_1 \cdot \text{col}(\Lambda_{\nu}, \Lambda_{\nu-1}, \dots, \Lambda_1) = b$ sistemini həll edib $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_{\nu}$ əmsallarını tapmalı, harada ki, b vektoru (4) XCTS-ni üçbucaq şəklinə gətirdikdə $\text{col}(-S_{\nu+1}, -S_{\nu+2}, \dots, -S_{2\nu})$ sütun vektorundan alınan vektordur, A_1 matrisi isə A matrisinin üçbucaq şəklidir.

Addım 6. $\Lambda(x)$ çoxhədlisinin $x_1, \dots, x_{\nu}$ köklərini tapmalı. $X_{\beta} = x_{\beta}^{-1}, \beta = \overline{1, \dots, \nu}$, düsturu ilə səhvlər lokatorunu tapmal. $p_1, \dots, p_{\nu}$ - qüvvət dərəcələrinin qiymətlərini tapmalı.

Addım 7. $S_{\beta} = Y_1 X_1^{\beta} + Y_2 X_2^{\beta} + \dots + Y_{\nu} X_{\nu}^{\beta}, \beta = \overline{1, \dots, \nu}$, XCTS-ni $Y_1, \dots, Y_{\nu}$ məchullarına nəzərən həll etməli.

Addım 8. Başverən səhvi $\nu_{p_{\ell}} := \nu_{p_{\ell}} - Y_{\ell}, \ell = \overline{1, \dots, \nu}, GF(q)$, düsturu ilə düzəltməli.

Addım 9. $i(x) = \nu(x) / g(x)$ düsturu ilə informasiya çoxhədlisini hesablamalı.

Addım 10. Стоп.

(4)-də A matrisinin elementləri $GF(q^m)$ meydanının elementləri, yəni $GF(q)$ meydanı üzərində çoxhədlilərdir. Məruzədə bu elementlər üzərində toplama, vurma, əks və tərs elementin tapılması əməllərinin yerinə yetirilməsi spesifikliyini nəzərə alaraq yuxarıdakı alqoritmə hesablamalarda əməllərin yerinə yetirilmə cədvəlinin tətbiq edilməsi təklif olunur və cədvəllərin tətbiq olunmasının effektivliyi, yəni dekodlaşdırma vaxtının dəfələrlə azalması göstərilir.

Ədəbiyyat

1. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. М.Мир,1986, 576с.

ON HARDY INEQUALITY IN WEIGHTED BANACH FUNCTION SPACES

R.A. Bandaliev, A.F. Ismayilova

bandaliyev.rovshan@math.ab.az

In this report we reduce a boundedness of the multidimensional Hardy type operator

$$Hf(x) = \int_{|y|<|x|} f(y)dy$$

in different weighted Banach function spaces (see [1]), where $x \in R^n$ and $f \geq 0$. The following theorem is holds.

Theorem. Let $\nu(x)$ and $\omega(x)$ are weight functions defined on R^n and $1 < p < \infty$. Suppose X_ν and Y_ω are weighted Banach function spaces, Y_ω is p -convex and $X_\nu \subset L_p(R^n)$. Let there exists $\alpha \in (0,1)$ such that

$$A_1(\alpha, p, q) = \sup_{t>0} \left(\int_{|y|<t} \nu(y)^{1-p'} dy \right)^{\frac{\alpha}{p'}} \left\| \left(\int_{|y|<|\cdot|} \nu(y)^{1-p'} dy \right)^{\frac{1-\alpha}{p'}} \chi_{\{|\cdot|>t\}} \right\|_{Y_\omega} < \infty.$$

Then the inequality

$$\|Hf\|_{Y_\omega} \leq C \|f\|_{X_\nu}, \tag{1}$$

holds.

Conversely, if the inequality (1) is valid, the a condition

$$A_2(\alpha, p, q) = \sup_{t>0} \|Q(\cdot, t)\|_{X_\nu}^{-1} \left\| \left(\int_{|y|<|\cdot|} \nu(y)^{1-p'} dy \right)^{\frac{1-\alpha}{p'}} \right\|_{Y_\omega} < \infty,$$

is holds for any $\alpha \in (0,1)$, where

$$Q(x, t) = \frac{p'}{1-\alpha} [g(t)]^{-\frac{\alpha}{p'} - \frac{1}{p}} [\nu(x)]^{1-p'} \chi_{\{|x|<t\}}(x) + [g(|x|)]^{-\frac{\alpha}{p'} - \frac{1}{p}} [\nu(x)]^{1-p'} \chi_{\{|x|>t\}}(x)$$

for fixed $t > 0$.

In addition, for the operator norm $\|H\|_{X_\nu \rightarrow Y_\omega}$ we have

$$\sup_{0 < \alpha < 1} \frac{p' A_2(\alpha, p, q)}{1 - \alpha} \leq \|H\|_{X_\nu \rightarrow Y_\omega} \leq M \inf_{0 < \alpha < 1} \frac{A_1(\alpha, p, q)}{(1 - \alpha)^{1/p'}}.$$

For the notion of p -convex Banach spaces we refer to [2].

Let $X_\nu = L_{p,\nu}(R^n)$. Then we have the following

Corollary [3]. Let $\nu(x)$ and $\omega(x)$ are weight functions defined on R^n and $1 < p < \infty$. Suppose Y_ω is weighted Banach function spaces and Y_ω is p -convex. Let there exists $\alpha \in (0, 1)$ such that

$$A(\alpha, p, q) = \sup_{t > 0} \left(\int_{|y| < t} \nu(y)^{1-p'} dy \right)^{\frac{\alpha}{p'}} \left\| \left(\int_{|y| < t} \nu(y)^{1-p'} dy \right)^{\frac{1-\alpha}{p'}} \chi_{\{|\cdot| > t\}} \right\|_{Y_\omega} < \infty. \quad (2)$$

Then the condition (2) is necessary and sufficient condition for validity of inequality (1).

Reference

- [1]. Bennett C., Sharpley R. Interpolation of operators. Pure Appl. Math. 129, Academic Press, 1988.
- [2]. Schep A. Minkowski's integral inequality for function norms. Operator theory. Operator theory in function spaces and Banach lattices. Oper. Theory Adv. Appl., 1995, v.75, p. 299-308.
- [3]. Bandaliev R.A. On a compactness criteria for multidimensional Hardy type operator in p -convex Banach function spaces. Caspian Journal of Applied Mathematics, Economy and Ecology, 2013, v.1, № 1, p. 1-10.

THE SINGULAR HOMOLOGY GROUPS OF SOFT TOPOLOGICAL SPACES

S. Bayramov, L. Mdzinarishvili, C. Gunduz (Aras)

Department of Mathematics, Kafkas University, Kars, 36100-Turkey

Department of Mathematics, Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

Department of Mathematics, Kocaeli University, Kocaeli, 41380-Turkey

baysadi@gmail.com, l.mdzinarishvili@gtu.ge, carasgunduz@gmail.com

In this article we introduce singular cubic homology groups of soft topological spaces, being extension of the relevant homology groups of topological spaces. Soft topological spaces and their soft continuous maps form a category. This category is denoted by $Stop$. Unless otherwise stated $E = N$ will be assumed to be a set of parameters and the set of rational numbers on the closed interval $I = [0, 1]$ will be considered as the set $\{r_n\}$. If for all $n \in N$ and for all $\varepsilon > 0$ we define the soft set $F_\varepsilon : N \rightarrow P(I)$ as $F_\varepsilon(n) = (r_n - \varepsilon, r_n + \varepsilon) \cap I$. Then the family $B = \{(F_\varepsilon, N)\}_{\varepsilon > 0}$ is a soft base

of soft topology on I and τ_I is called a soft topology generated by B . A soft topological space (I, τ_I, N) is called a soft unit interval.

Definition 1. Let (X, τ, E) be a soft topological space. Then a soft singular n -cube in (X, τ, E) is a soft continuous map $(T, \psi): (I^n, \tau_{I^n}, N^n) \rightarrow (X, \tau, E)$, where $T: I^n \rightarrow X$, $\psi: N \rightarrow E$. Here I^n is the topological product of soft topological space (I, τ_I, N) . $S_n(X, \tau, E)$ denotes the set of all soft singular n -cubes in (X, τ, E) . A soft singular n -cube $(T, \psi) \in S_n(X, \tau, E)$ ($n \geq 1$) is called degenerate if only if the mapping (T, ψ) does not depend on one of the coordinate values.

Definition 2. Let (X, τ, E) be a soft topological space, and Z the (usual) additive group of integers. For $n \geq 1$, $Q_n[(X, \tau, E), Z]$ denotes the free abelian group generated by the set $S_n(X, \tau, E)$ of all soft singular n -cubes in (X, τ, E) . For $n \geq 1$, let $D_n[(X, \tau, E), Z]$ denote the subgroup of $Q_n[(X, \tau, E), Z]$ generated by all degenerate soft singular n -cubes. Then we can define $C_n[(X, \tau, E), Z] = \frac{Q_n[(X, \tau, E), Z]}{D_n[(X, \tau, E), Z]}$, $n > 0$ and

called it the group of singular n -chains in (X, τ, E) .

For all $1 \leq i \leq n$ and $k \in N$, we define the following soft mappings

$$(A_i^{0(k)}, \varphi_i^{(k)}), (A_i^{1(k)}, \varphi_i^{(k)}): (I^{n-1}, \tau_{I^{n-1}}, N^{n-1}) \rightarrow (I^n, \tau_{I^n}, N^n)$$

by the formula: $\varphi_i^{(k)}(j_1, \dots, j_{n-1}) = (j_1, \dots, j_{i-1}, k, j_i, \dots, j_{n-1})$,

$$A_i^{0(k)}(\tilde{x}_{j_1}, \dots, \tilde{x}_{j_{n-1}}) = (\tilde{x}_{j_1}, \dots, \tilde{x}_{j_{i-1}}, \tilde{0}_k, \tilde{x}_{j_i}, \dots, \tilde{x}_{j_{n-1}}), A_i^{1(k)}(\tilde{x}_{j_1}, \dots, \tilde{x}_{j_{n-1}}) = (\tilde{x}_{j_1}, \dots, \tilde{x}_{j_{i-1}}, \tilde{1}_k, \tilde{x}_{j_i}, \dots, \tilde{x}_{j_{n-1}}).$$

Proposition 3. Let $(T, \psi) \in S_n(X, \tau, E)$, and $1 \leq i \leq j \leq n$. Then

- (a) $(A_i^{p(k)}, \varphi_i^{(k)}) \circ (A_s^{p(l)}, \varphi_s^{(l)})(T, \psi) = (A_{s-1}^{p(l)}, \varphi_{s-1}^{(l)}) \circ (A_i^{p(k)}, \varphi_i^{(k)})(T, \psi)$, $p = 0, 1$
- (b) $(A_i^{p(k)}, \varphi_i^{(k)}) \circ (A_s^{q(l)}, \varphi_s^{(l)})(T, \psi) = (A_{s-1}^{q(l)}, \varphi_{s-1}^{(l)}) \circ (A_i^{p(k)}, \varphi_i^{(k)})(T, \psi)$, $p = 0, 1, q = 1, 0$.

Definition 4. Let (X, τ, E) be a soft topological spaces. We define a homomorphism

$$\partial_n: Q_n[(X, \tau, E), Z] \rightarrow Q_{n-1}[(X, \tau, E), Z],$$

such that for $(T, \psi) \in S_n(X, \tau, E)$, $\partial_n(T, \psi) = \sum_{i=1}^n (-1)^i [(A_i^{1(k)}, \varphi_i^{(k)})(T, \psi) - (A_i^{0(k)}, \varphi_i^{(k)})(T, \psi)]$.

Lemma 5. Let $n > 1$, we have $\partial_{n-1} \circ \partial_n = 0$.

Proposition 6. Let $n \geq 1$, then $\partial_n(D_n[(X, \tau, E), Z]) \subset D_{n-1}[(X, \tau, E), Z]$.

As a consequence of Proposition 6, ∂_n induces a homomorphism

$$\partial_{*n}: C_n[(X, \tau, E), Z] \rightarrow C_{n-1}[(X, \tau, E), Z], \quad n \geq 1.$$

Thus for the soft topological space (X, τ, E) , the following chain complexes of groups $\{C_n[(X, \tau, E), Z], \partial_{*n}: C_n[(X, \tau, E), Z] \rightarrow C_{n-1}[(X, \tau, E), Z]\}$ is obtained.

Now, let $(f, g): (X, \tau, E) \rightarrow (Y, \tau', E')$ be a soft continuous mapping of soft topological

spaces. We define a homomorphism $(f, g)_{*n} : S_n(X, \tau, E) \rightarrow S_n(Y, \tau', E')$ such that for any $(T, \psi) \in S_n(X, \tau, E)$, $(f, g)_{*n}(T, \psi) = (f, g) \circ (T, \psi) = (f \circ T, g \circ \psi) \in S_n(Y, \tau', E')$. The homomorphism $(f, g)_{*n}$ induces a homomorphism

$$(f, g)_{*n} : C_n[(X, \tau, E), Z] \rightarrow C_n[(Y, \tau', E'), Z]$$

Proposition 7. Let (X, τ, E) be a soft topological space. Then the correspondence

$$(X, \tau, E) \mapsto \{C_n[(X, \tau, E), Z]\}, (f, g) \mapsto \{(f, g)_{*n} : C_n[(X, \tau, E), Z] \rightarrow C_n[(Y, \tau', E'), Z]\}$$

is a functor from the category *Stop* to the category of chain complexes.

Definition 8. Let (X, τ, E) be a soft topological space. The group

$$H_n[(X, \tau, E), Z] = \frac{Z_n[(X, \tau, E), Z]}{B_n[(X, \tau, E), Z]}$$

is called the singular n -homology group of soft topological space (X, τ, E) .

Theorem 9. The correspondence

$$(X, \tau, E) \mapsto H_n[(X, \tau, E), Z], (f, g) \mapsto \{(f, g)_{**n} : H_n[(X, \tau, E), Z] \rightarrow H_n[(Y, \tau', E'), Z]\}$$

is a functor from the category *Stop* to the category of groups.

Definition 10. Let $(f, \phi), (g, \psi) : (X, \tau, E) \rightarrow (Y, \tau', E')$ be two soft continuous mapping. If there exists a soft continuous mapping $(F, \phi) : (X, \tau, E) \times (I, \tau_I, N) \rightarrow (Y, \tau', E')$ such that

$$(F, \phi)(x_e, 0_n) = (f, \phi)(x_e), (F, \phi)(x_e, 1_n) = (g, \psi)(x_e)$$

then we say that (f, ϕ) is soft homotopic to (g, ψ) .

Theorem 11. Let $(f, \phi), (g, \psi) : (X, \tau, E) \rightarrow (Y, \tau', E')$ be a soft homotopic mappings. Then

$$(f, \phi)_{**n} = (g, \psi)_{**n} : H_n[(X, \tau, E), Z] \rightarrow H_n[(Y, \tau', E'), Z], \text{ for all } n \geq 0.$$

References

- [1] M. Shabir and M. Naz, On soft topological spaces, *Comput. Math. Appl.* 61(2011) 1786-1799.
- [2] S. Bayramov, C. Gunduz(Aras), Soft locally compact and soft paracompact spaces, *Journal of Mathematics and System Science*, No 2, 2013.
- [3] W.S. Massey, *Singular Homology Theory*, Springer, New York, 1980.

FRAMES IN NOETHERIAN MAPPING. $\mathcal{H}$ -CLOSE FRAMES

B.T. Bilalov, F.A. Guliyeva

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

b_bilalov@mail.ru, quliyeva-fatima@mail.ru

We consider the frames in Noetherian mapping in Hilbert and Banach spaces. Atomic decompositions in Hilbert and Banach spaces are also considered. More

precisely, we consider the perturbations of atomic decompositions and frames in Hilbert and Banach spaces. The concept of $\mathcal{H}$ -closeness is introduced and the stability of atomic decomposition and frame properties with respect to this closeness is proved.

Let X, Y be B -spaces and $T: X \rightarrow Y$ be a linear operator. If $\overline{\mathcal{R}_T} = \mathcal{R}_T$ and $\alpha = \dim \text{Ker} T < +\infty$, $\beta = \dim Y / \mathcal{R}_T < +\infty$, then the operator T is called Noetherian and the number $\varkappa = \alpha - \beta$ is called the index of the operator T . For $\alpha = \beta$, T is called a Fredholm operator.

Let us give a definition of atomic decomposition.

Definition 1. Let X be a B -space and $\mathcal{H}$ be a B -space of the sequences of scalars. Let $\{f_k\}_{k \in N} \subset X$, $\{g_k\}_{k \in N} \subset X^*$. Then $(\{g_k\}_{k \in N}, \{f_k\}_{k \in N})$ is an atomic decomposition of X with respect to $\mathcal{H}$ if :

- (i) $\{g_k(f)\}_{k \in N} \in \mathcal{H}, \forall f \in X$;
- (ii) $\exists A, B > 0: A\|f\|_X \leq \|\{g_k(f)\}_{k \in N}\|_{\mathcal{H}} \leq B\|f\|_X, \forall f \in X$;
- (iii) $f = \sum_{k=1}^{\infty} g_k(f) f_k, \forall f \in X$.

The concept of frame is a generalization of the concept of atomic decomposition.

Definition 2. Let X be a B -space and $\mathcal{H}$ be a B -space of the sequences of scalars. Let $\{g_k\}_{k \in N} \subset X^*$, and $S: \mathcal{H} \rightarrow X$ be some bounded operator. Then $(\{g_k\}_{k \in N}, S)$ forms a Banach frame for X with respect to $\mathcal{H}$ if :

- (i) $\{g_k(f)\}_{k \in N} \in \mathcal{H}, \forall f \in X$;
- (ii) $\exists A, B > 0: A\|f\|_X \leq \|\{g_k(f)\}_{k \in N}\|_{\mathcal{H}} \leq B\|f\|_X, \forall f \in X$;
- (iii) $S[\{g_k(f)\}_{k \in N}] = f, \forall f \in X$.

A and B will be called frame bounds. The following theorem is valid.

Theorem. Let $X; Y$ be H -spaces and $T \in L(X; Y)$ be some Noetherian operator. If $\bar{x} \equiv \{x_n\}_{n \in N} \subset X$ forms a frame (is an atomic decomposition) for X , then $\bar{y} \equiv \{Tx_n\}_{n \in N}$ is a frame sequence (sequence of atomic decomposition) in Y .

This theorem has the following corollaries.

Corollary . Let $T \in L(X; Y)$ be a Fredholm operator. If $\bar{x}$ forms a frame (is an atomic decomposition) for X , then $T\bar{x} = \bar{y}$ (i.e. $y_n = Tx_n, \forall n \in N$) also forms a frame (is an atomic decomposition) for Y , if $\bar{y}$ is complete in it.

ON STATISTICAL CONVERGENCE IN METRIC SPACES

B.T. Bilalov, T.Y. Nazarova

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

b_bilalov@mail.ru, tubunazarova@mail.ru

Let $(X; \rho(\cdot, \cdot))$ be metric space with a metric ρ . Denote by $O_\varepsilon(a)$ the open ball in X centered at the point $a \in X$ and with a radius $\varepsilon: O_\varepsilon(a) \equiv \{x \in X: \rho(x; a) < \varepsilon\}$.

A^C means the complement of the set $A \subset N$ to $N: A^C = N \setminus A$, where N is a set of natural numbers. $\chi_A(\cdot)$ is the characteristic function of A ; $\Rightarrow$ will be a quantifier which means «follows»; $\wedge$ – will be a quantifier which means «and». Let $A \subset N$ be some set. Assume $\delta_n(A) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \chi_A(k)$. If $\exists \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n(A) = \delta(A)$, then $\delta(A)$ is called statistical density of the set A .

Put

$$\mathcal{K} \equiv \{K \subset N : \delta(K) = 1\}.$$

Accept the following

Definition. We say that $\{x_n\}_{n \in N} \subset X$ is statistically fundamental (st-fundamental) in $(X; \rho)$, if $\forall \varepsilon > 0, \exists n_\varepsilon \in N : \delta(\Delta_{n_\varepsilon}) = 0$, where

$$\Delta_{n_\varepsilon} \equiv \{n \in N : \rho(x_n; x_{n_\varepsilon}) \geq \varepsilon\}.$$

The following theorem is true.

Theorem. Let $(X; \rho)$ be complete metric space and $\{x_n\}_{n \in N} \subset X$ be some system. Then the following statements are equivalent to each other:

- 1) $\exists \text{st} - \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$;
- 2) $\{x_n\}_{n \in N}$ is st-fundamental;
- 3) $\exists \{y_n\}_{n \in N} \subset X : \exists \lim_{n \rightarrow \infty} y_n \wedge \{n \in N : x_n = y_n\} \in \mathcal{K}$.

This theorem immediately implies the following

Corollary. Let $\{x_n\}_{n \in N} \subset X$ and $\exists \text{st} - \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$. Then $\exists \{n_k\}_{k \in N} \subset N$:

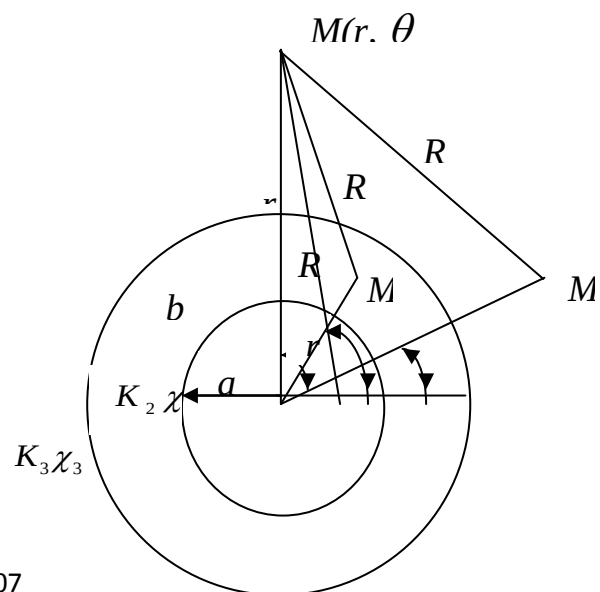
$$n_1 < n_2 < \dots, \lim_{k \rightarrow \infty} x_{n_k} = x \wedge \delta(\{n_k\}_{k \in N}) = 1.$$

ÜÇ ZONADAN İBARƏT LAYLARDA MAYENİN QƏRARLAŞMAMIŞ HƏRƏKƏTİNDƏ LAY PARAMETRİNİN TƏYİNİ

Cabbarov İ.İ. Səfərli İ.S., Hədiyeva S.S.

Sumqayıt Dövlət Universiteti

Belə hesab edirik ki, istismar layı uzuluğu boyunca çox böyükdür və yuxarı istismar olunmayan laydan zəif arakəsmə ilə ayrılır. Qonşu istismar olunmayan layda təzyiq sabit saxlamaqla P_0 -a bərabərdir. Lay üç zonadan ibarətdir. Birinci zona dairəvi olmaqla, konsentrik olmaqla üç zonadan ibarətdir. Zonaların keçiricilik və təzyiq keçiricilik əmsalları müxtəlifdir. Hər



zonada sabit məhsuldarlıqla Q_j ($j=1,2,3$ zonaların nömrəsi) bir quyu işləyir.

Bu məsələ riyazi olaraq aşağıdakı kimi xüsusi törəməli diferensial tənliklərlə verilir. Burada layın tavan və daban müstəvilərinin keçirməz olduğu nəzərə alınır.

$$\frac{\partial^2 P_j}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P_j}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 P_j}{\partial \theta^2} - \omega_j^2 (P_j - P_0) = \frac{1}{\chi_j} \frac{\partial P_j}{\partial t}, \quad (1)$$

Tənliklər sistemini aşağıdakı başlangıç və sərhəd şərtləri daxilində həll etmək lazımdır:

$$\left(R_j \frac{\partial P_j}{\partial R} \right)_{R_j \rightarrow 0} = \frac{MQ_j}{2\pi b k_j} \equiv A_j, \quad (2)$$

$$P_1(r, \theta, t) = P_2(r, \theta, t), \quad k_1 \frac{\partial P_1}{\partial r} = k_2 \frac{\partial P_2}{\partial r} \quad r = a \text{ olduqda} \quad (3)$$

$$P_2(r, \theta, t) = P_3(r, \theta, t), \quad k_2 \frac{\partial P_2}{\partial r} = k_3 \frac{\partial P_3}{\partial r} \quad r = b \text{ olduqda} \quad (4)$$

$$P_j = P_0 \quad r = \infty \text{ olduqda} \quad (5)$$

burada $R_j^2 = r^2 + r_j^2 - 2rr_j \cos(\theta - \theta_j)$; $\theta_1 = 0$; $\omega_j = \frac{k_{r_j}}{k_j h h_r}$; $j=1,2,3$; (r, θ) -silindrik koordinatlar; (r_j, θ_j) quyuların yerləşdiyi nöqtənin koordinatları; k_j - j -ci zonanın keçiriciliyi; k_{r_j} -arakesmələrin keçiriciliyi; χ_j -təzyiq keçirmə əmsalları; h, h_r uyğun olaraq layın və aralığın hündürlükləri, μ -özlülük əmsalıdır.

Qoyulan məsələnin həlli üçün Laplasın integral çevirmə qaydasını tətbiq edək. Onda qoyulan məsələnin həlli başlangıç şərtlərin köməyi ilə aşağıdakı tənliklər sisteminin həllinə gətirilir:

$$\frac{\partial^2 U_j}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_j}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_j}{\partial \theta^2} - q_j^2 U_j = 0 \quad (6)$$

burada $U_j = \frac{P_0}{\lambda} - \bar{P}_j$, $q_j^2 = \frac{\lambda}{\chi_j} + \omega_j^2$, λ -çevirmənin parametridir.

Qoyulan məsələ dəyişənlərinə ayırma və Laplasın çevirməsinin köməyi ilə həll olunur. Biz burada ancaq zamanın böyük qiymətlərində bir xüsusi hal üçün nəticəni veririk. Əgər tavan və daban müstəviləri keçirməz olarsa, alınmış ümumi nəticələrdə $\omega_1 = \omega_2 \rightarrow 0$ şərtində alırıq:

$$\begin{aligned} P_0 - P_1 &= \frac{A_1}{2} \left[E_i \left(-\frac{a^2}{4\chi_1 t} \right) - E_i \left(-\frac{r^2}{4\chi_1 t} \right) - \frac{1}{v_1} E_i \left(-\frac{a^2}{4\chi_2 t} \right) + \right. \\ &\quad \left. + E_i \left(-\frac{b_2}{4\chi_2 t} \right) + 2f_1 \right] + \frac{A_2}{2} \left[E_i \left(-\frac{b_2}{4\chi_2 t} \right) - E_i \left(-\frac{r_2^2}{4\chi_2 t} \right) + 2f_2 \right], \\ P - P_2 &= \frac{A_1}{2} \left[\frac{1}{v_1} E_i \left(-\frac{b^2}{4\chi_2 t} \right) - \frac{1}{v_1} E_i \left(-\frac{r^2}{4\chi_2 t} \right) + 2f_3 \right] + \frac{A_2}{2} \left[E_i \left(-\frac{b^2}{4\chi_2 t} \right) - E_i \left(-\frac{r_2^2}{4\chi_2 t} \right) + 2f_4 \right] \end{aligned} \quad (7)$$

burada $v_1 = \frac{k_2}{k_1}$, $-E_i(-x) = \int_x^\infty \frac{1}{u} e^{-u} du$ - cədvəli məlum olan funksiya;

$$\begin{aligned}
f_1 &= -\frac{1}{2} \left[F\left(\frac{r_1}{r}, \theta\right) + \alpha_2 F\left(\frac{rr_1}{a^2}, \theta\right) \right] + 2\alpha_2 \alpha_4 \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_1^n F\left(\frac{rr_1}{b^2} \gamma^n, \theta\right) \\
f_2 &= \frac{\alpha_4}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_1^n \left[F\left(\frac{rr_1}{b^2} \gamma^n, \theta - \theta_2\right) - F\left(\frac{r_1}{r_2} \gamma^n, \theta - \theta_2\right) \right], \\
f_3 &= \alpha_2 \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_1^n \left[F\left(\frac{rr_1}{b^2} \gamma^n, \theta\right) - F\left(\frac{r_1}{r_2} \gamma^n, \theta\right) \right], \\
f_4 &= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_1^n \left[\alpha_4 F\left(\frac{a^2}{rr_2} \gamma^n, \theta - \theta_2\right) - \alpha_1 F\left(\frac{a^2 r_2}{b_2^2} \gamma^n, \theta - \theta_2\right) - F\left(\frac{r}{r_2} \gamma^n, \theta - \theta_2\right) + F\left(\frac{rr_2}{b_2} \gamma^n, \theta - \theta_2\right) \right]
\end{aligned}$$

Алынmış ifadələr mühəndis hesabətı üçün böyük əhəmiyyət kəsb edir.

Ədəbiyyat

1. М.Н.Велиев, И.И.Джаббаров Взаимодействие прялинейных бесконечных пласте со слабопроницаемой кровлей. Изв. АН. Азерб. ССР, сения физ.-тех и математических наук, №3, 1974
2. Лаврентиев М.А., Шабат В.В.,-Методы теории функции комплексного переменного. Изд-во, физ. Мат, 1958

О КОЛЕБАНИИ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАСТИНКИ, С УЧЕТОМ ЛИНЕЙНОГО ВЯЗКО-УПРУГОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

В.Д. Гаджиев, И.У. Мусаев, Х.Г. Джафаров

ИММ НАНА, «Тафаккур», АГПУ

Как известно, в настоящее время при строительстве современных инженерных комплексов и во многих других областях техники широко используются элементы конструкций, изготовленные из неоднородных материалов. Среди них, наиболее распространенными являются многослойные и непрерывные неоднородные пластинки.

Одним из главных факторов, при проектировании и расчете конструкций являются учет режима эксплуатации и влияние окружающей среды, которые существенным образом зависят от природно-климатических условий.

Следует отметить, что учет вязко упругого сопротивления, существенным образом влияет на частотно-амплитудные характеристики элемента конструкций. При колебании стержней учет однородных задач принимает следующую модель [1]

$$q = k_1(x)W + k_2(x)\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \quad (1)$$

Здесь q - реакция внешней среды, $k_1(x)$, $k_2(x)$ характеризуют соответственно упругие и вязкие характеристики основания, W - прогиб, t - время.

В данной работе полагается, что основания характеризуются следующим соотношением

$$q = k_1(x, y)W + k_2(x, y)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2)$$

и решается задача собственных колебаний непрерывно неоднородной прямоугольной пластинки, причем предполагается, что модуль упругости и плотность являются непрерывными функциями.

$$E = E_0 f(x, y); \quad \rho = \rho_0 \psi(x, y) \quad (3)$$

Здесь E_0 и ρ_0 - коэффициенты Пуассона являются постоянными величинами и соответствуют однородному случаю.

Можно показать, что уравнение движения относительно прогиба W , с учетом (2) и (3) записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} D_0 \left[f(x, y) f \left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} \right) + \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \left(\frac{\partial^3 W}{\partial x^3} + \nu \frac{\partial^3 W}{\partial x \partial y^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial f^2(x, y)}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \right] + D_0 \left[\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) + \right. \\ \left. + 2 \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial^3 W}{\partial y^3} + \nu \frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y} \right) \right] + 2D_0^k \left[\left(\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right) + \right. \\ \left. + k_1(x)W + k_2(x)\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \rho_0 \psi(x, y)\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0 \right] \quad (4) \end{aligned}$$

$$\text{Здесь } D_0 = \frac{E_0 h^3}{12(1-\nu^2)}; \quad D_0^k = \frac{G_0 h^3}{9}.$$

Как видно, уравнение (4) является сложным и сложность существенным образом зависит от функций $f(x, y)$, $\psi(x, y)$, а также от функций $k_1(x, y)$ и $k_2(x, y)$. Нахождение точного решения затрудняется, поэтому при решении будем применять приближенные аналитические методы. В данном случае используется комбинированный способ решения. В первом этапе метод разделения переменных, а во втором этапе метод ортогонализации Бубнова-Галеркина.

В первом этапе прогиб ищется в виде

$$W(x, y, t) = V(x, y)e^{i\omega t} \quad (5)$$

Здесь $V(x, y)$ должен удовлетворять соответствующим краевым условиям, ω - круговая частота.

Подставляя (5) в (4) получим уравнение относительно $V(x, y)$. Это уравнение также является сложным, и поэтому будем использовать метод Бубнова-Галеркина, а функцию $V(x, y)$ будем выбирать в следующем виде:

$$V(x, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m A_{ij} \theta_i(x) \theta_j(y) \quad (6)$$

где A_{ij} - неизвестные постоянные, а каждый $\theta_i(x)$ и $\theta_j(y)$ должны удовлетворять краевым условиям.

Определяя ошибки функции $\mu(x, y)$ и используя метод ортогонализации

$$\int_0^a \int_0^b \mu(x, y) \theta_k(x) \theta_q(y) dx dy = 0, \quad k, q = 1, 2, \dots \quad (7)$$

относительно коэффициентов A_{ij} получаем систему линейных алгебраических уравнений. Для существования нетривиального решения определитель данной системы должен обращаться в нуль.

$$\|\omega^2\| = 0 \quad (8)$$

Определение значения круговой частоты в любом приближении особого труда не вызывает, а в инженерной практике обычно пренебрегается определением основного тона частоты. Это соответствует первому приближению. Для анализа, ограничиваясь первым приближением, нетрудно определить ω^2 . Здесь, приводим значение для случая всестороннего шарнирного закрепления. Функции аппроксимации выражаем в следующем виде:

$$\theta_1(x) = \sin \alpha_m x; \quad \theta_2(y) = \sin \beta_m y; \quad \left(\alpha_m = \frac{m\pi}{a}; \beta_m = \frac{n\pi}{b} \right) \quad (9)$$

Характерные функции выбираем в следующем виде:

$$\begin{aligned} f(x) &= 1 + \varepsilon_0 \bar{x} & f(x, y) &= 1 + \varepsilon_0 \bar{x} \bar{y} & \bar{x} &= x a^{-1}; \bar{y} = y b^{-1} \\ \text{а) } k_1(x) &= 1 + \varepsilon_1 \bar{x} & \text{б) } k_1(x) &= 1 + \varepsilon_1 \bar{x} \bar{y} & \varepsilon_0 &\in [0, 1]; \varepsilon_1 \in [0, 1]; \\ \psi(x) &= 1 + \mu \bar{x}; & \psi(x) &= 1 + \mu \bar{x} \bar{y}; & \mu &\in [0, 1] \end{aligned} \quad (10)$$

После ряда элементарных преобразований получим:

$$\omega^2 = \frac{D_0(\lambda_n + \beta_m)^2(1 + 0,5\varepsilon_0) + k_{10}(1 + 0,5\varepsilon_1)}{k_{20}(1 + 0,5\varepsilon_1) + p_0(1 + 0,5\mu)} \quad (11)$$

Как видно из (11) можно получить решение аналогичной задачи без сопротивления внешней среды, решение задачи с учетом вязко-упругого сопротивления для однородной пластинки и т.д.

Литература

1. Ломакин В.А. Теория неоднородных тел. Изд-во: МГУ, 1975, 355 с.
2. H.Carmet, L.Levy. Free vibration in circular elastic shells.- Конференция ASME, 16- 20 ноября, 1969, Лос-Анжелес, Калифорния.
3. Бабаков И.М. – Теория колебаний, М.:1958, 559 с.

К УСТОЙЧИВОСТИ И КОЛЕБАНИИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ, ИЗГОТОВЛЕННЫХ ИЗ РАЗНОМОДУЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В.Д. Гаджиев, Т.М. Шамиев, Н.С.Рзаев

Институт Математики и Механики НАНА, Азербайджанский Технический Университет

Во многих отраслях современной техники, в машино и приборостроении, строительстве широко применяются элементы конструкции, изготовленные из материалов, механические свойства которых существенным образом зависят от вида напряженного состояния т.е. материалы для которых диаграммы растяжения, кручения, сжатия различаются, также наполненных полимерных материалов механические свойства которых зависят от гидростатического давления (рис.1).

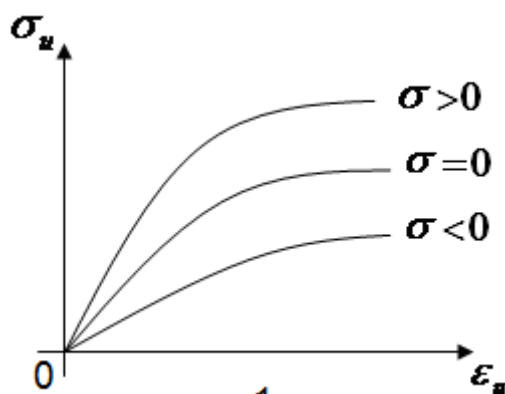


рис 1.

Здесь σ_u, ε_u соответственно интенсивности напряжений и деформаций, σ - гидростатическое давление. Для таких материалов, упругие характеристики можно предоставить в следующем виде:

$$G = \frac{G^+ + G^- - (G^- - G^+) \cdot \sin \sigma}{2}; \quad K = \frac{K^+ + K^- - (K^- - K^+) \cdot \sin \sigma}{2} \quad (1)$$

Величины G^+, G^-, K^+, K^- -соответственно модули сдвига и объемного расширения при одноосном растяжении и сжатии.

Отметим, что в отличие от задачах устойчивости в случаях когда докритическое состояние является однородным (центральное сжатие стержней, при равномерном сжатие пластин). в задачах поперечном колебании, стержня из разномодульного материала, частотно амплитудные характеристики сильно отличается от аналогичной задачи одномодульных стержней.

Однако, для стержней и пластин учет разномодульности существенным образом влияет на величины критической нагрузки, если до потери

устойчивости элемент конструкции находился в неоднородном напряженном состоянии. Сюда можно отнести, например, случаи в нецентральной растяжении сжатии и плоской формы потери устойчивости при чистом изгибе.

В случае плоской формы потери устойчивости решение поставленной задачи можно привести к аналогичной задаче одномодульного материала и критический момент определяется простым формулой:

$$\begin{aligned} M_k &= M_k^0 \sqrt{B^* C^*}; \\ l_k &= l_k^0 \sqrt{B^* C^*} \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь B^*, C^* - соответственно критический момент и критическая длина стержня из одномодульного материала:

$$B^* = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{n} (1 + \rho_0) + 1 - \rho_0 \right]; \quad C^* = 1, n = 1 \quad (3)$$

Из формул (2) получается важная формула

$$M_k \cdot l_k^0 = M_k^0 \cdot l_k \quad (4)$$

В случае, когда упругая разномодульная прямоугольная пластинка находится, под действием нагрузки, которая вызывает в ней растяжение или сжатие с изгибом в плоскости $X_1 O X_2$ - тогда в докритическом состоянии напряженно деформированное состояние определяется компонентами напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^+ &= E^+ A_0 \left(1 - \alpha \frac{X_2}{b} \right) \quad \text{при } \sigma > 0 \\ \sigma_{11}^- &= E^- A_0 \left(1 - \alpha \frac{X_2}{b} \right) \quad \text{при } \sigma < 0 \\ \sigma_{22} &= \sigma_{33} = \sigma_{12} = \sigma_{31} = \sigma_{32} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

и компонентом деформаций

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= A_0 \left(1 - \alpha \frac{X_2}{6} \right); \\ \varepsilon_{11} = \varepsilon_{33} &= -\frac{1}{2} \varepsilon_{11}; \quad \varepsilon_{12} = \varepsilon_{31} = \varepsilon_{23} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Закон распределения напряжений (5) и (6) деформаций (6) при $\alpha > 2, \alpha < 2$ охватывает сочетание изгиба с растяжением или сжатием. Положение нейтральной границы определяется соотношением

$$\rho_0 = \frac{X_2}{b} = \frac{1}{\alpha} \quad (7)$$

Уравнение устойчивости пластин в данном случае является сложным и решение задачи можно реализовать с помощью метода ортогонализации. Бубнова Галеркина.

В задачи поперечного колебания, стержня из разномодульного материала решения истинной задачи можно привести к аналогичной задаче для классического материала и круговая частота определяется с формулой:

$$\omega_*^2 = \left(\frac{\omega}{\bar{\omega}} \right)^2 = K^{-0,5} \quad (8)$$

Здесь ω^2 – соответствует к разномодульной теории, $\bar{\omega}^2$ – к классической упругости и K , через ρ_0 связаны следующим соотношением:

$$K = \frac{1}{q} \left[\rho^2(1-n) + n + 1 - \frac{3}{8} \frac{[\rho^2(1-n) + n - 1]}{\rho + 1 + n(1-\rho)} \right] \quad (9)$$

при $n=1, K=1$ и это соответствует к классическому случаю.

Рассмотрены ряд задач устойчивости и колебание для стержней из разномодульных непрерывно неоднородных материалов. В этом случае решение задача анализ гораздо усложняется, дифференциальные уравнения устойчивости и движения становится с переменными коэффициентами и решение строится приближенно аналитическими методами.

Литература

1. Панферов В.М.-Теория упругости твердого тела., свойства которого различны при растяжении., сжатии и кручении -В кн. Упругость и не упругость -М:Изд-во МГУ, в1.1971.
2. Гаджиев В.Д., Шамиев Т.М. Устойчивости прямоугольной пластины механические свойства которых зависят от вида напряженного состояния.-Изв.-Изв АН. Азерб. ССР, Физ-мех-мат наук. 1978, №2, с 49-55.

ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ОПЕРАТОРНО – ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ПРОСТРАНСТВЕ ГЛАДКИХ ВЕКТОР - ФУНКЦИЙ.

Э.Г. Гамидов

Институт Математики и Механики НАНА

Пусть H - сепарабельное гильбертово пространства, A - положительно определённый самосопряженный оператор в H , а $H_\gamma (\gamma \geq 0)$ шкала гильбертовых пространств порожденный оператором A т.е

$$H_\gamma = D(A^\gamma), (x, y)_\gamma = (A^\gamma x, A^\gamma y), \quad x, y \in H_\gamma$$

Пусть $L_2(R_+; H)$ есть гильбертово пространство вектор – функций $f(t)$ определённых почти всюду в R_+ , со значениями в H , для которых

$$\|f\|_{L_2(R_+; H)} = \left(\int_0^\infty \|f(t)\|^2 dt \right)^{1/2}$$

Следуя монографию [1] определим следующие пространство при натуральных $m \geq 1$:

$$W_2^m(R_+; H) = \{u(t) : u^{(m)}(t) \in L_2(R_+; H), A^m u(t) \in L_2(R_+; H)\}$$

с нормой

$$\|u\|_{W_2^m(R_+;H)} = \left(\|u^{(m)}\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \|A^m u\|_{L_2(R_+;H)}^2 \right)^{1/2}.$$

При $m=3$ будем выводит подпространства в $W_2^3(R_+;H)$

$$W_2^3(R_+;H) = \{u/u \in W_2^3(R_+;H), u(0)=u'(0)=0\}$$

Аналогично определяются пространства $L_2(R;H)$ и $W_2^m(R;H)$ при $R=(-\infty;\infty)$.

Пусть $L(X,Y)$ пространство линейных ограниченных действующих из X в Y .

Рассмотрим в H следующую краевую задачу

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + (pA + A_1) \frac{du}{dt} + (qA^2 + A_2)u(t) = f(t), \quad t \in R_+ \quad (1)$$

$$u(0) = u'(0) = 0 \quad (2)$$

где $f(t), u(t) \in H$ при $t \in R_+$ почти всюду, а операторные коэффициенты удовлетворяют следующим условиям:

- 1) $p > 0, q > 0$.
- 2) A - положительно определённый самосопряжённый оператор;
- 3) Операторы $A_1 \in L(H_1, H) \cap L(H_2, H_1), A_2 \in L(H_2, H) \cap L(H_3, H_1)$.

Определение 1. Если при $f(t) \in W_2^1(R_+;H)$ существует вектор-функция $u(t) \in W_2^3(R_+;H)$ которая удовлетворяет уравнению (1) тождественно в $R_+ = (0, \infty)$, то $u(t)$ будем называть гладким решением уравнения (1) из $W_2^3(R_+;H)$.

Определение 2. Если при любом $f(t) \in W_2^1(R_+;H)$ существует гладкое решение $u(t)$ уравнение (1) из $W_2^3(R_+;H)$ которая удовлетворяет краевых условий в смысле сходимости $\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t)\|_{5/2} = 0, \lim_{t \rightarrow +0} \|u'(t)\|_{3/2} = 0$ и имеет место оценку

$$\|u\|_{W_2^3(R_+;H)} \leq \text{const} \|f\|_{W_2^m(R_+;H)},$$

то задача (1), (2) называется регулярно разрешимой в пространстве $W_2^3(R_+;H)$

В данной работе мы найдем условие на коэффициенты уравнения (1), которые обеспечивают регулярно разрешимость задачи в пространстве $W_2^3(R_+;H)$. Отметим, что для эллиптических уравнения ($p=0, q=-1$) такие задачи исследованы в работах [2,3].

Обозначим через

$$P_0 u = P_0 (d/dt)u = u'' + pAu' + qA^2 u, \quad u \in W_2^3(R_+;H)$$

$$P_1 u = P_1 (d/dt)u = A_1 \frac{du}{dt} + A_2 u, \quad u \in W_2^3(R_+;H)$$

$$Pu = P_0u + P_1u \quad u \in W_2^3(R_+; H).$$

Сперва рассмотрим следующую уравнению.

$$P_0u = f, \quad u \in W_2^3(R_+; H), \quad f \in W_2^1(R_+; H)$$

Имеет место следующая.

Теорема 1. Пусть выполняются условия 1) и 2). Тогда оператор P_0 изоморфно отображает пространство $W_2^3(R_+; H)$ на $L_2(R_+; H)$.

Отметим что из теоремы 1 следует, что в пространстве $W_2^3(R_+; H)$ нормы $\|P_0u\|_{W_2^1(R_+; H)}$ и $\|u\|_{W_2^3(R_+; H)}$ эквивалентны, поэтому конечны следующие нормы

$$N_1 = \sup_{0 \neq u \in W_2^3(R_+; H)} \left\| A \frac{du}{dt} \right\|_{W_2^1(R_+; H)} \cdot \|P_0u\|_{W_2^1(R_+; H)}^{-1}$$

и

$$N_0 = \sup_{0 \neq u \in W_2^3(R_+; H)} \|A^2u\|_{W_2^1(R_+; H)} \cdot \|P_0u\|_{W_2^1(R_+; H)}^{-1}$$

В дальнейшем, при получения условия разрешимости задачи (1), (2) очень важную роль играют нормы N_1 и N_0 .

Теорема 5. Пусть выполняются условия 1)-3) и

$$q = N_1 \max(\|A_1\|_{H_1 \rightarrow H}, \|A_1\|_{H_2 \rightarrow H_1}) + N_0 \max(\|A_2\|_{H_2 \rightarrow H}, \|A_2\|_{H_3 \rightarrow H_1}) < 1$$

Тогда задача (1) и (2) регулярно разрешимо в $W_2^3(R_+; H)$.

Литература

1. Лионс Ж.Л., Мадженес Э. Неоднородные краевые задачи и их приложения, Москва, «Мир», 1971, 371 с.
2. Мирзоев С.С., Гамидов Э.Г. О нормах операторов промежуточных производных в пространстве гладких вектор- функций и их приложения. Доклада НАН Азербайджана 2011, №3, TL XVII.
3. Гамидов Э.Г. Оценки промежуточных производных в пространствах типа Соболева и их применения. Автореф. Диссер. на соиск. Канд. физ. мат. наук. Баку, 2006, 16 с.

ОБ АППРОКСИМАТИВНЫХ СВОЙСТВАХ СИСТЕМ ФУНКЦИЙ В ЛЕБЕГОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Т.З. Гараев

Институт Математики и Механики НАНА

Рассматриваются некоторые аппроксимативные вопросы систем функций в весовых лебеговых пространствах как продолжение базиса, неминимальность базиса в подинтервале, связи между полнотой и минимальностью систем типа синусов и косинусов. Отметим, что некоторые аспекты безвесового случая этих вопросов рассмотрены в [1].

Пусть $[a, b]$ – некоторый сегмент действительной оси R . Под $L_{p;\rho}(a, b)$, $1 \leq p < +\infty$, как обычно, будем понимать весовое лебегово пространство суммируемых с p -ой степенью модуля функций на (a, b) с обычной нормой

$$\|f\|_p \equiv \left(\int_a^b |f(t)|^p \rho(t) dt \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Будем предполагать, что относительно функций $a_k(t); \beta_k(t)$, $k = \overline{1, r}$, выполнены следующие основные предположения.

α) $\beta_k(t)$, $k = \overline{1, r}$ – кусочно-гладкие, монотонные функции на (a, b) ; причем

$\beta_k\{(a, b)\} \subset [c, d]$, $k = \overline{1, r}$, и $\beta_k\{(a, b)\} \cap \beta_i\{(a, b)\} = \{\emptyset\}$ при $k \neq i$

(под обозначением $f\{I\}$ будем понимать образ множества I , т.е. $f\{I\} \equiv \{y : y = f(t), \forall t \in I\}$).

β) $\beta'_k(t)$ и $a_k(t)$, $k = \overline{1, r}$ – измеримые функции на (a, b) и имеет место

$$\sup_{(a, b)} \text{vrai} \{ |a_k(t)|^{\pm 1}; |\beta'_k(t)|^{\pm 1} \} < +\infty, \quad k = \overline{1, r},$$

где под $[f(t)]'$ понимаем производное f по t .

Рассмотрим систему

$$f_n(t) \equiv \sum_{k=1}^r a_k(t) x_n(\beta_k(t)), \quad t \in [a, b], \quad n \in N.$$

Доказана

Теорема 1. Пусть выполнены условия α), β). Тогда: 1) из полноты системы $\{x_n\}_{n \in N}$ в $L_{p;\rho}(c, d)$ следует полнота системы $\{f_n\}_{n \in N}$ в $L_{p;\rho}(a, b)$; 2) из минимальности $\{f_n\}_{n \in N}$ в $L_{p;\rho}(a, b)$ следует минимальность $\{x_n\}_{n \in N}$ в $L_{p;\rho}(c, d)$, $p \geq 1$.

Справедлива также следующая

Теорема 2. Пусть выполнены условия α), β). Тогда если $\{x_n\}_{n \in N}$ образует базис в $L_{p;\rho}(c, d)$, $p \geq 1$ и $I_\beta^c[(c, d)]$ содержит нетривиальный интервал (т.е. $\text{mes } I_\beta^c[(c, d)] > 0$), то $\{f_n\}_{n \in N}$ неминимальна в $L_{p;\rho}(a, b)$.

Литература

1. Билалов Б.Т., Велиев С.Г. Некоторые вопросы базисов. «ЭЛМ», 2010, 304с.

ОБ ОЦЕНКЕ ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДА КОЛЛОКАЦИИ

Г.М. Гасанов

Азербайджанский Технический Университет

Рассмотрим линейное интегральное уравнение

$$y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt + f(x), \quad (1)$$

где $K(x, t)$, $y(t)$ – заданные суммируемые функции в областях $a \leq x, t \leq b$, $a \leq t \leq b$, соответственно.

Приближенные решения ищем в виде

$$y_n(x) = \sum_{i=0}^n c_i \varphi_{in}(x), \quad (2)$$

где

$$\varphi_{in}(x) \geq 0, \quad \sum_{i=0}^n \varphi_{in}(x) = 1, \quad \varphi_{in}(x_{kn}) = \begin{cases} 1, & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases}.$$

Согласно методу коллокации коэффициенты c_i ($i = 0, 1, \dots, n$) в (2) находим таким образом, чтобы выражение (2) удовлетворяло уравнению (1) в точках x_{in} .

Обозначим через $M_\tau[a, b]$ класс функций $f(x) \in L_p[a, b]$, для которых

$$\sup_x |f(x)| \leq M \quad \text{и} \quad \lim_{\delta \rightarrow 0} \tau(f, \delta)_{L_p} = 0,$$

где $\tau(f, \delta)_{L_p}$ – усредненный модуль гладкости функции f [1].

Введем обозначения

$$(L_n f)(x) = \sum_{i=0}^n f(x_{in}) \varphi_{in}(x), \quad (L_n K)(x, t) = \sum_{i=0}^n K(x_{in}, t) \varphi_{in}(x)$$

$$\varepsilon_n = \left\{ \int_a^b \left[\int_a^b |K(x, t) - L_n K|^q dt \right]^{p/q} dx \right\}^{1/p}, \quad \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1 \right),$$

$$\beta_n = \|f - L_n f\|_{L_p}, \quad R_{p,q} = \left\{ \int_a^b \left[\int_a^b |R(x, t, \lambda)|^q dt \right]^{p/q} dx \right\}^{1/p},$$

где $R(x, t, \lambda)$ – резольвента ядро $K(x, t)$,

$$\tau_t(K, \delta)_{p,q} = \left\| \tau_t(K(\cdot, t); \delta)_{L_q} \right\|_{L_p},$$

где $\tau_t(K(x, t); \delta)_{L_q}$ – усредненный модуль $K(x, t)$ относительно переменной t .

В работе [1] установлена оценка β_n через усредненный модуль $\tau(f, \delta)_{L_p}$. Аналогично этому ε_n оцениваем через $\tau_t(K, \delta)_{p,q}$.

Эти результаты позволяют установить оценки погрешности приближенных решений уравнения (1) в метрике L_p в терминах усредненным модулем ядра и свободного члена.

Теорема. Пусть уравнение (1) имеет единственное решение $y \in L_p[a, b]$ и пусть

$$f(x) \in M_\tau[a, b], \quad K(x, t) \in \overline{M}_{\tau_i}[a, b].$$

Тогда при всех достаточно больших n приближенные решения $y_n(x)$ существуют, и имеет место соотношение

$$\|y - y_n\|_{L_p} \leq C_{p,q} \left(\beta_n + \frac{M|\lambda|C_{p,q}\varepsilon_n}{1 - |\lambda|C_{p,q}\varepsilon_n} \right), \quad (4)$$

где

$$C_{p,q} = 1 + |\lambda|R_{p,q}.$$

Следствие. Пусть $a = -1$, $b = 1$ и $\varphi_{in}(x) = (T_n(x)/n(x - x_{in}))^2(1 - xx_{in})$, где x_{in} – корни полиномов Чебышева $T_n(x) = \cos(n \arccos x)$.

Тогда

$$\|y - y_n\|_{L_p[-1,1]} = O \left[\tau \left(f, n^{\frac{1}{2}} \right)_{L_p} + \tau_t \left(K, n^{-\frac{1}{2}} \right)_{pq} \right].$$

Ранее, нами установлена оценка погрешности приближенных решений уравнения (1) в метрике $L[a, b]$ в терминах модели немонотонности ядра и свободного члена [2], [3].

Литература

1. Сендов Б., Попов В. Усредненные модули гладкости. М: Мир, 1988.
2. Гусейнов А.И., Гасанов Г.М. Об одной оценке погрешности приближенных решений линейного интегрального уравнения. ДАН СССР, 1973, Т.211, №6, с. 1270-1272.
3. Гасанов Г.М., Попов В.А. Приближение локально-монотонных функций линейными положительными операторами в L и его применение для оценки погрешности метода коллокации. Сердика. Българско математическо списание, Т. 2, 1976, с. 75-81.

О ФРЕЙМАХ ИЗ ДВОЙНЫХ И ОДИНАРНЫХ СИСТЕМ В ЛЕБЕГОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Т.Х. Гасанова, С.Р. Садыгова

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

q.tamilla@gmail.com, s_sadigova@mail.ru

Пусть X – B -пространство, $\mathcal{K}$ – некоторое K -пространство и $(\bar{x}^+; \bar{x}^-) \subset X$ некоторая двойная система, где $\bar{x}^\pm \equiv \{x_n^\pm\}_{n \in \mathbb{N}}$. Пусть $(\bar{g}^+; \bar{g}^-) \subset X^*$.

Под атомарным разложением $\{(\bar{g}^+; \bar{g}^-)(\bar{x}^+; \bar{x}^-)\}$ пространства X относительно $\mathcal{K}$ понимаем следующее:

i) Имеет место разложение

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} (\mathcal{G}_n^+(x)x_n^+ + \mathcal{G}_n^-(x)x_n^-), \forall x \in X;$$

ii) $\exists A, B > 0: A\|x\|_X \leq \|\{\mathcal{G}_n^+(x)\}_{n \in N}\|_{\mathcal{K}} + \|\{\mathcal{G}_n^-(x)\}_{n \in N}\|_{\mathcal{K}} \leq B\|x\|_X$.

Рассмотрим одинарные системы вида

$$x_n^\pm(t) \equiv \varphi_n(t) \pm \psi_n(t), \quad n \in N,$$

где $\varphi_n, \psi_n: [0, a] \rightarrow C$ – комплекснозначные функции. Образует новую систему

$$\Phi_n(t) \equiv \begin{cases} \varphi_n(t), t \in [0, a], \\ \psi_n(-t), t \in [-a, 0], \end{cases}$$

и положим

$$\Psi_n(t) = \Phi_n(-t), \quad \forall t \in [-a, a].$$

Пусть $\{\mathcal{G}_n^\pm\} \subset L_q(0, a)$ – некоторые системы. Аналогичным образом определяем

$$\Omega_k^\pm(t) \equiv \begin{cases} \mathcal{G}_k^\pm(t), t \in (0, a), \\ \pm \mathcal{G}_k^\pm(-t), t \in (-a, 0), \end{cases}$$

и положим

$$h_k^\pm(t) \equiv \frac{1}{2} [\Omega_k^+(t) \pm \Omega_k^-(t)], \quad \forall t \in (-a, a). \quad (1)$$

Справедлива следующая

Теорема. Пусть $(\bar{g}^+; \bar{x}^+)$ и $(\bar{g}^-; \bar{x}^-)$ являются атомарными разложениями $L_p(0, a)$ относительно некоторого K -пространства. $\mathcal{K}$. Тогда $((\bar{h}^+; \bar{h}^-), (\bar{\Phi}; \bar{\Psi}))$ является атомарным разложением $L_p(-a, a)$ относительно $\mathcal{K}$, где $\bar{h}^\pm$ определяются выражениями (1).

ОБ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ФОРМЕ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ НЕОДНОРОДНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Г.М. Гасымов, Са.А. Алиев

Институт Математики и Механики НАНА, Нахчыванский Гос. Университет
husameddinqasimov@gmail.com

Цилиндрические оболочки, изготовленные из различного рода неоднородных материалов широко применяются во многих отраслях строительства, при сооружении магистральных трубопроводов различного назначения и т.д.

В инженерной практике часто появляется необходимость решения задачи устойчивости с учетом сопротивления внешней среды.

В данной работе дается постановка конкретной задачи осесимметричной формы потери устойчивости цилиндрической оболочки, с учетом влияния сопротивления основания.

Сопротивление внешней среды моделируется в следующем виде [1]:

$$F = k_1 w - k_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (1)$$

здесь k_1, k_2 - характеристики внешнего сопротивления, зависят от свойств основания; w - прогиб.

Модуль упругости, плотность и коэффициент Пуассона являются непрерывными функциями координаты толщины z [2]:

$$E = E_0 f(z), \quad \rho = \rho_0 f(z), \quad \nu = \nu_0 f(z) \quad (2)$$

E_0, ρ_0, ν_0 - соответствуют однородному случаю.

Пусть в момент $t = 0$ оболочка по всей длине нагружается напряжением $N = \text{const}$, причем в дальнейшем поддерживается постоянной и считаем, что указанное воздействие вызывает радиальное колебание оболочки. При некотором значении внешнего воздействия амплитуда прогиба w возрастает со временем, и оболочка может терять устойчивость.

Уравнения движения элемента цилиндрической оболочки имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{11}}{\partial x} &= 2h\bar{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 M_{11}}{\partial x^2} + \frac{N_{22}}{R} - N \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - k_1 w + k_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 2h\bar{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_0}{2h} \int_{-h}^{+h} f(z) dz.$$

Подставляя выражения N_{11}, N_{22}, M_{11} , выраженные компонентами вектора перемещения u, w , получим систему линейных дифференциальных уравнений. Предполагая, что при $t \rightarrow \infty, \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \rightarrow 0$ из системы исключая u , приходим к одному дифференциальному уравнению относительно $w(x, t)$.

Решение уравнения строится при помощи метода разделения переменных и прогиб ищется в следующем виде:

$$w = w_0(t) \sin \frac{m\pi}{l} x. \quad (4)$$

Получена формула для нахождения критической нагрузки.

Для случаев $f(z) = 1 + \varepsilon \bar{z}$ и $f(z) = 1 + \varepsilon \bar{z}^2$ ($\bar{z} = zh^{-1}$) произведен расчет. Результаты расчета показывают, что учет неоднородности и сопротивления внешней среды существенным образом влияют на значения критической нагрузки.

Литература

1. Пастернак П.Л. Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели. М., Стройиздат, 1954, 56 с.
2. Ломакин В.А. Теория упругости неоднородных тел. М., изд. МГУ, 1976, 376 с.

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ОСЦИЛЛЯТОРА ВАН-ДЕР-ПОЛА

Г.Р. Гасымов, Э.А. Рзаев

Бакинский Государственный Университет

Исследуются колебания $u = u(t; \varepsilon)$, описываемые неоднородным уравнением Ван-дер-Пола([1])

$$\dot{u}(t) + \omega_0^2 u = \varepsilon(1 - u^2)\dot{u} + R(t) \quad (1)$$

при нулевых начальных условиях, где $\varepsilon > 0$ - малый параметр, ω_0 - собственная частота колебаний, $R(t)$ - “жесткое возбуждение” ($O(1)$) равномерное при $\varepsilon \rightarrow 0$: $R(t) = X(t) - \alpha \dot{u}(t)$ ($\alpha > 0$).

Асимптотическое разложение типа Пуанкаре

$$u(t; \varepsilon) = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^m u_m(t)$$

приводит к задачам:

$$\dot{u}_0 + \omega_0^2 u_0 = X(t), \quad u_0(0) = \dot{u}_0(0) = 0, \quad (2)$$

$$\dot{u}_1 + \omega_0^2 u_1 = (1 - u_0^2)\dot{u}_0, \quad u_1(0) = \dot{u}_1(0) = 0 \quad (3)$$

относительно $u_0(t)$ и $u_1(t)$, соответственно.

В рамках корреляционной теории ([2]) для решения $u(t, \varepsilon)$ доказывается теорема: *если $X(t)$ является вещественной стационарной нормальной случайной величиной с нулевым математическим ожиданием и спектральной плотностью $S_x(\omega)$, то спектральная плотность стационарного решения $u(t, \varepsilon)$ в первом приближении имеет вид*

$$S_u(\omega) = S_{u_0}(\omega) + \varepsilon \{ [S_{xx_1}(\omega) + S_{xx_1}(-\omega)] + \\ + \varepsilon \omega^2 \left[(K_{u_0}(0) - 1)^2 S_{u_0}(\omega) + \frac{2}{3} \iint_{-\infty}^{\infty} S_{u_0}(\omega_1) S_{u_0}(\omega_2) S_{u_0}(\omega - \omega_1 - \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 \right] \} \\ / p(\omega, \omega_0),$$

где $p(\omega, \omega_0) = [(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \alpha^2 \omega^2]$, а $S_{u_0}(\omega) = S_x(\omega)/p(\omega, \omega_0)$ - спектральная плотность решения задачи (2), $S_{xx_1}(\omega)$ - взаимная спектральная плотность $X(t)$ и правой части уравнения (3), - корреляционная функция $u_0(t)$.

Литература

1. А.Х.Найфэ, Методы возмущений, М.,1976.
2. А.А.Свешников, Прикладные методы теории случайных функций, М.,1968.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ К РЕШЕНИЮ НЕКОТОРЫХ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С НЕРЕГУЛЯРНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Э.А. Гасымов, С.Н. Эфенди, Ш.А. Ахадова

Бакинский Государственный Университет

gasymov-elmagha@rambler.ru

Одним из методов решения смешанных задач для дифференциальных уравнений в частных производных является метод интегральных преобразований (Лаплас, Хевисайд, Расулов и т.д.). В настоящей работе решается следующая модельная краевая задача для гиперболических уравнений с нерегулярными граничными условиями.

Найти решение уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x} + F(x, t), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t < T, \quad (1)$$

удовлетворяющая нерегулярному граничному условию

$$\left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} - u(x, t)|_{x=1} = \varphi(t), \quad 0 < t < T, \quad (2)$$

и начальному условию

$$u(x, t)|_{t=0} = f(x), \quad 0 < x < 1, \quad (3)$$

Попутно отметим, что нерегулярная краевая задача (1)-(3) не решается с помощью вышеуказанных интегральных преобразований.

Применяя метод конечного интегрального преобразования [1] к (1)-(3) доказываем следующую

Теорема 1. Пусть функции $F(x, t)$, $\varphi(t)$, $f(x)$ непрерывны при $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq t \leq T$. Тогда если задача (1)-(3) имеет классическое решение, то оно единственное и это решение представляется аналитической (интегральной) формулой

$$u(x, t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \int_{\mathcal{L}} \Phi_1(x, t, \lambda) d\lambda, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T. \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_1(x, t, \lambda) = & \frac{e^{\lambda(x+t)}}{e^{\lambda} - \lambda} \left\{ -f(0) - \int_0^t e^{-\lambda\tau} F(0, \tau) d\tau + \int_0^1 e^{\lambda(1-\xi)} \left[f(\xi) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \int_0^t e^{-\lambda\tau} F(\xi, \tau) d\tau \right] d\xi - \int_0^t e^{-\lambda\tau} \varphi(\tau) d\tau \right\} - e^{\lambda t} \int_0^x e^{\lambda(x-\xi)} \left[f(\xi) + \right. \\ & \left. + \int_0^t e^{-\lambda\tau} F(\xi, \tau) d\tau \right] d\xi. \end{aligned}$$

$\mathcal{L}$ - некоторая бесконечная гладкая линия, указанная в рис.1, причем, интеграл по $\mathcal{L}$ понимается в смысле главного значения.

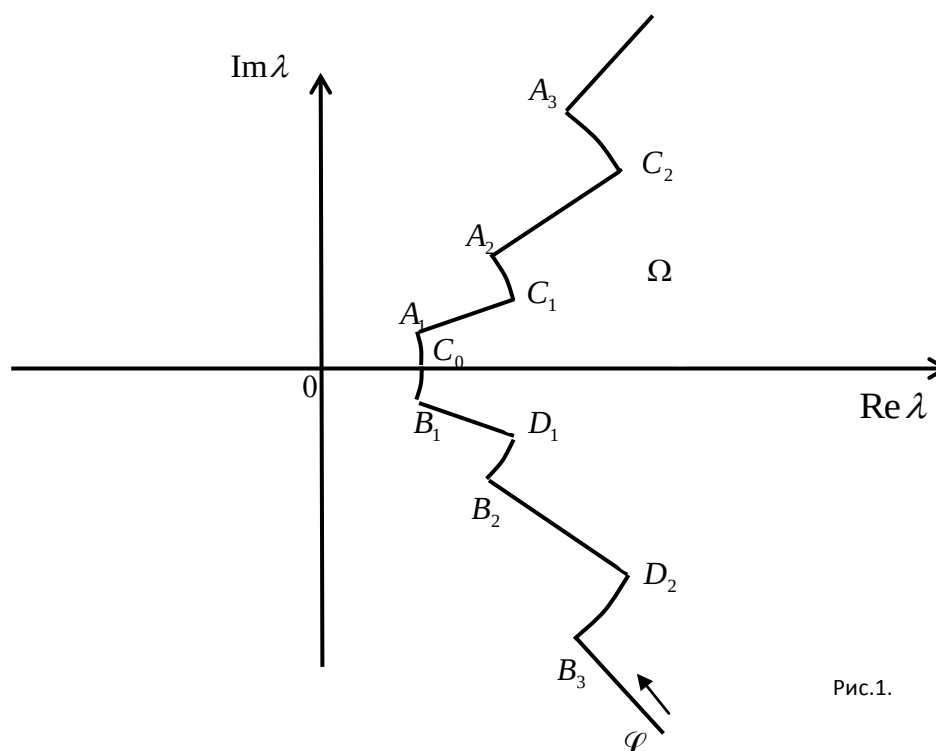


Рис.1.

1⁰. Пусть $f(x) \equiv 0$ и $F(x,t) \equiv 0$, при $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq t \leq T$.

2⁰. Предположим, что $\varphi(t) \in C^{m+2}([0,T])$ и $\varphi^{(k)}(0) = 0$ при $k = 0, 1, \dots, m$, где T - некоторое положительное число.

Теорема 2. При ограничениях 1⁰ и 2⁰ нерегулярная краевая задача (1)-(3) имеет единственное классическое решение и это решение представляется аналитической (интегральной) формулой (4).

Литература

1. Гасымов Э.А. Метод конечного интегрального преобразования и его приложения. Баку: Элм, 2009, 432 с.

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

С.А. Гашимов

Бакинский Государственный Университет

Пусть управляемый процесс описывается в $\Omega = D \times (0, T)$, $D = (0, l)$ нагруженным параболическим уравнением.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} (a(x, t, u, v_0) \frac{\partial u}{\partial x}) + b(x, t, u, v_0) \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t, u, q, v_1), \quad (x, t) \in \Omega \quad (1)$$

со начальными краевыми условиями

$$u|_{t=0} = \varphi_0(x), \quad x \in D, \quad (2)$$

$$a(x, t, u, v_0) \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = \varphi_1(t), \quad a(x, t, u, v_0) \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = \varphi_2(t), \quad (3)$$

где $a(x, t, u, v_0)$, $b(x, t, u, v_0)$, $f(x, t, u, q, v_1)$, $\varphi_0 = L_2(0, l)$, $\varphi_1, \varphi_2 \in L_2(0, T)$ - заданные функции; $v_0(x, t)$, $v_1(x, t)$ - управляющие функции, $v(x, t) = (v_0(x, t), v_1(x, t))$ - управление, $u(x, t) = u(x, t, v)$ - решение задачи (1)-(3) состояние процесса, соответствующее управлению $v = v(x, t)$.

Функции $a(x, t, u, v_0)$, $b(x, t, u, v_0)$ при каждом $(u, v_0) \in E_1 \times B_0$ измеримы по $(x, t) \in \Omega$ и при почти всех $(x, t) \in \Omega$ непрерывны по $(u, v_0) \in E_1 \times B_0$, имеют непрерывную и ограниченную производную по u, v_0 при почти всех $(x, t) \in \Omega$ и для всех $(u, v_0) \in E_1 \times B_0$. Функция $f(x, t, u, q, v_1)$ при каждом $(u, q, v_1) \in E_1 \times E_\rho \times B_1$ измерима по $(x, t) \in \Omega$ и при почти всех $(x, t) \in \Omega$ непрерывна по $(u, q, v_1) \in E_1 \times E_\rho \times B_1$ имеет непрерывные и ограниченные производные по u, q при почти всех $(x, t) \in \Omega$ и для всех $(u, q, v_1) \in E_1 \times E_\rho \times B_1$. $q = (q_1, q_2, \dots, q_\rho)$, $q_k = u(\xi_k, t)$, $k = \overline{1, \rho}$ - есть значения функции $u(x, t)$, взятые в фиксированных точках $\xi_k \in (0, l)$.

Введем множество допустимых управлений

$$V = \{v : v = v(x, t) = (v_0(x, t), v_1(x, t)), \quad v_m = (v_m^1, \dots, v_m^{r_m}) \in L_\infty^{(r_m)}(\Omega), \quad v_m(x, t) \in B_m, \quad \text{п.в. } (x, t) \in \Omega, \quad m = 0, 1\}, \quad (4)$$

где $B = B_0 \times B_1$, B_0 , B_1 - некоторые замкнутые и ограниченные множества в E_{r_0} , E_{r_1} соответственно, $r = r_0 + r_1$.

Рассмотрим задачу о минимизации функционала

$$J(\mathcal{G}) = \int_0^T \int_0^\ell f_0(x, t, u, q, v) dx dt + \int_0^T f_1(t, u(0, t), u(l, t)) dt \quad (5)$$

на решениях $u = u(x, t, v)$ краевой задачи (1), (3), соответствующих всем допустимым управлениям $v = v(x, t) \in V$. Здесь $f_0(x, t, u, q, v)$ заданная функция, при каждом $(u, q, v) \in E_1 \times E_\rho \times B$ измеримая по $(x, t) \in \Omega$ и при почти всех $(x, t) \in \Omega$ непрерывная по $(u, q, v) \in E_1 \times E_\rho \times B$; имеет непрерывные производные по u, q и $f_0(x, t, u(x, t), q(t), v(x, t)) \in L_1(\Omega)$ для любых $u \in W_2^{1,1/2}(\Omega)$, $v(x, t) \in V$. Функция $f_1(t, u_0, u_1)$ при каждом $u_0, u_1 \in E_1$ измерима по $t \in [0, T]$ и

при почти всех $t \in [0, T]$ непрерывна по $u_0, u_1 \in E_1$, имеет непрерывные производные по u_0, u_1 при $t \in [0, T]$ и $f_1(t, u(0, t), u(l, t)) \in L_1[0, T]$.
 $f_0(x, t, u, q, v) \geq c_1 > -\infty$, $f_1(t, u_0, u_1) \geq c_1 > -\infty$, $c_1 = \text{const}$, $\forall u, u_0, u_1 \in E_1$, $\forall q \in E_\rho$,
 $\forall (x, t) \in \Omega$, $\forall v \in B \subset E_r$.

Кроме того, выполняются следующие условия:

$$v \leq a(x, t, u, v_0) \leq \mu, \quad \forall (x, t) \in \Omega,$$

$$\left| \frac{\partial a}{\partial u} \right| \leq \mu_1, \quad \left| \frac{\partial b}{\partial u} \right| \leq \mu_2, \quad \left| \frac{\partial f}{\partial u} \right| \leq \mu_3, \quad \left| \frac{\partial f}{\partial q_k} \right| \leq \mu_4, \quad k = \overline{1, \rho} \quad (6)$$

где $v, \mu, \mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4 = \text{const} > 0$.

Под решением задачи (1) - (3) будем понимать обобщенное решение из пространства $V_2^{1,0}(\Omega)$ [1, с. 161].

Согласно теоремам вложения [1] $V_2^{1,0}(\Omega) \subset L_2(0, T; C[0, l])$. Поэтому $u \in L_2(0, T; C[0, l])$.

Для задачи (1) - (5) вводится функция Гамильтона-Понтрягина:

$$H(x, t, u, q, \psi, v) = -(a(x, t, u, v_0) \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + b(x, t, u, v_0) \frac{\partial u}{\partial x} \psi - f(x, t, u, q, v_1) \psi + f_0(x, t, u, q, v))$$

где $\psi = \psi(x, t)$ - является решением из $V_2^{1,0}(\Omega)$ сопряженной задачи соответствующей к задаче (1) - (5).

В данной работе исследованы вопросы корректности постановки задачи (1)-(5) и установлено необходимое условие оптимальности в виде вариационного неравенства.

Теорема 1. Существует плотное подмножество K пространства $L_2^{(r)}(\Omega)$ такое, что для любого $\omega \in K$ задача о минимизации функционала $J_\alpha(\mathcal{G}) = J(\mathcal{G}) + \alpha \|\mathcal{G} - \omega\|_{L_2^{(r)}(\Omega)}^2$ на множестве V при $\alpha > 0$ имеет единственное решение.

Теорема 2. Функционал (1) дифференцируем по Фреше и для его градиента справедливо выражение:

$$J'(v) = -\frac{\partial H}{\partial v} = (-\frac{\partial H}{\partial v_0}, -\frac{\partial H}{\partial v_1}).$$

Теорема 3. Пусть множества B_0, B_1 выпуклы и $u^* = u^*(x, t)$, $\psi^* = \psi^*(x, t)$ решения основной и сопряженной задачи при $v^* = v^*(x, t) \in V$ соответственно, $q^* = (q_1^*, q_2^*, \dots, q_\rho^*)$, $q_k^* = u^*(\xi_k, t)$, $k = \overline{1, \rho}$. Тогда для оптимальности управления $v^* = (v_0^*(x, t), v_1^*(x, t))$ необходимо выполнение условия

$$\int_0^T \int_0^l \left(\frac{\partial a(x, t, u^*(x, t), v_0^*(x, t))}{\partial v} \frac{\partial u^*}{\partial x} \frac{\partial \psi^*}{\partial x} + \frac{\partial b(x, t, u^*(x, t), v_0^*(x, t))}{\partial v} \frac{\partial u^*}{\partial x} \psi^* - \frac{\partial f(x, t, u^*(x, t), q^*, v_1^*(x, t))}{\partial v} \psi^* + \right.$$

$$+ \frac{\partial f_0(x, t, u^*(x, t), q^*, v^*(x, t))}{\partial v}, v(x, t) - v^*(x, t))_{E_r} dx dt \leq 0$$

для $\forall v = v(x, t) \in V$.

Литература

1. 1.Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973, с.407.

R – ИДЕНТИЧНОСТИ КЛАСС ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ ВТОРОГО ПОРЯДКА.

А.Ф. Гулиев

Институт Математики и Механики НАНА

В ограниченной области $D \subset R^{n+1}$ рассматривается параболическое уравнения

$$\mathcal{L}u \equiv \sum_{i,k=1}^n a_{ik}(x, t) u_{x_i x_k} - u_t = 0 \quad (1)$$

и требуется от коэффициентов симметричности $a_{ik}(x, t) = a_{ki}(x, t)$ и равномерной эллиптичности : $\exists \lambda > 0, \forall u \in R^n, \forall (x, t) \in D$ выполняется

$$\lambda |y|^2 \leq \sum_{i,k=1}^n a_{ik}(x, t) y_i y_k \leq \lambda^{-1} |y|^2. \quad (2)$$

Будем предполагать, что в некоторой окрестности граничной точки $(x_0, t_0) \in \partial D$ ее граница задается уравнением

$$|x - x_0|^2 = -(t_0 - t)\alpha(t_0 - t), -\varepsilon < t - t_0 < 0 \quad (3)$$

где $\alpha(z)$ – невозрастающая положительная функция на $(0, \varepsilon_0)$, причем $z \cdot \alpha(z)$ монотонно стремится к нулю при $z \rightarrow +0$.

Предположим, что относительно коэффициентов еще выполняется следующее условие

$$|a_{ik}(x, t) - \delta_{ik}| \leq \varphi(\sqrt{|x - x_0|^2 + |t - t_0|}) \quad (4)$$

при $(t, x) \in N_\delta(x_0, t_0) \cap D$, где $\varphi(z)$ – непрерывная, положительная, неубывающая функция на $(0, \text{diam } D)$, $N_\delta(x_0, t_0)$ - δ - окрестность точки $(x_0, t_0) \in R^{n+1}$ и кроме того

$$\varphi(z) \leq \frac{\text{const}}{\ln |\ln z|} \quad (5)$$

Определение 1. Точка $(x_0, t_0) \in \partial D$ называется регулярной относительно первой краевой задачи

$$\mathcal{L}u \equiv \sum_{i,k=1}^n a_{ik}(x, t) u_{x_i x_k} - u_t = 0 \quad (1)$$

$$u|_{\partial D} = f \in C(\partial D) \quad (6)$$

Если для любой непрерывной на границе ∂D функции $f(x, t)$

$$\lim_{D \ni (x, t) \rightarrow (x_0, t_0)} u_f(x, t) = f(x_0, t_0).$$

Напомним, что $u_f(x, t)$ - обобщенное решение задачи (1), (6) в смысле Винера.

Определение 2. Назовем две параболических операторов типа (1) R – идентичными в точке (x_0, t_0) , если у них решений в граничной точке (x_0, t_0) относительно первой краевой задачи (1).(6) регулярны одновременно. Теперь сформулируем основной результат.

Теорема. Пусть часть границы ограниченной области D около граничной точки $(x_0, t_0) \in \partial D$ задается уравнением (3) и в области D определено оператор $\mathcal{L}$ (1), который коэффициенты удовлетворяют условиям (2), (4) и (5).

Тогда оператор $\{\mathcal{L}\} R$ – идентично оператору теплопроводности $H = \Delta - \frac{\partial}{\partial t}$ в точке (x_0, t_0) .

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА.

В.Ф. Гулиева

Институт Математики и Механики НАНА

В области $[0, \infty) \times \Pi^n$ рассмотрим смешанную задачу для систем уравнений

$$\left. \begin{aligned} u_{1tt} + \Delta_{I_1}^2 u_1 - \Delta_{J_1} u_1 &= f_1(t, x, u_1, u_2) \\ u_{2tt} + \Delta_{I_2}^2 u_2 - \Delta_{J_2} u_2 &= f_2(t, x, u_1, u_2) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где $\Pi^n = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n), 0 \leq x_k \leq 1, k = 1, \dots, n\}$, $\Delta_{I_k} = \sum_{i \in I_k} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$, $\Delta_{J_k} = \sum_{j \in J_k} \frac{\partial^2}{\partial x_j^2}$,

$I_k \subset N_n = \{1, \dots, n\}$, $J_k = N_n \setminus I_k$, $k = 1, 2$ с граничными и начальными условиями

$$u_i(t, x'_k) = 0, k = 1, \dots, n \quad \text{и} \quad \Delta_{J_i} u_i(t, x'_j) = 0, j \in I_i \quad (2)$$

$$u_k(0, x) = \varphi_k(x), u_{kt}(0, x) = \psi_k(x), x \in \Pi^n, k = 1, 2. \quad (3)$$

Система типа (1) встречается при исследовании колебаний деформированных систем при подвижных нагрузках.

Через $W_{2,i}^{2s,s}$, $i = 1, 2$ обозначим функциональные пространства с конечной нормой:

$$\|u\|_{W_{2,i}^{2s,s}}^2 = \|u\|_{L_2(\Pi^n)}^2 + \sum_{k \in I_i} \|D_{x_i}^{2s} u\|_{L_2(\Pi^n)}^2 + \sum_{j \in J_i} \|D_{x_j}^s u\|_{L_2(\Pi^n)}^2,$$

а $\overline{W}_{2,i}^{2,1}$, $i = 1, 2$ - функции из $W_{2,i}^{2,1}$, $k = 1, 2$ удовлетворяющие граничным условиям $\varphi_i(x'_k) = 0, k = 1, \dots, n$ и $\Delta_{J_i} \varphi_i(t, x'_j) = 0, j \in I_i$. Введем обозначение $n_r = \overline{I_r}, r = 1, 2$, т.е. n_r - число элементов I_r . Предположим, что

$$1) \quad n \leq 2 + \frac{1}{2} \min\{n_1, n_2\}.$$

2) $f_1(\cdot)$ и $f_2(\cdot)$ -непрерывно дифференцируемые функции на $[0, T] \times \Pi^n \times R^2$.

3) $\varphi_i(x) \in W_{2,i}^{2,1}$, $\psi_i(x) \in L_2(\Pi^n)$ $i = 1, 2$.

При выполнении условий 1)-3) доказано существование локального решения. В некоторых случаях исследовано также существование глобального решения.

Литература

1. С.С.Кохманюк, Е.Т.Янютин, Л.Г.Романенко, Колебания деформируемых систем при импульсивных и подвижных нагрузках Киев «Наукова думка» 1980, 231 стр.

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ УСИЛЕННЫХ ПОПЕРЕЧНЫМИ СИСТЕМАМИ РЕБЕР И НАГРУЖЕННОЙ ОСЕВЫМИ СЖИМАЮЩИМИ СИЛАМИ ОРТОТРОПНОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, С ПРОТЕКАЮЩЕЙ ЖИДКОСТЬЮ

З.М. Гулиева

Институт Математики и Механики НАНА

Расчеты на прочность, колебания и устойчивость тонкостенных оболочечных конструкций, контактирующих со средой играют важную роль при проектировании современных аппаратов, машин и сооружений.

Данная работа посвящена исследованию свободных колебаний усиленных поперечными системами ребер и нагруженной осевыми сжимающими силами вязкоупругой ортотропной цилиндрической оболочки, с протекающей идеальной жидкостью.

Уравнения движения поперечно подкрепленной, нагруженной осевыми сжимающими силами вязкоупругой ортотропной оболочки с движущейся жидкостью, получены на основе принципа стационарности действия Остроградского-Гамильтона:

$$\delta W = 0 \quad (1)$$

где $W = \int_{t'}^{t''} L dt$ – действие по Гамильтону, L – функция Лагранжа, t' и t'' – заданные произвольные моменты времени.

Предполагая, что основная скорость потока равна U и отклонения от этой скорости малы, воспользуемся волновым уравнением для потенциала возмущенных скоростей.

На контактной поверхности оболочка-жидкость соблюдается непрерывность радиальных скоростей и давлений. Условие непроницаемости или плавности обтекания у стенки оболочки имеет вид:

Дополняя контактными условиями выражение для полной энергии оболочки, уравнения движения жидкости приходим к задаче о собственных колебаниях подкрепленной поперечными системами ребер ортотропной цилиндрической оболочки, с протекающей жидкостью.

Перемещения оболочки будем искать в виде:

$$u = u_0 \sin \chi \xi \cos n\theta \sin \omega_1 t_1; \vartheta = \vartheta_0 \cos \chi \xi \sin n\theta \sin \omega_1 t_1; w = w_0 \cos \chi \xi \cos n\theta \sin \omega_1 t_1 \quad (2)$$

Здесь u_0, ϑ_0, w_0 – неизвестные постоянные; χ, n – волновые числа в продольном и окружном направлениях соответственно.

После подстановки (2), в (1) задача сводится к однородной системе линейных алгебраических уравнений третьего порядка относительно постоянных u_0, v_0, w_0 . Нетривиальное решение этой системы возможно лишь в случае, когда ω_1 – корень ее определителя. Определение ω_1 сводится к трансцендентному уравнению, так как ω_1 входит в аргументы функции Бесселя J_n :

$$\begin{vmatrix} 2(\check{\varphi}_{11} - \psi_{11}\omega_1^2) & \check{\varphi}_{44} & \check{\varphi}_{55} \\ \check{\varphi}_{44} & 2(\check{\varphi}_{22} - \psi_{22}\omega_1^2) & \check{\varphi}_{66} \\ \check{\varphi}_{55} & \check{\varphi}_{66} & 2(\check{\varphi}_{33} - \psi_{33}\omega_1^2 + l_1\sigma_x + q_z^{(0)}\psi_2) \end{vmatrix} = 0$$

Рассмотрим некоторые результаты вычислений, выполненных исходя из приведенных выше зависимостей с помощью ЭВМ.

Для геометрических и физических параметров, характеризующих материалов оболочки, среды были приняты:

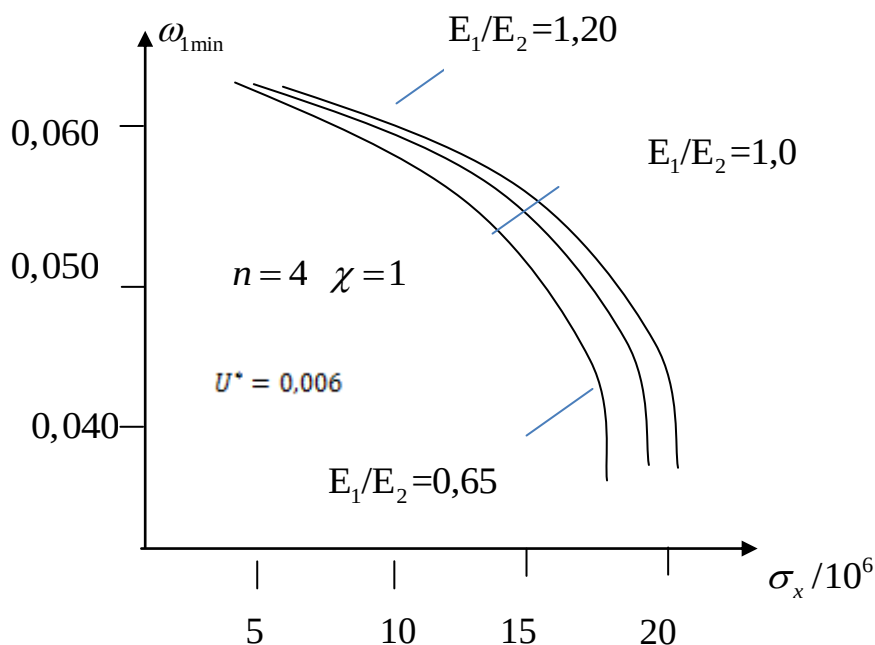


Рис. 1. Зависимость параметра частоты подкрепленной поперечными системами ребер цилиндрической оболочки с движущейся жидкости, от сжимающих напряжений

$$\rho_0 / \rho_m = 0,105. \quad \rho_0 = \rho_j = 0,26 \cdot 10^4 \text{ Нс}^2/\text{м}^4, A = 0,1615; \beta = 0,05;$$

$$B_{11} = 18,3 \text{ ГПа}, B_{12} = 2,77 \text{ ГПа}, B_{22} = 25,2 \text{ ГПа}; \frac{I_{kp,i}}{2\pi R^3 h} = 0,5305 \cdot 10^{-6};$$

$$h^* = \frac{h}{R} = 0,25 \cdot 10^{-2}; \xi_1 = 1; E_1 = 6,67 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2; \nu = 0,3; h_j = 1,39 \text{ мм}; R = 160 \text{ мм};$$

$$L_1 = 800 \text{ мм}; h = 0,45 \text{ мм}; F_j = 5,75 \text{ мм}^2; I_{xj} = 19,9 \text{ мм}^4; I_{kp,j} = 0,48 \text{ мм}^4;$$

Рис. 1 иллюстрирует влияние сжимающих напряжений на параметра ω_1 частоты колебаний подкрепленной поперечными системами ребер цилиндрической оболочки с движущейся жидкости. Видно, что с увеличением сжимающих напряжений параметра частоты ω_1 колебаний рассмотренной системы сначала плавно, а затем при определенном значении сжимающих напряжений резко уменьшаться.

Литература

1. Амиро И.Я., Заруцкий В.А., Поляков П.С. Ребристые цилиндрические оболочки. Киев, Наук.думка, 1973, 248 с.
2. Latifov F.S., Seyfullayev F.A. Asymptotic analysis of oscillation eigenfrequency of orthotropic cylindrical shells in infinite elastic medium filled with liquid. Trans.of NAS.Acad. of Azerb.ser.of physical-technical and mathematical sciences volume XXIV clid, №1, 2004,p.227-230.
3. Алиев Ф.Ф. Собственные колебания в бесконечной упругой среде продольно подкрепленной цилиндрической оболочки с протекающей жидкостью. Министерство Образования Азербайджанской Республики. Механика машиностроение, 2006, № 1, ст.3-5.
4. Латифов Ф.С., Сулейманова С.Г. Задача о свободных колебаниях усиленных перекрестной системой ребер и нагруженной осевыми сжимающими силами цилиндрических оболочек, заполненной средой. Механика Машин, Механизмов и Материалов. Международный научно-технический журнал, Объединенный институт машиностроения НАН Белоруси, г. Минск, 2009, №1, ст. 59-62.
5. Вольмир С.А. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи аэроупругости. Москва, Наука, 1976, 416 с.
6. Латифов Ф.С. Колебания оболочек с упругой и жидкой средой. Баку, “Элм”, 1999, 164 с.

О ПОЛНОТЕ СИСТЕМЫ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ РЕШЕНИЙ В ВЕСОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Р.З. Гумбаталиев

*Азербайджанский Кооперационный Университет,
Институт Математики и Механики НАНА
rovshangumbataliev@rambler.ru*

Пусть H - сепарабельное гильбертово пространство, A - положительно-определенный самосопряженный оператор с областью определения $D(A)$. Обозначим через H_α - шкалу гильбертовых пространство, порождения оператором A , т.е. $H_\alpha = D(A^\alpha)$, $(x, y)_\alpha = (A^\alpha x, A^\alpha y)$, $x, y \in H_\alpha$, $\alpha \geq 0$. При $\alpha = 0$ считаем, что $H_0 = H$. Обозначим через $L_2(R; H_\alpha)$ гильбертово пространство вектор-функций $f(t)$, определенных в $R_+ = (0, \infty)$ почти всюду, со значениями в H_α , измеримых и квадратично интегрируемых в $R_+ = (0, \infty)$ и определим норму

$$\|f\|_{L_2(R; H)} = \left(\int_{-\infty}^{\infty} \|f(t)\|_2^2 dt \right)^{1/2} < \infty.$$

Далее, определим весовые функциональные пространства. Пусть $\gamma = (-\infty, \infty)$. Обозначим через $L_{2,\gamma}(R; H_4) = \{f(t) : f(t)e^{-\gamma t} \in L_2(R; H_4)\}$ и определим в этом гильбертовом пространстве норму следующим образом:

$$\|f\|_{L_{2,\alpha}(R; H_2)} = \left(\int_0^\infty \|f(t)\|_2^2 e^{-2\gamma t} dt \right)^{1/2}.$$

Гильбертово пространство $W_{2,\gamma}^4(R; H_4)$ определяется следующим образом:

$$W_{2,\gamma}^4(R; H_4) = \{u : u^{(4)} \in L_{2,\gamma}(R; H), u \in L_{2,\gamma}(R; H_4)\}.$$

Норма в этом пространстве определим таким образом

$$\|u\|_{W_{2,\gamma}^2(R; H_2)} = \left(\|u^{(2)}\|_{L_{2,\gamma}(R; H)}^2 + \|u\|_{L_{2,\gamma}(R; H_2)}^2 \right)^{1/2}.$$

Рассмотрим в пространстве H краевую задачу

$$\left(-\frac{d^2}{dt^2} + A^2 \right) u(t) + \sum_{j=1}^4 A_{n-j} u^{(j)}(t) = f(t), \quad t \in R_+, \quad (1)$$

$$u(0) = u'(0) = 0, \quad (2)$$

где $f(t)$ и $u(t)$ - вектор-функции, определенные почти всюду в R_+ , со значениями из H , производные понимаются в смысле теории распределений [1], A_j ($j = \overline{0,4}$) - линейные операторы в H .

Свяжем задачу (1), (2) со следующим операторным пучком

$$P(\lambda) = \left(-\lambda^2 E + A^2 \right)^2 + \sum_{j=1}^4 A_{4-j} \lambda^j. \quad (3)$$

В дальнейшем, предполагается выполнение следующих условий

1) A - положительно- определенный самосопряженный оператор с нижней границей μ_0 , т.е. $A = A^* \geq \mu_0 E$ ($\mu_0 > 0$); 2) операторы $B_j = A_j A^{-j}$ ($j = \overline{0,4}$) суть ограниченные операторы в H ; 3) оператор $E + B_4$ ограничен в H .

Отметим, что при выполнении условий 1)-3) операторный пучок $P(\lambda)$ имеет только дискретный спектр с единственной предельной точкой в бесконечности.

Определение 1. Если λ_j ($\operatorname{Re} \lambda_j < 0$)-собственные значения пучка $P(\lambda)$, то вектор-функции

$$u_{j,h}(t) = e^{\lambda_j t} \left(\frac{t^h \varphi_0}{h!} + \frac{t^{h-1} \varphi_1}{(h-1)!} + \dots + \varphi_h \right), \quad h = 0, \dots, m-1$$

удовлетворяющий уравнению $P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) \equiv 0$ называются элементарными решениями однородного уравнения $P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) \equiv 0$.

Теперь определим регулярные решения задачи (1), (2).

Определение 2. Если $f(t) \in L_{2,\gamma}(R; H)$ существует вектор-функция $u(t) \in W_{2,\gamma}^4(R; H_4)$, которая удовлетворяет уравнению (1) почти всюду в R_+ и краевому условию (2) в смысле сходимости $\lim_{t \rightarrow 0} \|u(t)\|_{5/2} = 0$, то вектор-функцию $u(t)$ будем называть регулярным решением задачи (1), (2).

Определение 3. Если при любом $f(t) \in L_{2,\gamma}(R; H)$ существует регулярное решение задачи (1),(2) $u(t)$, для которого выполняется оценка $\|u(t)\|_{W_{2,\gamma}^4(R_+; H_4)} \leq \text{const} \|f(t)\|_{L_{2,\gamma}(R_+; H)}$, то задачу (1), (2) будем называть регулярно разрешимой.

Теорема 1. Пусть $A = A^* > \mu_0 E$, $|\gamma| < \mu_0$, а операторы $B_j = A_j A^{-j}$ ($j = \overline{0,4}$) ограничены в H . Тогда, если выполняется

$$\alpha(\gamma; \mu_0) = \sum_{j=0}^3 c_j(\gamma; \mu_0) \|B_{4-j}\| < 1,$$

то задача (1),(2) регулярна разрешима. Здесь число $c_j(\gamma; \mu_0)$ определяются следующим образом

$$c_0(\gamma; \mu_0) = \frac{\mu_0^2}{\mu_0^2 - \gamma^2}; c_1(\gamma; \mu_0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\mu_0^2}{\mu_0^2 - \gamma^2}; c_2(\gamma; \mu_0) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{\mu_0^2}{\mu_0^2 - \gamma^2} \right)^{1/2}; c_3(\gamma; \mu_0) = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_0^2}{\mu_0^2 - \gamma^2} \right)^{1/2}.$$

Теорема 2. Пусть $0 \leq \gamma < \mu_0$ и выполняются условия теоремы 1 и одно из следующих условий: $A^{-1} \in \sigma_p$ ($0 < p < 1$) или $A^{-1} \in \sigma_p$ ($0 < p < \infty$), $B_j \in \sigma_\infty$ ($j = 1, 2$).

Тогда корневые векторы пучка $P(\lambda)$, определенного из (3) отвечающих собственным значениям из полуплоскости $\Pi(-\gamma) = \{\lambda : \operatorname{Re} \lambda < -\gamma\}$, ($0 \leq \gamma < \mu_0$), полны в пространстве $H_{5/2}$.

Теорема 3. Пусть выполняется условия теоремы 2. Тогда элементарные решения, отвечающие собственным значениям из $\Pi(-\gamma)$, ($0 \leq \gamma < \mu_0$), полны в

пространстве всех регулярных решений $P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t)\equiv 0$ в весовых пространствах.

Литература

1. Лионс Ж.-Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. М.: Мир, 1971. 371 с.
2. Келдыш М.В. // УМН. 1971. Т.26. №4. С.15-41.
3. Ильин В.А. // ДАН. 1976. Т.227. №4. С.796-799.
4. Gumbataliev R.Z. // Proceeding of IMM of NASA. 2005. V. XXII(XXX). p. 39-46.

ОБ ОПТИМАЛЬНОСТИ КВАЗИСОБЫХ УПРАВЛЕНИЙ В ОДНОЙ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ

Г.А. Гусейнзаде, К.Б. Мансимов

Институт Кибернетики НАНА, Бакинский Государственный Университет
mansimov@front.ru

Доклад посвящен выводу необходимых условий оптимальности в одной дискретно-непрерывной задаче оптимального управления.

Рассматривается задача о минимуме функционала

$$S(u) = \varphi(x(N, t_1)) \quad (1)$$

при ограничениях

$$u(k, t) \in U \subset R^r, \quad (k, t) \in D = \{(k, t): 1 \leq k \leq N; t_0 \leq t \leq t_1\}, \quad (2)$$

$$\frac{dx(k, t)}{dt} = f(k, t, x(k, t), u(k, t)) + A(k, t)x(k-1, t), \quad (k, t) \in D, \quad (3)$$

$$x(0, t) = g(t), \quad t \in T = [t_0, t_1], \quad (4)$$

$$x(k, t_0) = h(k), \quad 1 \leq k \leq N.$$

Здесь $f(k, t, x, u)$ – заданная n -мерная вектор-функция дискретная по k и непрерывная в $T \times R^n \times R^r$ вместе с частными производными по (x, u) до второго порядка включительно, $A(k, t)$ – заданная дискретная по k и непрерывная по t ($n \times n$) матричная функция, $h(k)$ – заданная дискретная вектор-функция, $g(t)$ – заданная непрерывная вектор-функция, U заданное непустое, ограниченное и выпуклое множество, $\varphi(x)$ – заданная дважды непрерывно дифференцируемая скалярная функция, $u(k, t)$ – r -мерный кусочно непрерывный по t при каждом $k \in \{1, N\}$ вектор управляющих воздействий.

Такие управляющие функции назовем допустимыми.

Допустимый процесс $(u(k, t), x(k, t))$, доставляющий минимум функционалу (1) при ограничениях (2)-(4) назовем оптимальным процессом.

Пусть $(u(k, t), x(k, t))$ – фиксированный допустимый процесс. Введем функцию Гамильтона-Понтрягина

$$H(k, t, x, u, \psi) = \psi' f(k, t, x, u),$$

где $\psi = \psi(k, t)$ n -мерный вектор сопряженных переменных, являющийся решением сопряженной системы

$$\frac{d\psi(k, t)}{dt} = -H_x(k, t, x(k, t), u(k, t), \psi(k, t)) - A'(k+1, t)\psi(k+1, t), \quad 1 \leq k \leq N-1, t \in T, \quad (5)$$

$$x(N, t_1) = -\varphi_x(x(N, t_1)), \quad (6)$$

$$x(k, t_1) = 0, \quad 1 \leq k \leq N-1.$$

Используя вариацию управления $u(k, t)$ в виде

$$\Delta u_\mu(k, t) = \mu[v(k, t) - u(k, t)], \quad (7)$$

где $\mu \in [0, 1]$ произвольное число, а $v(k, t)$ произвольное допустимое управление, доказываем, что приращение $\Delta x_\mu(k, t)$ траектории $x(k, t)$ соответствующее специальному приращению (7) управления $u(k, t)$ допускает представление

$$\Delta x_\mu(k, t) = \mu \ell(k, t) + o(k, t; \mu), \quad (8)$$

где $\ell(k, t)$ является решением линеаризованной задачи

$$\frac{d\ell(k, t)}{dt} = f_x(k, t, x(k, t), u(k, t))\ell(k, t) + f_u(k, t, x(k, t), u(k, t))(v(k, t) - u(k, t)),$$

$$\ell(k, t_0) = 0, \quad 1 \leq k \leq N,$$

$$\ell(0, t) = 0, \quad t \in T.$$

Используя (7), (8) построена специальная формула для приращения второго порядка критерия качества.

С их помощью получены линеаризованные и квадратичные необходимые условия оптимальности.

Приведем одну из них.

Теорема. Для оптимальности допустимого управления $u(k, t)$ в задаче (1)-(4) необходимо, чтобы неравенство

$$H'_u(m, \theta, x(m, \theta), u(m, \theta), \psi(m, \theta))(v - u(m, \theta)) \leq 0 \quad (9)$$

выполнялось для всех $1 \leq m \leq N$, $\theta \in [t_0, t_1]$.

Здесь $\theta \in [t_0, t_1]$ – произвольная точка непрерывности управления $u(k, t)$ по t .

Неравенство (9) есть аналог линеаризованного условия максимума для рассматриваемой задачи. Далее изучен случай вырождения линеаризованного условия максимума.

Литература

1. Дымков М.П. Экстремальные задачи в многопараметрических системах управления. Мн.: БГЭУ, 2005, 363 с.

2. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Особые оптимальные управления. М. Наука, 1973, 256 с.
3. Гусейнзаде Г.А., Мансимов К.Б. Необходимые условия оптимальности в одной дискретно-непрерывной задаче управления // Докл. НАН Азербайджана. 2013, № 2, с. 3-7.
4. Мансимов К.Б. Особые управления в системах с запаздыванием. Б. Изд-во ЭЛМ, 1999, 176 с.

ОЦЕНКА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕФТЕПРОВОДАХ

В.Г. Гусейнов

Азербайджанская Государственная Нефтяная Академия

v.huseynov@hotmail.ru

Внутреннее давление наряду с производительностью, диаметром и длиной, относится к числу основных параметров магистрального нефтепровода. Выявление закономерностей изменения внутреннего давления в процессе эксплуатации необходимо для изучения нестационарных режимов работы нефтепроводов, применения системы регулирования, оценки характера напряжения материала стенки трубопровода и решения других задач проектирования и эксплуатации нефтепроводов.

С математической точки зрения нефтепроводы являются колебательной системой и нестационарные процессы в них описываются дифференциальными уравнениями в частных производных. Для оценки времени протекания этих процессов нефтепроводах можно воспользоваться моделью, количественно правильно отражающей грубые “интегральные” характеристики системы.

Уравнение, описывающее в среднем, “интегральном” смысле изучаемый колебательный процесс в магистральном нефтепроводе будет:

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + \alpha \frac{dP}{dt} + \omega_0^2 P = 0, \text{ где, } \alpha = \frac{\lambda P_c}{2d}, \quad \omega_0 = \frac{c}{l}.$$

Рассматривается несколько случаев протекания нестационарных процессов.

При $N < 0$, где $N = \frac{\alpha^2}{4} - \omega_0^2$ получаем периодический режим колебаний

$P(t) = e^{-d/2} \cos(\omega t + \varphi)$, где $\omega = \sqrt{-N}$, φ - начальная фаза колебаний, определяемая начальными условиями. В этом случае времена релаксации скорости потока и его ускорения совпадают.

При $N > 0$ получается аperiodический режим (колебания подавляются вязкостью):

$$P(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}, \text{ где } \lambda_1 = \frac{\alpha}{2} + \sqrt{N}, \quad \lambda_2 = \frac{\alpha}{2} - \sqrt{N},$$

A, B – константы, определяемые начальными условиями.

В том случае, если $\lambda_1 \approx \lambda_2$, т.е. $\alpha^2 \approx 4\omega_0^2$, времена релаксации скоростей и ускорений практически совпадают и равны $\tau_c \approx \tau_y \approx \frac{\alpha}{2}$.

Когда $\omega_0 \ll \alpha$, картина резко меняется. Проводя некоторые приближенные вычисления, получаем $\{\lambda_1 \approx \alpha, \lambda_2 \approx \omega_0^2\}$. В начальных условиях $\{P(0) = P_0, \frac{dP}{dt}(0) = a_0\}$ при $\omega_0 \ll \alpha$, приближенно получаем

$$P(t) \approx P_0 e^{-\lambda_2 t}, \quad \frac{dP}{dt}(t) \approx a_0 e^{-\lambda_1 t}$$

В рассматриваемом случае времена релаксации скоростей и ускорений равны $\tau_c = \alpha / \omega_0^2, \quad \tau_y = 1 / \alpha$.

В работе оценивается величина затухания колебаний в системе за время пробега волны вдоль системы.

НЕРАВЕНСТВО ХАРНАКА ДЛЯ НЕРАВНОМЕРНО ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

С.Т. Гусейнов, Р.М. Тагиев

Институт Математики и Механики НАНА, Бакинский Государственный Университет

Пусть E_n и R_{n+1} -евклидовы пространства точек $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ и $(x, t) = (x_1, x_2, \dots, x_n, t)$ соответственно, D -ограниченная область в R_{n+1} с параболической границей $\Gamma(D)$, $(0, 0) \in D$.

Рассмотрим в D параболическое уравнение

$$Lu = \frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) = 0, \quad (1)$$

и предположим, что $\|a_{ij}(x, t)\|$ - действительная симметрическая матрица с измеримыми в D элементами, причем для всех $(x, t) \in D, \xi \in E_n$ выполнено условие

$$\gamma \sum_{i=1}^n \lambda_i(x, t) \xi_i^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t) \xi_i \xi_j \leq \gamma^{-1} \sum_{i=1}^n \lambda_i(x, t) \xi_i^2. \quad (2)$$

Здесь $\gamma \in (0, 1]$ константа $\lambda_i(x, t) = g_i(\rho(x) + \sqrt{|t|})$, $\rho(x) = \sum_{i=1}^n w_i(|x_i|)$,

$$g_i(z) = \frac{(w_i^{-1}(z))^2}{z^2}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Относительно функций $w_i(t)$ будем считать, что они строго монотонно возрастают, $w_i(0) = 0$, $w_i^{-1}(t)$ функция, обратная к $w_i(t)$ и для $i = 1, 2, \dots, n$ выполнено следующее условия:

$$w_i(2t) \leq 2w_i(t), \quad (3)$$

$$\left(\frac{w_i(t)}{t}\right)^{q-1} \int_0^{w_i^{-1}(t)} \left(\frac{w_i(z)}{z}\right)^q dz \leq c. \quad (4)$$

Введем обозначения:

$$S(\rho) = \Pi_{\rho R} \times \left(-\left(\frac{1}{3} + \rho\right)R^2, -\left(\frac{3}{4} - \rho\right)R^2 \right),$$

где $\rho \in \left(\frac{5}{24}, \frac{1}{2}\right]$.

Доказательство неравенства Харнака для неравномерно степенных вырождающихся параболических уравнениях рассмотрено в [1].

Основной целью является доказательство следующего утверждения.

Теорема. Пусть $u(x, t)$ - неотрицательное слабое решение уравнения (1), коэффициенты которого удовлетворяют условиям (2)-(4). Тогда существует константа $c(\Lambda, n)$ такая, что

$$\sup_{s\left(\frac{1}{3}\right)} u \leq c_{2.20} \inf_{Q\left(\frac{1}{3}\right)} u$$

Литература

[1]. Guseynov S.T. A Harnack inequality for solutions of the second order non-uniformly degenerate parabolic equations. Transactions of NAC of Azerb., vol.XXII, No1, 2002, pp. 102-112.

YENİ MƏNADA QOŞMA MƏSƏLƏ

A.M. Quliyeva

AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu

guliyeva_a@hotmail.com

Aşağıdakı kimi sərhəd məsələsinə baxaq:

$$ly \equiv y''(x) + p y'(x) + q y(x) = 0, \quad x \in (a, b), \quad (1)$$

$$l_j y \equiv \sum_{k \leq 1} [\alpha_{jk} y^{(k)}(a) + \beta_{jk} y^{(k)}(b)] = 0, \quad j = 1, 2, \quad (2)$$

burada $p, q, \alpha_{jk}, \beta_{jk}, j = 1, 2; k = 0, 1$ -lər verilmiş kompleks sabitlər, $a < b$, $y(x)$ isə kompleks qiymətli naməlum funksiyadır.

Verilmiş (1) tənliyi ilə əlaqədar olan Laqranj formulu [1] aşağıdakı kimidir:

$$(ly, z) = R(y, \bar{z}) + (y, l^* z), \quad (3)$$

belə ki, ikiqat xətti ifadə

$$R(y, \bar{z}) \equiv y'(b) \bar{z}(b) - y(b) \bar{z}'(b) - y'(a) \bar{z}(a) + y(a) \bar{z}'(a) + y(b) \bar{z}(b) - p y(a) \bar{z}(a), \quad (4)$$

qoşma tənlik isə bu şəkildədir:

$$l^* z \equiv z''(x) - \bar{p} z'(x) + \bar{q} z(x), \quad (5)$$

Asanlıqla görmək olar ki,

$$Z(x - \xi) = \frac{e^{\lambda_2(x-\xi)} - e^{\lambda_1(x-\xi)}}{\lambda_2 - \lambda_1} \theta(x - \xi) + c_1 e^{\lambda_1(x-\xi)} + c_2 e^{\lambda_2(x-\xi)}, \quad (6)$$

ifadəsi (5) üçün fundamental həlldir. Burada

$$\lambda_k = \frac{\bar{p} + (-1)^k \sqrt{\bar{p}^2 - 4\bar{q}}}{2}, k = 1, 2, \bar{p}^2 \neq 4\bar{q},$$

$\theta(x - \xi)$ Xeyrisaydın vahid funksiyası, c_1 və c_2 isə ixtiyari sabitlərdir.

Laqranj formulunda $Z(x)$ əvəzinə (6) fundamental həllini götürsək, aşağıdakı əsas ifadəni almış olarıq:

$$\begin{aligned} & y(b) \bar{Z}'(b - \xi) - y'(b) \bar{Z}(b - \xi) + y'(a) \bar{Z}(a - \xi) - \\ & - y(a) \bar{Z}'(a - \xi) + p y(a) \bar{Z}(a - \xi) - p y(b) \bar{Z}(b - \xi) = \\ & = \begin{cases} y(\xi), & \xi \in (a, b), \\ \frac{1}{2} y(\xi), & \xi = a, \xi = b. \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

Bu əsas münasibətin ikinci hissəsi olan zəruri şərtləri ayırısaq, onlardan biri $y(x)$ funksiyası üçün heç bir məhdudiyyət qoymadığından o biri zəruri şərt aşağıdakı şəkllə düşər:

$$\begin{aligned} & y(a) + \left[p \frac{e^{\lambda_2(b-a)} - e^{\lambda_1(b-a)}}{\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1} - \frac{\bar{\lambda}_2 e^{\lambda_2(b-a)} - \bar{\lambda}_1 e^{\lambda_1(b-a)}}{\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1} \right] y(b) + \\ & + \frac{e^{\lambda_2(b-a)} - e^{\lambda_1(b-a)}}{\lambda_2 - \lambda_1} y'(b) = \tilde{l}_3 y. \end{aligned} \quad (8)$$

Burada $\tilde{l}_3 y$ ixtiyari c_1 və c_2 sabitlərindən asılı olduğundan, ixtiyaridir.

İndi isə ikinci əsas münasibəti üçün verilmiş (1) tənliyini (6) fundamental həllinin birinci tərtib x -ə nəzərən törəməsinə skalyar vurub, hissə-hissə integrallamaqla (7)-ə analogi olaraq qurulmuş ikinci əsas münasibətdən aşağıdakı kimi zəruri şərt alınır.

$$y'(a) - \frac{\bar{\lambda}_2 e^{\lambda_2(b-a)} - \bar{\lambda}_1 e^{\lambda_1(b-a)}}{\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1} y'(b) - q \frac{e^{\lambda_2(b-a)} - e^{\lambda_1(b-a)}}{\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1} \times y(b) = \tilde{l}_4 y. \quad (9)$$

belə ki $\tilde{l}_4 y$ də $\tilde{l}_3 y$ kimi ixtiyaridir.

İndi isə (8) və (9) zəruri şərtlərini verilmiş (2) şərtlərinə qoşsaq, alarıq:

$$\begin{cases} \alpha_{10} y(a) + \alpha_{11} y'(a) + \beta_{10} y(b) + \beta_{11} y'(b) = \tilde{l}_1 y, \\ \alpha_{20} y(a) + \alpha_{21} y'(a) + \beta_{20} y(b) + \beta_{21} y'(b) = \tilde{l}_2 y, \\ y(a) + 0 \cdot y'(a) + \tilde{\beta}_{30} y(b) + \tilde{\beta}_{31} y'(b) = \tilde{l}_3 y, \\ 0 \cdot y(a) + y'(a) + \tilde{\beta}_{40} y(b) + \tilde{\beta}_{41} y'(b) = \tilde{l}_4 y, \end{cases} \quad (10)$$

burada

$$\begin{aligned}\tilde{\beta}_{30} &= p \frac{e^{\bar{\lambda}_2(b-a)} - e^{\bar{\lambda}_1(b-a)}}{\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1} - \frac{\bar{\lambda}_2 e^{\bar{\lambda}_2(b-a)} - \bar{\lambda}_1 e^{\bar{\lambda}_1(b-a)}}{\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1} - \frac{\bar{\lambda}_1 e^{\lambda_2(b-a)} - \bar{\lambda}_2 e^{\lambda_1(b-a)}}{\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1}, \\ \tilde{\beta}_{31} &= \frac{e^{\lambda_2(b-a)} - e^{\lambda_1(b-a)}}{\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1}, \quad \tilde{\beta}_{40} = -q \frac{e^{\lambda_2(b-a)} - e^{\lambda_1(b-a)}}{\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1}, \\ \tilde{\beta}_{41} &= -\frac{\bar{\lambda}_2 e^{\lambda_2(b-a)} - \bar{\lambda}_1 e^{\lambda_1(b-a)}}{\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1}.\end{aligned}\quad (11)$$

Aldığımız (10) xətti cəbri tənliklər sistemində (11) ifadələrini nəzərə alsaq, bu sistemin Δ_0 determinantının sıfırdan fərqli olduğundan qəbul etsək, alarıq:

$$\begin{cases} y(a) = \frac{1}{\Delta_0} \sum_{k=1}^4 \Delta_0^{(k,1)} \tilde{l}_k y, \\ y'(a) = \frac{1}{\Delta_0} \sum_{k=1}^4 \Delta_0^{(k,2)} \tilde{l}_k y, \\ y(b) = \frac{1}{\Delta_0} \sum_{k=1}^4 \Delta_0^{(k,3)} \tilde{l}_k y, \\ y'(b) = \frac{1}{\Delta_0} \sum_{k=1}^4 \Delta_0^{(k,4)} \tilde{l}_k y, \end{cases}\quad (12)$$

burada $\Delta_0^{(k,m)}$ ilə Δ_0 determinantının k-cı sətri ilə m-ci sütununun kəsişməsin-də duran elementin cəbri tamamlayıcısı işarə edilmişdir. Bunları Laqranj formulunda olan (4) ikiqat xətti ifadəsində yazıb, o ifadəni sıfıra bərabər etməklə $\tilde{l}_1 y = \tilde{l}_2 y = 0$, $\tilde{l}_3 y$ və $\tilde{l}_4 y$ lərin isə ixtiyari olduğunu nəzərə almaqla qoşma məsələnin sərhəd şərtlərini

$$\begin{aligned}(\Delta_0^{(k,2)} + p \Delta_0^{(k,1)}) \bar{Z}(a) - \Delta_0^{(k,1)} \bar{Z}'(a) - (\Delta_0^{(k,4)} + p \Delta_0^{(k,3)}) \bar{Z}(b) + \\ + \Delta_0^{(k,3)} \bar{Z}'(b) = 0, \quad k=3,4\end{aligned}\quad (13)$$

şəkildə almış oluruq. Bununla da aşağıdakı hökmü almış oluruq:

Teorem. Əgər $p, q, \alpha_{jk}, \beta_{jk}, j=1,2; k=0,1$ -lar verilmiş kompleks sabitlər olmaqla, $a < b$, (2) şərtləri xətti asılı deyilsə, onda (1), (2)-yə qoşma məsələ (5), (13) şəklindədir.

Ədəbiyyat

1. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы «Наука» Москва, 1969, 526 стр.

THE SOLUTIONS DEGENERATE NONLINEAR ELLIPTIC-PARABOLIC EQUATIONS

T.S. Gadjiev, M.N. Kerimova, G.Sh. Gasanova

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

tgadjiev@mail.az

Let R^{n+1} be an $(n+1)$ -dimensional Euclidian space of the points $(x, t) = (x_1, \dots, x_n, t)$. $Q_T = \Omega \times (0, T)$ be a cylindrical domain in R^{n+1} , where Ω is a bounded n -dimensional domain with the boundary $\partial\Omega$ and $T \in (0, \infty)$. Let $Q_0 = \{(x, t) : x \in \Omega, t = 0\}$ and $\Gamma(Q_T) = Q_0 \cup (\partial\Omega \times [0, T])$ be a parabolic boundary of Q_T . Consider the following second order degenerated elliptic-parabolic equation in Q_T

$$Lu = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t, u) u_{x_i x_j} + \sum_{i=1}^n b_i(x, t) u_{x_i} + \psi(x, t) u_{tt} + C(x, t) u_t = f(x, t) \quad (1)$$

$$u|_{\Gamma(Q_T)} = 0 \quad (2)$$

in assumption that $(a_{ij}(x, t))$ is a real symmetric matrix where for all $(x, t) \in Q_T$ and any n -dimensional vector ξ the following conditions are fulfilled

$$|\xi|^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t, u) \xi_i \xi_j \leq \gamma^{-1} |\xi|^2 \quad (3)$$

where $\gamma \in (0, 1]$ - const

$$c(x, t) \leq 0, c(x, t) \in L_{n+1}(Q_T), \quad \left(\sum_{i=1}^n b_i^2(x, t) \right)^{\frac{1}{2}} \in L_{2(n+1)} \quad (4)$$

We determine the function $\psi(x, t) = \omega(x)\omega(t)\varphi(T-t)$, where $\omega(x)$ nonnegative function satisfy Makenxoupt condition, ω, φ are continuous, non-negative and non-decreasing functions of their arguments. In the above mentioned conditions the coercive estimate is proved for strong solutions of (1)-(2). Further the weighted space $W_{2,\psi}^{2,2}(Q_T)$ is introduced and strong solvability is proved in the following form.

Theorem. Let the conditions (3)-(4) be fulfilled. Then at $T \leq T_0$ the problem (1)-(2) has a unique strong solution in the space $W_{2,\psi}^{0,2,2}(Q_T)$ for any $f(x, t) \in L_2(Q_T)$.

SOLVING A NON-HOMOGENEOUS FUZZY LINEAR SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS

N.A. Gasilov^{1a}, A.G. Fatullayev^{1b}, Ş.E. Amrahov²

¹ Baskent University, Turkey; ² Ankara University, Turkey

Abstract. In this study, we present a new approach to non-homogeneous fuzzy system of differential equations. We consider linear differential equations with crisp coefficients but with fuzzy forcing functions and fuzzy initial values. We assume the forcing functions to be triangular fuzzy functions. We look for solution not as a

vector of fuzzy-valued functions, as usual, but as a fuzzy set of real vector-functions. We develop a method to find the solution. We demonstrate the effectiveness of the method on a test example.

Solution method. We interpret a fuzzy function as a fuzzy bunch (set) of real functions, where each real function has a certain membership degree. Meanwhile, we use the concept of triangular fuzzy function introduced in [1].

We demonstrate the proposed method on an example to make it clearer.

Example 1. Solve the system

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{F} \\ \tilde{G} \end{bmatrix} \quad \text{with the initial values} \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A} \\ \tilde{B} \end{bmatrix} \quad (1)$$

where

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= a_{cr} + \tilde{a} = 15 + (-0.25, 0, 0.5); \quad \tilde{B} = b_{cr} + \tilde{b} = 6 + (-1, 0, 1.5) \\ \tilde{F} &= f_{cr} + \tilde{f}; \quad f_{cr} = 5t^2 - 15t - 25; \quad \tilde{f} = \langle f_a, 0, f_b \rangle = \langle -3e^{-2t}, 0, 1.5e^{-t} \rangle \\ \tilde{G} &= g_{cr} + \tilde{g}; \quad g_{cr} = 10t^2 - 10t - 40; \quad \tilde{g} = \langle g_p, 0, g_q \rangle = \langle -3e^{-t}, 0, 0.6 \rangle \end{aligned} \quad (2)$$

Since (1)-(2) is a linear problem, we can split it to the following 3 subproblems.

1) Firstly, we solve the associated crisp non-homogeneous problem

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{cr} \\ g_{cr} \end{bmatrix} \quad \text{with} \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{cr} \\ b_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 6 \end{bmatrix}$$

and find the crisp solution $\begin{bmatrix} x_{cr}(t) \\ y_{cr}(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 15(t+2) + e^{-t} + 14e^{2t} \\ 15t^2 + 4e^{-t} + 14e^{2t} \end{bmatrix}$.

2) Secondly, to find the uncertainty of the solution due to initial values we solve

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \text{with} \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-0.25, 0, 0.5) \\ (-1, 0, 1.5) \end{bmatrix}$$

How to solve such a problem we describe in [2]. For the solution, see Fig. 1a.

3) Thirdly, to find the uncertainty due to the forcing functions we solve

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \langle f_a, 0, f_b \rangle \\ \langle g_p, 0, g_q \rangle \end{bmatrix} \quad \text{with} \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

We interpret the fuzzy problem (3) as a set of crisp problems. The bunches $\tilde{f} = \langle f_a, 0, f_b \rangle$ and $\tilde{g} = \langle g_p, 0, g_q \rangle$ consist of functions of form $r f_i$, ($0 \leq r \leq 1$, $i \in \{a, b\}$), and $s g_j$, ($0 \leq s \leq 1$, $j \in \{p, q\}$), respectively.

Consequently, we consider the problem (3) as a set of crisp problems such as

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r f_i \\ s g_j \end{bmatrix} \quad \text{with} \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

To the solution $(x(\cdot), y(\cdot))$ of (4) we assign the degree $\mu = \min\{1-r, 1-s\}$.

The bunch of the solutions of all problems (4) gives the fuzzy solution of (3). To express this fuzzy solution effectively we apply the following procedure.

Each of problems (4) is of form

$$\mathbf{X}' = A\mathbf{X} + \mathbf{F} \quad \text{with} \quad \mathbf{X}(0) = \mathbf{0} \quad (5)$$

Let for $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_a \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} f_b \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ g_p \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ g_q \end{bmatrix}$ the solutions of (5) be $\mathbf{X}_a, \mathbf{X}_b, \mathbf{X}_p, \mathbf{X}_q$, respectively. Then the solution of (4) is $\mathbf{X} = r\mathbf{X}_i + s\mathbf{X}_j$. The set (bunch) of all such vector-functions as $\mathbf{X}$ gives the fuzzy solution $\tilde{\mathbf{X}}_{unF}$ of (3) with the membership function $\mu_{\tilde{\mathbf{X}}_{unF}}(r\mathbf{X}_i + s\mathbf{X}_j) = \min\{1-r, 1-s\}$.

What is $\tilde{\mathbf{X}}_{unF}(t)$, the value at a time t ? The 0-cut can be expressed as follows:

$$\mathbf{X}_{unF,0}(t) = \bigcup_{i \in \{a,b\}; j \in \{p,q\}} \text{Parallelogram}\{\mathbf{X}_i(t), \mathbf{X}_j(t)\}$$

Since, the problem (4) is linear, we have: $\mathbf{X}_{unF,\alpha}(t) = (1-\alpha)\mathbf{X}_{unF,0}(t)$.

We represent $\tilde{\mathbf{X}}_{unF}$ in Fig. 1b. The Minkowski sum of the crisp solution and the uncertainties yields the fuzzy solution of the given problem (1)-(2) (see, Fig. 1c).

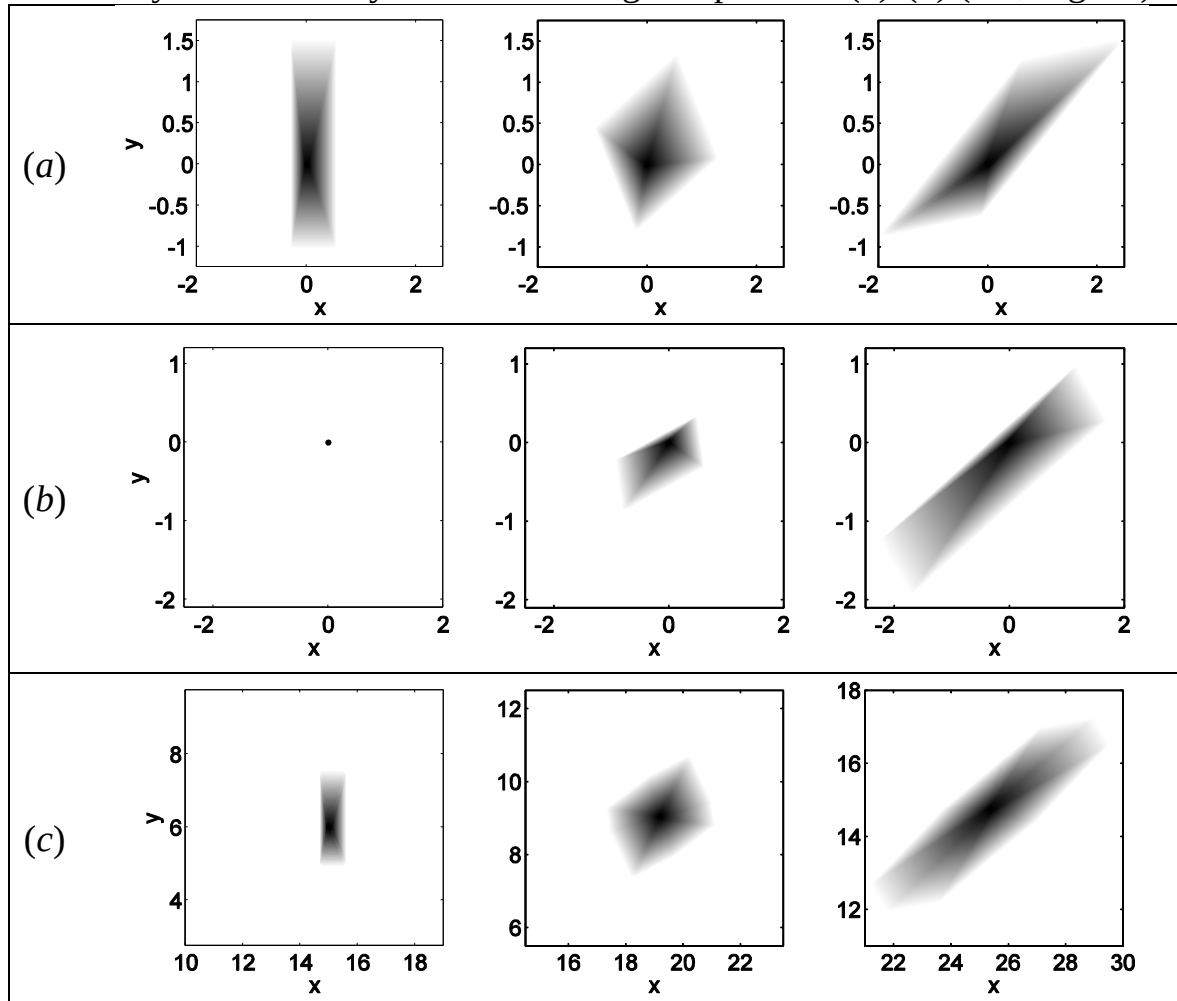


Fig. 1. (a) Uncertainty due to initial values; (b) Uncertainty due to forcing functions and (c) Solution of (1)-(2).

References

- [1] N.A. Gasilov, I.F. Hashimoglu, Ş.E. Amrahov, A.G. Fatullayev, A new approach to non-homogeneous fuzzy initial value problem, *CMES: Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 85 (3) (2012) 367-378.
- [2] N.A. Gasilov, Ş.E. Amrahov, A.G. Fatullayev, A geometric approach to solve fuzzy linear systems of differential equations, *Appl. Math. Inf. Sci.*, 5 (2011) 484-495.

INTRINSIC SQUARE FUNCTIONS AND THEIR COMMUTATORS ON GENERALIZED WEIGHTED MORREY SPACES

V.S. Guliyev

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

vagif@guliyev.com

In this tesis, we will obtain the strong type and weak type estimates of intrinsic square functions in the generalized weighted Morrey spaces $M_{\omega}^{p,\varphi}(R^n)$. We study the boundedness of intrinsic square functions including the Lusin area integral, Littlewood-Paley g -function and g_{λ}^* -function and their higher order commutators on generalized weighted Morrey spaces $M_{\omega}^{p,\varphi}(R^n)$.

For any $f \in L_{\omega}^{p,loc}(R^n)$, we denote by $M_{\omega}^{p,\varphi}(R^n)$ the generalized weighted Morrey spaces, if $\|f\|_{M_{\omega}^{p,\varphi}} = \sup_{x \in R^n, r > 0} \varphi(x, r)^{-1} \omega(B(x, r))^{\frac{1}{p}} \|f\|_{L_{\omega}^p(B(x, r))} < \infty$.

We will obtain the boundedness of the intrinsic function, the intrinsic Littlewood-Paley g function, the intrinsic g_{λ}^* function and their commutators on generalized weighted Morrey spaces when $\omega \in A_p$ and the pair (φ_1, φ_2) satisfies conditions (1) or (2):

$$\int_r^{\infty} \frac{\text{ess inf}_{t < s < \infty} \varphi_1(x, s) \omega(B(x, s))^{\frac{1}{p}}}{\omega(B(x, t))^{\frac{1}{p}}} \frac{dt}{t} \leq C \varphi_2(x, r) \quad (1)$$

$$\int_r^{\infty} \ln^k \left(e + \frac{t}{r} \right) \frac{\text{ess inf}_{t < s < \infty} \varphi_1(x, s) \omega(B(x, s))^{\frac{1}{p}}}{\omega(B(x, t))^{\frac{1}{p}}} \frac{dt}{t} \leq C \varphi_2(x, r), \quad (2)$$

where C does not depend on x and r . Our main results in this paper are stated as follows.

Theorem 1. Let $1 \leq p < \infty$, $0 < \alpha \leq 1$, $\omega \in A_p$, $\lambda > 3 + \frac{\alpha}{n}$ and (φ_1, φ_2) satisfies condition (1). Then the operators G_{α} and $g_{\lambda, \alpha}^*$ are bounded from $M_{\omega}^{p, \varphi_1}(R^n)$ to $M_{\omega}^{p, \varphi_2}(R^n)$ for $p > 1$ and from $M_{\omega}^{1, \varphi_1}(R^n)$ to $WM_{\omega}^{1, \varphi_2}(R^n)$.

Theorem 2. Let $1 < p < \infty$, $0 < \alpha \leq 1$, $\omega \in A_p$, $b \in BMO$, $\lambda > 3 + \frac{\alpha}{n}$ and (φ_1, φ_2) satisfies condition (2). Then the operators $[b, G_\alpha]^k$ and $[b, g_{\lambda, \alpha}^*]^k$ are bounded from $M_\omega^{p, \varphi_1}(R^n)$ to $M_\omega^{p, \varphi_2}(R^n)$.

FRAKTAL STRUKTURLU MÜHİTLƏRDƏ BİRÖLÇÜLÜ SÜZÜLMƏ MƏSƏLƏSİNİN TƏDQIQI

A.B. Həsənov, E.M. Axundova, Ü.R. Babayeva

AMEA Kibernetika İnstitutu

Məsəməli mühitlərdə mayelərin hərəkətinə elmi maraqların artmasının böyük tarixi olmasına baxmayaraq, hələ də süzülmə məsələlərində həll edilməli problemlər qalmaqdadır. Mühitin strukturunun xüsusiyyətləri və sistemin çoxfazlı olması bu tip məsələlərin mürəkkəb təbiətli olduğunu göstərir. Buna görə də bu real təzahürlərin nəzərə alınması vacibliyi məsəməli strukturlarda süzülmə axınlarının hərəkətinin öyrənilməsi üçün yeni, daha adekvat riyazi modellərin yaradılmasını zəruri edir.

Baxılan məsələlərin riyazi adekvatlığını artırmaq üçün tətbiq olunan elmi istiqamətlərdən biri də, məsələlərin həndəsi paylanması kəsir ölçülü fəzanın elementlərinin tətbiq edilməsidir. Sistemin fraktallığının qəbul edilməsi mühitin fiziki mahiyyətini daha dərinlən ifadə edir, fəza miqyaslı qeyri - bircinsliliyi xarakterik mikroskopik fəza parametrlərilə ifadə etməyə imkan verir. Prosesin çoxfazlı olması məsəməli mühitlərin mexaniki xassələrinin dəyişməsinə prinsipə yeni yanaşmanın zəruriliyini tələb edir. Bu proseslərin fəza və zaman korrelyasiyalarının mürəkkəb xarakteri məsəməli mühitlərdə yaddaş və özünü-təşkil etmə effektlərinin ortaya çıxmasına səbəb olur.

Kəsir tərtibli inteqrodifferensiallaşmanın süzülmə məsələlərinin həllinə tətbiqinin əsasları [1] işində öyrənilmişdir. Burada əsasən, stasionar filtrasiya məsələləri öyrənilmiş və həllərin tapılmasında ədədi üsulların tətbiqinə üstün diqqət verilmişdir.

Təqdim olunan işdə fraktal strukturlu məsəməli mühitlərdə qeyri - stasionar süzülmənin riyazi modelinin qurulmasına cəhd olunur.

Klassik qoyuluşda məsəməli mühitlərdə süzülmə məsələsi aşağıdakı kimi riyazi təsvir olunur [2]

$$\begin{aligned}\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} &= \operatorname{div}(\rho \vec{V}) \quad - \text{hərəkət tənliyi} \\ \vec{V} &= -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} P \quad - \text{süzülmə qanunu (Darsi),} \\ \rho &= \rho(P, T) \quad - \text{mühitin hal tənliyi,} \\ m &= m(P, T) = m(\rho) \quad - \text{məsəməlilik tənliyi.}\end{aligned}$$

Bu model və onun çoxsaylı modifikasiyaları əsasında qurulan həllər yaddaş effektlərinin, fəza korrelyasiyalarının və bu kimi digər qeyri - müvazinat və qeyri -

xətti effektlərin aydınlaşdırılmasında çoxlu çətinliklər yaradır .

Yuxarıdakı sistemin birinci və ikinci tənliklərini kəsir tərtibli törəmələrlə ifadə edək. Birölçülü hal üçün yaza bilərik [1] :

$$l_0 \partial_{0\tau}^\alpha (m\rho) + t_0 D_{0\xi}^\beta (\rho V(\xi)) = 0$$

$$V = -\frac{k}{l_0 \mu} \cdot D_{0\xi}^\gamma P(\xi, \tau)$$

$$D_{0\xi}^\beta f(\xi, t) = \frac{1}{2\Gamma(2-\beta) \cdot \sin(\frac{\beta}{2} \cdot \pi)} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\xi', \tau)}{|\xi - \xi'|^{\beta-1}} d\xi' \quad -$$

Riss - Veyl törəməsidir [3]. Bu tənliklər sisteminin həlli aşağıdakı tənliyin həlinə gətirilir :

$$\partial_{0\tau}^\alpha (m\rho) = \frac{t_0}{l_0} D_{0\xi}^\beta \left(\frac{k}{\mu} \rho D_{0\xi}^\gamma P(\xi, \tau) \right)$$

Bu tənlik $\rho = \rho(P, T)$ mühitin hal tənliyi ilə birlikdə qapalı sistem təşkil edir. Başlanğıc şərt olaraq $P(\xi, 0) = B(\xi)$ götürülür .

Yuxarıdakı ifadələrdə P - mayenin layda təzyiqi, ν - mayenin kinematik özlülüyü, μ - mayenin mütləq özlülüyü, k - keçiricilik, β - mayenin həcmi elastiklik moduludur (sıxılmayan mayələr üçün $\beta = \gamma = 1$) .

Baxılan məsələnin qeyri - məhdud mühit üçün $P(\xi, 0) = P_0$ şərtini ödəyən həlli

$$P(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} P_0 \exp(-ikx) \cdot \Phi_{\alpha, 1}(-Ct^\alpha) dk \quad , \quad C = \frac{\beta k^3 t_0}{m l_0 \mu} .$$

Mühitin fraktallıq ölçülərinin mümkün variasiyaları üçün $\Phi_{\alpha, 1}(Z^\alpha)$ funksiyasının analitik ifadələri alınmışdır , $\alpha = 1$ halında elmi ədəbiyyatdan məlum olan həllərin bir çoxu alınmışdır .

Ədəbiyyat

- 1) Сербина Л.Н. Нелокальные математические модели переноса в водоносных системах . М. Наука . 2007, 167 с
- 2) Полубаринова - Кочина П.Я. и др. Математические методы в вопросах орошения . М. Наука, 1969, 414 с
- 3) Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О. И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск. Наука и техника, 1987, 687 с

PARABOLİK TƏNLİKDƏ NAMƏLUM ƏMSALIN TAPILMASI HAQQINDA TƏRS MƏSƏLƏ

A.H. Həsənova

AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu

aynur.hasanova73@yahoo.com

İşdə yarımxətti parabolik tənlikdə yüksək törəmə qarşısında olan zaman dəyişənindən asılı naməlum əmsalın tapılması haqqında tərs məsələnin “şerti” korrektiliyi araşdırılır. Qeyri-xətti sərhəd şərtli tərs məsələdə əlavə məlumat qeyri-lokal-integral şəklində verilmişdir.

Naməlum $\{a(t), u(x, t)\}$ cütlərinin tapılması haqqında aşağıdakı məsələyə baxılır:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a(t) \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} = f(x, t, u), \quad (x, t) \in \Omega = D \times (0, T], \quad (1)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in \bar{D}; \quad \frac{\partial u}{\partial \nu} = \psi(x, t, u), \quad (x, t) \in S = \partial D \times [0, T], \quad (2)$$

$$\int_D u(x, t) dx = q(t), \quad t \in [0, T], \quad (3)$$

burada $D \in R^n$ – kifayət qədər hamar sərhədli məhdud oblastdır, $x = (x_1, \dots, x_n)$,

$0 < T = \text{const}$, $f(\cdot)$, $\varphi(\cdot)$, $\psi(\cdot)$, $q(\cdot)$ – verilmiş funksiyalardır, $\frac{\partial u}{\partial \nu}$ – sərhəddin daxili normalı üzrə törəmədir.

Tərif. $\{a(t), u(x, t)\}$ funksiyalar cütü aşağıdakı şərtləri ödədikdə (1)-(3) məsələsinin həlli adlanır:

1) $0 < \text{const} \leq a(t) \in C[0, T]$; 2) $u(x, t) \in C^{2,1}(\Omega) \cup C^{1,0}(\bar{\Omega})$; 3) bu funksiyalar üçün (1)-(3) münasibətləri ödənilir.

Fərz edək ki, (1)-(3) məsələsinin verilənləri aşağıdakı şərtləri ödəyirlər:

1⁰. $f(x, t, p) \in A = \{(x, t, p) \mid (x, t) \in \Omega, p \in R\}$ -də argumentlərin küllüyatına nəzərən kəsilməz, A -nın hər bir məhdud altçoxlugunda x və t dəyişənlərinə nəzərən α və $\alpha/2$ dərəcədə Hölder mənada kəsilməz funksiyadır və elə $m_1 > 0$ vardır ki, ixtiyari $(x, t) \in \bar{\Omega}$ və $p_1, p_2 \in R$ üçün

$$|f(x, t, p_1) - f(x, t, p_2)| \leq m_1 |p_1 - p_2|;$$

2⁰. $\varphi(x) \in C^{2+\alpha}(\bar{D})$, $q(t) \in C^{1+\alpha}[0, T]$;

3⁰. $\psi(x, t, p) \in B = \{(x, t, p) \mid (x, t) \in S, p \in R\}$ -də argumentlərin küllüyatına nəzərən kəsilməz, A -nın hər bir məhdud altçoxlugunda x və t dəyişənlərinə nəzərən α və $\alpha/2$ dərəcədə Hölder mənada kəsilməz funksiyadır və elə $m_2 > 0$ vardır ki, ixtiyari $(x, t) \in S$ və $p_1, p_2 \in R$ üçün

$$|\psi(x, t, p_1) - \psi(x, t, p_2)| \leq m_2 |p_1 - p_2|.$$

$\{a_k(t), u_k(x, t)\} \quad k=1,2$, funksiyalar cütləri $f_k(\cdot), \varphi_k(\cdot), \psi_k(\cdot), q_k(\cdot)$ verilənləri üçün (1)-(3) məsələsinin həlləri olsun.

Teorem. Fərz edək ki,

1) $f_k(\cdot), \varphi_k(\cdot), \psi_k(\cdot), q_k(\cdot), \quad k=1,2$ funksiyaları uyğun olaraq $1^0, 2^0, 3^0$ şərtlərini ödəyirlər.

2) (1)-(3) məsələsinin $K_\alpha = \{(a, u) \mid a(t) \in C^\alpha[0, T], 0 < a_0 \leq a(t) \leq a_1, t \in [0, T], u(x, t) \in C^{2+\alpha, 1+\alpha/2}(\overline{\Omega}), |D_x^l u(x, t)| \leq u_0, (x, t) \in \overline{\Omega}, l = 0, 1, 2, a_0, a_1, u_0 - \text{sabitlərdir}\}$ sinfinə daxil olan $\{a_k(t), u_k(x, t)\}, k=1,2$ həlləri vardır.

Onda elə $T^*(0 < T^* \leq T)$ ədədi vardır ki, $(x, t) \in \overline{D} \times [0, T^*]$ üçün (1)-(3) məsələsinin həlli yeganədir və aşağıdakı qiymətlənmə doğrudur:

$$\|a_1 - a_2\|_0 + \|u_1 - u_2\|_0 \leq M [\|f_1 - f_2\|_0 + \|\varphi_1 - \varphi_2\|_2 + \|\psi_1 - \psi_2\|_0 + \|q_1 - q_2\|_1]$$

$M > 0$ – (1)-(3) məsələsinin verilənlərindən və K_α çoxluğundan asılı sabitdir.

KƏSİLƏN ŞƏRTLİ ŞTURM-LİUVİLL OPERATORLARININ MƏXSUSİ ƏDƏDLƏRİNİN ASİMPOTOTİKASI

H.M. Hüseynov, F.Z. Dostuyev

$(0, \pi)$ intervalında $a \in (0, \pi)$ nöqtəsində kəsilmə şərtlə Şturm-Liuvill tənliyini nəzərdən keçirək:

$$-y'' + q(x)y = \lambda^2 y, \quad (1)$$

$$y(a+0) = \alpha y(a-0),$$

$$y'(a+0) = \alpha^{-1} y'(a-0), \quad (2)$$

burada, $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha \neq 0$, (2)-kəsilmə şərtləri, λ - spektral parametr, $q(x)$ isə $L_2(0, \pi)$ fəzasına daxil olan həqiqi qiymətli funksiyadır.

Aşağıdakı sərhəd şərtlərinə baxaq:

$$y(0) = y(\pi) = 0 \quad (3)$$

$$y(0) = y'(\pi) = 0 \quad (4)$$

$$y(0) - y(\pi) = 0, y'(0) - y'(\pi) = 0 \quad (5)$$

$$y(0) + y(\pi) = 0, y'(0) + y'(\pi) = 0 \quad (6)$$

$\alpha = 1$ olduqda (1),(2),(3) (Dirixle məsələsi), (1),(2),(4) (Dirixle-Neyman məsələsi), (1),(2),(5) (periodik məsələ), (1),(2),(6) (antiperiodik məsələ) üçün məxsusi ədədlərin asimptotikası məlumdur(bax:[1]). Məqsədımız $\alpha \neq 1$ olduqda, sərhəd məsələlərinin asimptotikasını öyrənməkdir.

Tutaq ki, $s(\lambda, x), c(\lambda, x), s_\pi(\lambda, x), c_\pi(\lambda, x)$ (1) tənliyinin $s(\lambda, 0) = c'(\lambda, 0) = s_\pi(\lambda, \pi) = c'_\pi(\lambda, \pi) = 0, s'(\lambda, 0) = c(\lambda, 0) = s'_\pi(\lambda, \pi) = c_\pi(\lambda, \pi) = 1$ başlanğıc şərtlərini ödəyən həlləridir. Onda, (1),(2),(3), (1),(2),(4), (1),(2),(5), (1),(2),(6) sərhəd məsələlərinin xarakteristik funksiyalarını uyğun olaraq aşağıdakı kimi yazı bilərik:

$$\chi_D(\lambda) = \alpha s(\lambda, a) s'_\pi(\lambda, a) - \alpha^{-1} s_\pi(\lambda, a) s'(\lambda, a),$$

$$\begin{aligned}\chi_{DN}(\lambda) &= \alpha s(\lambda, a) c'_\pi(\lambda, a) - \alpha^{-1} c_\pi(\lambda, a) s'(\lambda, a), \\ \chi_p(\lambda) &= 2 - 2u_+(\lambda), \\ \chi_a(\lambda) &= 2 + 2u_+(\lambda),\end{aligned}$$

burada,

$$\begin{aligned}u_+(\lambda) &= \frac{1}{2}(\alpha \chi_2(\lambda) - \alpha^{-1} \chi_1(\lambda)), \\ \chi_1(\lambda) &= s_\pi(\lambda, a) c'(\lambda, a) - c_\pi(\lambda, a) s'(\lambda, a), \\ \chi_2(\lambda) &= s'_\pi(\lambda, a) c(\lambda, a) - c'_\pi(\lambda, a) s(\lambda, a).\end{aligned}$$

$q(x) \equiv 0$ olan halda xarakteristik funksiyalar

$$\begin{aligned}\chi_{D,0}(\lambda) &= \alpha^+ \frac{\sin \lambda \pi}{\lambda} + \alpha^- \frac{\sin \lambda (2a - \pi)}{\lambda}, \\ \chi_{DN,0}(\lambda) &= -\alpha^+ \cos \lambda \pi + \alpha^- \cos \lambda (2a - \pi), \\ \chi_{p,0}(\lambda) &= 2(1 - \alpha^+ \cos \lambda \pi), \\ \chi_{a,0}(\lambda) &= 2(1 - \alpha^+ \cos \lambda \pi), \alpha^\pm = \frac{1}{2} \left(\alpha \pm \frac{1}{\alpha} \right)\end{aligned}$$

şeklində olar.

Tutaqki, $z_k^{(1)}$ və $z_k^{(2)}$ ədədləri uyğun olaraq $F_1(z) = \sin \pi z + v \sin bz$, $F_2(z) = \cos \pi z + v \cos bz$, ($|v| < 1, 0 \leq b < \pi$) funksiyasının sıfırlarıdır.

Lemma. $\delta > 0$ və n ədədlərindən asılı olmayan elə $c > 0$ ədədi var ki,

$z: |z - z_n^{(j)}| < \delta$ üçün,

$$|F_j(z)| \geq c |z - z_n^{(j)}| e^{|Im z \pi|}, j = 1, 2$$

bərabərsizliyi ödənilir. Burada, $\delta \ll 1 - 2\theta, \theta = \theta = \frac{1}{\pi} \arcsin |v|$.

Teorem 2. (1),(2),(3), (1),(2),(4), (1),(2),(5), (1),(2),(6) məsələlərinin uyğun olaraq $\lambda_n, v_n, \mu_{2n}^\pm, \mu_{2n+1}^\pm$ məxsusi ədədləri üçün aşağıdakı asimptotik düsturlar doğrudur:

$$\begin{aligned}\sqrt{\lambda_n} &= \sqrt{\lambda_{n,0}} + \frac{a_n}{\sqrt{\lambda_{n,0}}} + \frac{\alpha_n}{\sqrt{\lambda_{n,0}}}, \quad a_n = \frac{A\alpha^+ \cos \sqrt{\lambda_{n,0}} \pi - B\alpha^- \cos \sqrt{\lambda_{n,0}} (2a - \pi)}{\sqrt{\lambda_{n,0}} \chi'_D(\sqrt{\lambda_{n,0}})}, \quad \{\alpha_n\} \in l_2 \\ \sqrt{v_n} &= \sqrt{v_{n,0}} + \frac{b_n}{\sqrt{v_{n,0}}} + \frac{\beta_n}{\sqrt{v_{n,0}}}, \quad b_n = \frac{A\alpha^+ \sin \sqrt{v_{n,0}} \pi + B\alpha^- \sin \sqrt{v_{n,0}} (2a - \pi)}{\chi'_{DN}(\sqrt{v_{n,0}})}, \quad \{\beta_n\} \in l_2 \\ \sqrt{\mu_n^\pm} &= \sqrt{\mu_{n,0}^\pm} + \frac{A}{\pi \sqrt{\mu_{n,0}^\pm}} + \frac{\gamma_n}{\sqrt{\mu_{n,0}^\pm}}, \quad \mu_{n,0}^\pm = n \pm \theta_1, \theta_1 = \frac{1}{\pi} \arccos \frac{1}{\alpha^+}, \quad \{\gamma_n\} \in l_2 \\ A &= \frac{1}{2} \int_0^\pi q(t) dt, B = \frac{1}{2} \left(\int_a^\pi q(t) dt - \int_0^a q(t) dt \right),\end{aligned}$$

burada, $\lambda_{n,0}, v_{n,0}, \mu_{2n,0}^\pm, \mu_{2n+1,0}^\pm$ ədədləri uyğun olaraq, $\chi_{D,0}(\sqrt{z}), \chi_{DN,0}(\sqrt{z}), \chi_{p,0}(\sqrt{z})$ və $\chi_{a,0}(\sqrt{z})$ funksiyalarının sıfırlarıdır.

[1]. Marchenko V. A. Sturm-Liouville operators and their applications. Kiev, Naukova Dumka, 1977.

Φ-ADMISSIBLE SUBLINEAR SINGULAR OPERATORS AND GENERALIZED ORLICZ-MORREY SPACES

J. J. Hasanov

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

hasanov.javanshir@math.ab.az

A function $\Phi: [0, +\infty] \rightarrow [0, +\infty]$ is called a Young function if Φ is convex, left-continuous, $\lim_{r \rightarrow +0} \Phi(r) = \Phi(0) = 0$ and $\lim_{r \rightarrow +\infty} \Phi(r) = \Phi(+\infty) = +\infty$.

Let T be a sublinear operator, that is, $|T(f+g)| \leq |Tf| + |Tg|$.

Definition 1 (*Φ-admissible sublinear singular operator*). Let Φ any Young function. A sublinear operator T will be called Φ -admissible singular operator, if:

1) T satisfies the size condition of the form

$$\chi_{B(x,r)}(z) \left| T(\chi_{\mathbb{R}^n \setminus B(x,2r)})(z) \right| \leq C \chi_{B(x,r)}(z) \int_{\mathbb{R}^n \setminus B(x,2r)} \frac{|f(y)|}{|y-z|^n} dy$$

for $x \in \mathbb{R}^n$ and $r > 0$;

2) T is bounded in $L_\Phi(\mathbb{R}^n)$.

In the case $\Phi(r) = r^p$ the Φ -admissible singular operator will be called the p -admissible singular operator.

Definition 2 (*generalized Orlicz-Morrey Space*). Let $\varphi(x, r)$ be a positive measurable function on $\mathbb{R}^n \times (0, \infty)$ and Φ any Young function. We denote by $M_{\Phi, \varphi}(\mathbb{R}^n)$ the generalized Orlicz-Morrey space, the space of all functions $f \in L_\Phi^{loc}(\mathbb{R}^n)$ with finite quasinorm

$$\|f\|_{M_{\Phi, \varphi}} = \sup_{x \in \mathbb{R}^n, r > 0} \varphi(x, r)^{-1} \|f\|_{L_\Phi(B(x, r))}.$$

Theorem 3. Let Φ any Young function, φ_1, φ_2 and Φ satisfy the condition

$$\sup_{x \in \mathbb{R}^n, r > 0} \frac{1}{\varphi_2(x, r) \Phi^{-1}(r^{-n})} \int_r^\infty \operatorname{ess\,inf}_{t < s < \infty} \varphi_1(x, s) \Phi^{-1}(t^{-n}) \frac{dt}{t} < \infty$$

where C does not depend on x and r . Then a Φ -admissible sublinear singular operator T is bounded from $M_{\Phi, \varphi_1}(\mathbb{R}^n)$ to $M_{\Phi, \varphi_2}(\mathbb{R}^n)$ and a weak Φ -admissible sublinear singular operator T is bounded from $M_{\Phi, \varphi_1}(\mathbb{R}^n)$ to $WM_{\Phi, \varphi_2}(\mathbb{R}^n)$.

ПРЕДЕЛЬНАЯ НАГРУЗКА УСИЛЕННОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ АРМИРОВАННОЙ КРУГЛОЙ ПЛАСТИНКИ ЗАЩЕМЛЕННОЙ ПО КОНТУРУ

А.А. Джагангиров

Азербайджанский Технический Университет

Рассмотрим пластический изгиб круглой трехслойной пластинки, центральный слой которой армирован волокнами, занимающей область $0 \leq R \leq B$, $-\frac{H}{2} \leq z \leq \frac{H}{2}$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ в цилиндрической системе координат R , φ , z , где ось z направлена вниз. Структура композита такова же, как и в работе [1], который и выведены условия пластической текучести. Решение данной задачи мы построим на основе работы [1], поэтому с целью краткости не будем приводить повторяющиеся выкладки. В центральную часть $0 \leq R \leq A$ ($A < B$) пластинки вставлена жесткая, недеформируемая шайба, которая по контуру контактируется кольцевой композитной пластинкой, защемленной по внешней кромке. Пластина находится на несжимаемом основании и подвергается воздействию положительной нагрузки интенсивностью p_1 , которая равномерно распределена по жесткой вставке.

В безразмерных величинах уравнение равновесия пластины имеет вид

$$(rm_1)' - m_2 = -2pa^2 + 2ur^2 \quad \left(u = \frac{U}{\sigma_0} \right) \quad a < r < b, \quad (1)$$

где штрих означает производную по r , а область $0 \leq r \leq a$ не деформируется.

Уравнение (1) является обыкновенным дифференциальным уравнением с двумя неизвестными безразмерными моментами m_1 и m_2 . Второе уравнение между этими величинами дается условиями пластического течения, построенные в [1]. Уравнение (1) будет решено при следующих граничных условиях вдоль заделанных краев $w=0$, $dw/dr=0$ или $m_1 = m_{01}^+$ как при $r=a$, так и при $r=b$. В этом случае от центральной жесткой области до внешнего контура будут последовательно выполняться режимы $AB - BC - CD - DE - EF$ (см. [1], рис.1), так как в этом случае возможно определение статического поля, удовлетворяющего соответствующим условиям непрерывности и граничным условиям. Кроме того, выполняется условие несжимаемости $\int_0^b w(r)rdr = 0$, где w

- скорость прогиба. При этом область пластинки $a \leq r \leq b$, между недеформируемой центральной частью и контуром, разбивается на пять кольцевых областей, радиусы $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$ которые определяются в ходе решения задачи. На границах этих областей выполняются условия непрерывности.

На участке $a \leq r \leq \rho_1$ согласно пластическому режиму AB имеем $m_2 = m_{02}^+$. Подставляя это в (1), после интегрирования и использования условия $m_1(a) = m_{01}^+$

, получаем

$$r m_1 = \alpha m_{01}^+ + (m_{02}^+ - 2pa^2)(r - a) + \frac{2}{3}u(r^3 - a^3).$$

При $\rho_1 \leq r \leq \rho_2$ имеем состояние BC, при котором $m_2 = \alpha m_1 + \beta_2$; аналогично находим

$$m_1(r) = -m_{01}^- \left(\frac{r}{\rho_2} \right)^{\alpha-1} + \frac{\beta_2 - 2pa^2}{1-\alpha} \left[1 - \left(\frac{r}{\rho_2} \right)^{\alpha-1} \right] + \frac{2u}{3-\alpha} \rho_2^2 \left[\left(\frac{r}{\rho_2} \right)^2 - \left(\frac{r}{\rho_2} \right)^{\alpha-1} \right].$$

Когда напряженное состояние пластинки соответствует стороне CD ($\rho_2 \leq r \leq \rho_3$), то принимая $m_1 = -m_{01}^- = \text{const}$ и используя уравнение равновесия (1) имеем

$$m_2(r) = -m_{01}^- + 2pa^2 - 2ur^2$$

Из (4) и условий $m_2(\rho_2) = -\alpha m_{01}^- + \beta_2$, $m_2(\rho_3) = -m_{02}^-$ следуют равенства

$$(1-\alpha)m_{01}^- + \beta_2 - 2pa^2 + 2u\rho_2^2 = 0, \quad (2)$$

$$m_{02}^- - m_{01}^- + 2pa^2 - 2u\rho_3^2 = 0. \quad (3)$$

В области $\rho_3 \leq r \leq \rho_4$ имеем состояние DE, при котором $m_2 = -m_{02}^-$.

$$r m_1 = -\rho_3 m_{01}^- - (m_{02}^- + 2pa^2)(r - \rho_3) + \frac{2}{3}u(r^3 - \rho_3^3)$$

При $\rho_4 \leq r \leq b$ имеем состояние EF, при котором $m_2 = \alpha m_1 + \beta_1$.

$$m_1(r) = m_{01}^+ \left(\frac{r}{b} \right)^{\alpha-1} + \frac{\beta_2 - 2pa^2}{1-\alpha} \left[1 - \left(\frac{r}{b} \right)^{\alpha-1} \right] + \frac{2u}{3-\alpha} b^2 \left[\left(\frac{r}{b} \right)^2 - \left(\frac{r}{b} \right)^{\alpha-1} \right]$$

Из уравнений (2), (3) находим

$$\frac{pb^2}{m_{01}^-} = \frac{x_3^2(1-\alpha + \beta_2/m_{01}^-) - x_2^2(1 - m_{02}^-/m_{01}^-)}{2\varepsilon^2(x_3^2 - x_2^2)},$$

$$\frac{ub^2}{m_{01}^-} = \frac{(m_{02}^- + \beta_2)/m_{01}^- - \alpha}{2(x_3^2 - x_2^2)},$$

где $\varepsilon = a/b$, $x_i = \rho_i/b$, $i = 2, 3$. При отсутствии армирующих волокон эти выражения намного упрощаются. Действительно, при $s_{0i} = 0$ имеем [1]

$$\alpha = 1, \quad m_{0i}^+ = \frac{2k}{1+k} + 4\frac{1+\nu k}{1+k}q_0 - 2\frac{(1-\nu)^2}{1+k}q_0^2, \quad \beta_2 = \frac{2k}{1+k} + 4(1+\nu)q_0,$$

$$\frac{pb^2}{m_{01}^-} = \frac{\beta_2}{m_{01}^-} \frac{x_3^2}{2\varepsilon^2(x_3^2 - x_2^2)}, \quad \frac{ub^2}{m_{01}^-} = \frac{\beta_2}{m_{01}^-} \frac{1}{2(x_3^2 - x_2^2)}. \quad (4)$$

Если $\nu = 1$ то

$$\frac{\beta_2}{m_{01}^-} = 1 + \frac{4q_0}{\frac{2k}{1+k} + 4q_0}.$$

Если и $q_0 = 0$, то из (4) получается безразмерная предельная нагрузка pb^2/m_{01}^- и сопротивление среды ub^2/m_{01}^- для однослойной однородной усиленной ледяной круглой пластинки. Если ортогонально армированные волокна одностипные и располагаются на одном слое внутри матрицы, т.е. $s_{01} = s_{02}$, $\mu_1 = \mu_2$, $d_i' = d_i''$, то

получается $m_{01}^- = m_{02}^-$, $\alpha = 1$, и вновь получаем формул вида (4), но уже для армированной трехслойной пластины.

Из этих формул хорошо видно увеличение предельных нагрузок за счет армирующих волокон и покрытий и, что максимальное значение предельной нагрузки (4) получится в случае, $d_1' = 1/2$, т.е. когда волокна армируются на поверхностном слое матрицы.

Литература

1. Ильясов М.Х., Джагангиров А.А. Гиперповерхности текучести трехслойной композитной оболочки, средний слой которой армирован волокнами. Доклады НАН Азербайджана, №1, 2013, 28 - 36.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЁХСЛОЙНОЙ АРМИРОВАННОЙ ТРУБЫ ПРИ КОНЕЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ

М.Д. Джалалов

Институт Математики и Механики НАНА

Экспериментальные исследования были проведены над специально изготовленными гибкими трубами, представляющими из себя трёхслойные конструкции.

В качестве связующего материала (внутренней камеры, прослойки, пропитки в нитях, внешней оболочки) была использована промышленная маслобензостойкая резина марки НО-7129, а армирующей зоны-два симметрично-навитых силовых слоев из капроновой нити марки КНТС×23 плотностью 14 нитей на 1см длины расположенные под различными углами к продольной оси.

Исследования проводились над четырьмя видами конструкции труб, которые отличались между собой углом армирования. Силовые зоны этих конструкций были армированы под углами 20° , 25° , 30° , 35° к продольной оси. Геометрические характеристики были - внутренней диаметр $d_{10} = 3,8$ см, толщина внутренней камеры 4мм, толщина наружной оболочки 2мм, длина образца 1м. Испытания проводились на гидравлической установке заводской лаборатории ПО “Азрезинотехника”.

Эксперименты проводились с помощью гидравлического насоса. С помощью насоса подавалась во внутрь трубы жидкость-вода. Другой конец был заглушен и имел свободу продольного перемещения. Данные давления снимались с манометра, изменение длины трубы Δl измерялось метрической линейкой, изменения наружного диаметра Δd_3 измерялось штангелем и индикатором. Нагружение доводилось до 120% радикальной деформации.

Изменение внутреннего диаметра определялось по формуле

$$z_1 = z_3 - \frac{z_{30} - z_{10}}{1 + \varepsilon}.$$

Установлена зависимость напряженно-деформированного состояния трёхслойной трубы при конечных деформациях от угла армирования нитей силовой структуры.

Установлена, что с увлечением угла армирования нитей относительно к продольной оси, способность конструкции на давление растёт.

Литература

1. Алиев Г.Г. «Основы механики армированных гибких труб», Баку, изд-во “ЭЛМ” 1987, 263с.
2. Болотин В.В. «О теориях армированных тел». Изд-во АН СССР, Механика, 1965, №1, с.74-80.
3. Болотин В.В., Новичков Ю.Н. «Механика многослойных конструкций». М. Машиностроение, 1980, 375 с.

О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ОБОБЩЕННОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СТЕРЖНЯ

К.А. Джалилов

Бакинский Государственный Университет

Рассматривается уравнения стержня

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^4} = f(x, t), 0 < x < 1, 0 < t < T$$

с начальными условиями

$$u(x, 0) = \varphi(x)$$

$$u_t(x, 0) = \psi(x) \quad 0 \leq x \leq 1$$

и нелокальными граничными условиями:

$$\frac{\partial^2 u(0, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u(1, t)}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 u(1, t)}{\partial x^2} = \int_0^1 K_1(x, t) u(x, t) dx$$

$$\frac{\partial^3 u(1, t)}{\partial x^3} = \int_0^1 K_2(x, t) u(x, t) dx$$

Здесь $K_1(x, t)$, $K_2(x, t)$ - заданные в $D = \{0 < x < 1, 0 < t < T\}$ функции, удовлетворяющие определенным условиям. Пусть $v(x, t)$ - функция из $\dot{W}_2^{2,1}(D)$ такая, что $v(x, T) = 0$.

Обобщенным решением поставленной задачи называется функция $u(x, t) \in W_2^{2,1}(D)$, удовлетворяющее соотношениям :

$$\int_0^T \int_0^1 \left(-\frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) dx dt = \int_0^T \left(\int_0^1 K_1(x, t) u(x, t) dx \right) v(0, t) dt - \\ - \int_0^T \left(\int_0^1 K_2(x, t) u(x, t) dx \right) v(1, t) dt + \int_0^1 \varphi(x) v(x, 0) dx + \\ + \int_0^1 \int_0^T f(x, t) v(x, t) dx dt ,$$

для любой $v(x, t) \in W_2^{2,1}(D)$.

При определенных условиях на $K_1(x, t)$, $K_2(x, t)$ и $f(x, t)$ доказывается, что если поставленная задача имеет обобщенное решение $u(x, t) \in W_2^{2,1}(D)$, то оно единственно.

Указанное утверждение доказывается с применением неравенства Коши-Буняковского и леммы Гронуолла.

Литература

1. Ладыженская О.А. краевые задачи математической физики. М. Наука 1973.
2. Бейлина Н.Е. Нелокальная задача с интегральными условиями для псевдо-гиперболического уравнения. Вестник Сам ГУ. Ест. науч.серия 2008 №2 (61).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ЧЕЛОВЕКОМ-ОПЕРАТОРОМ

Т.Р. Джафарзаде

Национальная Академия Авиации

Значительная часть авиационных происшествий (АП) (49%) приходится на сознательные нарушения членами экипажей воздушных судов (ВС) летных законов, правил и инструкций и нарушения в процессе предполетной подготовки (42%) [1]. Это свидетельствует о том, что, во-первых, Авиационно-техническую систему (АТС) по принципам функционирования следует считать социотехнической системой (СТС), и, во-вторых, что именно оптимизация социально-психологических факторов как в процессе выполнения полета, так и на стадии предполетной подготовки обуславливает большие возможности сокращения количества АП.

Важным является проведение исследований закономерностей деятельности операторов АТС в ожидаемых и неожиданных условиях эксплуатации ВС, своевременная оценка и предупреждение развития полетной ситуации в сторону усложнения благодаря учету индивидуальных качеств лица, принимающего решения (ЛПР). Систематизация и формализация факторов профессионального (уровень знаний, навыков, умений) и непрофессионального характера (физических, физиологических, индивидуальных, психологических,

социальных и т.п.), которые влияют на Ч-О в момент принятия решения (ПР), и представление АТС как СТС позволяет учесть влияние социальной культурной среды на ЛПР. Актуальным является также применение результатов исследований в техногенном производстве, а именно в топливно-энергетическом производстве и химической промышленности, для предупреждения угроз на оперативном уровне при опасном управлении эксплуатационного персонала как мониторинг эмоционального состояния оператора сложного производства. Основными направлениями в исследовании являются:

1. Проведение социотехнического анализа АТС, систематизация, формализация и обобщение факторов, влияющих на ПР Ч-О АТС.

2. Получение базовых моделей операторов (пилотов, штурманов и диспетчеров) гражданской авиации (ГА), для определения влияния социально-психологических факторов при возникновении внештатной ситуации.

3. Определение системы предпочтений пилотов и штурманов относительно значимости влияния индивидуально-психологических факторов при развитии полетной ситуации от нормальной до катастрофической.

4. Исследование влияния системы предпочтений на концепцию поведения пилотов и диспетчеров ГА.

Как показал социотехнический анализ АТС, на Ч-О в процессе выполнения профессиональных обязанностей влияет множество факторов, систематизация которых позволяет оценить качество ПР и эффективность работы системы в целом, а также оптимизировать деятельность операторов.

Определено, что Ч-О АТС находится под влиянием следующих факторов:

– профессиональных факторов (professional factors) (1):

$$\bar{F}_p = \{F_{ed}, F_{exp}\}, \quad (1)$$

где F_{ed} – профессиональное обучение; F_{exp} – профессиональная деятельность;

– факторов непрофессионального характера (non-professional factors) (2):

$$\bar{F}_{np} = \{F_{sp}, F_{ip}, F_{pf}\}, \quad (2)$$

где F_{sp} – социально-психологические качества Ч-О; F_{ip} – индивидуально-психологические качества Ч-О; F_{pf} – психофизиологические качества Ч-О.

Предложен метод обобщения неоднородных факторов с помощью теоретико-множественного подхода, позволяющего учесть структурную иерархичность, разнородность, динамическую нестабильность факторов профессиональной и непрофессиональной деятельности, влияющих на ПР Ч-О АТС, и определить условия для их оценки (3):

$$\bar{F} = \bar{F}_p \cup \bar{F}_{np} \cup \bar{F}_{st}, \quad (3)$$

где $\bar{F}_p = \{\bar{F}_{ed}, \bar{F}_{exp}\}$ – факторы профессиональной деятельности Ч-О;

$\bar{F}_{ed}$, $\bar{F}_{exp}$ – знания, навыки, умения, полученные Ч-О в процессе обучения и профессиональной деятельности соответственно;

$\bar{F}_{np} = \{\bar{F}_{ip}, \bar{F}_{pf}, \bar{F}_{sp}\}$ – факторы непрофессионального характера;

$\bar{F}_{ip} = \{f_{ipt}, f_{ipa}, f_{ipp}, f_{ipth}, f_{ipi}, f_{ipn}, f_{ipw}, f_{iph}, f_{exp}, f_{me}\}$ – множество индивидуально-

психологических качеств Ч-О (темперамент f_{ipt} ; внимание f_{ipa} ; восприятие f_{ipp} ; мышление f_{ipth} ; воображение f_{ipi} ; воля f_{ipw} ; здоровье f_{iph} ; опыт f_{exp} ; память f_{me});

$\bar{F}_{pf} = \{f_{pft}, f_{pfn}, f_{pft}, f_{pfd1}, f_{pfd2}, f_{pfd3}\}$ – множество психофизиологических качеств Ч-О (временная задержка сенсорной реакции Ч-О f_{pft} (T_t); нервно-мышечное запаздывание f_{pfn} (T_n); коэффициент усиления Ч-О f_{pft} (T_t), зависит от времени на ПР; спонтанный тип деятельности Ч-О f_{pfd1} (D_1); эмоциональный тип деятельности Ч-О f_{pfd2} (D_2); рассудительный тип деятельности Ч-О f_{pfd3} (D_3);

$\bar{F}_{sp} = \{f_{spm}, f_{spe}, f_{sps}, f_{spp}, f_{spl}\}$ – множество социально-психологических качеств Ч-О (духовные и культурные ориентиры личности f_{spm} ; экономические интересы личности f_{spe} ; социальные приоритеты личности f_{sps} ; политические взгляды личности f_{spp} ; отношение к правовым нормам личности f_{spl});

$\bar{F}_{st} = \{F_{st}\}$ – множество социотипов Ч-О.

Степень важности влияния социально-психологических факторов на Ч-О АТС в случае возникновения внештатной ситуации в полете определена методом экспертных оценок путем обработки анкет, которые заполнили респонденты из числа пилотов и диспетчеров ГА [2]. Полученные на примере пяти социально-психологических факторов результаты показали, что респонденты-пилоты уделяют наибольшее внимание социальным показателям и наименьшее – духовным ценностям. В свою очередь, респонденты-диспетчеры максимум внимания уделяют экономическим и социальным показателям и значительно больше внимания, по сравнению с пилотами, – нормативно-правовым принципам. Системы предпочтений пилота и диспетчера ГА (пять факторов):

– система предпочтений пилота ГА (4):

$$S_p = f_{sps} > f_{spe}, f_{spp} > f_{spl} > f_{spm}; \quad (4)$$

– система предпочтений диспетчера ГА (5):

$$S_p = f_{sps}, f_{spe} > f_{spl} > f_{spp} > f_{spm}, \quad (5)$$

где f – ранг фактора в соответствии с моделью предпочтений Ч-О.

При анализе индивидуально-психологических факторов использовались модифицированные коэффициенты, представляющие собой произведение весовых коэффициентов факторов и количественных показателей, определяющих качественные характеристики уровней риска полетных ситуаций в зависимости от их сложности, полученные с помощью нечеткой логики.

Анализ изменений в системах предпочтений пилотов и штурманов показывает, что с развитием полетной ситуации до катастрофической у пилотов растет значимость темперамента и восприятия информации за счет уменьшения внимания, воображения, воли. Но в момент аварийной ситуации явными являются приоритеты темперамента, восприятия информации, опыта, здоровья. У штурманов независимо от развития полетной ситуации на первом месте – опыт, воля, а в случае усложнения полетной ситуации возрастает значимость

внимания, восприятия информации. Для штурманов темперамент и воображение имеют меньшую значимость, чем для пилотов[2,3] .

Направление перехода полетной ситуации – в сторону повышения или понижения сложности – зависит от действий Ч-О АТС под влиянием окружающей среды, предыдущего опыта и волевого выбора (интенции). Для исследования закономерностей деятельности операторов и моделирования развития полетных ситуаций проведен социотехнический анализ АТС, классифицированы и формализованы факторы, влияющие на ПР Ч-О АТС.

Разработан метод обобщения неоднородных факторов, который позволяет учесть структурную иерархичность, разнородность, динамическую нестабильность профессиональных факторов (уровень знаний, навыков, умений) и факторов непрофессионального характера (социально-психологические, индивидуально-психологические, психофизиологические), влияющих на ПР Ч-О АТС, и определить условия для их оценки.

Определено влияние системы предпочтений на принятие решений пилотами и диспетчерами ГА при выборе в сторону положительного полюса, отрицательного полюса и одинакового давления при выборе в сторону положительного и отрицательного полюсов.

Учет влияния социально-психологических и индивидуально-психологических факторов на ПР Ч-О АТС позволяет прогнозировать его действия при возникновении особого случая в полете, моделировать возможное развитие полетной ситуации в сторону усложнения и наоборот.

Литература

1. Лейченко С. Д. Человеческий фактор в авиации : монография в 2-х книгах / С. Д. Лейченко, А. В. Малышевский, Н. Ф. Михайлик. – Кн. 1. – Кировоград : ИМЕКС, 2006. – 512 с.
 2. Джафарзаде Р.М. Оценка работоспособности и повышение эффективности действий членов экипажа воздушного судна в особых ситуациях // Психофизиологические аспекты безопасности полетов - СПб.: Академия ГА, 1997. - с.70-74.
 3. Cəfərzadə R.M., Cəfərzadə T.R. Uçuşların təhlükəsizliyinə təsir edən amillər – işgörmə qabiliyyəti *MAA-nın Elmi Məcmualəri*, Cild 14, №2 2012, cnp. 15-20.
-

MAXIMAL AND SINGULAR OPERATORS ON VANISHING GENERALIZED ORLICZ-MORREY SPACES

F. Deringoz

*Ahi Evran University, Department of Mathematics, Kirsehir, Turkey
(Joint work with Vagif S. Guliyev and Stefan Samko)
deringoz@hotmail.com*

We consider vanishing generalized Orlicz-Morrey spaces $VM^{\Phi,\varphi}(R^n)$ including their weak versions. In these spaces we prove the boundedness of the Hardy-Littlewood maximal operator and Calderon-Zygmund singular operators with standard kernel. In all the cases the conditions for the boundedness are given either in terms of Zygmund-type integral inequalities involving the Young function $\Phi(u)$ and the function $\varphi(x,r)$ defining the space, without assuming any monotonicity property of $\varphi(x,r)$ in r , or in terms of supremal operators, related to $\varphi(x,r)$.

References

- [1] A. Akbulut, V.S. Guliyev and R. Mustafayev, On the boundedness of the maximal operator and singular integral operators in generalized Morrey spaces, *Math. Bohem.* 137 (1) (2012), 27-43.
- [2] F. Deringoz, V. S. Guliyev and S. Samko, Boundedness of maximal and singular operators on generalized Orlicz-Morrey spaces, *Operator Theory, Operator Algebras and Applications, Series: Operator Theory: Advances and Applications* Vol. 242, 139-158 (2014).
- [3] V. S. Guliyev and F. Deringoz, On the Riesz potential and its commutators on generalized Orlicz-Morrey spaces, *Journal of Function Spaces and Applications.* Volume 2014 (2014), Article ID 617414, 11 pages.
- [4] V. S. Guliyev, F. Deringoz, and J. J. Hasanov, Φ -admissible singular operators and their commutators on vanishing generalized Orlicz-Morrey spaces, accepted in *J. Inequal. Appl.*

ABOUT SOME NONLINEAR ALGEBRAIC SYSTEM

R.M. Dzhabarzadeh

rakhshanda.dzhabarzade@rambler.ru

We consider the nonlinear algebraic system in 4 variables

$$a_i(x, y, z_1, z_2) = a_{0,i} + a_{1,i}x + \dots + a_{m_i,i}x^{m_i} + a_{m_i+1,i}y + \dots + a_{m_i+n_i,i}y^{n_i} + a_{m_i+n_i+1,i}z_1 + a_{m_i+n_i+2,i}z_2 = 0 \quad (1)$$

$i = 1, 2, 3, 4.$

The study of such nonlinear algebraic system (1) of equations is spent with help the following result from [1]: let be the n bundles depending on the same parameter λ

$$\{B_i(\lambda) = B_{0,i} + \lambda B_{1,i} + \dots + \lambda^{k_i} B_{k_i,i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

where $B_i(\lambda)$ the operational bundles acting in a finite dimensional Hilbert space H_i correspondingly. Without loss of generality we suppose $k_1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_n$. In the space $H^{k_1+k_2}$ (the direct sum of $k_1 + k_2$ tensor product $H = H_1 \otimes \dots \otimes H_n$ of spaces $H_1, H_2, \dots, H_n$) are introduced the operators R_i ($i = 1, \dots, n-1$) with the help of operational matrices

$$R_{i-1} = \begin{pmatrix} B_{0,1}^+ & B_{1,1}^+ & \dots & B_{k_1,1}^+ & \dots & 0 \\ 0 & B_{0,1}^+ & B_{1,1}^+ \dots & B_{k_1-1,1}^+ & B_{k_1,1}^+ \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots B_{0,1}^+ & B_{1,1}^+ & \dots & B_{k_1,1}^+ \\ B_{0,i}^+ & B_{1,i}^+ & \dots & B_{k_i,i}^+ & 0 \dots & 0 \\ 0 & B_{0,i}^+ & B_{1,i}^+ \dots & \cdot & B_{k_i,i}^+ \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots B_{0,i}^+ & B_{1,i}^+ & \dots & B_{k_i,i}^+ \end{pmatrix}, \quad i = 2, \dots, n.$$

The number of lines with operators $B_{s1}, s = 0, 1, \dots, k_1$ in the matrix R_{i-1} is equal to k_2 and the number of lines with operators $B_{si}, s = 0, 1, \dots, k_i$ is equal to k_1 . We designate $\sigma_p(B_i(\lambda))$ the set of eigen values of an operator $B_i(\lambda)$. From [1] we have the result:

$\bigcap_{i=1}^n \sigma_p(B_i(\lambda)) \neq \{\theta\}$ then and only then when $\bigcap_{i=1}^{n-1} \text{Ker} R_i \neq \{\theta\}, (\text{Ker} B_{k_i} = \{\theta\})$.

Let $\text{ker } B_{k_i} = \{\theta\}$. We fix all variables except the variable z_2 and obtain 4 polynomials in one unknown z_2 . All these polynomials have the common solution then and only then when kernels of

continuants of all Resultants $\text{Res}(a_1(z_2), a_i(z_2)) = \begin{pmatrix} \tilde{a}_1(x, y, z_1) & a_{m_1+n_1+2,1} \\ \tilde{a}(x, y, z_1) & a_{m_i+n_i+2,i} \end{pmatrix}$, where

$$\tilde{a}_i(x, y, z_1) = a_{0i} + a_{1i}x + \dots + a_{m_i,i}x^{m_i} + a_{m_i+1,i}y + \dots + a_{m_i+n_i,i}y^{n_i} + a_{m_i+n_i+1,i}z_1, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

of two polynomials

$$a_1(x, y, z_1, z_2) = a_{01} + a_{11}x + \dots + a_{m_1,1}x^{m_1} + a_{m_1+1,1}y + \dots + a_{m_1+n_1,1}y^{n_1} + a_{m_1+n_1+1,1}z_1 + a_{m_1+n_1+2,1}z_2,$$

$$a_i(x, y, z_1, z_2) = a_{0i} + a_{1i}x + \dots + a_{m_i,i}x^{m_i} + a_{m_i+1,i}y + \dots + a_{m_i+n_i,i}y^{n_i} + a_{m_i+n_i+1,i}z_1 + a_{m_i+n_i+2,i}z_2, \quad i = 1, 2, 3,$$

are equal to zero for all of values $i = 2, 3, 4$,

Thus we shall come to a nonlinear algebraic set of 3 equations in 3 unknowns of the form

$$\begin{aligned}
& (a_{0,1}a_{m_i+n_i+2,2} - a_{m_1+n_1+2,1}a_{0i}) + \dots + a_{m_1,1}a_{m_i+n_i+2,i}x^{m_1} - a_{m_1+n_1+2,1}a_{m_i,i}x^{m_i} + \\
& \dots + (a_{m+1,1}a_{m_i+n_i+2,i} - a_{m_i+1,i}a_{m_1+n_1+2,1})y + \dots + a_{m_1+n_1,1}a_{m_i+n_i+2,i}y^{n_1} - \\
& - a_{m_1+n_1+2,1}a_{m_i+n_i,i}y^{n_i} + (a_{m_1+n_1+1,1}a_{m_i+n_i+2,i} - a_{m_1+n_1+2,1}a_{m_i+n_i+1,i})z_1 = 0, \\
& i = 2,3,4.
\end{aligned} \tag{4}$$

Gradually repeating this process under fixing in (4) the variable z_1 at last we obtain the nonlinear algebraic system in two unknowns and in two equations of the aspect

$$\begin{aligned}
& (a_{01}a_{m_2+n_2+2,2} - a_{m_1+n_1+2,1}a_{02})(a_{m_1+n_1+1,1}a_{m_2+k+n_2+k+2,2+k} - a_{m_2+n_2+2,1}a_{m_2+k+n_2+k+1,2+k}) - \\
& - (a_{0,1}a_{m_2+k+n_2+k+2,2+k} - a_{m_1+n_1+2,1}a_{0,2+k})(a_{m_1+n_1+1,1}a_{m_2+n_2+2,2} - a_{m_1+n_1+2,1}a_{m_2+n_2+1,2}) + \dots + \\
& + a_{m_1,1}a_{m_2+n_2+2,2}(a_{m_1+n_1+1,1}a_{m_2+k+n_2+k+2,2+k} - a_{m_1+n_1+2,1}a_{m_2+k+n_2+k+1,2+k})x^{m_1} - \\
& - a_{m_i+n_i+2,1}a_{m_2,2}(a_{m_1+n_1+1,1}a_{m_2+k+n_2+k+2,2+k} - a_{m_1+n_1+2,1}a_{m_2+k+n_2+k+1,2+k})x^{m_k} + \dots + \\
& + a_{m_1+n_1,1}a_{m_2+n_2+2,2}(a_{m_1+n_1+1,1}a_{m_2+k+n_2+k+2,2+k} - a_{m_1+n_1+2,1}a_{m_2+k+n_2+k+1,2+k})y^{n_1} - \\
& - a_{m_1+n_1+2,1}a_{m_2+n_2,2}(a_{m_1+n_1+1,1}a_{m_2+n_2+2,2} - a_{m_1+n_1+2,1}a_{m_2+n_2+1,2})y^{n_k} = 0 \\
& k = 1,2.
\end{aligned} \tag{5}$$

Let the coefficients of variables x^i ($i=0,1,\dots,m_i$) be $\tilde{a}_{i,r}$ ($i=0,1,\dots,m_i; r=1,2$), coefficients of y^{n_i} ($1,\dots,n_i$) be $\tilde{a}_{i,r}$ ($i=m_i+1,\dots,m_i+n_i+2; r=1,2$) and coefficients of z_i ($i=1,2$) be $\tilde{a}_{i,r}$ ($i=m_i+m_i+1,m_i+n_i+2; r=1,2$), correspondingly.

The case when the algebraic nonlinear system of equations has the form (5) was investigated in [2].

Theorem. Let the one of following conditions satisfy

- a) $\max(m_1n_k, m_n) = m_1n_k$, $\tilde{a}_{m_1,1} \neq 0$, $\tilde{a}_{m_2+n_k} \neq 0$;
- b) $\max(m_1n_k, m_kn_1) = m_kn_1$, $\tilde{a}_{m_k,2} \neq 0$, $\tilde{a}_{m_2+n_k} \neq 0$
- c) $m_1n_k = m_kn_1$, $\tilde{a}_{m_1+n_1}^n \tilde{a}_{m_k}^{n_1} + (-1)^{n_1n_k} \tilde{a}_{m_1}^{n_k} \tilde{a}_{m_k+n_k}^{n_1} \neq 0$, then the algebraic nonlinear system of equations (1) has $\max(m_1n_k, m_kn_1)$ solutions.

The obtaining equation from one variable is the expansion of a resultant of the Resultant constructing for two polynomials from (5) at the fixed value of the second variable. Besides, each the radical of obtained polynomial generates a solution of corresponding algebraic system from two variables.

Further, each equation of algebraic system from two variables is expansion of a resultant of the Resultant made for pair of the equations of some algebraic system from three variables.

The solution of previous algebraic system is necessary and a sufficient condition of existence of a solution of the subsequent nonlinear algebraic system, the

number of variables in which on one is more. Thus, we come to the proof of existence of solutions for a required algebraic set of equations (1). The number of solutions of a final polynomial from one variable coincides with number of solutions of an investigated algebraic system of equations.

Reference

1. Dzhabarzadeh R.M. On existence of common eigen value of some operator-bundles, that depends polynomial on parameter. Baku. International Topology conference, 3-9 oct., 1987, Tez. 2, Baku, 1987, p.93.
2. Dzhabarzadeh R.M. About Solutions of Nonlinear Algebraic System with Two Variables. Pure and Applied Mathematics Journal, vol. 2, No. 1, pp. 32-37, 2013

THE SOLVABILITY CONDITIONS OF A BOUNDARY-VALUE PROBLEM FOR A SECOND-ORDER PARTIAL DIFFERENTIAL OPERATOR EQUATION ON A BAND

I. Jafarov

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS
ilgar22000@yahoo.com

Suppose that H is a separable Hilbert space and A is a normal invertible operator in H . Then the operator A has the polar expansion $A=UC$, where U is a unitary operator and C is a positive definite self-adjoint operator in H . Let $H_\gamma (\gamma \geq 0)$ denote the scale of Hilbert spaces generated by the operator C i.e.,

$$H_\gamma = D(C_\gamma), (\varphi, \psi)_\gamma = (C^\gamma \varphi, C^\gamma \psi), \varphi, \psi \in D(C_\gamma), \gamma \geq 0.$$

For $\gamma = 0$, we assume that $H_0 = H$.

Suppose that $t \in (0,1)$, $x \in R = (-\infty, +\infty)$, and set

$Q = (0,1) \times R$. Consider the following boundary-value problem in Q :

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + A^2 u + A_{1,0} \frac{\partial u}{\partial t} + A_{0,1} \frac{\partial u}{\partial x} + A_{0,0} u = f, (t, x) \in Q, \quad (1)$$

$$u(0, x) = u'(1, x) = 0, \quad (2)$$

where $f(t, x) \in L_2(Q; H)$ and $u(t, x) \in W_{2,2}^2(Q; H)$ and the operator coefficients satisfy the following conditions:

1) A is a normal invertible operator whose spectrum is contained in the angular sector

$$S_\varepsilon = \{\lambda : |\arg \lambda| \leq \varepsilon\}, 0 \leq \varepsilon < \frac{\pi}{2};$$

2) the operators $B_{1,0} = A_{1,0} A^{-1}$, $B_{0,1} = A_{0,1} A^{-1}$, $B_{0,0} = A_{0,0} A^{-2}$ are bounded operators in H .

Let by $L_2(Q, H)$ denote the Hilbert space of measurable H -valued functions $f(t, x)$

such that $\|f\|_{L_2(Q;H)} = \int_0^1 \int_{-\infty}^{\infty} \|f(t,x)\|^2 dt dx < \infty$. Let us define the space $W_{2,2}^2(Q;H)$ as the completion of infinitely differentiable functions with values in H_2 compactly supported in Q with the norm

$$\|u\|_{W_{2,2}^2(Q;H)} = \left(\left\| \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right\|_{L_2(Q;H)}^2 + \left\| \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right\|_{L_2(Q;H)}^2 + \left\| \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right\|_{L_2(Q;H)}^2 + \|A^2 u\|_{L_2(Q;H)}^2 \right)^{1/2}.$$

We denote

$$\|u\|_{W_{2,2}^2(Q;H)} = \left(\left\| \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right\|_{L_2(Q;H)}^2 + \left\| \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right\|_{L_2(Q;H)}^2 + \left\| \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right\|_{L_2(Q;H)}^2 + \|A^2 u\|_{L_2(Q;H)}^2 \right)^{1/2},$$

$$W_2^{2(1,0)}((0,1);H) = \{u : u \in W_2^2((0,1);H), u'(0) = u(1) = 0\}.$$

Definition. Problem (1), (2) is said to be *regularly solvable* if, for any function $f(t,x) \in L_2(Q;H)$ there exists a function $u(t,x) \in W_{2,2}^2(Q;H)$ which satisfies Eq. (1) almost everywhere in Q , the boundary condition (2) in a sense

$$\lim_{t \rightarrow +0} \left\| \frac{\partial u}{\partial t}(t,x) \right\|_{1/2} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow 1-0} \|u(t,x)\|_{3/2} = 0,$$

and the following estimate holds:

$$\|u\|_{W_{2,2}^2(Q;H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_2(Q;H)}.$$

Let denote

$$c_0(\varepsilon) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \varepsilon \leq \frac{\pi}{4} \\ \frac{1}{\sqrt{2} \cos \varepsilon}, & \frac{\pi}{4} \leq \varepsilon < \frac{\pi}{2} \end{cases},$$

$$c_1(\varepsilon) = \frac{1}{2 \cos \varepsilon}, \varepsilon \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right).$$

The following sufficient condition of the regular solvability of problem (1), (2) has been proved.

Theorem. Suppose that conditions 1) and 2) hold and the following inequality is valid:

$$\alpha(\varepsilon) = c_0^{1/2}(\varepsilon) c_1(\varepsilon) \|B_{1,0}\| + c_0(\varepsilon) c_1(\varepsilon) \|B_{0,1}\| + c_0^2(\varepsilon) \|B_{0,0}\| < 1.$$

Then the problem (1), (2) has been regularly solvable.

MODULI OF SMOOTHNESS OF FUNCTIONS AND THEIR DERIVATIVES IN ORLICZ SPACES

S.Z. Jafarov

*Departement of Mathematics, Faculty of Art and Sciences, Pamukkale University,
Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS,
sjafarov@pau.edu.tr*

Let $M(u)$ be a continuous increasing convex function on $[0, \infty]$ such that $M(u)/u \rightarrow 0$ if $u \rightarrow 0$, and $M(u)/u \rightarrow \infty$ if $u \rightarrow \infty$. We denote by N the complementary of M in Young's sense, i.e., $N(u) = \max\{uv - m(v) : v \geq 0\}$ if $u \geq 0$. We will say that M satisfies the Δ_2 -condition if $M(2u) \leq cM(u)$ for any $u \geq u_0 \geq 0$ with some constant c independent of u .

Let T denote the interval $[-\pi, \pi]$, $\square$ the complex plane, and $L_p(T)$, $1 \leq p \leq \infty$, the Lebesgue spaces of measurable complex-valued functions on T .

For a given Young function M , let $\tilde{L}_M(T)$ denote the set of all Lebesgue measurable functions $f : T \rightarrow \square$ for which

$$\int_T M(|f(x)|) dx < \infty.$$

Let N be the complementary Young function of M . It is well known [20, p. 69], [7, pp. 52-68] that the linear span of $\tilde{L}_M(T)$ equipped with the Orlicz norm

$$\|f\|_{L_M(T)} := \sup \left\{ \int_T |f(x)g(x)| dx : g \in \tilde{L}_N(T), \int_T N(|g(x)|) dx \leq 1 \right\},$$

or with the Luxembourg norm

$$\|f\|_{L_M(T)}^* := \inf \left\{ k > 0 : \int_T M\left(\frac{|f(x)|}{k}\right) dx \leq 1 \right\}$$

becomes a Banach space. The space is denoted by $L_M(T)$ and called an Orlicz space [5, p. 26]. The Luxembourg norm is equivalent to the Orlicz norm as

$$\|f\|_{L_M(T)}^* \leq \|f\|_{L_M(T)} \leq 2\|f\|_{L_M(T)}^*, \quad f \in L_M(T),$$

holds true [5, p. 80].

If N is complementary to M in Young's sense and $f \in L_M(T)$, $g \in L_N(T)$, then the so-called strong Hölder inequalities [5, p.80]

$$\begin{aligned} \int_T |f(x)g(x)| dx &\leq \|f\|_{L_M(T)} \|g\|_{L_N(T)}^*, \\ \int_T |f(x)g(x)| dx &\leq \|f\|_{L_M(T)}^* \|g\|_{L_N(T)} \end{aligned}$$

are satisfied.

The Orlicz space $L_M(T)$ is reflexive if and only if the N -function M and its complementary function N both satisfy the Δ_2 -condition [7, p.113].

Let $M^{-1} : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ be the inverse function of the N -function M . The lower and upper indices α_M and β_M [2, p.350]

$$\alpha_M := \lim_{t \rightarrow +\infty} -\frac{\log h(t)}{\log t}, \quad \beta_M := \lim_{t \rightarrow 0^+} -\frac{\log h(t)}{\log t}$$

of the function

$$h: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty], \quad h(t) := \limsup_{y \rightarrow \infty} \frac{M^{-1}(y)}{M^{-1}(ty)}, \quad t > 0,$$

first considered by Matuszewska and Orlicz [6], are called the *Boyd indices* of the Orlicz spaces $L_M(T)$.

It is known that the indices α_M and β_M satisfy

$$0 \leq \alpha_M \leq \beta_M \leq 1, \quad \alpha_M + \beta_M = 1, \quad \alpha_N + \beta_N = 1,$$

and the space $L_M(T)$ is reflexive if and only if $0 < \alpha_M \leq \beta_M < 1$.

Suppose that x and h are real, and let us take into account the sum

$$\begin{aligned} \Delta_h^r f(x) &= \sum_{k=0}^{\alpha} (-1)^k \binom{r}{k} f(x + (\alpha - k)h) \\ &= \sum_{k=0}^{\alpha} (-1)^{r-k} \binom{r}{k} f(x + kh), \quad r \in \mathbb{N}, \quad f \in L_M(T). \end{aligned}$$

For $f \in L_M(T)$ we define the α -th modulus of smoothness by

$$\omega^r(f, t)_M := \sup_{|h| \leq t} \|\Delta_h^r f(x)\|_{L_M(T)}.$$

In this work we investigate moduli of smoothness of functions and their derivatives in Orlicz spaces. Similar problems in different spaces have been investigated in [1], [3] and [4].

The following theorem holds.

Theorem. Let $L_M(T)$ be a reflexive Orlicz space such that $M(u^{1/\alpha})$ is a convex function for some $1 < \alpha \leq 2$. Then for $k, r \in \mathbb{N}$, $(k < r)$ and $f \in L_M(T)$ we have

$$\omega^{r-k}(f^{(k)}, t)_M \leq C(M, r, k) \left\{ \int_0^t \frac{\omega^r(f, u)_M^\alpha}{u^{\alpha k + 1}} du \right\}^{1/\alpha}.$$

References

1. R. Akgün, *Improved converse theorems and fractional moduli of smoothness in Orlicz spaces*, Bull. Malays. Math. Sci. Soc. (2) 36 (1) (2013), 49-62.
2. A. Böttcher and Yu. I. Karlovich, *Carleson Curves, Muckenhoupt Weights and Teoplitz Operators*, Progress in Mathematics, 154, Birkhäuser Verlag, Basel, 1997.
3. Z. Ditzian, S. Tikhonov, *Moduli of smoothness of functions and their derivatives*, Studia Math, 180 (2) (2007), 143-160.
4. Jafarov S. Z, *On moduli of smoothness in Orlicz classes*, Proceedings of Institute of Mathematics and Mechanics of Azerbaijan AS, BAKU, "ELM", 33 (51) 2010, p. 85-92.
5. M.A.Krasnosel'skii and Ya.B. Rutickii, *Convex Functions and Orlicz Spaces*, Noordhoff, 1961.

6. W. Matuszewska and W. Orlicz, *On certain properties of ϕ - functions*, Bull, Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. Astronom. Phys. 8 (1960), 439-443.
7. M. M. Rao and Z. D. Ren, *Applications of Orlicz Spaces*, Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics, 250, Marchel Dekker. Inc., New York, 2002.

SELF-ADJOINTNESS OF HIGHER ORDER DIFFERENTIAL OPERATOR IN MULTIDIMENSIONAL CASE

E.H. Eyvazov

Baku State University

eyvazovelshad@gmail.com

Consider in R_n the differential expression ℓ_v given by the formula

$$\ell_v = \sum_{|\alpha|=1}^m a_\alpha D^\alpha + V(x),$$

where m is a natural number, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R_n$, $V(x)$ is a real measurable function, $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ is a multi-index, i.e. its components α_j are integer non-negative numbers, $|\alpha| = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$,

$$D^\alpha = \frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x_1^{\alpha_1} \partial x_2^{\alpha_2} \dots \partial x_n^{\alpha_n}},$$

a_α is a real number if $|\alpha|$ is even, is pure imaginary if $|\alpha|$ is odd.

Assume that the following conditions are fulfilled:

a) $V(x) \in L_{2,loc}(R_n)$;

b) $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} V(x) = +\infty$, where $|x| = \sqrt{\sum_{k=1}^n x_k^2}$;

c) for any $p = (p_1, p_2, \dots, p_n) \in R_n$, $G(p) = \sum_{|\alpha|=1}^m (-1)^{|\alpha|} a_\alpha p^\alpha \geq 0$, where

$$p^\alpha = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_n^{\alpha_n};$$

d) $\lim_{|p| \rightarrow +\infty} G(p) = +\infty$, where $|p| = \sqrt{\sum_{k=1}^n p_k^2}$.

Introduce the operator $\tilde{H}_v : L_2(R_n) \rightarrow L_2(R_n)$ by the formula $\tilde{H}_v u = \ell_v u$ with domain of definition $D(\tilde{H}_v) = C_0^\infty(R_n)$ ($C_0^\infty(R_n)$ is the totality of all finite, infinitely differentiable in R_n functions). Denote the closure of the operator $\tilde{H}_v$ by H_v .

Theorem. *In conditions a)-d) the operator H_v is self-adjoint in $L_2(R_n)$.*

ИССЛЕДОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ И СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ АТМОСФЕРНОГО ВОЗДУХА В ГОРОДЕ БАКУ

З.Дж. Забидов

Институт Математики и Механики НАНА

zakir_zabidov@mail.ru

В настоящее время в условиях стремительного роста городов много внимания уделяется дистанционным методам исследования экологического состояния городского воздуха. Дистанционные методы позволяют получения оперативных и адекватных данных об экологическом состоянии атмосферного воздуха на всей протяженной территории города. Важной задачей прогнозирования изменчивости городского воздуха является вычисление собственных векторов и собственных значений экологического состояния полей загрязнения городского воздуха.

В настоящей работе для решения этой задачи нами использованы многолетние актинофотометрические данные проведенные в городе Баку и его пригороды. Эти данные относятся ко времени повышенного загрязнения городского воздуха за июль – август месяцы. Проводится статистический анализ этих данных с целью, оценки временной изменчивости оптической толщины атмосферного воздуха в городе и его пригороды.

Для проведения расчетов использованы алгоритмы статистического анализа, приведенные нами в работе [1].

Основными оптическими параметрами атмосферного воздуха являются: τ - оптическая толщина ослабления света.

Оптическая толщина τ_λ атмосферного воздуха вычисляется по одновременным измерениям спектральной освещенности или потока солнечного излучения S_λ на входе фотометра. Величины S_λ оценивается в соответствии по наклону кривой Бугера [2, 3]:

$$\ln S_\lambda = \ln \pi S_{0\lambda} + \tau_\lambda m, \quad (1)$$

где $\pi S_{0\lambda}$ – солнечная постоянная, m -оптическая толщина атмосферы в направлении на солнце.

Пусть оптической толщины значениям $\tau(\rho_i)$ экспериментально определяемом на конечном число уровней ρ_i , $i=1\ 2\ 3\ 4\ \dots k$. Представим этот профиль в виде суммы среднего профиля $\tau(\rho_i)$ и случайного отклонения от него $\tau(\rho_i)$, обусловленного влиянием различного рода факторов, т.е.

$$\tau(\rho) = \overline{\tau(\rho)} + \Delta\tau(\rho). \quad (2)$$

Задача оптимального представления атмосферных возмущений с помощью сводится к решению вопроса о наилучшем представлении случайной функции, которая определяется исходя некоторого естественного условия, а именно

условия наилучшего (с точки зрения метода наименьших квадратов) описания случайного процесса [4].

При заданной корреляционной матрице $\|S_{ij}\|$ от матрицы $\Delta\tau(\rho)$ собственные векторы F_α находятся путем решения системы уравнений вида

$$\sum_{j=1}^r S_{ij} F_{\alpha j} = \lambda_\alpha F_{\alpha i} \quad i=1,2,\dots,k,$$

где S_{ij} –элементы корреляционной матрицы $\|S_{ij}\|$, которая является симметричной по определению; λ_α - есть собственные числа этой матрицы, причем каждому λ_α соответствует свой собственный вектор F_α . Для проведения численных расчётов использованы данные актинофотометрических измерений на территории города Баку. Исходные данные измерений потока нисходящего прямого солнечного излучения $S_{\lambda=0,55\mu m}$ относятся к началу августа последних нескольких лет. Оценки τ_λ проведены по актинометрическим измерениям S_λ в течение дня и последовательно несколько дней (не менее 10 дней).

Литература

1. Ismailov F. I., Abdurahmanov Ch. A., Zabidov Z. C. Method of determining the informativity and rational distribution ground stations remote optical monitoring of urban air.- The Third International Conference “ Problems of Cybernetics and Informatics” September 6-8, 2010, Baku, Azerbaijan, Sektion #5, Control and Optimization” www.pci2010.science.az/5/309.pdf, v.3, p.110-111.
2. Ismailov F. I. Method and technical solutions of informativity increase of actinometric measurements. - Baku, 2002, Journal “Fizika”, v. VIII, № 1, p. 47-49.
3. Ismailov F. I. The analysis of informative data of ground remote sensing of urban aerosol layer on the city of Baku. - Baku, 2006, Journal “Fizika”, v. XII, № 4, p. 74 – 77.
4. В.Е.Зуев, В.С.Комаров. Статистические модели температуры и газовых компонент атмосферы. Ленинград, Гидрометеиздат 1986, с. 47-52.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ НА КОНЕЧНОМ ИНТЕРВАЛЕ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Г. Заманов

Университет Кафказ
hesen_zamanli@yahoo.com

Рассмотрим в сепарабельном гильбертовом пространстве H краевую задачу

$$d^4u(t)/dt^4 + A^4u(t) + \sum_{j=0}^4 A_{4-j} d^j u(t)/dt^j = f(t) \quad t \in (0, T) \quad (1)$$

$$= u''(0)=0, \quad u(T)=u''(T)=0, \quad (2)$$

где $u(t)$, $f(t)$ – вектор – функции определенные в интервале $(0, T)$ со значением в пространстве H , а операторы $A_j A^j$ ($j=\overline{0,4}$) удовлетворяют условия:

- 1) A -положительно –определенный самосопряженный оператор в H
- 2) Операторы $B_j = A_j A^j$ ограничены в H .

Введем следующие гилбертовы пространства

$$L_2(0, T; H) = \left\{ f(t) : \|f\|_{L_2(0, T; H)} = \left(\int_0^T \|f(t)\|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} < \infty \right\}$$

$$W_2^4((0, T); H) = \{ u : u^{(4)} \in L_2((0, T); H), A^4 u \in L_2((0, T); H) \}$$

с нормой

$$\|u\|_{W_2^4((0, T); H)}^4 = (\|u^{(4)}\|_{L_2(0, T; H)}^2 + \|A^4 u\|_{L_2(0, T; H)}^2)^{1/2}$$

Определение. Если при любом $f \in L_2((0, T); H)$ существует вектор функция $u(t) \in W_2^4((0, T); H)$ удовлетворяющая уравнению (1) почти всюду в $(0, T)$, граничные условия (2) и оценку

$$\|u\|_{W_2^4((0, T); H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_2(0, T; H)},$$

то задача (1),(2) называется регулярно разрешимой.

В этой заметке указано условие о регулярной разрешимости уравнения (1)

Имеет место

Теорема. Пусть выполняются условия 1), 2) и имеет место неравенства

$$\sum_{j=0}^4 c_j \|B_{4-j}\| < 1,$$

где . Тогда задача (1) ,(2) регулярно разрешима.

УСТОЙЧИВОСТЬ ОРТОТРОПНОЙ ПЛАСТИНКИ С ИСКРИВЛЕННЫМИ СТРУКТУРАМИ СЖАТОЙ В ДВУХ НАПРАВЛЕНИЯХ.

Т. Ю. Зейналова

Институт Математики и Механики НАНА

Следуя континуальной теории рассматривается устойчивость прямоугольной опертой ортотропной пластинки с искривленными структурами, у которой главные направления параллельны сторонам, сжимается нагрузкой P_{x_1} , распределенной равномерно по двум сторонам, и нагрузкой P_{x_2} , распределенной равномерно по другим сторонам.

Обозначим через a и b длины сторон пластинки, а через $c = \frac{a}{b}$ отношение стороны.

Уравнения срединной поверхности выбранного искривленного слоя примем в виде [1]

$$F(x_1 x_2) = \varepsilon \varphi(x_1 x_2) \quad (1)$$

ε -безразмерный малый параметр, который определяется для каждой конкретной заданной функции формы искривления $F(x_1 x_2)$.

Для пластинки из слоистого материала уравнение обобщенного закона Гука с приведенными модулями упругости имеет вид [1]

$$\sigma_{11} = A_{11}\varepsilon_{11} + A_{12}\varepsilon_{22}, \quad \sigma_{22} = A_{12}\varepsilon_{11} + A_{22}\varepsilon_{22}, \quad \sigma_{12} = A_{66}\varepsilon_{12} \quad (2)$$

Здесь

$$A_{sp}(x_1 x_2) = A_{spo} + \sum_{\eta=1}^{\infty} \varepsilon^{2q} A_{spq}(x_1 x_2) \quad (3)$$

для $sp = 11; 12; 22; 66$

где A_{spo} -модуль упругости однородного прямолинейного ортотропного тела, модули A_{spq} -определяются так же через модули A_{spo} и параметров искривленности слоев.

Для определения приближенной формулы критической нагрузки используется следующий энергетический метод:

$$V_{изг} = A \quad (4)$$

Здесь $V_{изг}$ -потенциальная энергия изгиба при малых искривлениях срединной поверхности, а A – работа внешних усилий при малом искривлении пластинки.

Проводя соответствующие известные выражения для $V_{изг}$ и A в (4) интегрируя по толщине пластины для прогиба w получим [2]

$$\begin{aligned} \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{h^3}{12} \left[A_{11} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \right) + 2A_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} + A_{22} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right)^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + 4A_{66} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} \right)^2 \right] - P_{x_1} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} - P_{x_2} \frac{\partial w}{\partial x_2^2} \right\} dx_1 dx_2 = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Учитывая (3) решение уравнения (5) представим в форме

$$w = A_{mn} \sin \frac{m\pi x_1}{a} \sin \frac{n\pi x_2}{b} \quad (6)$$

Подставляя (3) и (6) в (5) не сложно получить зависимость между $P_{x_1}, P_{x_2}, m, n, c$.

При этом необходимо задать условие связи между усилиями P_{x_1} и P_{x_2} .

После этого определяются минимальное значение нагрузки от параметров волнообразования пластины n, m и от параметров искривления в структуре при заданных значениях отношения сторон пластины c .

Литература

- [1]. Акбаров С.Д., Гузь АН. Об одной континуальной теории в механике композитных материалов с мелкомасштабным искривлением в структуре. Прикладная механика 1991, Т.27. №2, стр. 3-13.
[2]. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. М.1967. 463 стр.

ÇOXPARAMETRLİ BİXƏTTİ MODULYAR DİNAMİK SİSTEMLƏRİN BƏZİ MODELLƏRİ HAQQINDA

F.G. Feyziyev, F.N. Hüseynova

Sumqayıt Dövlət Universiteti

feyziyevfg@mail.ru

Çoxparametrlı modulyar dinamik sistemlər (ÇMDS-lər), yəni Qalua meydanları üzərində paylanmış parametrlı diskret sistemlər, müxtəlif sahələrdə geniş tətbiq olunurlar [1-3]. Ona görə də belə sistemlərin müxtəlif nəzəri və tətbiqi məsələlərinin tətbiqi maraq doğurur. ÇMDS-lərin bir snfi çoxparametrlı qeyri-xətti modulyar dinamik sistemlərdir (ÇXMDS-lərdir) və onlar xətti siniflərlə müqayisədə daha geniş tətbiq imkanlarına malikdirlər [2,3]. Məruzədə ÇXMDS-lərin bir altsinfi olan çoxparametrlı bixətti modulyar dinamik sistemlərə (ÇBMDS-lərə) həsr olunur və onların müxtəlif modellərinin formalaşdırılmasına baxılır. ÇBMDS-lərin modellərini ümumi çoxparametrlı xətti diskret dinamik sistemlərin modelləri [1-3] əsasında formalaşdırmaq olar. ÇBMDS-lərin vəziyyət və çıxış tənlilikləri xətti və kvadratik hissədən ibarətdir və kvadratik hissə ancaq müxtəlif tip dəyişənlərin – giriş və vəziyyət dəyişənlərinin hasilindən ibarət ola bilər.

Tutaq ki, ν hər hansı bir natural, p isə sadə ədəddir. Məruzədə $(\nu + 1)D$ – BMDS-lər üçün aşağıdakı modellər təklif olunur.

$(\nu + 1)D$ **BMDS 1 modeli:**

$$s[n+1, c] = \sum_{\rho \in P_0(n, c)} A_\rho(n, c) \cdot s[n, c + \rho] + \sum_{\rho \in P_1(n, c)} B_\rho(n, c) \cdot x[n, c + \rho] + \sum_{q \in Q(n, c)} \sum_{\ell \in L(n, c)} C_{q\ell}(n, c) \cdot (s[n, c + q] \otimes x[n, c + \ell]), GF(p), \quad (1)$$

$$y[n, c] = \sum_{\rho \in P_2(n, c)} D_\rho(n, c) \cdot s[n, c + \rho] + \sum_{\rho \in P_3(n, c)} E_\rho(n, c) \cdot x[n, c + \rho] + \sum_{q \in Q_1(n, c)} \sum_{\ell \in L_1(t, c)} V_{q\ell}(n, c) \cdot (s[n, c + q] \otimes x[n, c + \ell]), GF(p), \quad (2)$$

$$s[0, c] = s^0[c]. \quad (3)$$

Burada $t \in T$ və $c \in C$, harada ki, T zaman oblastıdır, C xana oblastıdır və $T = \{t | t = 0, 1, 2, \dots\}$, $C = \{c = (c_1, c_2) | c_i \in \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}, i = \overline{1, \nu}\}$; $s[t, c]$, $x[t, c]$ və $y[t, c]$ uyğun olaraq vəziyyət, giriş və çıxış vektorlarıdır və $s[t, c] \in GF^n(p)$, $x[t, c] \in GF^r(p)$, $y[t, c] \in GF^m(p)$; $P_0(n, c)$, $P_1(n, c)$, $P_2(n, c)$, $P_3(n, c)$ -lər BMDS-in

xətti hissəsinin uyğun olaraq «vəziyyətlərə görə vəziyyət», «girişlərə görə vəziyyət», «vəziyyətlərə görə çıxış» və «girişlərə görə çıxış» xarakteristik ətraf və ya qonşuluq şablonlarıdır, $Q(n, c)$, $L(n, c)$, $Q_1(n, c)$ və $L_1(n, c)$ -lər isə BMDS-in bixətti hissəsinin uyğun olaraq «vəziyyətlərə görə vəziyyət», «girişlərə görə vəziyyət», «vəziyyətlərə görə çıxış» və «girişlərə görə çıxış» xarakteristik ətraf və ya qonşuluq şablonlarıdır; $\otimes$ simvolu vektorların tenzor hasilini əməlinin işarəsidir:

$$s[n, c] \otimes x[n, c] = \sum_{i=1}^r s[n, c + \rho] x_i[n, c + \ell];$$

$A_\rho(n, c)$, $B_\rho(n, c)$, $D_\rho(n, c)$ və $E_\rho(n, c)$ matrisləri $GF(p)$ Qalua meydanı üzərində размерностями соответственно $k \times k$, $k \times r$, $m \times k$ və $m \times r$ ölçülü matrislərdir; $C_{q\ell}(n, c) = (C_{q\ell}^{(1)}(n, c), \dots, C_{q\ell}^{(r)}(n, c))$, $V_{q\ell}(n, c) = (V_{q\ell}^{(1)}(n, c), \dots, V_{q\ell}^{(r)}(n, c))$, harada ki, $C_{q\ell}^{(i)}(n, c)$ və $V_{q\ell}^{(i)}(n, c)$ matrisləri $GF(p)$ üzərində uyğun olaraq $k \times k$ və $m \times k$ ölçülü matrislərdir.

$(\nu + 1)D$ – BMDS 2 modeli:

$$z_j s[n+1, c] = A_j(n, c) \cdot s[n, c] + B_j(n, c) \cdot x[n, c] + C_j(n, c) \cdot (s[n, c] \otimes x[n, c]), GF(p), j = 1, \dots, \nu, \quad (4)$$

$$y[n, c] = D(n, c) \cdot s[n, c] + E(n, c) \cdot x[n, c] + V(n, c) \cdot (s[n, c] \otimes x[n, c]), GF(p), \quad (5)$$

$$s[0, c] = s^0[c]. \quad (6)$$

Burada $n \in T$, $c \in C$ və T , C və $s[n, c]$, $x[n, c]$, $y[n, c]$ -lər $(\nu + 1)D$ – BMDS 1 modelində olduğu kimi təyin olunurlar; z_j , $j = 1, \dots, \nu$, sürüşmə operatorları aşağıdakı kimidir: $z_j s[n+1, c] = s[n+1, (c_1, \dots, c_{j-1}, c_j + 1, c_{j+1}, \dots, c_\nu)]$, $j = 1, \dots, \nu$; $A_j(n, c)$, $B_j(n, c)$, $D(n, c)$ və $E(n, c)$ matrisləri $GF(p)$ meydanı üzərində uyğun olaraq $k \times k$, $k \times r$, $m \times k$ və $m \times r$ ölçülü matrislərdir; $C_j(n, c) = (C_j^{(1)}(n, c), \dots, C_j^{(r)}(n, c))$, $V(n, c) = (V^{(1)}(n, c), \dots, V^{(r)}(n, c))$, harada ki, $C_j^{(i)}(n, c)$ и $V^{(i)}(n, c)$ matrisləri $GF(p)$ meydanı üzərində uyğun olaraq $k \times k$ və $m \times k$ ölçülü matrislərdir.

$(\nu + 1)D$ – BMDS 3 modeli:

$$s[n+1, (c_1 + 1, \dots, c_\nu + 1)] = \sum_{\bar{\alpha} \in \Omega} A_{\bar{\alpha}}(n, c) \cdot s[n + \alpha_0, (c_1 + \alpha_1, \dots, c_\nu + \alpha_\nu)] + \sum_{\bar{\alpha} \in \Omega} B_{\bar{\alpha}}(n, c) \cdot x[n + \alpha_0, (c_1 + \alpha_1, \dots, c_\nu + \alpha_\nu)] + \sum_{(\bar{\alpha}, \bar{\alpha}') \in \Omega^2} C_{(\bar{\alpha}, \bar{\alpha}')} (n, c) \cdot (s[n + \alpha_0, (c_1 + \alpha_1, \dots, c_\nu + \alpha_\nu)] \otimes x[n + \alpha'_0, (c_1 + \alpha'_1, \dots, c_\nu + \alpha'_\nu)]), GF(p), \quad (7)$$

$$y[n, c] = \sum_{\bar{\beta} \in \Omega_1} D_{\bar{\beta}}(n, c) \cdot s[n, (c_1 + \beta_1, \dots, c_\nu + \beta_\nu)] + \sum_{\bar{\beta} \in \Omega_1} E_{\bar{\beta}}(n, c) \cdot x[n, (c_1 + \beta_1, \dots, c_\nu + \beta_\nu)] + \sum_{(\bar{\beta}, \bar{\beta}') \in \Omega_1^2} V_{(\bar{\beta}, \bar{\beta}')} (n, c) \cdot (s[n, (c_1 + \beta_1, \dots, c_\nu + \beta_\nu)] \otimes x[n, (c_1 + \beta'_1, \dots, c_\nu + \beta'_\nu)]), GF(p), \quad (8)$$

$$s[0, c] = s^0[c]. \quad (9)$$

Burada $n \in T$, $c \in C$ və T , C və $s[n, c]$, $x[n, c]$, $y[n, c]$ -lər $(\nu+1)D$ – BMDS 1 modelində olduğu kimi təyin olunurlar; $A_{\bar{\alpha}}(n, c)$, $B(n, c)$, $D(n, c)$ və $E(n, c)$ matrisləri $GF(p)$ meydanı üzərində uyğun olaraq $k \times k$, $k \times r$, $m \times n$ və $m \times r$ ölçülü matrislərdir; $C_{\bar{\alpha}}(n, c) = (C_{\bar{\alpha}}^{(1)}(n, c), \dots, C_{\bar{\alpha}}^{(r)}(n, c))$, $V(n, c) = (V^{(1)}(n, c), \dots, V^{(r)}(n, c))$, harada ki, $C_{\bar{\alpha}}^{(i)}(n, c)$ və $V^{(i)}(n, c)$ matrisləri $GF(p)$ meydanı üzərində uyğun olaraq $k \times k$ и $m \times k$ ölçülü matrislərdir;

$$\Omega = \{(\alpha_0, \dots, \alpha_\nu) \mid \alpha_i \in \{0, 1\}, i = \overline{0, \nu}, 0 \leq \sum_{i=0}^{\nu} \alpha_i \leq \nu\},$$

$$\Omega = \{(\beta_1, \dots, \beta_\nu) \mid \beta_i \in \{0, 1\}, i = \overline{1, \nu}, 0 \leq \sum_{i=1}^{\nu} \alpha_i \leq \nu\}.$$

Məruzədə həmçinin $\nu = 2$ halında $(\nu+1)D$ – BMDS 1 modelinin tam reaksiya düsturunun çıxarılmasına baxılır.

Ədəbiyyat

1. Блюмин С.Л., Фараджев Р.Г. Линейные клеточные машины: Подход пространства состояний// Автоматика и телемеханика, 1982, №2, с.125-163.
2. Блюмин С.Л., Корнеев А.М. Дискретное моделирование систем автоматизации и управления: монография. Липецк, Липецкий эколого-гуманитарный институт, 2005. 124 с.
3. Фейзи́ев Ф.Г., Фараджева М.Р. Модулярные последовательностные машины: основные результаты по теории и приложению. Баку: Элм, 2006, 234с.

XƏTTİ KOREPERLƏRİN LAYLANMA FƏZASINDA TENZOR MEYDANLARININ TAM VƏ HORIZONTA LİFTLƏRİNİN TƏYİN OLUNMASI

H.D. Fəttayev

Bakı Dövlət Universiteti

h-fattayev@mail.ru

[1],[2] məqalələrində toxunan laylanma fəzasında diferensial-həndəsi strukturların liftlərinə dair məlum nəticələr xətti reperlərin laylanma fəzasında analoji liftlərin qurulması zamanı istifadə olunmuşdur. Bu işdə əsas məqsəd hamar çoxobrazlı üzərində xətti koreperlərin laylanma fəzasında bazada verilən tenzor meydanlarının tam və horizontal liftlərinin kotoxunan laylanma fəzasında analoji liftlərə dair məlum nəticələrdən istifadə olunması ilə təyin etməkdən ibarətdir.

C^∞ sinifindən olan n – ölçülü diferensiallanan M çoxobrazlısına baxılır. Bu çoxobrazlı üzərində xətti koreperlərin L^*M laylanma fəzası təyin olunur. Göstərilir

ki, L^*M $n + n^2$ -ölçülü diferensiallanan çoxobrazlıdır və bu fəzada $\{L^*U, (x^i, X_i^\alpha)\}$ və $\{L^*U', (x^{i'}, X_{i'}^\alpha)\}$ koordinat sistemləri üçün $L^*U \cap L^*U'$ kəsişməsində

$$x^{i'} = x^i(x^1, \dots, x^n),$$

$$X_{i'}^\alpha = A_{i'}^i X_i^\alpha$$

çevirmə düsturları doğrudur, burada $A_{i'}^i = \frac{\partial x^i}{\partial x^{i'}}$.

Teorem 1. M çoxobrazlısı üzərində verilən, aşağı indekslərinə nəzərən çəp-simmetrik olan və $(U, x^1, \dots, x^n)$ lokal xəritəsində $S_{kj...l}^i$ koordinatlarına malik olan $(1, p)$ tipli S tenzor meydanının L^*M laylanmasında tam lifti sıfırdan fərqli komponentləri

$${}^c S_{kj...l}^i = S_{kj...l}^i, \quad {}^c S_{kj...l}^{i_\alpha} = X_m^\alpha (\partial_k S_{ij...l}^m + \partial_j S_{ki...l}^m + \dots + \partial_l S_{kj...i}^m - \partial_i S_{kj...l}^m),$$

$${}^c S_{k_\gamma j...l}^{i_\alpha} = \delta_\gamma^\alpha S_{ij...l}^k, \quad {}^c S_{kj\beta...l}^{i_\alpha} = \delta_\beta^\alpha S_{ki...l}^j, \dots, {}^c S_{kj...l\sigma}^{i_\alpha} = \delta_\sigma^\alpha S_{kj...i}^l$$

şəklində olan $(1, p)$ tipli S tenzor meydanıdır, burada δ_γ^α – Kroneker simvoludur.

Teorem 2. M çoxobrazlısı üzərində verilən, aşağı indekslərinə nəzərən çəp-simmetrik olan və $(U, x^1, \dots, x^n)$ lokal xəritəsində $S_{kj...l}^i$ koordinatlarına malik olan $(1, p)$ tipli S tenzor meydanının L^*M laylanmasında horizontal lifti sıfırdan fərqli komponentləri

$${}^H S_{kj...l}^i = S_{kj...l}^i, \quad {}^H S_{kj...l}^{i_\alpha} = X_r^\alpha (S_{kj...l}^m \Gamma_{mi}^r - S_{ij...l}^m \Gamma_{km}^r - S_{ki...l}^m \Gamma_{jm}^r - \dots - S_{kj...l}^m \Gamma_{lm}^r),$$

$${}^H S_{k_\gamma j...l}^{i_\alpha} = \delta_\gamma^\alpha S_{ij...l}^k, \quad {}^H S_{kj\beta...l}^{i_\alpha} = \delta_\beta^\alpha S_{ki...l}^j, \dots, {}^H S_{kj...l\sigma}^{i_\alpha} = \delta_\sigma^\alpha S_{kj...i}^l$$

şəklində olan $(1, p)$ tipli ${}^H S$ tenzor meydanıdır, burada Γ_{ij}^k – M çoxobrazlısı üzərində ∇ afin rabitəsinin əmsallarıdır.

Teorem. 3. M çoxobrazlısı üzərində verilmiş və aşağı indekslərinə nəzərən çəp-simmetrik olan $(1, p)$ tipli S tenzor meydanı üçün

$${}^c S - {}^H S = \bar{S}$$

bərabərliyi doğrudur, burada $\bar{S} - L^*M$ laylanmasında sıfırdan fərqli komponentləri

$$\bar{S}_{kj...l}^{i_\alpha} = X_m^\alpha (\nabla_k S_{ij...l}^m + \nabla_j S_{ki...l}^m + \dots + \nabla_l S_{kj...i}^m - \hat{\nabla}_i S_{kj...l}^m) + X_m^\alpha S_{ij...r}^m Q_{kl}^r$$

kimi təyin olunan $(1, p)$ tipli tenzor meydanıdır, $\hat{\nabla} - \nabla$ afin rabitəsi ilə qarşılıqlı olan afin rabitədir, $Q - \nabla$ rabitəsinin buruqluq tenzorudur.

Teorem 4. Əgər M çoxobrazlısı üzərində $F^2 = -I$ sanki kompleks strukturu verilmişdirsə, onda onun ${}^H F$ horizontal lifti L^*M laylanmasında üzərində sanki kompleks struktur təyin edir.

Ədəbiyyat

1. K.P.Mok. Complete lifts of tensor fields and connections to the frame bundle. Proc. London Math. Soc.-1979, v. 38, № 3, p.72-88.
2. Cordero L.A., Leon M. Lifts of tensor fields to the frame bundle. Rend. circ. mat. Palermo- 1983, v. 32, № 2, p.236-276.

О СПЕКТРЕ КВАДРАТИЧНОГО ПУЧКА ОПЕРАТОРОВ ШТУРМА – ЛИУВИЛЛЯ СО СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ В ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ

Ч.Г.Ибадзаде, И.М.Набиев

Бакинский Государственный Университет, Институт Математики и Механики НАНА

Рассматривается краевая задача, порожденная на отрезке $[0, \pi]$ дифференциальным уравнением

$$y'' + [\lambda^2 - 2\lambda p(x) - q(x)]y = 0 \quad (1)$$

и граничными условиями

$$\begin{aligned} (\alpha\lambda + \beta)y(0) + y'(0) + \omega y(\pi) &= 0, \\ -\overline{\omega}y(0) + \gamma y(\pi) + y'(\pi) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $p(x) \in W_2^1[0, \pi]$, $q(x) \in L_2[0, \pi]$ – вещественные функции, λ – спектральный параметр, α, β, γ – произвольные вещественные числа, а $\omega \neq 0$ – произвольное комплексное число. Пусть выполняется следующее условие: для всех функций $y(x) \in W_2^2[0, \pi]$, $y(x) \neq 0$, удовлетворяющих граничным условиям (2), выполняется неравенство

$$\begin{aligned} &\gamma|y(\pi)|^2 - 2\operatorname{Re}[\overline{\omega}y(0)y(\pi)] - \beta|y(0)|^2 + \\ &\int_0^\pi \{ |y'(x)|^2 + q(x)|y(x)|^2 \} dx > 0 \end{aligned}$$

(заметим, что это неравенство заведомо выполняется, если $\beta \leq 0, \gamma \geq 0, |\omega| \leq \sqrt{|\beta|\gamma}, q(x) > 0$).

Устанавливается, что при выполнении этого условия собственные значения краевой задачи (1)-(2) вещественны и отличны от нуля. Эта задача не имеет присоединенных функций к собственным функциям. Кроме того, найден критерий кратности собственного значения и выведена асимптотическая формула для собственных значений. Отметим, что при $\alpha = 0$ аналогичные результаты получены в работе [1].

Литература

1. Набиев И.М. Восстановление пучка и системы дифференциальных уравнений на отрезке. LAP – Lambert Academic Publishing, 2012, 252 с.

О БЕССЕЛЕВОСТИ СИСТЕМ КОРНЕВЫХ ВЕКТОР-ФУНКЦИЙ ОПЕРАТОРА ТИПА ДИРАКА.

Э.Дж. Ибадов

Азербайджанский Государственный Педагогический Университет

elchin_ibadov@yahoo.com

Рассмотрим на произвольном интервале G действительной прямой формальный дифференциальный оператор типа Дирака

$$Du = B \frac{du}{dx} + p(x)u,$$

где

$$B = \begin{pmatrix} 0 & b_1 \\ b_2 & 0 \end{pmatrix} \quad (b_1 > 0, b_2 < 0), \quad P(x) = (p_{ij}(x))_{i,j=1}^2,$$

$$u(x) = (u_1(x), u_2(x))^T,$$

коэффициент $P(x)$ - комплекснозначная матрица-функция,

$$p_{ij}(x) \in L_1^{loc}(G).$$

Пусть $L_p^2(G)$, $p \geq 1$, - пространство двухкомпонентных вектор-функций

$$f(x) = (f_1(x), f_2(x))^T$$

с нормой

$$\|f\|_{p,2} = \left[\int_G (|f_1(x)|^2 + |f_2(x)|^2)^{p/2} dx \right]^{1/p}$$

В случае $p = \infty$ норма определяется равенством

$$\|f\|_{\infty,2} = \sup_{x \in G} |f(x)|.$$

Следуя В.А.Ильину [1], введем понятие корневых вектор-функций оператора D в обобщенном понимании.

Под собственной вектор-функцией или присоединенной вектор-функцией нулевого порядка, отвечающей комплексному собственному значению λ . Будем понимать любую отличную от тождественного нуля вектор-функцию $\overset{\circ}{u}(x)$, которая абсолютно непрерывна на каждом компакте интервала G и почти всюду в G удовлетворяет уравнению $Du(x) = \lambda \overset{\circ}{u}$. Если определена присоединенная функция $\overset{l-1}{u}(x)$ порядка $l-1 \geq 0$, то под присоединенной вектор-функцией порядка l , отвечающей собственному значению λ и собственной функции $\overset{\circ}{u}(x)$, будем понимать вектор-функцию $\overset{l}{u}(x)$, которая абсолютно непрерывна на любом компакте интервала G и почти всюду в G удовлетворяет уравнению $Du = \lambda \overset{l}{u} - \overset{l-1}{u}$.

Теорем: Пусть G - конечный интервал, $p_1(x)$ и $p_2(x)$ принадлежат классу $L_2(G)$, длина любой цепочки корневых векторов равномерно ограничена и существует константа C такая, что

$$|\operatorname{Im} \lambda_k| \leq C, \quad k=1,2,\dots$$

Тогда для бесселевости системы $\{u_k(x)/\|u_k\|_{2,2}\}$ в $L_2^2(G)$ необходимо и достаточно существование константы M такой, что

$$\sum_{|\operatorname{Re} \lambda_k - v| \leq 1} 1 \leq M, \quad \forall v \in \mathbb{R}.$$

Отметим, что при $b_1 = 1$, $b_2 = -1$ данная теорема ранее доказана в работе [2].

Литература:

1. Ильин В.А. //Необходимые и достаточные условия базисности и равносходимости с тригонометрическим рядом спектральных разложений I. Дифференц. уравнения. 1980. т. 16, № 5. с. 771 – 794.
2. Курбанов В.М. //О бесселевости и безусловной базисности систем корневых вектор-функций оператора Дирака. Дифференц. уравнения. 1996. т. 32, № 12. с. 1608 – 1617.

ПРОДОЛЬНЫЙ УДАР ПО ПРЯМОУГОЛЬНОМУ ВЯЗКОУПРУГОМУ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДУ

М.Х. Ильясов, Н.М. Микаилова

Национальная Академия Авиации, Институт Математики и Механики НАНА

Рассмотрим задачу о продольном ударе по вязкоупругому параллелепипеду, который в прямоугольной системе координат занимает область $|x| \leq x_0, |y| \leq y_0, 0 \leq z \leq l$. Будем считать, что он находится в жесткой абсолютно гладкой обойме, так что на боковой поверхности выполнены следующие условия

$$u = 0, \quad \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = 0, \quad x = \pm x_0,$$

$$v = 0, \quad \sigma_{yx} = \sigma_{yz} = 0, \quad y = \pm y_0.$$

Здесь используются общеизвестные обозначения [1]. В начальный момент времени параллелепипед не нагружен и находится в покое, а в момент $t = 0$ на торце $z = 0$ задается одно из следующих условий:

$$a) \quad u = v = 0, \quad \sigma_{zz} = a_1(x, y, t). \quad б) \quad \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0, \quad w = a_2(x, y, t),$$

а на другом торце $z = l$ выполняется одно из групп условий

$$в) \quad \sigma_{zx} = \sigma_{zy} = 0, \quad w = 0, \quad г) \quad \sigma_{zz} = 0, \quad u = v = 0.$$

Как видно, получаются четыре задачи, состоящие из интегрирования уравнения движения вязкоупругого тела [1] при нулевых начальных условиях, условиях на боковых поверхностях параллелепипеда, и два из четырех условий а), б), в) и г). Эти задачи решаются с помощью интегрального преобразования Лапласа и разделения переменных. Изображения решений этих задач приводим без выводов: первая задача:

$$\begin{aligned}
\bar{u} &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \bar{a}_{1kn}}{\rho p^2} \frac{k\pi}{x_0} \times \\
&\quad \times \left(e^{-\sigma_{kn} z_m} + e^{-\sigma_{kn} z_{m+1}} - e^{-h_{kn} z_m} - e^{-h_{kn} z_{m+1}} \right) \sin \frac{k\pi x}{x_0} \cos \frac{n\pi y}{y_0}, \\
\bar{v} &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \bar{a}_{1kn}}{\rho p^2} \frac{n\pi}{y_0} \times \\
&\quad \times \left(e^{-\sigma_{kn} z_m} + e^{-\sigma_{kn} z_{m+1}} - e^{-h_{kn} z_m} - e^{-h_{kn} z_{m+1}} \right) \cos \frac{k\pi x}{x_0} \sin \frac{n\pi y}{y_0}, \\
\bar{w} &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \bar{a}_{1kn}}{\rho p^2} \left[\frac{\alpha_{kn}^2}{\sigma_{kn}} \left(e^{-\sigma_{kn} z_m} - e^{-\sigma_{kn} z_{m+1}} \right) - \right. \\
&\quad \left. - h_{kn} \left(e^{-h_{kn} z_m} - e^{-h_{kn} z_{m+1}} \right) \right] \cos \frac{k\pi x}{x_0} \cos \frac{n\pi y}{y_0};
\end{aligned}$$

вторая задача:

$$\begin{aligned}
\bar{u} &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\bar{a}_{1kn}}{\rho p^2} \frac{k\pi}{x_0} \times \\
&\quad \times \left(e^{-\sigma_{kn} z_m} - e^{-\sigma_{kn} z_{m+1}} - e^{-h_{kn} z_m} + e^{-h_{kn} z_{m+1}} \right) \sin \frac{k\pi x}{x_0} \cos \frac{n\pi y}{y_0}, \\
\bar{v} &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\bar{a}_{1kn}}{\rho p^2} \frac{n\pi}{y_0} \times \\
&\quad \times \left(e^{-\sigma_{kn} z_m} - e^{-\sigma_{kn} z_{m+1}} - e^{-h_{kn} z_m} + e^{-h_{kn} z_{m+1}} \right) \cos \frac{k\pi x}{x_0} \sin \frac{n\pi y}{y_0}, \\
\bar{w} &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\bar{a}_{1kn}}{\rho p^2} \left[\frac{\alpha_{kn}^2}{\sigma_{kn}} \left(e^{-\sigma_{kn} z_m} + e^{-\sigma_{kn} z_{m+1}} \right) - \right. \\
&\quad \left. - h_{kn} \left(e^{-h_{kn} z_m} + e^{-h_{kn} z_{m+1}} \right) \right] \cos \frac{k\pi x}{x_0} \cos \frac{n\pi y}{y_0};
\end{aligned}$$

третья задача:

$$\begin{aligned}
\bar{u} &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\bar{a}_{2kn}}{\eta_2^2} \frac{k\pi}{x_0} \left[\frac{\alpha_{kn}^2 + \sigma_{kn}^2}{h_{kn}} \left(e^{-h_{kn} z_m} + e^{-h_{kn} z_{m+1}} \right) - \right. \\
&\quad \left. - 2\sigma_{kn} \left(e^{-\sigma_{kn} z_m} + e^{-\sigma_{kn} z_{m+1}} \right) \right] \sin \frac{k\pi x}{x_0} \cos \frac{n\pi y}{y_0}, \\
\bar{v} &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\bar{a}_{2kn}}{\eta_2^2} \frac{n\pi}{y_0} \left[\frac{\alpha_{kn}^2 + \sigma_{kn}^2}{h_{kn}} \left(e^{-h_{kn} z_m} + e^{-h_{kn} z_{m+1}} \right) - \right. \\
&\quad \left. - 2\sigma_{kn} \left(e^{-\sigma_{kn} z_m} + e^{-\sigma_{kn} z_{m+1}} \right) \right] \cos \frac{k\pi x}{x_0} \sin \frac{n\pi y}{y_0}, \\
\bar{w} &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \bar{a}_{2kn} \left[e^{-h_{kn} z_m} - e^{-h_{kn} z_{m+1}} + \frac{2\alpha_{kn}^2}{\eta_2^2} \left(e^{-h_{kn} z_m} - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - e^{-h_{kn} z_{m+1}} - e^{-\sigma_{kn} z_m} + e^{-\sigma_{kn} z_{m+1}} \right) \right] \cos \frac{k\pi x}{x_0} \cos \frac{n\pi y}{y_0};
\end{aligned}$$

четвертая задача:

$$\begin{aligned}\bar{u} &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \bar{a}_{2kn}}{\eta_2^2} \frac{k\pi}{x_0} \left[\frac{\alpha_{kn}^2 + \sigma_{kn}^2}{h_{kn}} (e^{-h_{kn}z_m} - e^{-h_{kn}z_{m+1}}) - \right. \\ &\quad \left. - 2\sigma_{kn} (e^{-\sigma_{kn}z_m} - e^{-\sigma_{kn}z_{m+1}}) \right] \sin \frac{k\pi x}{x_0} \cos \frac{n\pi y}{y_0}, \\ \bar{v} &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \bar{a}_{2kn}}{\eta_2^2} \frac{n\pi}{y_0} \left[\frac{\alpha_{kn}^2 + \sigma_{kn}^2}{h_{kn}} (e^{-h_{kn}z_m} - e^{-h_{kn}z_{m+1}}) - \right. \\ &\quad \left. - 2\sigma_{kn} (e^{-\sigma_{kn}z_m} - e^{-\sigma_{kn}z_{m+1}}) \right] \cos \frac{k\pi x}{x_0} \sin \frac{n\pi y}{y_0}, \\ \bar{w} &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \bar{a}_{2kn} \left[e^{-h_{kn}z_m} + e^{-h_{kn}z_{m+1}} + \frac{2\alpha_{kn}^2}{\eta_2^2} (e^{-h_{kn}z_m} + \right. \\ &\quad \left. + e^{-h_{kn}z_{m+1}} - e^{-\sigma_{kn}z_m} - e^{-\sigma_{kn}z_{m+1}}) \right] \cos \frac{k\pi x}{x_0} \cos \frac{n\pi y}{y_0}.\end{aligned}$$

Оригиналы этих формул вычисляются методами, изложенными в работе [1]. Вычисляя по этим формулам силу, приходящуюся на все поперечное сечение, получаем

$$P(z, t) = \int_{-x_0}^{x_0} \int_{-y_0}^{y_0} \sigma_{zz} dx dy = 4x_0 y_0 \gamma_{100}^{(2)} \left(t, \frac{z}{c_1} \right).$$

Таким образом, напряжение состоит из суммы не самоуравновешенного и самоуравновешенного по поперечным сечениям составляющих. Самоуравновешенные деформации происходят в форме узкого волнового пакета, непрерывно уменьшающего за счет дисперсии. Основная энергия, передаваемая от торца, при больших расстояниях от него, концентрируется на фронте продольной волны, а за ним быстро затухает. Принцип Сен-Венана здесь применим, поскольку деформации соответствующие самоуравновешенным нагрузкам локализуются вблизи волновых фронтов и у торца, где приложено возмущение. Для достаточно больших значений времени в случае $a_1(x, y, t) = a(x, y)H(t)$ компоненты напряжения выражаются формулами

$$\begin{aligned}\sigma_{zz} &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{1kn} e^{-z\alpha_{kn}} \left(1 + z\alpha_{kn} \frac{\lambda_{\infty} + \mu_{\infty}}{\lambda_{\infty} + 2\mu_{\infty}} \right) \cos \frac{k\pi x}{x_0} \cos \frac{n\pi y}{y_0}, \\ \sigma_{xz} &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{1kn} e^{-z\alpha_{kn}} \frac{k\pi}{x_0 \alpha_{kn}} \left(\frac{\mu_{\infty}}{\lambda_{\infty} + 2\mu_{\infty}} + z\alpha_{kn} \frac{\lambda_{\infty} + \mu_{\infty}}{\lambda_{\infty} + 2\mu_{\infty}} \right) \sin \frac{k\pi x}{x_0} \cos \frac{n\pi y}{y_0}, \\ \sigma_{yz} &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{1kn} e^{-z\alpha_{kn}} \frac{n\pi}{y_0 \alpha_{kn}} \left(\frac{\mu_{\infty}}{\lambda_{\infty} + 2\mu_{\infty}} + z\alpha_{kn} \frac{\lambda_{\infty} + \mu_{\infty}}{\lambda_{\infty} + 2\mu_{\infty}} \right) \cos \frac{k\pi x}{x_0} \sin \frac{n\pi y}{y_0}.\end{aligned}$$

Эти формулы представляют точное решение статической задачи с длительными модулями упругости. Используя метод аппроксимации Ильюшина, можно найти решения соответствующей квазистатической задачи. Как видно, с удалением от торца самоуравновешенные составляющие решений (которые соответствуют значениям индексов $k+n > 0$) быстро затухают, и остается

однородное решение $\sigma_{zz} = a_{100}$. Для статического нагружения вида $\sigma_{zz}(x, y)|_{z=0} = \sigma_0(x_0 - |x|)(y_0 - |y|)$ построен график зависимости $F(x, y, z) = \sigma_{zz}/(\sigma_0 x_0 y_0)$ от z на оси параллелепипеда $x = y = 0$, $x_0 = y_0 = \pi$, $\lambda_\infty = \mu_\infty$. Получено, что с увеличением координаты z функция $F(0, 0, z)$ стремится к своему асимптотическому значению 0,25. Разность $F(0, 0, z) - 0,25$ в сечении $z = 3$ уменьшается более чем в шесть раз, а при $z = 4$ - более чем в двадцать два раза по сравнению с его значением на торце $z = 0$. Таким образом, согласно принципу Сен-Венана, краевой эффект ощущается лишь вблизи торца, а с удалением от него весьма быстро исчезает.

Литература

1. М.Х.Ильясов. Нестационарные вязкоупругие волны. Баку, 2011, 330 с.

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОДНОГО ПОЛУЛИНЕЙНОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ЗАПОМИНАЮЩИМ ОПЕРАТОРОМ

С.Э.Исаева

Бакинский Государственный Университет

isayevasevda@rambler.ru

Пусть $\Omega \subset R^N$ ($N \geq 1$) ограниченная область с достаточно гладкой границей Γ . В области $Q = \Omega \times (0, T)$ рассмотрим квазилинейное гиперболическое уравнение:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} [u + F(u)] - \Delta u + |u|^p u = h \quad (1)$$

с граничным условием

$$u = 0, (x, t) \in \Gamma \times [0, T] \quad (2)$$

и с начальными условиями

$$[u + F(u)]|_{t=0} = u^{(0)} + w^{(0)}, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = u^{(1)}, \quad (3)$$

где $p > 0$ и нелинейный оператор F действует из пространства $M(\Omega; C^0([0, T]))$ в $M(\Omega; C^0([0, T]))$. Здесь $M(\Omega; C^0([0, T]))$ есть пространство измеримых функций, действующих из Ω в $C^0([0, T])$. Предполагается, что F является запоминающим оператором, который действует в каждой точке $x \in \Omega$ независимо, то есть $[F(u(x, \cdot))](t)$ зависит от $u(x, \cdot)|_{[0, t]}$ и не зависит от $u(y, \cdot)|_{[0, t]}$ для $y \neq x$.

Пусть оператор F удовлетворяет следующим условиям:

$$\begin{cases} \text{если для любых } u_1, u_2 \in M(\Omega; C^0([0, T])) \text{ и для любого } t \in [0, T] \\ u_1 = u_2 \text{ на } [0, t], \text{ то } [F(u_1)](\cdot, t) = [F(u_2)](\cdot, t) \text{ п.в. в } \Omega; \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \text{если } v_n \in M(\Omega; C^0([0, T])) \text{ и } v_n \rightarrow v \text{ равномерно,} \\ \text{то } F(v_n) \rightarrow F(v) \text{ равномерно на } [0, T], \text{ п.в. в } \Omega; \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \text{существуют такие } L > 0, g \in L^2(\Omega), \text{ что для любого } v \in M(\Omega; C^0([0, T])) \\ \| [F(v)](x, \cdot) \|_{C^0([0, T])} \leq L \| v(x, \cdot) \|_{C^0([0, T])} + g(x), \text{ п.в. в } \Omega; \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \text{если } v \in M(\Omega; C^0([0, T])) \text{ и для любого } [t_1, t_2] \subset [0, T] \\ v(x, \cdot) \text{ является аффинной в } [t_1, t_2], \text{ п.в. в } \Omega, \\ \text{то } \{ [F(v)](x, t_2) - [F(v)](x, t_1) \} [v(x, t_2) - v(x, t_1)] \geq 0, \text{ п.в. в } \Omega; \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \text{существует такое } L_1 > 0, \text{ что для любого } v \in M(\Omega; C^0([0, T])) \text{ и для} \\ \forall [t_1, t_2] \subset [0, T], \text{ если } v(x, \cdot) \text{ является аффинной в } [t_1, t_2], \text{ п.в. в } \Omega, \text{ то} \\ \| [F(v)](x, t_2) - [F(v)](x, t_1) \| \leq L_1 |v(x, t_2) - v(x, t_1)| \text{ п.в. в } \Omega; L_1 < 1. \end{cases} \quad (8)$$

Пусть $v \in H_0^1(\Omega) \cap L^{p+2}(\Omega)$. Предполагается, что

$$u^{(0)} \in V, w^{(0)} \in L^2(\Omega), u^{(1)} \in L^2(\Omega), \quad (9)$$

$$h \in L^2(\Omega). \quad (10)$$

Доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. Пусть выполняются условия (4)-(10). Тогда задача (1)-(3) имеет по крайней мере одно решение, для которого имеет место

$$u \in W^{1,\infty}(0, T; L^2(\Omega)) \cap L^\infty(0, T; V), \quad F(u) \in H^1(0, T; L^2(\Omega)).$$

Теорема 2. Пусть выполняются условия теоремы 1 ,

$$p \leq \frac{2}{N-2}, \quad N \geq 3 \quad (11)$$

и для $\forall u, v \in M(\Omega; W^{1,1}(0, T))$

$$\frac{\partial}{\partial t} [F(u) - F(v)] \leq L_2 \frac{\partial}{\partial t} (u - v). \quad (12)$$

Тогда решение задачи (1)-(3) единственно.

При выполнении условия (11): $V = H_0^1(\Omega) \cap L^{p+2}(\Omega) = H_0^1(\Omega)$. Пусть $E = H_0^1(\Omega) \times L^2(\Omega)$. Тогда при выполнении условий теоремы 2, задаче (1)-(3) соответствует полугруппа $\{S(t)\}_{t \geq 0}$ в E , формулой

$$S(t)(u^{(0)}, u^{(1)}) = (u, u_t),$$

где u есть единственное решение этой задачи.

Теорема 3. Задача (1)-(3), имеет ограниченное поглощающее множество (см. [5]) $B_0 \subset E$ при выполнении условий (4)-(12).

Если $\{S(t)\}_{t \geq 0}$ есть полугруппа, определенная на метрическом пространстве (X, d) , то наименьшее непустое ограниченное замкнутое множество $A \subset X$, которое удовлетворяет соотношению

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sup_{v \in B} \inf_{u \in A} d(S(t)v, u) = 0$$

для любого ограниченного множества $B \subset X$, называется минимальным глобальным аттрактором полугруппы $\{S(t)\}_{t \geq 0}$ (см. [5]).

Теорема 4. Пусть удовлетворяются условия теоремы 3. Тогда задача (1)-(3) имеет минимальный глобальный аттрактор, который инвариантен и компактен.

Литература

1. A.Visintin. Differential Models of Hysteresis. Springer, 1993.
2. Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: Мир, 1972.
3. Лионс Ж.Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. М.: Мир, 1971.
4. Ларькин Н.А., Новиков В.А., Яненко Н.Н. Нелинейные уравнения переменного типа. «Наука», Новосибирск, 1983.
5. Ладыженская О.А. О нахождении минимальных глобальных аттракторов для уравнений Навье-Стокса и других уравнений с частными производными. УМН, т. 42, №6, 25-60.
6. I.Lasiecka, A.R.Ruzmaikina, Finite dimensionality and regularity of attractors for 2-D semilinear wave equation with nonlinear dissipation, J. Math. Anal. Appl.270 (2002) 16-50.
7. A.Kh.Khanmamedov, Global attractors for wave equations with nonlinear interior damping and critical exponents, J. Differential Equations 230 (2006) 702-719.

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ОПЕРАТОРА РАССЕЯНИЯ НА ПОЛУОСИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Н.Ш. Искендеров, А.А. Мамедов

*Институт Математики и Механики НАНА, Бакинский Государственный Университет
nizameddin@hotmail.ru*

На полуоси рассмотрим гиперболическую систему уравнений вида

$$\xi_i \frac{\partial u_i(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial u_i(x,t)}{\partial x} = \sum_{j=1}^5 c_{ij}(x,t) u_j(x,t), \quad (1)$$

где $x \geq 0$, $-\infty < t < +\infty$, $\xi_1 > \xi_2 > \xi_3 > 0 > \xi_4 > \xi_5$, $c_{ij}(x,t)$ - измеримые комплексно-значные функции и удовлетворяют условиям

$$|c_{ij}(x,t)| \leq C(1+|x|)^{-1-\varepsilon}(1+|t|)^{-1-\varepsilon}, \quad \varepsilon > 0, \quad c_{ii}(x,t) = 0, \quad i, j = \overline{1,4}. \quad (2)$$

Задача рассеяния и обратная задача рассеяния для системы уравнений (1) при $n = 2$ полностью изучены в [1]. В [2] для системы (1) на полуоси рассмотрена прямая задача рассеяния.

Рассмотрим систему (1) на полуоси при различных граничных условиях:

$$\begin{aligned} 1. \quad & u_4^1(0,t) = u_1^1(0,t) + u_2^1(0,t), \quad (3) \\ & u_5^1(0,t) = u_3^1(0,t), \end{aligned} \quad \begin{aligned} 2. \quad & u_4^2(0,t) = u_1^2(0,t) + u_3^2(0,t), \quad (4) \\ & u_5^2(0,t) = u_2^2(0,t), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad & u_4^3(0,t) = u_2^3(0,t) + u_3^3(0,t), \\ & u_5^3(0,t) = u_1^3(0,t), \end{aligned} \quad (5)$$

Задача рассеяния, при совместном рассмотрении этих трех задач, ставится следующим образом, по заданным функциям $a_i(s) \in L_\infty(-\infty, \infty)$, ($i = 1, 2, 3$) найти решения первой, второй и третьей задач, для которых справедливы следующие асимптотические представления:

$$u_i^k(x,t) = a_i(t + \xi_i x) + o(1), \quad x \rightarrow +\infty, \quad i, k = \overline{1, 3}, \quad (6)$$

т.е.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \|u_i^k(x,t) - a_i(t + \xi_i x)\|_{L_\infty} = 0. \quad (7)$$

Совместное рассмотрение этих трех задач будем называть задачей рассеяния для системы (1) на полуоси.

В силу (2) получаем асимптотическое представление для $u_i^k(x,t)$ ($i = 4, 5; k = 1, 2, 3$), при $x \rightarrow +\infty$

$$u_i^k(x,t) = b_i^k(t + \xi_i x) + o(1), \quad i = 4, 5; k = 1, 2, 3, \quad b_i^k(s) \in L_\infty(-\infty, \infty).$$

Тем самым определены операторы S^k ($k = 1, 2, 3$) переводящие $a = (a_1, a_2, a_3)$ в (b_4^k, b_5^k) :

$$S^k = \begin{pmatrix} S_{11}^k & S_{12}^k & S_{13}^k \\ S_{21}^k & S_{22}^k & S_{23}^k \end{pmatrix}$$

Оператор $S = (S^1, S^2, S^3)$ называется оператором рассеяния для системы (1) на полуоси.

С помощью интегральных представлений решений можно доказать, что элементы оператора рассеяния S имеют следующих свойств.

$$S_{13}^3 - S_{13}^1 = I + A_+^1,$$

$$S_{13}^2 - S_{13}^1 = I + A_+^2$$

$$S_{21}^k + (I + M)S_{11}^k = (I + A_+)(I + A_-), \quad k = 1, 2, 3,$$

где

$$I + M = -(S_{23}^3 - S_{23}^1)(S_{13}^3 - S_{13}^1)^{-1}.$$

Для операторов $T = (t_{ij})_{i,j=1}^3$

$$T \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_5^1 \\ b_4^2 - b_4^1 \\ b_4^3 - b_4^1 \end{pmatrix},$$

$$T^1 = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{13} \\ t_{21} & t_{23} \end{pmatrix}, \quad T^2 = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{13} \\ t_{31} & t_{33} \end{pmatrix}, \quad T^3 = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix},$$

существуют обратные операторы. Более того,

$$(T)_{11}^{-1} = (I + K_+)^{-1}(I + N_-),$$

$$(T^1)_{22}^{-1} = -(I + A_+^3),$$

$$(T^2)_{22}^{-1} = -(I + A_+^4),$$

$$(T^3)_{22}^{-1} = -(I + A_+^5),$$

где T, T^1, T^2, T^3 - матричные интегральные операторы, I - единичный оператор, а $A_+, A_+^k (k = \overline{1,5})$. K_+, A_-, N_- - вольтерровские интегральные операторы с соответствующей полярностью.

Литература

1. Нижник Л.П. Обратные задачи рассеяния для гиперболических уравнений. - Киев: Наук. думка, 1991, 232 с.
2. Искендеров Н.Ш., Мамедов А.А. Обратная нестационарная задача рассеяния на полуоси Неньютоновские системы в нефтегазовой отрасли, Материалы Межд. Научной Конф. посвящ. 85-летнему юбилею акад. А.Х. Мирзаджанзаде, Баку, 2013, стр. 126-127.

ОБ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С НЕКЛАССИЧЕСКИМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

А.Н. Искендерова

Институт Математики и Механики НАНА

В последнее время обратные задачи находят очень широкое применение в различных областях науки: геофизике, сейсмологии, аэродинамике, гидродинамике, теории фильтрации, теории взрыва, сейсмологии, разведке полезных ископаемых, биологии, медицине, компьютерной томографии, и др. Различные обратные задачи для отдельных типов дифференциальных уравнений в частных производных изучались во многих работах. Фундаментальные результаты в исследованиях обратных задач были изложены в работах [1-5].

Рассмотрим для уравнения

$$a_1(t)u_t(x,t) + a_0(t)u(x,t) = u_{xx}(x,t) + f(x,t) \quad (1)$$

в области $D_T = \{(x,t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ обратную краевую задачу с нелокальным условием

$$u(x,0) + \delta u(x,T) = \varphi(x) \quad (0 \leq x \leq 1), \quad (2)$$

граничным условием

$$u(1,t) = 0 \quad (0 \leq t \leq T), \quad (3)$$

неклассическим краевым условием

$$u_{xxx}(0,t) - bu_{xx}(0,t) + a u_x(0,t) = 0 \quad (0 \leq t \leq T) \quad (4)$$

и с дополнительным условием

$$u(x_0,t) + \int_0^1 \chi(x)u(x,t)dx = h(t) \quad (0 \leq t \leq T), \quad (5)$$

где $x_0 \in (0,1), a > 0, b > 0, \delta \geq 0$ - заданные числа, $a_1(t) > 0, f(x,t), \varphi(x), \chi(x), h(t)$ - заданные функции, а $u(x,t)$ и $a_0(t)$ - искомые функции.

Определение. Классическим решением задачи (1)-(5) назовём пару $\{u(x,t), a_0(t)\}$ функций $u(x,t)$ и $a_0(t)$, обладающих следующими свойствами:

- 1) функция $u(x,t)$ непрерывна в D_T вместе со всеми своими производными, входящими в уравнение (1) и условие (4) ;
- 2) функция $a_0(t)$ непрерывна на $[0,T]$;
- 3) все условия (1)-(5) удовлетворяются в обычном смысле.

Сначала исходная задача приводится к эквивалентной задаче. С помощью метода Фурье эквивалентная задача сводится к системе интегральных уравнений. Доказаны существование и единственность решения системы интегральных уравнений. Найденное решение системы интегральных уравнений также является единственным решением эквивалентной задачи. На основании эквивалентности задач, доказана теорема существования и единственности классического решения исходной задачи.

Литература

1. Тихонов А.И. Об устойчивости обратных задач // Докл. АН СССР.-1943.-39. №5.-с. 195-198.
2. Лаврентьев М.М. Об одной обратной задаче для волнового уравнения // Докл. АН СССР.-1964.-157. №3.-с. 520-521.
3. Лаврентьев М.М. , Романов В.Г., Шишатский С.Т. Некорректные задачи математической физики и анализа. -М.: Наука, 1980.-286 с.
4. Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач.- М.: Изд-во МГУ, 1994. - 207 с.
5. Ivanchov M. I., Inverse Problems for Equation of Parabolic Type.// Ukraine.2003.p.240.

О СОПРЯЖЕННЫХ СИСТЕМАХ К $\tilde{X}$ -ФРЕЙМАМ

М.И. Исмаилов

Бакинский Государственный Университет

miqdadismailov1@rambler.ru

В работе введены понятия $\tilde{X}$ -фрейма и системы сопряженной к $\tilde{X}$ -фрейму. Найдены необходимые и достаточные условия существования системы сопряженной к $\tilde{X}$ -фрейму.

Пусть X, Z — B -пространства, $\tilde{X}$ — B -пространство последовательностей векторов X с координатными линейными операциями такое, что оператор $P_k : X \rightarrow \tilde{X}, P_k(x) = \{\delta_{ik} x\}_{i \in N}$ ограничен. $\tilde{X}$ называется СВ-

пространством, если для каждого $\{x_k\}_{k \in N} \in \tilde{X}$ имеет место

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\| \{x_k\}_{k \in N} - \sum_{k=1}^n \{\delta_{ik} x_k\}_{i \in N} \right\|_{\tilde{X}} = 0.$$

Определение 1. Систему $\{g_k\}_{k \in N} \subset L(Z, X)$ назовем $\tilde{X}$ -фреймом в Z , если существуют постоянные $A > 0$ и $B > 0$: $A\|z\|_Z \leq \|\{g_k(z)\}_{k \in N}\|_{\tilde{X}} \leq B\|z\|_Z$, $\forall z \in Z$.

Постоянные A и B называются $\tilde{X}$ -фреймовыми границами $\{g_k\}_{k \in N}$. В случае, если $\{g_k\}_{k \in N}$ будет удовлетворять правому неравенству, то $\{g_k\}_{k \in N}$ назовем $\tilde{X}$ -бесселевой в Z с границей B .

Определение 2. Пусть система $\{g_k\}_{k \in N} \subset L(Z, X)$ $\tilde{X}$ -бесселева в Z . $\tilde{X}^*$ -бесселевую в Z^* систему $\{\Lambda_k\}_{k \in N} \subset L(X, Z)$ назовем сопряженной для $\{g_k\}_{k \in N}$, если выполнено условие:

$$z = \sum_{k=1}^{\infty} \Lambda_k g_k(z), \quad \forall z \in Z.$$

Справедливы.

Теорема 1. Пусть $\tilde{X}$ – СВ-пространство, система $\{g_k\}_{k \in N} \subset L(Z, X)$ является $\tilde{X}$ -фреймом в Z . Тогда $\{g_k\}_{k \in N}$ имеет сопряженную систему тогда и только тогда, когда существует ограниченный правый обратный оператор к оператору

$$T(z) = \{g_k(z)\}_{k \in N}, \quad z \in Z.$$

Теорема 2. Пусть $\tilde{X}$ и $\tilde{X}^*$ – СВ-пространства, $\{g_k\}_{k \in N} \subset L(Z, X)$ является $\tilde{X}$ -фреймом в Z . Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1) $R(T)$ дополняемо в $\tilde{X}$;
- 2) существует $\tilde{X}^*$ -бесселевая в Z^* система $\{\Lambda_k\}_{k \in N} \subset L(X, Z)$:

$$z = \sum_{k=1}^{\infty} \Lambda_k g_k(z), \quad \forall z \in Z;$$

- 3) существует $\tilde{X}^*$ -бесселевая в Z^* система $\{\Lambda_k\}_{k \in N} \subset L(X, Z)$:

$$f = \sum_{k=1}^{\infty} f \Lambda_k g_k, \quad \forall f \in Z^*.$$

О РЕЗОЛЬВЕНТЕ ОДНОГО КЛАССА ОПЕРАТОРНОГО ПУЧКА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Э.У.Исмайлов

Бакинский Государственный Университет
Eldostismayilov@mail.ru

Рассмотрим в сепарабельном гилбертовом пространстве H операторный пучок третьего порядка

$$P(\lambda) = (\lambda E + A)(\lambda E - A)^2 + \sum_{j=0}^2 \lambda^j A_{3-j} \quad (1)$$

где λ – спектральный параметр, E – единичный оператор в H . $A, A_j (j = \overline{1,3})$

линейные операторы в H .

В данной заметке указана рост убывание резольвенты $P^{-1}(\lambda)$ в определенных лучах.

Имеет место

Теорема. Пусть выполняются следующие условия

- 1) A -положительно определенный самосопряженный оператор;
- 2) Операторы $B_j = A_j A^{-j}$ ($j = \overline{1,3}$) ограничены в H ;
- 3) На лучах $\Gamma_\psi = \{\lambda : \arg \lambda = \psi\}$, $\psi \in (0, \pi/2]$

выполняется неравенство

$$q(\psi) = \sum_{j=0}^2 d_j(\psi) \|B_{3-j}\| < 1$$

где

$$d_0(\psi) = \begin{cases} \frac{1}{\sin 2\psi}, & \psi \in (0, \pi/4] \\ 1, & \psi \in (\pi/4, \pi/2] \end{cases}$$

$$d_1(\psi) = d_2(\psi) = \frac{2}{3\sqrt{3} \sin \psi}, \psi \in (0, \pi/2).$$

Тогда операторный пучок $P(\lambda)$ обратим на луче Γ_ψ и имеет место следующее оценка

$$\sum_{j=0}^3 \|\lambda^j A^{3-j} P^{-1}(\lambda)\| \leq \text{const}, \lambda \in \Gamma_\psi \quad (2)$$

Следствие. Пусть выполняются условия 1) и 2) теоремы, и

$$q(\pi/2) = \sum_{j=0}^2 d_j(\pi/2) \|B_{3-j}\| < 1,$$

$$\text{где } d_0(\pi/2) = \begin{cases} 1, & \psi \in (0, \pi/4] \\ 1, & \psi \in (\pi/4, \pi/2] \end{cases}, \quad d_1(\pi/2) = d_2(\psi) = \frac{2}{3\sqrt{3}}.$$

Тогда $P(\lambda)$ обратим на мнимой оси и имеет место оценки (2).

DİNAMİK SİSTEMLƏRİN STASİONAR VƏZİYYƏTLƏRİNİN ÇOXSAYLILIĞI VƏ GENİŞ DİAPAZONDA İDARƏETMƏ PROBLEMİ

F.B. İmranov, H.Ə. Nağıyev

AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu

Adi diferensial tənliklərlə ifadə olunan dinamik sistemlərin vəziyyətlər fəzasında birdən artıq sayda stasionar vəziyyətlərinin olması faktı idarəetmə məsələləri baxımından xüsusi diqqət tələb edir [1]. Az təsadüf olunan fakt olsa da istehsal proseslərinin nominal işçi rejimlərini əks etdirən parametrlər oblastında bir neçə dayanıqlı müvazinət nöqtələri ətrafında həmin sayda cazibə sahələri formalaşmış

olur. Bu sahələri ayıran separatris səthlərin qurulması, və sistemin vəziyyət dəyişənlərinə avtomatlaşdırılmış nəzarətin həyata keçirilməsi məsələsi ilə yanaşı sistemi bir cazibə sahəsindən digərinə köçürmə məsələsi də idarəetmə nəzəriyyəsi və praktikasi baxımından çox önəmli sayılır [2].

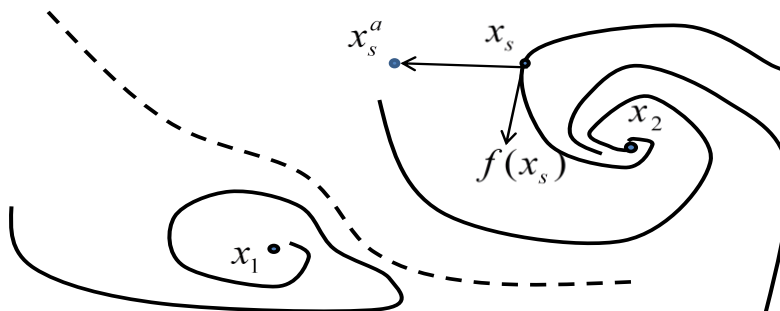
Tədqiqat işində sənaye istehsal prosesinin bir nümunəsi olaraq neftin krekinqi (yüngül krbahidrogenlərə parçalanması) prosesi üçün təyin olunmuş üç diferensial tənlik ilə ifadə olunmuş yazı modelin vəziyyətlər fəzası tədqiq olunmuş və orada üç stasionar nöqtədən ikisinin müxtəlif xarakteri (düyün, fokus tipli) dayanıqlı müvazinət nöqtələrinin mövcudluğu aşkar edilmişdir. Bu və bu qəbildən olan, yəni fəziyyətlər fəzasında birdən artıq sayda müvazinət nöqtələri olan sistemlər üçün aşağıdakı idarəetmə məsələsi tərtib edilə bilər.

Fərz edək ki, dinamik sistem aşağıdakı üç diferensial tənliklə təsvir olunmuşdur.

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x, u); i = \overline{1,3}.$$

Bu sistemin vəziyyətlər fəzasında iki attraktorunun (cazibə sahələri mərkəzləri) olduğunu fərz edək. Sistemin cari vəziyyətini xarakterizə edən təsviredici nöqtənin bu cazibə sahələrindən birində olduğunu fərz edək və sistemi həmin vəziyyətdən separatris səthin verilmiş hissəsinə köçürülmə məsələsinə baxaq.

Qeyd edilməlidir ki, idarəetmə prosesinin qurulması “insan-maşın” strategiyası əsasında təşkil edilməsi nəzərdə tutulmuş, yəni qərar qəbulunda prioritet insan intelliqtinə verilmiş hesab edilir.



Şəkil. İki dayanıqlı stasionarlar ətrafında idarəetmə traektoriyaları.

Beləliklə, vəziyyətlər fəzasında dinamik sistemdə idarə olunan yerdəyişmələrin yaradılması məsələsi meydana çıxır. “İnsan-maşın” idarəedici sistemin fəaliyyəti kimi nəzərdə tutulan bu proses iterativ qaydada, yəni idarəetmə vektorunun hər yeni addımında proektəndirilməsi yolu ilə həyata keçirilə bilər. Sistemin cari koordinatlarını ifadə edən təsviredici nöqtə ilə növbəti addımda arzu olunan koordinatları birləşdirən vektorun layihələndirilmə məsələsi qarşıya qoyulur. Cari idarəetmə vektorunu $u(x_s, x^a); s = 1, 2, \dots$ kimi ifadə edək və tələb edək ki, dinamik sistemin həmin idarə təsiri altında aldığı sürət ilə layihələndirilən istiqamət arasında minimal fərq əldə edilmiş olsun:

$$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{f_i(\mathbf{x}_s, \mathbf{u})}{|\mathbf{f}(\mathbf{x}_s, \mathbf{u})|} - \frac{(x_{si} - x_{si}^a)}{|\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_s^a|} \right)^2 \rightarrow \min$$

harada ki, $\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_s^a$ – sistemin, uyğun olaraq, cari və növbəti addımda arzu olunan koordinatlarını; $\frac{f_i(\mathbf{x}_s, \mathbf{u})}{|\mathbf{f}(\mathbf{x}_s, \mathbf{u})|}$; $i = \overline{1,3}$ ifadəsi $\mathbf{u}$ - nun təsiri altında meydana çıxan sürət vektorunun faza dəyişənləri fəzasında istiqamətləndirici kosinuslarını ifadə edir.

Seçilmiş istiqamətin “optimallığı” məsuliyyətini daşıyan (sözün qeyri-dəqiq mənasında) operator-texnoloq həmin $\mathbf{u}$ - nu hər hansı addımda layihələndirərkən, bir sıra strategiyaya əsaslanma bilər, məsələn, sərhəd səthinə olan qısa məsafə prinsipini rəhbər tutma bilər. Bu subyektiv optimallıq strategiyasının tətbiqindən gözlənilən ən üstün cəhət, əlbəttə, yüksək dayanıqlığın təmin edilməsidir.

Optimallıq anlayışının daha dəqiq səciyyələndiyi digər strategiya faza portretlərinin müqayisəli təhlilinə əsaslanma bilər. Yuxarıda faza portretlərinin təhlilindən göründüyü kimi, dayanıqlı cazibə sahəsinin yüksək temperaturda oblastında yerləşmiş olduğu topoloji variantlar çoxluğu mövcuddur və onlar arasında seçim aparmaq mümkündür.

Fərz edək ki, operator-texnoloq sistemin üç ölçülü vəziyyətlər fəzasında R radiuslu poliqon müəyyən etmişdir. Bu poliqona daxil olan ixtiyari dayanıqlı stasionar nöqtə suboptimallığa iddialı vəziyyət kimi qəbul edilərək, optimallıq meyarı əsasında müqayisədə iştirak edə bilər. Beləliklə idarəetmə parametrlərinin diskret çoxluğunda təyin olunmuş üç ölçülü faza portretlərinin bir-bir nəzərdən keçirilməsi baxılan konsepsiyada idarəetmə prosesinin mahiyyətini təşkil edir.

Ədəbiyyat

1. Elnashaie S.S., Abashar M.E., Teymuor F.A. Bifurcation instability and chaos in fluidized bed catalytic reactors with consecutive exothermic chemical reactions. //Chaos Solitons and Fractals. V.3, 1993, No.1, P.1-33.
2. Nagiev A.G. Stability of stationary states in a dynamical system in the static optimization problem. Automatic Control and Computer Sciences. 1999, v.33, N.5, p.15-23.

NONLINEAR FORCED VIBRATIONS OF VISCOELASTIC BODIES

M.H. Ilyasov

National Aviation Academy, Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

Let us consider the problem of vibrations of viscoelastic construction element governing by the nonlinear integrodifferential equation

$$f'' + 2cf' + \lambda^2 f + \gamma \lambda^2 f^3 + 2\varepsilon_L (f^3)' + \frac{2\chi}{3} \left[(f^3)'' - 3f(f')^2 \right] =$$

$$= \varepsilon \lambda^2 \int_0^t \Gamma(t-\tau) [f(\tau) + \gamma f^3(\tau)] d\tau + F \sin \omega t, \quad (1)$$

which belongs to a class of equation with small nonlinearities. Here the notations are traditionally [1]. Using Laplace transform to the equation (1) we find

$$s^2 \bar{f} + 2cs\bar{f} + \lambda^2 (1 - \varepsilon \bar{\Gamma}) \left[1 + \gamma \overline{(f^3)} / \bar{f} \right] \bar{f} + 2\varepsilon_L s \overline{(f^3)} + \frac{2}{3} \chi s^2 \overline{(f^3)} - 2\chi \overline{(f(f'))^2} = C_1 s + C_2 + \frac{F\omega}{s^2 + \omega^2}$$

where the line over the function denotes its Laplace transform, s is the complex parameter of transform, C_1 and C_2 are arbitrary constant obtained from the initial conditions. Here we find

$$\bar{f}(s) = \frac{C_1 s + C_2 + F\omega / (s^2 + \omega^2)}{s^2 \left(1 + \frac{2\chi}{3} \overline{f^3} / \bar{f} \right) + 2s \left(c + \frac{\varepsilon_L}{3} \overline{f^3} / \bar{f} \right) + \lambda^2 (1 - \varepsilon \bar{\Gamma}) \left[1 + \gamma \overline{(f^3)} / \bar{f} \right] - 2\chi \overline{(f(f'))^2} / \bar{f}} \quad (2)$$

The function $\bar{f}$ represented by (2) and the image of kernel of relaxation $\bar{\Gamma}$ are analytic in the right half-plane $\text{Re } s \geq s_0 > 0$. For $F = 0$ the poles are the roots of the equation

$$s^2 \left(1 + \frac{2\chi}{3} \overline{f^3} / \bar{f} \right) + 2s \left(c + \frac{\varepsilon_L}{3} \overline{f^3} / \bar{f} \right) + \lambda^2 (1 - \varepsilon \bar{\Gamma}) \left[1 + \gamma \overline{(f^3)} / \bar{f} \right] - 2\chi \overline{(f(f'))^2} / \bar{f} = 0 \quad (3)$$

and the branch points are defined on the expression of $\bar{\Gamma}(p)$. It is clear that after a sufficiently long period of time the free oscillations is damped out and only the forced vibrations would be observed. The initial conditions were forgotten with the system.

We start with $f = a \sin \omega(t - \vartheta)$ as the first approximation to the desired solution of frequency ω . For obtaining the second approach of roots it is necessary to calculate the

Laplace transform of nonlinear terms. Using the expressions

$$f^3 = \frac{a^3}{4} [3 \sin \lambda(t - \vartheta) - \sin 3\lambda(t - \vartheta)], \quad f(f')^2 = \frac{a^3 \lambda^2}{4} [\sin \lambda(t - \vartheta) + \sin 3\lambda(t - \vartheta)]$$

we find

$$\overline{f^3} / \bar{f} = \frac{3}{4} a^2 \left(1 - \frac{s^2 + \lambda^2}{s^2 + 9\lambda^2} \right), \quad \overline{(f(f'))^2} / \bar{f} = \frac{a^2 \lambda^2}{4} \left[1 + \frac{3(s^2 + \lambda^2)}{s^2 + 9\lambda^2} \right].$$

The function (3) has four roots $s_{1,2} = \pm i\omega$, $s_{3,4} = -\alpha \pm i\beta$, where

$$\alpha = c + \frac{\varepsilon \lambda \Gamma_s}{2} + \frac{\varepsilon_L a^2}{4} + \frac{3\varepsilon \gamma \lambda \Gamma_s a^2}{16} + \frac{1}{4} \varepsilon \chi \lambda \Gamma_s a^2 + \frac{1}{4} \varepsilon^2 \lambda \Gamma_s \Gamma_c,$$

$$\beta = \lambda \left[1 - \frac{\varepsilon \Gamma_c}{2} + \frac{3}{8} \gamma a^2 (1 - \varepsilon \Gamma_c) - \frac{\chi \omega^2}{2\lambda} a^2 - \frac{1}{2\lambda^2} \left(c + \frac{1}{4} \varepsilon_L a^2 \right)^2 \right]$$

and Γ_s, Γ_c are Fourier transform of the relaxation kernel.

For the forced vibration a is constant. Using the method of contour integration and residue theory we find the inverse Laplace transform of (2)

$$f(t) = \frac{F}{\sqrt{(\alpha^2 + \beta^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}} \sin(\omega t - \varphi) + \left[f_0 + \frac{2\alpha\omega F}{(\alpha^2 - \beta^2 + \omega^2)^2 + 4\alpha^2\beta^2} \right] e^{-\alpha t} \cos \beta t + \left[f_1 + 2cf_0 - \alpha f_0 + \frac{\omega F(\alpha^2 - \beta^2 + \omega^2)}{(\alpha^2 - \beta^2 + \omega^2)^2 + 4\alpha^2\beta^2} \right] e^{-\alpha t} \sin \beta t \quad (4)$$

where β is the frequency and α is the damping factor of damped vibrations of beam and

$$\tan \varphi = \frac{2\alpha\beta}{\alpha^2 + \beta^2 - \omega^2}.$$

It is seen that, the first term of (4) describe the harmonic vibrations with the frequency of external disturbance ω and the other terms corresponds to the damped vibrations with the fundamental frequency β . For increasing t these terms are damped out and only the forced vibrations would be observed. The amplitude of these vibrations is defined from the equation

$$a = \frac{F}{\sqrt{(\alpha^2 + \beta^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}} = \frac{F}{\beta^2 \sqrt{(1-x^2 + \Lambda^2)^2 + 4x^2\Lambda^2}} \quad (5)$$

as the right-hand side depend on a , where $x = \omega/\beta$, $\Lambda = \alpha/\beta$. If $\beta > \alpha$, the maximum of a (the resonance amplitude) is received at $x^2 = 1 - \Lambda^2$ and equal to $a_{\max} = \frac{F}{2\alpha\beta}$.

We see that the maximum of the graph $a(x)$ removed on the left-hand side from the straight line $x=1$. If $\omega^2 = \alpha^2 + \beta^2$, then the steady-state vibrations of the beam take place with the harmonic law with the frequency of ω $f(t) = \frac{F}{2\alpha\omega} \cos \omega t$ If we denote

$$A^2 = F^2 \frac{\frac{3\gamma}{4}(1 - \varepsilon\Gamma_c) - \chi\omega^2}{8\omega^3(c + \varepsilon\lambda\Gamma_c/2)^3}, \quad \rho^2 = a^2 \frac{\frac{3\gamma}{4}(1 - \varepsilon\Gamma_c) - \chi\omega^2}{2\omega(c + \varepsilon\lambda\Gamma_c/2)}, \quad \zeta = \frac{\omega}{2(c + \varepsilon\lambda\Gamma_c/2)} \left(1 - \frac{\lambda^2}{\omega^2} + \frac{\varepsilon\lambda^2\Gamma_c}{\omega^2} \right),$$

from (5) we find the resonance curve equation

$$\rho^2 [1 + (\rho^2 - \zeta^2)] = A^2. \quad (6)$$

Here ζ is detuning parameter, ρ is proportional to the amplitude of vibrations and A is proportional to the amplitude of excitation. From (6) we find

$$\frac{d\rho^2}{d\zeta} = \frac{2\rho^2(\rho^2 - \zeta)}{1 + 3\rho^4 - 4\rho^2\zeta + \zeta^2}. \quad (7)$$

It means that, in the coordinate plane (ζ, ρ^2) , the resonance curves intersect the straight line $\rho^2 = \zeta$, having the horizontal tangent (see Figure 1.). Let q denotes the denominator of (7). The (ζ, ρ^2) plane divided on two parts from the curve $q=0$; one of them $q>0$ and on other $q<0$. The resonance curves intersect the curve $q=0$ having vertical tangent. From equation $q=0$ it obtain that the domain $q<0$ situated on $\zeta \geq \sqrt{3}$, which corresponds to $\rho^2 = 2/\sqrt{3}$ and $A^2 = 8\sqrt{3}/9$. For $A^2 < 8\sqrt{3}/9$ and for any

ζ the resonance curve corresponds to the stable state of equilibrium and the system moves harmonic vibrations with the frequency of excitation for any ζ . For $A^2 > 8\sqrt{3}/9$ the part of resonance curve situated in the domain $q < 0$; the part of resonance curve situated out of the domain correspond to the stable state of equilibrium, but the part situated in the domain $q < 0$ correspond to unstable state of equilibrium.

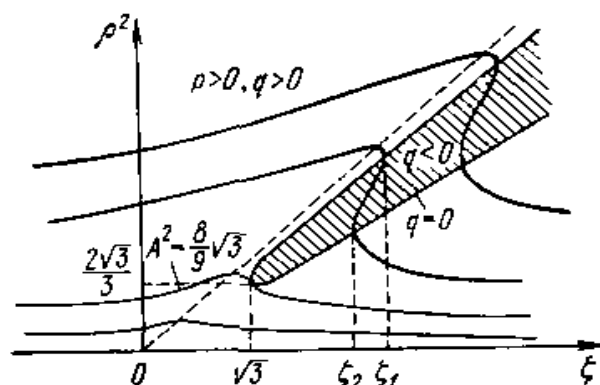


Figure 1. The resonance curves and the domain $q \leq 0$.

Thus, for changing ζ from the negative values until $\zeta = \zeta_1$ (ζ_1 is the abscissa of the point of intersection of upperlying part of resonance curve with the boundary of the domain $q < 0$), the motion is periodic with the frequency of excitation and the amplitude correspond to the upper part of the resonance curve. For $\zeta = \zeta_1$ the amplitude changes step-wise and for increasing ζ the motion take place corresponding to the underlying part of the resonance curve. For the opposite variation of ζ the step-wise change take place for $\zeta = \zeta_2$ (ζ_2 is the abscissa of the point of intersection of underlying part of resonance curve with the boundary of the domain $q < 0$; $\zeta_1 > \zeta_2$) and then the amplitude correspond to the upper part of the resonance curve. Thus, for $\zeta < \zeta_2$ and $\zeta > \zeta_1$, for any initial condition there established the harmonic motion with the frequency of external force and the amplitude corresponding to the underlying or upperlying parts of the resonance curve. For $\zeta_2 < \zeta < \zeta_1$, in dependence of initial conditions there established the periodical motion, which the amplitude corresponds to the underlying or upperlying parts of resonance curve.

Reference

1. М.Х.Ильясов. Нестационарные вязкоупругие волны. Баку, 2011, 330 с.

ON DECOMPOSITION IN BANACH SPACES

A.I. Ismailov, Ch.M. Hashimov

Baku State University, Ganja State University

chingiz.heshimov.88@mail.ru

The problem of decomposition of the elements of Banach space or its subspace with respect to the given system plays a crucial role in many areas of mathematics such as approximation theory, spectral theory of operators, theory of bases, theory of frames, etc. Different branches of natural science showed a keen interest in the theory of frames since recently. Many review articles and monographs (see, e.g., R.Young [1], O.Christensen [2-5], Heil Ch. [6], Chui Ch. [7], etc.) have been dedicated to this theory. For applications we refer the reader to the monograph by Daubechies I. [8] and a review article by Dremin I.M., Ivanov O.V., Nechitailo V.A. [9]. One of the central points in the theory of frames is a decomposition of an arbitrary element with respect to a frame. In Hilbert spaces, unlike Banach spaces, such decomposition is always the case. In Banach spaces, there are frames which don't allow decomposition for an arbitrary element (more details on this matter can be found in [10]). Therefore, the problem of decomposition with respect to the given system in Banach spaces is of special interest.

In this work, we consider the problem of decomposability of an arbitrary element with respect to the given system. We prove that if any element in Banach space can be expanded in some system which becomes complete after exclusion of a finite number of its elements, then any element is also decomposable with respect to the newly created system. We extend this result to the case of t -decomposition generated by the tensor product of Hilbert spaces X and Y . The results obtained in this work can be used also in the theory of frames.

References

1. Young R. An introduction to non-harmonic Fourier series. Academic Press, New York, 1980.
2. Christensen O. A short introduction to frames, Gabor systems, and wavelet systems. Azerb. Journal of Mathematics. vol. 4, no 1 (2014)
3. Christensen O. An Introduction to Frames and Riesz Bases, Birkhauser, Boston, 2002.
4. Christensen O. Frames and bases. An introductory course, Birkhauser, Boston, 2008.
5. Christensen O. Frames, Riesz bases, and discrete Gabor/wavelet expansions. Bull. Amer. Math. Soc. (ISSN: 1088-9485), vol: 38, issue: 3, pages: 273-291, 2001
6. Heil Ch. A Basis Theory Primer, Springer, 2011, 534 p.
7. Chui Ch. Wavelets: a tutorial in theory and applications. Academic Press, Boston, 1992, 724 p.
8. Daubechies I. Ten lectures on wavelets. SIAM, Philadelphia, 1992.

9. Dremin I.M., Ivanov O.V., Nechitailo V.A. Wavelets and their uses. Usp. physics nauk, 2001, v.171, No 5, pp. 465-501.
10. Christensen O., Stoeva D. T. p -frames in separable Banach spaces, Advances in Computational Mathematics 18:2003, 17 -- 126.

ON THE ALTERNATING ALGORITHM FOR THE APPROXIMATION BY LINEAR SUPERPOSITIONS

V. E. Ismailov¹, I. K. Maharov

Institute of Mathematics and Mechanics ANAS

Let X be a compact convex subset of the space $\mathbb{R}^d$. Fix two continuous maps $s: X \rightarrow \mathbb{R}$, $p: X \rightarrow \mathbb{R}$ and consider the following spaces of superpositions of functions:

$$S = \{h \circ s : h \in C(\mathbb{R})\},$$

$$P = \{g \circ p : g \in C(\mathbb{R})\},$$

$$U = S + P.$$

We are going to deal with the problem of approximating a continuous function $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ using functions from the space U . By $s(X)$ and $p(X)$ we will denote the images of X under the mappings s and p respectively. Define the following operators

$$H : C(X) \rightarrow S, (Hf)(a) = \frac{1}{2} \left(\max_{\substack{x \in X \\ s(x)=a}} f(x) + \min_{\substack{x \in X \\ s(x)=a}} f(x) \right), \text{ for all } a \in s(X)$$

and

$$G : C(X) \rightarrow P, (Gf)(b) = \frac{1}{2} \left(\max_{\substack{x \in X \\ p(x)=b}} f(x) + \min_{\substack{x \in X \\ p(x)=b}} f(x) \right), \text{ for all } b \in p(X).$$

We are interested in algorithmic methods for computing the distance to a given continuous function $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ from the manifold U . Historically, there is one procedure called the Diliberto-Straus algorithm [3]. This procedure can be described as follows: Starting with $f_1 = f$ compute $f_2 = f_1 - Hf_1$, $f_3 = f_2 - Gf_2$, $f_4 = f_3 - Hf_3$, and so forth. Clearly, $f - f_n \in U$ and the sequence $\{\|f_n\|\}_{n=1}^\infty$ is nonincreasing. The question is if and when $\|f_n\|$ converges to the error of approximation from U ?

Many approximation theoretic problems associated with the set U were considered in the relatively recent monograph by Khavinson [8]. In this monograph, the Diliberto-Straus algorithm was given a special attention (see [8, p.112-126]). Khavinson analyzed the algorithm in its simplest case, in which $s(x)$ and $p(x)$ are the coordinate functions and X is a rectangle in $\mathbb{R}^2$ with sides parallel to the coordinate

¹ Research of the first author has been supported by SOCAR Science Foundation of Azerbaijan under grant SOCAR EF 2013.

axes. But the question on the convergence of the algorithm for other sets remained unanswered there.

Note that the space U , in particular cases, turn into sums of two ridge functions with fixed directions. The literature abounds with the use of ridge functions and their linear combinations (see, e.g., [2,5,11,12] and a great deal of references therein). A ridge function is a multivariate function of the form $g(\mathbf{a} \cdot \mathbf{x})$, where $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^d \setminus \{\mathbf{0}\}$ is a fixed vector (direction), $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$ is the variable, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{x}$ is the Euclidean inner product and g is a univariate function.

For the further analysis we need the following objects called paths.

Definition (see [7]). An ordered set $l = (x_1, x_2, \dots, x_n) \subset X$, where $x_i \neq x_{i+1}$, with either $s(x_1) = s(x_2), p(x_2) = p(x_3), s(x_3) = s(x_4), \dots$ or $p(x_1) = p(x_2), s(x_2) = s(x_3), p(x_3) = p(x_4), \dots$ is called a path with respect to the functions s and p .

If in a path $(x_1, \dots, x_n, x_{n+1})$, $x_{n+1} = x_1$ and n is an even number, then the path $l = (x_1, \dots, x_n)$ is called to be closed. If $s(x)$ and $p(x)$ are the coordinate functions on $\mathbb{R}^2$, then the above definition defines an ordinary path (or a bolt of lightning in a number of papers, see, e.g., [1,8]). It is well known that the idea of ordinary paths, first introduced by Diliberto and Straus [3], played significant role in many problems of the approximation and interpolation of bivariate functions by sums of univariate functions (see, e.g., [4,8,9,10]). Paths with respect to two directions $\mathbf{a}$ and $\mathbf{b}$ (that is, with respect to the functions $\mathbf{a} \cdot \mathbf{x}$ and $\mathbf{b} \cdot \mathbf{x}$) were exploited in some papers devoted to ridge function interpolation (see, e.g., [2,5]). In [6], paths were generalized to those with respect to a finite set of functions. The last objects turned out to be very useful in problems of representation by linear superpositions.

The following theorem is valid.

Theorem. Let $X \subset \mathbb{R}^d$ be a convex compact set with the property: for any path $l = (x_1, \dots, x_n) \subset X$ there exist points $x_{n+1}, \dots, x_{n+m} \in X$ such that $(x_1, \dots, x_{n+m})$ is a closed path and m is not more than some positive integer N independent of l . Then $\|f_n\|$ converges to the error of approximation $\text{dist}(f, U)$.

References

1. V. I. Arnold, On functions of three variables, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **114** (1957), 679-681; English transl, *Amer. Math. Soc. Transl.* **28** (1963), 51-54.
2. D. Braess and A. Pinkus, Interpolation by ridge functions, *J. Approx. Theory* **73** (1993), 218-236.
3. S. P. Diliberto and E. G. Straus, On the approximation of a function of several variables by the sum of functions of fewer variables, *Pacific J. Math.* **1** (1951), 195-210.
4. N. Dyn, W. A. Light and E. W. Cheney, Interpolation by piecewise-linear radial basis functions, *J. Approx. Theory.* **59** (1989), 202-223.
5. V. E. Ismailov and A. Pinkus, Interpolation on lines by ridge functions, *Journal of*

Approximation Theory **175** (2013), 91-113.

6. V.E. Ismailov, A note on the representation of continuous functions by linear superpositions, *Expositiones Mathematicae* **30** (2012), 96-101.

7. V.E. Ismailov, On the approximation by compositions of fixed multivariate functions with univariate functions, *Studia Mathematica* **183** (2007), 117-126.

8. S.Ya. Khavinson, *Best approximation by linear superpositions (approximate nomography)*, Translated from the Russian manuscript by D. Khavinson. Translations of Mathematical Monographs, 159. American Mathematical Society, Providence, RI, 1997, 175 pp.

9. W. A. Light, E. W. Cheney, On the approximation of a bivariate function by the sum of univariate functions. *J. Approx. Theory* **29** (1980), 305--322.

10. W. A. Light, E. W. Cheney, *Approximation theory in tensor product spaces*, Lecture Notes in Mathematics, 1169. Springer-Verlag, Berlin, 1985, 157 pp.

11. V. E. Maiorov, On best approximation by ridge functions, *J. Approx. Theory* **99** (1999), 68-94.

12. A. Pinkus, Approximating by ridge functions, in: *Surface Fitting and Multiresolution Methods*, (A.Le Méhauté, C.Rabut and L.L.Schumaker, eds), Vanderbilt Univ.Press (Nashville), 1997, 279-292.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА С ПОТЕРЕЙ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ГИПЕРБОЛО - ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Г.Р. Кадирова

Институт Математики и Механики НАНА

gunayqedirova@inbox.ru

Энергетическая оценка с потерей для одного класса гипербола-параболической системы

Пусть $\Omega \subset R^n$ ограниченная область с гладкой границей Γ . В области $Q = [0, \infty) \times \Omega$ рассмотрим смешанную задачу

$$\left. \begin{aligned} u_{tt} + a(t)\Delta^2 u + \Delta\theta &= 0, \\ \theta_t - \Delta\theta - \Delta u_t &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

с граничными условиями

$$u(t, x) = \Delta u(t, x) = \theta(t, x) = 0, \quad t > 0, x \in \Gamma, \quad (2)$$

и с начальными условиями

$$u(0, x) = u_0(x), \quad u_t(0, x) = u_1(x), \quad \theta(0, x) = \theta_0(x) \quad x \in (0, 1), \quad (3)$$

где $p > 1$, $a(t) \geq a_0 > 0$. Известно, что если $a(t)$ удовлетворяет условию Липшица, то для решения задачи (1)-(3) имеет место оценка

$$\|\dot{u}(t, \cdot)\|_{H^s}^2 + \|u(t, \cdot)\|_{H^{s+1}}^2 + \|\theta(t, \cdot)\|_{H^s}^2 + \int_0^t \|\theta(s, \cdot)\|_{H^{s+1}}^2 ds \leq \|u_1(\cdot)\|_{H^s}^2 + \|u_0(\cdot)\|_{H^{s+1}}^2 + \|\theta_0(\cdot)\|_{H^s}^2, \quad t \geq 0. \quad (4)$$

Если $a(t)$ не удовлетворяет условию Липшица, то неравенство (4) не выполняется. Пусть $a(t)$ удовлетворяет следующему условию:

$$|a(t+\tau) - a(t)| \leq M|\tau| |\log \tau| \cdot \omega(\tau),$$

где $\omega(\tau)$ ограниченная функция и монотонно убывая стремится к нулю при $\tau \rightarrow +0$, а $|\log \tau| \omega(\tau)$ стремится к бесконечности при $\tau \rightarrow +0$.

В работе при вышеуказанных условиях доказывается справедливость оценки

$$\|\dot{u}(t, \cdot)\|_{H^{s-\delta}}^2 + \|u(t, \cdot)\|_{H^{s+1-\delta}}^2 + \|\theta(t, \cdot)\|_{H^s}^2 + \int_0^t \|\theta(s, \cdot)\|_{H^{s+1}}^2 ds \leq c(\|u_1(\cdot)\|_{H^s}^2 + \|u_0(\cdot)\|_{H^{s+1}}^2 + \|\theta_0(\cdot)\|_{H^s}^2), t \geq 0,$$

где $\delta > 0$ произвольное положительное число.

СУЩЕСТВОВАНИЕ ОГРАНИЧЕННОГО ПОГЛОЩАЮЩЕГО МНОЖЕСТВА ДЛЯ СИСТЕМ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

А.А. Казимов

*Нахчыванский Государственный Университет
anarkazimov1979@gmail.com*

Пусть $\Omega \subset R^n$ - ограниченная область с гладкой границей Γ . В области рассмотрим смешанную задачу для полулинейных гиперболических систем

$$\begin{cases} u_{1tt} + (-1)^{l_1} \Delta^{l_1} u_1 + u_{1t} + |u_1|^{p-1} |u_2|^{q+1} u_1 = g_1(x), \\ u_{2tt} + (-1)^{l_2} \Delta^{l_2} u_2 + u_{2t} + |u_1|^{p+1} |u_2|^{q-1} u_2 = g_2(x), \end{cases} \quad (1)$$

с граничными

$$\Delta^k u_i(t, x) = 0, \quad t \geq 0, \quad x \in \Gamma, \quad k = 1, 2, \dots, l_i - 1, \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

и с начальными условиями

$$u_i(0, x) = u_{i0}(x), \quad u_{it}(0, x) = u_{i1}(x), \quad x \in \Omega, \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

Здесь $l_1, l_2 = 1, 2, \dots$, а $g_1(x)$ и $g_2(x)$ заданные функции.

Доказаны теоремы о существовании и единственности решений рассматриваемой задачи. Доказано также существование ограниченного поглощающего множества.

Пусть:

$$\overline{W}_2^r = \left\{ u \in W_2^r(\Omega), \Delta^l u(x) = 0, \text{ где } l = 0, 1, \dots, \frac{r}{2}, \text{ если } r \text{ четно}, l = 0, 1, \dots, \frac{r-1}{2}, \text{ если } r - \text{нечетно} \right\}.$$

Предположим, что выполнено одно из следующих условий:

- 1) $\frac{n}{2} \leq l_1 \leq l_2, p = 0, q \geq 0$;
- 2) $l_1 < \frac{n}{2} \leq l_2, p < \frac{n+2l_1}{n-2l_1}, q \geq 0$;
- 3) $l = l_1 = l_2 < \frac{n}{2}, p + q < \frac{2l}{n-2l}$.

В работе доказывається, что задача (1)-(3) имеет ограниченное поглощающее множество $B_0 \subset E$, где $E = \overline{W}_2^{l_1} \times L_2(\Omega) \times \overline{W}_2^{l_2} \times L_2(\Omega)$.

ВЛИЯНИЕ ПОВРЕЖДЕНИЙ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ КРУГОВОГО ДИСКА

Н.М. Калантарлы

Институт Математики и Механики НАНА

nailya1975@gmail.com

Рассмотрим сплошной металлический круговой диск радиуса R , нагруженный на контуре сосредоточенными силами P . Рассматривается квазистатическая задача в постановке плоско - напряженного состояния. По мере нагружения металлического диска в процессе работы в материале будут появляться концентраторы напряжений (области ослабленных межчастичных связей материала). При нагружении в прослойках перенапряженного материала (повреждениях) образуются зоны пластического течения.

Пусть для определенности силовая нагрузка изменяется таким образом, что в областях ослабленных межчастичных связей (в зонах предразрушения) материала осуществляется пластическое деформирование. Взаимодействие берегов зон предразрушения моделируется линиями пластического течения между берегами (вырожденными зонами пластического деформирования). Размеры зон пластического течения при постоянном напряжении зависят от вида материала. Из опыта [1] хорошо известна на ранних стадиях разрушения общая тенденция к формированию областей с нарушенной структурой материала в виде узких слоев, занимающих незначительный объем тела по сравнению с упругой зоной. Указанные зоны (прослойки перенапряженного материала) малы по сравнению с остальной упругой частью диска, поэтому согласно модели [2] их можно мысленно удалить, заменив разрезами, поверхности которых взаимодействуют между собой по некоторому закону, соответствующему действию удаленного материала. В этом случае необходимо в первую очередь найти зависимость между усилиями и перемещениями в той части деформируемого материала, где действуют силы межчастичного взаимодействия.

В рассматриваемом случае возникновение зародышевой трещины представляет собой процесс перехода области предразрушения в область разорванных связей между поверхностями тела. Размеры зон предразрушения заранее неизвестны и подлежат определению.

Пусть в диске имеется N прямолинейных зон предразрушения (повреждений) длиной $2l_k$ ($k=1,2,\dots,N$). В центре зон предразрушения разместим начала систем координат $x_k O_k y_k$, оси x_k которых совпадают с зонами предразрушения и образуют углы α_k с осью x . Принято, что в зонах предразрушения происходит пластическое течение при постоянном

напряжении. Граничные условия на берегах зон предразрушения имеют вид

$$\sigma_{y_k} = \sigma_s, \quad \tau_{x_k y_k} = \tau_s \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

где σ_s - предел текучести материала диска на растяжение; τ_s - предел текучести материала диска на сдвиг.

Представим искомое напряженное состояние в круговом диске в следующем виде

$$\sigma_x = \sigma_x^0 + \sigma_x^1, \quad \sigma_y = \sigma_y^0 + \sigma_y^1, \quad \tau_{xy} = \tau_{xy}^0 + \tau_{xy}^1 \quad (2)$$

где σ_x^0 , σ_y^0 , τ_{xy}^0 - напряжения, возникающие в круговом изотропном диске при отсутствии зон предразрушения.

Для определения компонент напряжений σ_x^1 , σ_y^1 , τ_{xy}^1 , удовлетворяющих уравнениям плоской задачи теории упругости, приходим к следующей краевой задаче

$$\sigma_{y_k}^1 + i\tau_{x_k y_k}^1 = \sigma_s + \tau_s + f_k(x_k) \quad \text{при} \quad y_k = 0, \quad |x_k| \leq l_k \quad (3)$$

$$\sigma_r^1 + i\tau_{r\theta}^1 = F(t) \quad \text{на контуре} \quad |x + iy| = R \quad (4)$$

Для решения краевой задачи используются методы теории аналитических функций. Удовлетворяя граничным условиям задачи получена система сингулярных интегральных уравнений. Система комплексных сингулярных интегральных уравнений с помощью алгебраизации [3] сводится к системе $N \times M$ алгебраических уравнений для определения $N \times M$ неизвестных. Перейдя к комплексно сопряженным значениям, получаем еще $N \times M$ алгебраических уравнений. Полученная алгебраическая система уравнений пока не является замкнутой. Для замыкания полученной алгебраической системы необходимо добавить условия конечности напряжений у вершин зон предразрушения.

Аналогично может быть рассмотрен случай, когда часть зон предразрушения (или все зоны предразрушения) выходит одним концом на круговую границу диска.

Получено условие предельно-равновесного состояния, когда в диске возникает трещина.

Совместное решение полученных алгебраических систем и предельного условия дает возможность (при заданных характеристиках трещиностойкости материала) найти критическую величину внешней нагрузки P , размеры зон предразрушения для состояния предельного равновесия, при котором произойдет появление трещины.

Полученные результаты можно использовать для экспериментального определения критического раскрытия берегов зоны предразрушения (показателя сопротивления материала трещинообразованию).

Литература

1. Панасюк В.В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. Киев: Наукова думка, 1991. 416 с.

2. Мирсалимов В.М. Зарождение дефекта типа трещины во втулке контактной пары // Математическое моделирование. 2005, т. 17, №2, с. 35-45.
3. Мирсалимов В.М. Неоднородные упругопластические задачи. М.: Наука, 1987. 256 с.

ОБ ОДНОМ УРАВНЕНИИ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

У. Калекуш

Нахчыванский Государственный Университет

Пусть H -сепарабельное гильбертово пространство, A -положительно-определенный оператор в H .

Рассмотрим в пространстве H операторно-дифференциальное уравнение

$$P(d(dt)u(t)) = \frac{d^4 u}{dt^4} + \rho(t)A^4 u + C \frac{d^2 u}{dt^2} = f(t), t \in R = (-\infty, \infty) \quad (1)$$

где $f(t) \in L_2(R; H)$, $u(t) \in W_2^4(R; H)$. Здесь гильбертово пространство $L_2(R; H)$ и $W_2^4(R; H)$ определяются следующим образом:

$$L_2(R; H) = \left\{ f(t) : \|f\| = \left(\int_R \|f(t)\|^2 dt \right)^{1/2} < \infty \right\},$$

$$W_2^2(R; H) = \{u(t) : A^4 u \in L_2(R; H), u^{(A)} \in L_2(R; H), \|u\|_{W_2^4(R; H)} = \\ = \|u^{(4)}\|_{L_2^4(R; H)} + \|A^4 u\|_{L_2^4(R; H)}\}$$

В уравнение 1 операторные коэффициенты удовлетворяют условиям:

- 1) A -положительно определенный самосопряженный оператор с вполне непрерывным обратным A^{-1} ;
- 2) $D(C) \supset D(A^2)$ $\|Cx\| \leq \|A^2 x\|, \forall x \in D(A^2)$;
- 3) $\rho(t)$ измеримая скалярная функция, причем $0 < \alpha < \rho(t) < \beta < \infty$.

Определение. Если при любом $f(t) \in L_2(R; H)$ существует вектор-функция $u(t) \in W_2^4(R; H)$ удовлетворяющее уравнение (1) почти всюду и оценку

$$\|u\|_{W_2^4(R; H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_2(R; H)}$$

то будем говорить, что уравнение (1) регулярно разрешима.

Имеет место

Теорема. Пусть выполняются условия 1) -3) и

$$\|Cx\| < \frac{1}{2} \alpha^{-1/2} \|A^2 x\|, x \in D(A^2)$$

Тогда уравнение (1) регулярно разрешима.

О ПРОСТРАНСТВАХ ТИПА MORREY

З.А. Касумов, А.А. Гулиева

Институт Математики и Механики НАНА

aida-taqiyeva@rambler.ru

В данной работе определяются пространства Morrey-Lebesgue и Morrey-Hardy. Устанавливается общее представление функций из класса Morrey-Hardy. Доказывается справедливость аналога классической теоремы Смирнова и в этом случае.

Пространство Morrey-Lebesgue. Пусть Γ некоторая спрямляемая кривая Жордана на комплексной плоскости $\mathbb{C}$. Через $|M|_\Gamma$ обозначаем линейную меру Лебега множества $M \subset \Gamma$. Под пространством Morrey-Lebesgue $L^{p,\alpha}(\Gamma)$, $0 \leq \alpha \leq 1$, $p \geq 1$, понимаем нормированное пространство всех измеримых на Γ функций $f(\xi)$ с конечной нормой $\|\cdot\|_{L^{p,\alpha}(\Gamma)}$:

$$\|f\|_{L^{p,\alpha}(\Gamma)} = \left\{ \sup_B |B \cap \Gamma|^{\alpha-1} \int_{B \cap \Gamma} |f(\xi)|^p |d\xi| \right\}^{1/p} < +\infty.$$

$L^{p,\alpha}(\Gamma)$ является банаховым и $L^{p,1}(\Gamma) = L_p(\Gamma)$, $L^{p,0}(\Gamma) = L_\infty(\Gamma)$. Естественным образом определяется весовой случай $L_\mu^{p,\alpha}(\Gamma)$ с весовой функцией $\mu(\xi)$ на Γ с нормой $\|\cdot\|_{L_\mu^{p,\alpha}(\Gamma)}$:

$$\|f\|_{L_\mu^{p,\alpha}(\Gamma)} = \|f\mu\|_{L^{p,\alpha}(\Gamma)}, \quad f \in L_\mu^{p,\alpha}(\Gamma).$$

Верно включение $L^{p,\alpha_1}(\Gamma) \subset L^{p,\alpha_2}(\Gamma)$ при $0 \leq \alpha_1 \leq \alpha_2 \leq 1$. Таким образом, $L^{p,\alpha_1}(\Gamma) \subset L_1(\Gamma) \quad \forall \alpha \in [0,1]$ и $\forall p \geq 1$.

Пространство Morrey-Hardy

Единичную окружность с центром в $z=0$ обозначим через γ и пусть $\text{int } \gamma = \omega$. Сперва определим класс гармонических внутри ω функций $h^{p,\alpha}$ типа Morrey с нормой $\|\cdot\|_{h^{p,\alpha}}$:

$$\|u\|_{h^{p,\alpha}} = \sup_{0 < r < 1} \|u(re^{it})\|_{L^{p,\alpha}(\gamma)}.$$

Используя полноту пространства $L^{p,\alpha}(\gamma)$, аналогично классическому случаю h_p легко доказать, что $h^{p,\alpha}$ является банаховым. Имеет место включение $h^{p,\alpha_1} \subset h^{p,\alpha_2}$ при $0 \leq \alpha_1 \leq \alpha_2 \leq 1$ и $h^{p,\alpha} \subset h_1$, $\forall \alpha \in [0,1]$ и $\forall p \geq 1$, где $h_p = h^{p,1}$. Из $h^{p,\alpha} \subset h_1$ следует, что произвольный элемент $u \in h^{p,\alpha}$ имеет некасательные граничные значения п.в. на $\partial\omega$.

Максимальную функцию Харди-Литтлвуда (или оператора Харди-Литтлвуда) функции $u^+(t)$ обозначим через $Mu^+(t)$. Как известно, существует постоянная A_{θ_0} , зависящая только от θ_0 , для которой внутри каждого угла θ_0 с вершиной в $z = e^{it}$ имеет место

$$\sup_{z \in \theta_0} |u(z)| \leq A_{\theta_0} M u^+(t), \quad \forall t \in [0, 2\pi].$$

Относительно этого факта можно рассмотреть например, монографии [1-2]. Следовательно, совершенно очевидно, что $\exists A > 0$:

$$\sup_{0 < r < 1} |u(re^{it})| \leq A M u^+(t), \quad \forall t \in [0, 2\pi]. \quad (1)$$

По результатам работы [3], при $0 \leq \alpha \leq 1$ оператор M ограниченно действует в $L^{p,\alpha}$, $1 < p < +\infty$, т.е. $\exists c > 0$:

$$\int_{B \cap \gamma} |Mu^+|^p |d\tau| \leq C |B \cap \gamma|^{1-\alpha}.$$

Принимая во внимание неравенство (1) отсюда непосредственно получаем, что $u \in h^{p,\alpha}$. Таким образом, справедлива

Теорема. *Функция u принадлежит классу $h^{p,\alpha}$, $1 < p < +\infty$, $0 \leq \alpha \leq 1$, тогда и только тогда, когда $\exists u^+ \in L^{p,\alpha}$, такое что для нее имеет место представление $u(re^{it}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u^+(s) \mathcal{P}(r, s-t) ds$.*

Аналогичным образом определяется пространство Morrey-Hardy $H_+^{p,\alpha}$ аналитических внутри единичного круга функций $f(z)$ с нормой $\|\cdot\|_{H_+^{p,\alpha}}$:

$$\|f\|_{H_+^{p,\alpha}} = \sup_{0 < r < 1} \|f(re^{it})\|_{L^{p,\alpha}}.$$

Литература

1. Стейн И. Сингулярные интегралы и дифференциальные свойства функций, М., Мир, 973, 342 с.
2. Гарнетт Дж. Ограниченные аналитические функции, М., Мир, 1984, 470 с.
3. Samko N. Weight Hardy and singular operators in Morrey spaces, Journal of Mathematical Analysis and Application, 2009, 35(1), pp.183-188

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ПАРАБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С КРИТЕРИЕМ КАЧЕСТВА ПО ГРАНИЦЕ ОБЛАСТИ

Р.А. Касумов

Ленкоранский Государственный Университет

Задачи оптимального управления системами, описываемыми параболическими уравнениями встречаются в различных приложениях. Среди этих задач особый интерес представляют задачи, с критериями качества по границе области [1,2].

Пусть Ω – ограниченная область в пространстве E_n с гладкой границей S , $Q_T = \{(x, t) : x \in \Omega, t \in (0, T]\}$ – цилиндр в пространстве E_{n+1} , $S'_T = S' \times (0, T]$, $S''_T = S'' \times (0, T]$, $S' \cup S'' = S$. Используемые в работе обозначения функциональных пространств соответствуют [3, с. 10-15].

Пусть управляемый процесс описывается в Q_T следующей смешанной краевой задачей для линейного параболического уравнения:

$$u_t - \sum_{i=1}^n (k_i(x, t) u_{x_i})_{x_i} + q(x, t) u = f(x, t), \quad (x, t) \in Q_T \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad x \in \Omega, \quad (2)$$

$$u|_{S_T'} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial N} + \sigma(s, t) u|_{S_T''} = p(s, t), \quad (s, t) \in S_T'' \quad (3)$$

где

$$\frac{\partial u}{\partial N} = \sum_{i=1}^n k_i(x, t) u_{x_i} \cos(n, x_i),$$

n – внешняя нормаль к S_T'' ; $k_i(x, t)$ ($i = \overline{1, n}$), $q(x, t)$, $\varphi(x)$, $\sigma(s, t)$ – известные функции; $v = (f(x, t), p(s, t))$ – управление.

Пусть

$$v = (f(x, t), p(s, t)) \in V \subseteq H = L_2(Q_T) \times L_2(S_T''), \quad (4)$$

где V – заданное множества из H .

Будем предполагать, что

$k_i(x, t), q(x, t) \in L_{00}(Q_T)$ ($i = \overline{1, n}$), $\sigma(x, t) \in L_{00}(S_T'')$; $0 < \nu_i < k_i(x, t) \leq \mu_i$ ($i = \overline{1, n}$), $0 \leq q_0 \leq q(x, t) \leq q_1$ п.в. на Q_T , $0 \leq \sigma_0 \leq \sigma(s, t) \leq \sigma_1$ п.в. на S_T'' где ν_i, μ_i ($i = \overline{1, n}$), где $q_1, \sigma_1 > 0, q_0, \sigma_0 \geq 0$ – заданные числа, п.в. – почти всюду.

Поставим следующую задачу: на решениях $u = u(x, t, v)$ задачи (1)-(3), отвечающих всем управлениям $v \in V$ минимизировать функционал

$$J(v) = \alpha_0 \int_{S_T''} |u(s, t, v) - z_0(s, t)|^2 ds dt + \alpha_1 \int_{\Omega} |u(x, t, v) - z_1(x)|^2 dx, \quad (2)$$

где $z_0(s, t) \in L_2(S_T'')$, $z_1(x) \in L_2(\Omega)$ – известные функции, $\alpha_0, \alpha_1 = \text{const} \geq 0$, $\alpha_0 + \alpha_1 > 0$.

Под решением краевой задачи (1)-(3) при заданном управлении $v \in V$ понимается обобщенное решение из пространства $V_2^{1,1/2}(Q_T)$ [3, с. 201].

Корректность постановки задачи (1)-(5) устанавливает

Теорема 1. Пусть выполнены условия, принятые при постановке задачи (1) – (5) и множества V выпукло, замкнуто и ограничено в H . Тогда множества оптимальных управлений $V_* = \{v_* \in V : J(v_*) = J_* = \inf\{J(v) : v \in V\}\}$ не пусто, V_* слабо компактно в H и любая минимизирующая последовательность $\{v_k\}$ функционала $J(v)$ слабо в H сходится к множеству V_* .

Для задачи (1)-(5) введем сопряженное состояние $\psi = \psi(x, t, v)$ как обобщенное решение из пространства $V_2^{1,1/2}(Q_T)$ задачи

$$\psi_t + \sum_{i=1}^n k_i(x, t) \psi_{x_i} - q(x, t) \psi = 0, \quad (x, t) \in Q_T,$$

$$\psi|_{t=T} = -2\alpha_1[u(x,t,v) - z_1(x)], \quad x \in \Omega,$$

$$\psi|_{s_T} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial N} + \sigma(s,t)\psi|_{s_T} = -2\alpha_0[u(s,t,v) - z_0(s,t)], \quad (s,t) \in S_T''.$$

Дифференцируемость критерия качества (1) устанавливает

Теорема 2. Пусть выполнены условия принятые при постановке задачи (1)-(5). Тогда функционал (1) непрерывно дифференцируем по Фреше на H и его градиент в точке $v \in H$ имеет вид

$$J'(v) = (\psi(x,t,v), \psi(s,t,v)) \in H.$$

Необходимое и достаточное условие оптимальности в задаче (1)-(5) устанавливает

Теорема 3. Пусть выполнены условия принятые при постановке задачи (1)-(5) и множества V выпукло в H . Тогда для оптимальности управления $v_* = (f_*(x,t), p_*(s,t)) \in V$ в задаче (1)-(5) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство

$$\int_{Q_T} \psi(x,t,v_*)(f(x,t) - f_*(x,t)) dx dt + \int_{S_T} \psi(s,t,v_*)(p(s,t) - p_*(s,t)) ds dt \geq 0$$

для любого $v = (f(x,t), p(x,t)) \in V$.

Литература

1. Егоров А.И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами. М.: Наука, 1978.
2. Тагиев Р.К. Оптимальное управление коэффициентами в параболических системах // Дифференц. уравнения. 2009. Т. 45. № 10. С. 1492-1501.
3. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уралцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. М.: Наука, 1967.

О БАЗИСНОСТИ ОДНОЙ РАЗРЫВНОЙ СИСТЕМЫ СИНУСОВ В ПРОСТРАНСТВЕ L_p

Т.Б. Касумов, А.А. Гусейнли, М.Р. Юсифов

*Институт Математики и Механики НАНА,
Газахский Филиал Азербайджанского Института Учителей
telmankasumov@rambler.ru*

Рассмотрим в пространстве $L_p(-1,1)$, $1 < p < \infty$, систему функций

$$u_{1,n}(x) = \begin{cases} \sin \pi n x, & -1 \leq x \leq 0, \\ a_1 \sin \pi n x, & 0 \leq x \leq 1; \end{cases} \quad (1)$$

$$u_{2,n}(x) = \begin{cases} \sin \pi n x, & -1 \leq x \leq 0, \\ a_2 \sin \pi n x, & 0 \leq x \leq 1; \end{cases} \quad (2)$$

$n=1,2,\dots, a_1 \neq a_2$. В работе изучается базисность системы $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$, полученной объединением систем (1) и (2) в пространстве $L_p(-1,1)$, $1 < p < \infty$.

Известно, что система $\{\sin \pi x\}_{n=1}^{\infty}$ является базисом в каждом из пространств $L_p(-1,0)$ и $L_p(0,1)$, а пространство $L_p(-1,1)$ можно реализовать как прямую сумму этих пространств. Исходя из этих соображений, доказана

Теорема. Система $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ является базисом в пространстве $L_p(-1,1)$, а в пространстве $L_2(-1,1)$ она является базисом Рисса. Кроме того, для системы $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ в пространстве $L_p(-1,1)$ справедливы неравенства типа Хаусдорфа-Юнга.

Отметим, что системы типа (1), (2) возникают при изучении спектральных задач для разрывного дифференциального оператора второго порядка, как главная часть асимптотических формул собственных функций (см. [1], [2]). Зная базисные свойства главной части, и применяя соответствующие теоремы из теории возмущений, можно получить базисные свойства для собственных функций более общих спектральных задач.

Литература

1. Gasymov T.B., Mammadova Sh.J. On convergence of spectral expansions for one discontinuous problem which spectral parameter in the boundary condition // Trans. of NAS of Azerb., vol. XXVI, №4, 2006, pp.103-116
2. Gasymov T.B., Huseynli A.A. The basis properties of eigenfunctions of a discontinuous differential operator with a spectral parameter in boundary condition//Proceed. of IMM of Azerb. vol.XXXV(XLIII), 2011.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С КРИТЕРИЕМ ОПТИМАЛЬНОСТИ ПО ГРАНИЦЕ ОБЛАСТИ

Р.С. Касымова

Бакинский Государственный Университет

В данной работе рассматривается задача оптимального управления для эллиптического уравнения. Исследованы вопросы корректности постановки задачи, установлено необходимое и достаточное условие оптимальности.

Пусть $\Omega \subset E_n$ ограниченная область, $S = S_1 \cup S_2$ граница области Ω , которая предполагается непрерывной по Липшицу. Используемые в работе обозначения функциональных пространств соответствуют [1, с. 24, с. 116].

Пусть требуется минимизировать функционал

$$J(v) = \int_{S_2} |u(s, v) - z(s)|^2 ds \quad (1)$$

при условиях

$$-\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} (k_i(x) \frac{\partial u}{\partial x_i}) + q(x)u = f(x), \quad x \in \Omega, \quad (2)$$

$$u|_{S_1} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial N} + \sigma(s)u|_{S_2} = g(s), \quad s \in S_2. \quad (3)$$

$$v = (f(x), g(s)) \in V \subseteq H = L_2(\Omega) \times L_2(S_2), \quad (4)$$

где $k_i(x)$ ($i = \overline{1, n}$), $q(x)$, $z(s)$, $\sigma(s)$ - заданные функции, V - заданное множество из H . Предполагается, что $0 < \nu_i \leq k_i(x) \leq \mu_i$, ($i = \overline{1, n}$), $0 \leq q_0 \leq q(x) \leq q_1$ п.в. на Ω , $0 \leq \sigma_0 \leq \sigma(s) \leq \sigma_1$ п.в. на S_2 , где ν_i, μ_i , ($i = \overline{1, n}$), $q_0, q_1, \sigma_0, \sigma_1$ - заданные числа.

Под решением краевой задачи (2), (3) соответствующим управлению $v = (f(x), g(s)) \in H$, понимается обобщенное решение из класса $W_{2,0}^1(\Omega)$ [1, с. 116].

Теорема 1. Пусть множества V выпукло, замкнуто и ограничено в H . Тогда существует, по крайней мере, одно оптимальное управление $v_* = (f_*(x), g_*(s)) \in V$, задачи (1)-(4). Множество оптимальных управлений V_* слабо компактно в H и любая минимизирующая последовательность функционала $J(v)$ слабо в H сходится ко множеству V_* .

Пусть $\psi = \psi(x) = \psi(x, v)$ обобщенное решение из класса $W_{2,0}^1(\Omega)$ краевой задачи

$$-\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} (k_i(x) \frac{\partial \psi}{\partial x_i}) + q(x)\psi = 0, \quad x \in \Omega, \quad (5)$$

$$\psi|_{S_1} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial N} + \sigma(s)\psi|_{S_2} = -2(u(s, v) - z(s)), \quad s \in S_2. \quad (6)$$

Теорема 2. Функционал (1) непрерывно дифференцируем по Фреше на H и его градиент в точке $v \in H$ имеет вид

$$J'(v) = (\psi(x, v), \psi(s, v)) \in H.$$

Теорема 3. Пусть множество V выпукло в H . Тогда для оптимальности управления $v_* = (f_*(x), g_*(s)) \in V$ в задаче (1)-(4) необходимо и достаточно, чтобы

$$\int_{\Omega} \psi(x, v_*) (f(x) - f_*(x)) dx + \int_{S_2} \psi(s, v_*) (g(s) - g_*(s)) ds \geq 0$$

при всех $v = (f(x), g(s)) \in V$.

Литература

1. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973, с.407.

ЛОГИСТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ СЦЕНАРИЯ ПЕРЕХОДА СИСТЕМЫ К ХАОТИЧЕСКОМУ ПОВЕДЕНИЮ

Т.С. Кенгерли, А.Ф.Аббасова

Институт Математики и Механики НАНА

taranakengerli25@mail.ru

Рассмотрим следующее логистическое уравнение, которое широко применяется как для описания эволюции добычи жидкости на нефтяном месторождении, так и для моделирования некоторых универсальных закономерностей процессов роста в самоорганизующихся системах:

$$\frac{dW}{dt} = DW \left(1 - \frac{EW}{D} \right), \quad W = W_0, \text{ при } t = t_0 \quad (1)$$

Решение уравнения (1) имеет вид:

$$W(t) = \frac{DW_0}{(D - EW_0) \exp[-D(t - t_0)] + EW_0} \quad (2)$$

Это решение имеет асимптоту

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W(t) = D/E \quad (3)$$

и точку перегиба в момент времени $t_{\text{перегиба}} = t_{**} = \frac{1}{D} \ln \left(\frac{D - EW_0}{EW_0} \right) + t_0$, в которой

$$W_{\text{перегиба}} = W_* = \frac{D}{2E}.$$

Уравнение (1) запишем в конечных разностях:

$$\frac{W_{i+1} - W_i}{\Delta t} = DW_i \left(1 - \frac{EW_i}{D} \right) \quad (4)$$

Преобразуем (4) к виду:

$$W_{i+1} = W_i (1 + D\Delta t - E\Delta t W_i) = (1 + D\Delta t) W_i \left[1 - \frac{E\Delta t W_i}{(1 + D\Delta t)} \right]$$

Если ввести новые обозначения

$$\lambda = D\Delta t + 1 \quad \text{и} \quad y_i = \frac{E\Delta t}{\lambda} W_i,$$

то уравнение (4) примет вид

$$y_{i+1} = \lambda y_i (1 - y_i) \quad (5)$$

Рассмотренное уравнение представляет собой пример системы, в которой проявляется детерминированный хаос-случайное, на первый взгляд, движение, вызванное эволюцией динамических систем, в которых отсутствуют случайные силы или параметры.

Из условия совпадения начальных условий $Q_0 = W_0$, значений точек перегиба $t_* = \frac{a}{3c} = t_{**} = \frac{1}{D} \ln \left(\frac{D - EW_0}{EW_0} \right) + t_0$ и дебитов в точке перегиба

$Q_* = at_*^2 - ct_*^3 = W_* = D/2E$ кривых $Q = at^2 - ct^3$ и (2), $t_* = \frac{a}{3c}$ и $W_* = \frac{D}{2E}$, и t_{**} , можно определить коэффициенты D и E :

$$D = \frac{\ln\left(\frac{2Q_*}{Q_0} - 1\right)}{t_* - t_0}, \quad E = \frac{D}{2Q_*}, \quad Q_* = at_*^2 - ct_*^3, \quad t_* = a/3c \quad (6)$$

Таким образом, предложенная процедура позволяет путем аппроксимации функцией $Q = at^2 - ct^3$ участка кривой, описывающей зависимость накопленного дебита жидкости от времени, определив коэффициенты a и c , а затем D и E непосредственно вычислить параметр λ . По значению λ можно диагностировать сценарий перехода системы к хаотическому поведению.

ОЦЕНКА СКОРОСТИ ПОКОМПОНЕНТНОЙ РАВНОСХОДИМОСТИ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА С МАТРИЧНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

В.М. Курбанов, А.Т. Гараева

Институт Математики и Механики НАНА

q.vali@yahoo.com ; aygunqaraeva@mail.ru

Пусть $G = (0,1)$. Через $L_p^m(G)$, $p \geq 1$, обозначим пространство m – компонентных вектор-функций $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))^T$ с нормой

$$\|f\|_{p,m} = \left(\int_0^1 |f(x)|^p dx \right)^{1/p} = \left\{ \int_0^1 \left(\sum_{j=1}^m |f_j(x)|^2 \right)^{p/2} dx \right\}^{1/p}.$$

А через $W_{p,m}^1(G)$, $p \geq 1$, обозначим класс абсолютно непрерывных на $\bar{G}$ вектор-функций $f(x)$, для которых $f'(x) \in L_p^m(G)$. Норма в $W_{p,m}^1(G)$ определяется равенством $\|f\|_{W_{p,m}^1(G)} = \|f\|_{p,m} + \|f'\|_{p,m}$. Обозначим через $\overset{\circ}{W}_{p,m}^1(G)$ класс функций из $W_{p,m}^1(G)$ удовлетворяющих условию $f(0) = f(1) = 0$.

Рассмотрим на интервале G оператор Шредингера

$$L\psi = -\frac{d^2\psi}{dx^2} + U(x)\psi$$

с матричным потенциалом $U(x) = (u_{ij}(x))_{i,j=1}^m$, где $u_{ij}(x) \in L_{r_{ij}}(G)$, $r_{ij} \geq 1$, комплекснозначные функции. С целью охватить случай произвольных краевых условия будем изучать разложения в биортогональный ряд по произвольной системе вектор-функций $\{\psi_k(x)\}$ с комплекснозначными компонентами $\{\psi_{k1}(x), \psi_{k2}(x), \dots, \psi_{km}(x)\}$ удовлетворяющими следующим условиям A_p (см. [1]):

1) при некотором фиксированном $p \geq 1$ система вектор-функций $\{\psi_k(x)\}$ замкнута и минимальна в $L_p^m(G)$;

2) каждая компонента $\psi_{kj}(x)$ вектор-функции $\psi_k(x)$ абсолютно непрерывна вместе со своей первой производной на сегменте $[0,1]$, причем каждая вектор-функция $\psi_k(x)$ для некоторого комплексного числа λ_k почти всюду на $[0,1]$ удовлетворяет векторному уравнению

$$L\psi_k = \lambda_k \psi_k - \theta_k \psi_{k-1},$$

в котором число θ_k равно либо нулю, либо единице (в последнем случае дополнительно требуется выполнение равенства $\lambda_k = \lambda_{k-1}$), причем $\theta_1 = 0$.

3) тот корень квадратный μ_k из комплексного числа λ_k , для которого $\rho_k = \operatorname{Re} \mu_k \geq 0$, удовлетворяет двум неравенствам

$$|\operatorname{Im} \mu_k| \leq c_1 \quad (\text{для любого номера } k) \quad (1)$$

$$\sum_{t \leq \rho_k \leq t+1} 1 \leq c_2 \quad (\text{для всех вещественных } t \geq 0) \quad (2)$$

4) для любого компакта $K \subset G$ существует постоянная $C_0(K)$ такая, что

$$\|\psi_k\|_{p,m,K} \|\varphi_k\|_{q,m} \leq C_0(K), k=1,2,\dots, \quad (3)$$

где $\{\varphi_k\}$ – биортогонально сопряженная система к $\{\psi_k\}$ и удовлетворяют уравнению $L^* \varphi_k = \overline{\lambda_k} \varphi_k - \theta_{k+1} \varphi_{k+1}$ ($\varphi_k \in L_q^m(G)$, $p^{-1} + q^{-1} = 1$; $q = \infty$ при $p = 1$), $\|\cdot\|_{p,m,K} = \|\cdot\|_{L_p^m(K)}$

Для произвольной функции $f(x) \in L_p^m(G)$ при том же фиксированном $p \geq 1$, что и в условиях A_p , составим частичную сумму порядка ν биортогонального разложения по системе $\{\psi_k(x)\}$:

$$\begin{aligned} \sigma_\nu(x, f) &= (\sigma_\nu^1(x, f), \sigma_\nu^2(x, f), \dots, \sigma_\nu^m(x, f))^T, \nu > 0 \\ \sigma_\nu^i(x, f) &= \sum_{\rho_k \leq \nu} (f, \varphi_k) \psi_{ki}(x), i = \overline{1, m}, \end{aligned}$$

где

$$f_k = (f, \varphi_k) = \int_0^1 \langle f, \varphi_k \rangle dx = \int_0^1 \sum_{j=1}^m f_j(x) \overline{\varphi_{kj}(x)} dx.$$

Через $S_\nu(x, f_j)$ обозначим частичную сумму тригонометрического ряда Фурье функции $f_j(x)$, $j = \overline{1, m}$.

Будем исследовать разность

$$\Delta_\nu^j(f, K) = \max_{x \in K} |\sigma_\nu^j(x, f) - S_\nu(x, f_j)|, \quad j = \overline{1, m}.$$

Теорема 1. Пусть все элементы j -ой строки матричной функции $U(x)$ принадлежат к $L_1(G)$ и система $\{\psi_k(x)\}$ удовлетворяет условиям A_2 . Тогда j -я компонента разложения любой вектор-функции $f(x) \in W_{1,m}^1(G)$ равномерно сходится на любом компакте $K \subset G$ с разложением в тригонометрический ряд Фурье соответствующей j -й компоненте $f_j(x)$ вектор-функции $f(x)$ и справедлива оценка

$$\Delta_v^j(f, K) = O(v^{-1}(1 + T_j(v))), \quad v \rightarrow \infty, \quad (4)$$

где $T_j(v) = \inf_{n \geq 2} \{ \Omega_{1j}(U, n^{-1}) \ln v + \|U\|_{p1j} \ln n \}$, $\Omega_{1j}(U, \delta) = \max_{1 \leq l \leq m} \omega_1(u_{lj}, \delta)$, $\omega_1(\cdot, \delta)$ – модуль непрерывности в $L_1(G)$.

Следствие. При условиях теоремы 1 для вектор-функции $f(x) \in W_{1,m}^1(G)$ с компактным носителем на любом компакте $K \subset G$ справедлива оценка

$$\Delta_v^j(f, K) = O(v^{-1})(1 + o(T_j(v))), \quad v \rightarrow \infty$$

Литература

1. Ильин В.А. Покомпонентная равносходимость с тригонометрическим рядом разложений по корневым вектор-функциям оператора Шредингера с матричным неэрмитовым потенциалом, все элементы которого только суммируемы // Дифференц. Уравнения, 1991, Т. 27, № 11, с. 1862 - 1878.
2. Курбанов В.М. О скорости равносходимости спектральных разложений // Докл. РАН, 1999, Т. 365, № 4, с. 444 - 449.

О СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ СПЕКТРАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ПО СОБСТВЕННЫМ ВЕКТОР-ФУНКЦИЯМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

В.М. Курбанов, Я.И. Гусейнова

Азербайджанский Государственный Педагогический Университет,

Институт Математики и Механики НАНА

q.vali@yahoo.com, y.huseynova@mail.ru

Рассмотрим на интервале $G = (0,1)$ оператор

$$L\psi = \psi^{(4)} + U_2(x)\psi^{(2)} + U_3(x)\psi^{(1)} + U_4(x)\psi$$

с матричными коэффициентами $U_\ell(x) = (u_{\ell ij}(x))_{i,j=1}^m$, $\ell = \overline{2,4}$, где $u_{\ell ij}(x) \in L_1(G)$ вещественные функции $u_{\ell ij}(x) = u_{\ell ji}(x)$.

Обозначим через $D(G)$ класс m компонентных вектор-функций, абсолютно непрерывных вместе со своими производными до третьего порядка включительно на замкнутом интервале $\overline{G} = [0,1]$ ($D(G) = W_{1,m}^4(G)$).

Под собственной вектор-функцией оператора L , отвечающей собственному значению λ , будем понимать любую тождественно не равную нулю вектор-функцию $\psi(x) = (\psi_1(x), \psi_2(x), \dots, \psi_m(x))^T \in D(G)$, удовлетворяющая равную почти всюду в G уравнению (см. [1])

$$L\psi + \lambda\psi = 0.$$

Пусть $L_p^m(G)$, $p \geq 1$ – пространство m – компонентных вектор-функций $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))^T$ с нормой

$$\|f\|_{p,m} = \left\{ \int_G |f(x)|^p dx \right\}^{1/p} = \left\{ \int_G \left(\sum_{i=1}^m |f_i(x)|^2 \right)^{p/2} dx \right\}^{1/p}.$$

Предположим, что $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty$ полная ортонормированная в $L_2^m(G)$ система состоящая из собственных вектор-функций оператора L . Обозначим через $\{\lambda_k\}_{k=1}^\infty$, $\lambda_k \leq 0$, соответствующую систему собственных значений.

Обозначая $\mu_k = \sqrt[4]{-\lambda_k}$ введем в рассмотрение частичную сумму ортогонального разложения вектор-функции $f(x) \in W_{1,m}^1(G)$ по системе $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty$

$$\sigma_\nu(x, f) = \sum_{\mu_k \leq \nu} f_k \psi_k(x), \quad \nu > 0,$$

где

$$f_k = (f, \psi_k) = \int_0^1 \langle f(x), \psi_k(x) \rangle dx = \int_0^1 \sum_{j=1}^m f_j(x) \psi_{kj}(x) dx,$$

$$\psi_k(x) = (\psi_{k1}(x), \psi_{k2}(x), \dots, \psi_{km}(x))^T.$$

В работе доказывается следующая теорема.

Теорема. Пусть вектор-функция $f(x) \in W_{1,m}^1(G)$, система $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty$ равномерно ограничена и выполняются условия

$$\left| \langle f(x), \psi_k^{(3)}(x) \rangle \right|_0^1 \leq C_1(f) \mu_k^\alpha, \quad 0 \leq \alpha < 3, \quad \mu_r \geq 4\pi; \quad (1)$$

$$\sum_{n=2}^\infty n^{-1} \omega_{1,m}(f', n^{-1}) < \infty \quad (2)$$

Тогда разложение вектор-функции $f(x)$ по системе $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty$ сходится абсолютно и равномерно на $\bar{G} = [0, 1]$ и справедлива оценка

$$\sup_{x \in G} |\sigma_\nu(x, f) - f(x)| \leq \text{const} \{ C_1(f) \nu^{\alpha-3} +$$

$$+ \sum_{n=[\nu]}^\infty \omega_{1,m}(f', n^{-1}) n^{-1} + (\|f\|_{\infty, m} + \|f'\|_{1, m}) \sum_{r=2}^4 \nu^{1-r} \|U_r\|_{1,1} + \nu^{-1} \|f'\|_{1, m} \}, \quad \nu \geq 2, \quad (3)$$

где $\omega_{1,m}(g, \delta)$ интегральный модуль непрерывности вектор-функции

$$g(x) = (g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x))^T \in L_1^m(G); \quad \|U_r\|_{1,1} = \sum_{i,j=1}^m \|U_{rij}\|, \quad r = \overline{2, 4}; \quad \text{const не зависит от } f(x).$$

Отметим, что подобные теоремы для оператора второго порядка доказаны в работах [2] – [4].

Литература

1 Ильин В.А. О безусловной базисности на замкнутом интервале систем собственных и присоединенных функций дифференциального оператора второго порядка // ДАН СССР, 1983, Т. 273, N 5, с. 1048 – 1053.

2 Lazetic N.L. On uniform convergence on closed intervals of spectral expansions and their derivatives for functions from $W_p^{(1)}$ //Matematichki vestnik, 2004(56), p. 91 – 104.

3 Kurbanov V.M., Safarov R.A. On uniform convergence of orthogonal expansions in eigenfunctions of Sturm – Liouville operator //Trans. of NAS of Azerbaijan, 2004, v. XXIV, N 1, p. 161 – 168.

4 Курбанов В.М., Гараева А.Т. Абсолютная и равномерная сходимость разложений по корневым вектор-функциям оператора Шредингера с матричным потенциалом //ДАН, 2013, т. 450, N 3, с. 268 – 270.

ОБ АБСОЛЮТНОЙ И РАВНОМЕРНОЙ СХОДИМОСТИ РАЗЛОЖЕНИЙ ПО СОБСТВЕННЫМ ВЕКТОР-ФУНКЦИЯМ ОПЕРАТОРА ДИРАКА

В.М. Курбанов, А.И. Исмаилова

*Институт Математики и Механики НАНА, Университет Иностранных Языков
q.vali@yahoo.com; aytakin_81@mail.ru*

Рассмотрим на интервале $G = (0, \pi)$ оператор Дирака

$$Du = B \frac{du}{dx} + P(x)u, \quad u = (u^1, u^2)^T,$$

где

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad P(x) = \text{diag}(p(x), q(x)),$$

причем $p(x)$ и $q(x)$ вещественные суммируемые на G функции.

Пусть $L_p^2(G)$, $p > 1$ - пространство двухкомпонентных вектор-функций $f(x) = (f_1(x), f_2(x))^T$ с нормой

$$\|f\|_{p,2} = \left\{ \int_G |f(x)|^p dx \right\}^{1/p}.$$

Пусть $\{u_n(x)\}_{n=1}^\infty$ полная ортонормированная в $L_2^2(G)$ система, состоящая из собственных вектор-функций оператора D , а $\{\lambda_n\}_{n=1}^\infty$, $\lambda_n \in \mathbb{R}$, соответствующая система собственных значений.

Для любой вектор-функции $f(x) \in W_p^1(G)$, $p \geq 1$, введем частичную суммы ее ортогонального разложения по системе $\{u_n(x)\}_{n=1}^\infty$, т.е.

$$\sigma_\nu(x, f) = \sum_{|\lambda_n| \leq \nu} f_n u_n(x),$$

где

$$f_n = (f, u_n) = \int_0^\pi \langle f(x), u_n(x) \rangle dx = \int_0^\pi (f_1(x)u_n^1(x) + f_2(x)u_n^2(x))dx.$$

Предположим, что вектор-функция $f(x) \in W_p^1(G)$ дополнительно удовлетворяет условию

$$\left\langle Bu_n, f(x) \right\rangle \Big|_0^\pi = \left(\overline{f_1(x)} u_n^2(x) - \overline{f_2(x)} u_n^1(x) \right) \Big|_0^\pi = 0 \quad (1)$$

В данной работе изучается разность

$$R_\nu(x, f) = \sigma_\nu(x, f) - f(x)$$

и доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть $p(x), q(x) \in L_1(G)$ вещественные функции, вектор-функция $f(x) \in W_p^1(G)$, $p > 1$, удовлетворяет условию (1). Тогда ортогональное разложения по системе $\{u_n(x)\}_{n=1}^\infty$ вектор-функции $f(x)$ сходится абсолютно и равномерно на $\overline{G} = [0, \pi]$ и справедливы

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n u_n(x); \quad (2)$$

$$\|R_\nu(\bullet, f)\|_{C[0, \pi]} \leq \text{const} \left\{ \nu^{-\theta} \|f\|_{W_p^1(G)} + \left[\nu^{-1} \|Pf\|_{1,2} + \sum_{k=[\nu]}^{\infty} \frac{\omega_1(Pf, k^{-1})}{k} \right] (1 + \|P(\bullet)\|_1) \right\}, \quad (3)$$

где $\theta = \min \left\{ \frac{1}{q}, \frac{1}{2} \right\}$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$; $\|P(\bullet)\|_1 = \int_0^\pi (|p(x)| + |q(x)|) dx$, $\omega_1(g, \delta)$ - интегральный модуль непрерывности вектор-функции $g(x)$ в $L_1^2(G)$; const не зависит от вектор-функции $f(x)$.

Литература

1. Б.М.Левитан, И.С.Саргсян. Операторы Штурма-Лиувилля и Дирака. М.: Наука 1988.
2. Курбанов В.М., Исмаилова А.И. Свойства корневых вектор-функции одномерного оператора Дирака. Докл. РАН. 2010, Т. 433, №6, с.736-740.

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ УПОРЯДОЧЕНИЯ ВЫПОЛНЕНИЙ ПРОЦЕССОВ В ОПЕРАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ

Д.К. Кязимов

Бакинский Государственный Университет

dkazimov@mail.ru

Пусть необходимо обслуживать множество $N = \{1, 2, \dots, n\}$ процессов. Процесс k , $k = \overline{1, n}$, поступает на обслуживание в момент времени $\alpha_k \geq 0$ и для обслуживания требует $t_k > 0$ единиц времени. В работе [1] показано существование оптимального расписания для решения поставленной задачи.

В данной работе рассматриваются некоторые методы решения задачи оптимального упорядочения процессов для некоторых частных случаев функции штрафа. Пусть процессы i и j обслуживаются непосредственно друг за

другом, и их обслуживание начинается в момент времени $t \geq 0$. Если при этом первым обслуживается процесс i , то суммарный штраф за обслуживание этих процессов

$$F_{\Sigma}(t, i, j) = \varphi_i(t + t_i) + \varphi_j(t + t_i + t_j) \quad (1)$$

Если первым обслуживается процесс j , то суммарный штраф за обслуживание этих двух процессов

$$F_{\Sigma}(t, i, j) = \varphi_j(t + t_j) + \varphi_i(t + t_i + t_j) \quad (2)$$

Определяется

$$R_{ij} = F_{\Sigma}(t, i, j) - F_{\Sigma}(t, j, i) \quad (3)$$

Величина R_{ij} показывает, насколько изменяется суммарный штраф при переходе от последовательности, при котором процесс i начал обслуживаться в момент времени t непосредственно перед процессом j .

Если $R_{ij}(t) < 0$, необходимо начать обслуживать в момент времени t процесс i , если $R_{ij}(t) > 0$, то первым в момент времени t следует обслужить процесс j . Если $R_{ij}(t) = 0$, то порядок обслуживания этих процессов безразличен.

Функции $\varphi_i(x)$ и $\varphi_j(x)$ предполагаются кусочно-непрерывными в интервале $(0, T = \sum_{k=1}^n t_k)$, то этот интервал может быть разбит на конечное число интервалов, в каждом из которых величина R_{ij} положительна, отрицательна или равна нулю.

Величина $R_{ij}(t)$ по определению зависит от значений t , t_i , t_j и функций штрафа $\varphi_i(x)$ и $\varphi_j(x)$. В каждом конкретном случае в результате несложных преобразований могут быть выделены интервалы очередности.

Можно показать, что при общих предположениях относительно функций штрафа $\varphi_i(x)$ и $\varphi_j(x)$ соответствующих выборам значений t_i и t_j , любой заданный интервал можно превратить в интервал очередности того или иного типа. Особый интерес представляет выявление условий, при которых заданный временной интервал будет интервалом очередности независимо от конкретных значений t_i и t_j , но с учетом сравнительных соотношений между этими значениями. Доказана следующая теорема:

Теорема. Если функции штрафа $\varphi_i(x)$ и $\varphi_j(x)$ сколь угодно раз дифференцируемы и $\varphi_i^{(m)}(x) \geq \varphi_j^{(m)}(x)$ для всех $m=1, 2, \dots$ на временном интервале $(a - \varepsilon, b + \varepsilon)$, где $\varepsilon > 0$, то при $t_i < t_j$ интервал (a, b) является интервалом очередности типа $i \rightarrow j$.

Знание интервалов очередности в значительной степени ускоряет процесс поиска оптимальной последовательности обслуживания процессов и в ряде случаев приводит к весьма простым способам ее построения.

Если $t_i \leq t_j$, то интервал $(0, \infty)$, вообще говоря, разбивается на несколько интервалов очередности в зависимости от конкретных значений t_i и t_j .

Литература

1. Теория расписаний и вычислительные машины. Под ред. Э.Г.Коффмана. – М:наука, 1984. -334 стр.
 2. Дж.К.Кязимов, Х.А.Гасанов. Необходимые и достаточные условия существования оптимального расписания для планирования вычислений в распределенных вычислениях. Экономические проблемы информационной технологии, институт Информационной Технологии, Баку, 2011, №1, стр. 81-86.
 3. Дж.К.Кязимов, Х.А.Гасанов. Оптимальные расписания для выполнения заданий с заданным сроком в распределенных системах. Известия НАН Азербайджана, Т-XXI, №3, 2011, с.3-8.
-

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ДО КОРРОЗИОННОГО РАЗРУШЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ТРУБЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА

Р.А. Кязимова, Х.А. Мамедова

Институт Математики и Механики НАНА

kazimova_raisa@yahoo.com

Металлические элементы конструкций, работающих в агрессивных средах под нагрузкой, после некоторого времени разрушаются. Основные факторы, влияющие на процесс коррозионного разрушения металлов, являются термическая обработка металлов, масштабный фактор, механическое напряжение, концентрация активных компонентов, температура коррозионной среды и потенциал коррозии.

Определение времени до разрушения один из основных вопросов в исследованиях коррозии материалов и изделий при совместном действии нагрузки и агрессивной среды.

В данной работе, определена время до коррозионного разрушения толстостенной трубы с эллиптическим поперечным сечением, находящийся в агрессивной среде.

Предполагается, что на концы трубы действует крутящий момент M .

В работе [1] решена задача определения вторичных эффектов под действием крутящего момента с учетом геометрической нелинейности.

Определяя процесс коррозии, как процесс непрерывного накопления определенного вида повреждений и вводя монотонно возрастающую по времени неотрицательную функцию характеризующую степени коррозии, автором дана формула, для определения времени до коррозионного разрушения в виде [2]

$$t^* = t_0(\sigma_0) \left[A_1 + A_2 \frac{\sigma_b - \sigma_0}{\sigma_s - \sigma_0} A_3 \left(\frac{\sigma_b - \sigma_0}{\sigma_s - \sigma_0} \right)^2 \right] \quad (1)$$

здесь t^* -время до коррозионного разрушения металлов при нестационарном изменении напряжения $\sigma = \sigma(t)$, где t -время; $\sigma_0 = \sigma(0)$; σ_b -напряжение, при котором происходит отрыв чистого металла; σ_s -некоторое эталонное напряжение; A_1, A_2, A_3 – константы; $t_0 = t_0(\sigma)$ – универсальная функция системы «металл - коррозионная среда» - время до коррозионного разрушения экспериментального образца при различных постоянных напряжениях σ .

Используя формулы (1), определим время до коррозионного разрушения толстостенной трубы с эллиптическим поперечным сечением, находящегося под действием крутящего момента с учетом геометрической нелинейности.

Задача кручения в геометрически нелинейной постановке толстостенной трубы с эллиптическим поперечным сечением решена в работе.

Определяя по этим решениям напряжения и поставляя их в (1) находим время до коррозионного разрушения, которое будет зависеть от координной точек рассматриваемой трубы.

С целью определения точки начала коррозионного разрушения находим экстремум функции t^* . Определяя экстремумы, приходим к выводу, что коррозия начинается на поверхностях трубы.

Литература

1. Кязимова Р.А. Нелинейное кручение толстостенной трубы с эллиптическим поперечным сечением. //Академия Наук Азербайджана Институт Математики и Механики, Препринт №0196, 1996, Баку.
2. Кязимова Р.А. К определению времени до коррозионного разрушения под напряжением. //50-летию ИММАН Азербайджанской Республики 2009.

GLOBAL STABILITY AND INSTABILITY OF SOLUTIONS TO NONLINEAR WAVE EQUATIONS

V.K. Kalantarov

Abstract: "The problem of global stability and instability of solutions to initial boundary value problems for nonlinear weakly damped and strongly damped wave equations, the Boussinesq equation and related systems will be discussed"

MARCINKIEWICZ INTEGRALS WITH ROUGH KERNEL ASSOCIATED WITH SCHRODINGER OPERATOR ON VANISHING GENERALIZED MORREY SPACES

O. Kuzu

Ahi Evran University, Department of Mathematics, Kirsehir, Turkey

(Joint work with Ali Akbulut)

e-mail: okankuzu86@gmail.com

Let $L = -\Delta + V$ be a Schrodinger operator, where Δ is the Laplacian on R^n , while nonnegative potential V belongs to the reverse Holder class. Let also $\Omega \in L_q(S^{n-1})$ be a homogeneous function of degree zero with $q > 1$ and have a mean value zero on S^{n-1} . We study the boundedness of the Marcinkiewicz operators with rough kernels associated with Schrodinger operator $\mu_{j,b}^L$, $j = 1, \dots, n$ on vanishing generalized Morrey spaces $VM_{p,\varphi}(R^n)$. We find the sufficient conditions on the pair (φ_1, φ_2) which ensures the boundedness of the operators $\mu_{j,b}^L$ from $VM_{p,\varphi_1}(R^n)$ to another $VM_{p,\varphi_2}(R^n)$, $1 < p < \infty$ and from the space $VM_{1,\varphi_1}(R^n)$ to the weak space $WVM_{1,\varphi_1}(R^n)$.

References

- [1] A. Akbulut, V.S. Guliyev and R. Mustafayev, On the boundedness of the maximal operator and singular integral operators in generalized Morrey spaces, Math. Bohem. 137 (1) (2012), 27-43.
- [2] A. Akbulut, O. Kuzu, Marcinkiewicz integrals associated with Schrodinger operator on generalized Morrey spaces, Accepted in Journal of Mathematical Inequalities, (No: JMI-1311), (2013).
- [3] V.S. Guliyev, Boundedness of the maximal, potential and singular operators in the generalized Morrey spaces, J. Inequal. Appl. 2009, Art. ID 503948, 20 pp.
- [4] V.S. Guliyev, Seymur S. Aliyev, Boundedness of parametric Marcinkiewicz integral operator and their commutators on generalized Morrey spaces, Georgian Math. J. 19 (2012), 195-208.

КОЛЕБАНИЯ ПРОДОЛЬНО ПОДКРЕПЛЕННЫХ, НАГРУЖЕННЫХ ОСЕВЫМИ СЖИМАЮЩИМИ СИЛАМИ АНИЗОТРОПНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ СТЕКЛОПЛАСТИКА, С ПРОТЕКАЮЩЕЙ ЖИДКОСТЬЮ

Ф.С. Латифов, Ш.Ш. Алыев

Азербайджан Архитектурно-Строительный Университет

Данная работа посвящена исследованию свободных колебаний усиленных продольными системами ребер и нагруженной осевыми сжимающими силами анизотропной цилиндрической оболочки, с протекающей жидкостью.

Постановка задачи. Уравнения движения продольно подкрепленной, нагруженной осевыми сжимающими силами анизотропной оболочки с движущейся жидкостью, получены на основе принципа стационарности действия Остроградского-Гамильтона:

$$\delta W = 0 \quad (1)$$

где $W = \int_{t'}^{t''} J dt$ – действие по Гамильтону, J – функция Лагранжа, t' и t'' – заданные произвольные моменты времени.

Дополняя контактными условиями выражение для полной энергии оболочки, уравнения движения жидкости приходим к задаче о собственных колебаниях подкрепленной продольными системами ребер, нагруженной осевыми сжимающими силами ортотропной цилиндрической оболочки, с протекающей жидкостью. Предполагается, что на контактной поверхности оболочка-жидкость соблюдается непрерывность радиальных скоростей и давлений.

Перемещения оболочки будем искать в виде:

$$\begin{aligned} u &= u_0 \sin \chi \xi \cos n\theta \sin \omega_1 t_1; \vartheta = \vartheta_0 \cos \chi \xi \sin n\theta \sin \omega_1 t_1 \\ w &= w_0 \cos \chi \xi \cos n\theta \sin \omega_1 t_1 \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь u_0, ϑ_0, w_0 – неизвестные постоянные; χ, n – волновые числа в продольном и окружном направлениях соответственно.

После подстановки (2) в (1) задача сводится к однородной системе линейных алгебраических уравнений третьего порядка

$$a_{i1}u_0 + a_{i2}v_0 + a_{i3}w_0 = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3)$$

Нетривиальное решение системы линейных алгебраических уравнений (3) третьего порядка возможно лишь в случае, когда ω_1 – корень ее определителя. Рассмотрим некоторые результаты вычислений, выполненных исходя из приведенных выше зависимостей с помощью ЭВМ.

Для геометрических и физических параметров, характеризующих материалов оболочки, среды были приняты:

$$\begin{aligned} F_i &= 3,4 \text{ мм}^2, J_{yi} = 5,1 \text{ мм}^4, \rho_0 / \rho_m = 0,105, \quad \rho_0 = \rho_i = 0,26 \cdot 10^4 \text{ Нс}^2 / \text{м}^4, \\ J_{yi} &= 5,1 \text{ мм}^4, h_i = 1,39_{\text{мм}}, A = 0,1615; \beta = 0,05; \quad h = 1 \text{ мм}; L = 10000 \text{ мм}. \end{aligned}$$

$$b_{11} = 18,3 \text{ ГПа}, b_{12} = 2,77 \text{ ГПа}, b_{22} = 25,2 \text{ ГПа}, b_{66} = 3,5 \text{ ГПа} \quad \frac{I_{kp,i}}{2\pi R^3 h} = 0,5305 \cdot 10^{-6};$$

На рис. 1 показаны зависимости параметра частоты ω_1 от при различных значений R/L . Как видно из рисунка при малых значениях отношения R/L величины собственных частот свободных колебаний практически не изменяется для различных намотки стекловолокна. При увеличении значения R/L зависимости приобретает более сложный характер, и значение частот возрастает.

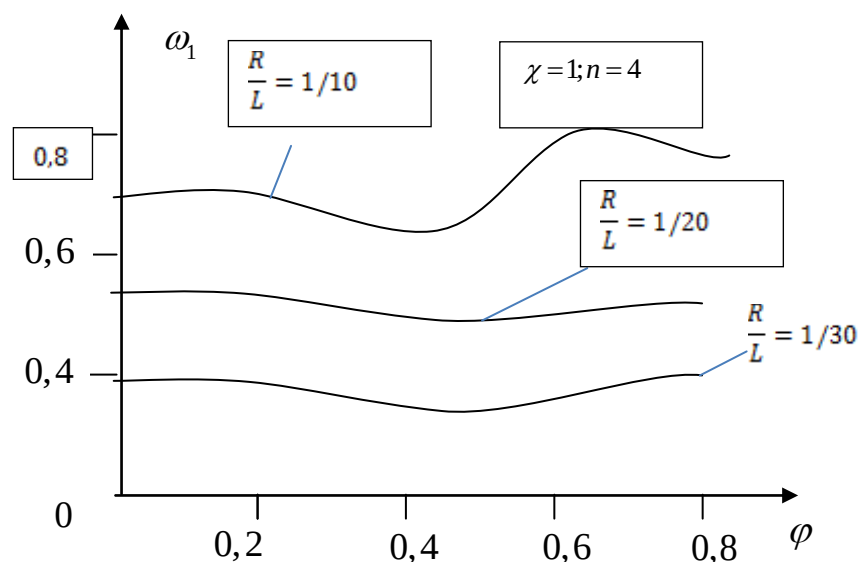


Рис.1. Зависимость параметра частот свободных колебаний от угла намотки φ .

Литература

1. Latifov F.S., Seyfullayev F.A. Asymptotic analysis of oscillation eigenfrequency of orthotropic cylindrical shells in infinite elastic medium filled with liquid. Trans.of NAS.Acad. of Azerb.ser.of physical-technical and mathematical sciences volume XIV clid, №1, 2004,p.227-230.
2. Сейфуллаев Ф.А. Асимптотический анализ собственных частот осесимметрических колебаний ортотропных цилиндрической оболочек в бесконечной упругой среде, заполненный жидкостью. «Механика и машиностроение», 2004, №4, с. 33-34.
3. Алиев Ф.Ф. Собственные колебания в бесконечной упругой среде продольно подкрепленной цилиндрической оболочки с протекающей жидкостью. Министерство Образования Азербайджанской Республики. Механика машиностроение, 2006, № 1, ст.3-5.
4. Алиев Ф.Ф. Собственные колебания в бесконечной упругой среде усиленные перекрестной системой ребер цилиндрической оболочки с протекающей жидкостью. Министерство Образования Азербайджанской Республики. Механика машиностроение, 2007, № 2, ст.10-12.
5. Вольмир С.А. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи аэроупругости. Москва, Наука, 1976, 416 с.
6. Латифов Ф.С. Колебания оболочек с упругой и жидкой средой. Баку, “Элм”, 1999, 164 с.

О ПОЛНОТЕ ПРОИЗВОДНОЙ ЦЕПОЧКИ ОПЕРАТОРНОГО ПУЧКА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ ГЛАВНОЙ ЧАСТЬЮ

Ф.С. Лачынова

Бакинский Государственный Университет

Fidashka707@gmail.com

В сепарабельном гильбертовом пространстве H рассмотрим следующий операторный пучок с параболической главной частью, имеющей кратную характеристику:

$$P(\lambda) = (\lambda E + A)^3 + \lambda^2 A_1 + \lambda A_2, \quad (1)$$

где E - единичный оператор, A - самосопряженный положительно-определенный оператор с вполне непрерывным обратным, т.е. $A^{-1} \in \sigma_\infty(H)$, а A_1, A_2 - линейные операторы.

Обозначим через H_γ ($\gamma \geq 0$) шкалу гильбертовых пространств, порожденную оператором A , т.е. $H_\gamma = \text{Dom}(A^\gamma)$, $(x, y)_\gamma = (A^\gamma x, A^\gamma y)$, $x, y \in \text{Dom}(A^\gamma)$. При $\gamma = 0$ считаем, что $H_0 = H$, $(x, y)_0 = (x, y)$, $x, y \in H$.

Положим

$$W_2^3(R_+; H) = \left\{ u(t) : \|u\|_{W_2^3(R_+; H)}^2 = \int_0^{+\infty} \left(\left\| \frac{d^3 u(t)}{dt^3} \right\|_H^2 + \|A^3 u(t)\|_H^2 \right) dt < +\infty \right\}$$

(см. [1]). Здесь и далее производные понимаются в смысле теории распределений.

С пучком (1) свяжем начально-краевую задачу

$$P(d/dt)u(t) = 0, \quad t \in R_+, \quad (2)$$

$$u(0) = \varphi_0, \quad \frac{du(0)}{dt} = \varphi_1, \quad \frac{d^2 u(0)}{dt^2} = \varphi_2, \quad (3)$$

где $u(t) \in W_2^3(R_+; H)$, $\varphi_j \in H_{5/2-j}$, $j = 0, 1, 2$.

Если λ_n ($\text{Re } \lambda_n < 0$)- собственное значение, а $\psi_{0,n}, \psi_{1,n}, \dots, \psi_{m,n}$ - собственные и присоединенные вектора пучка (1), отвечающие λ_n , тогда вектор-функции

$$u_{h,n}(t) = e^{\lambda_n t} \left(\frac{t^h}{h!} \psi_{0,n} + \frac{t^{h-1}}{(h-1)!} \psi_{1,n} + \dots + \frac{t}{1!} \psi_{h-1,n} + \psi_{h,n} \right), \quad h = 0, 1, \dots, m,$$

принадлежат $W_2^3(R_+; H)$ и удовлетворяют уравнению (2). Эти решения называются элементарными решениями уравнения (2). С помощью их определим вектор

$$\tilde{\psi}_{h,n} = \{\psi_{h,n}^{(0)}, \psi_{h,n}^{(1)}, \psi_{h,n}^{(2)}\} \in \tilde{H} \equiv H_{5/2} \oplus H_{3/2} \oplus H_{1/2},$$

где $\psi_{h,n}^{(j)} \equiv \frac{d^j}{dt^j} u_{h,n}(t) \Big|_{t=0}$, $j = 0, 1, 2$, $h = 0, 1, \dots, m$. Систему $\{\tilde{\psi}_{h,n}\}_{n=1}^\infty$ будем называть

производной цепочкой собственных и присоединенных векторов пучка (1), порожденной краевой задачей (2), (3).

В работе в терминах операторных коэффициентов пучка (1) устанавливается полнота системы $\{\tilde{\psi}_{h,n}\}_{n=1}^{\infty}$ в пространстве $\tilde{H}$.

Справедлива следующая

Теорема. Пусть A - самосопряженный положительно-определенный оператор с вполне непрерывным обратным A^{-1} , а операторы $A_1 A^{-1}$, $A_2 A^{-2}$ ограничены в H , причем выполняется условие

$$\|A_1 A^{-1}\|_{H \rightarrow H} + \|A_2 A^{-2}\|_{H \rightarrow H} < \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

Тогда если имеет место одно из следующих условий:

$$1) A^{-1} \in \sigma_p, \quad 0 < p \leq 1;$$

$$2) A^{-1} \in \sigma_p, \quad 0 < p < \infty, \quad A_j A^{-j} \in \sigma_{\infty}(H), \quad j = 1, 2,$$

то система $\{\tilde{\psi}_{h,n}\}_{n=1}^{\infty}$ полна в пространстве $\tilde{H}$.

Под обозначением σ_p понимается класс Шаттена-Неймана [2].

Литература

1. Лионс Ж.-Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. М.: Мир, 1971.
2. Гохберг И.Ц., Крейн М.Г. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1965.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДИРАКА ПО ФУНКЦИИ ВЕЙЛЯ

А.Р. Лятифова

Институт Математики и Механики НАНА

latifovaaygun@gmail.com

Рассмотрим систему уравнений Дирака

$$B y' + \Omega(x)y = \lambda \rho(x)y, \quad 0 \leq x \leq \pi. \quad (1)$$

Здесь

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Omega(x) = \begin{pmatrix} p(x) & q(x) \\ q(x) & -p(x) \end{pmatrix}, \quad \rho(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq a, \\ \alpha, & a < x \leq \pi, \end{cases} \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$

Предполагается, что $0 < \alpha \neq 1$, λ – спектральный параметр, $p(x)$ и $q(x)$ – вещественнозначные функции и $p(x) \in L_2(0, \pi)$, $q(x) \in L_2(0, \pi)$.

Присоединим к уравнению (1) граничное условие

$$y_1(0) = y_2(\pi) + H y_1(\pi) = 0, \quad (2)$$

здесь H – вещественный чисел.

Пусть вектор-функция $\Phi(x, \lambda) = \begin{pmatrix} \Phi_1(x, \lambda) \\ \Phi_2(x, \lambda) \end{pmatrix}$ является решением уравнения (1), удовлетворяющим условиям

$$\begin{aligned}\Phi_1(0, \lambda) &= 1, \\ \Phi_2(\pi, \lambda) + H\Phi_1(\pi, \lambda) &= 0.\end{aligned}$$

Функция $\Phi(x, \lambda)$ называется решением Вейля для задачи (1)-(2), а функция $M(\lambda) = -\Phi_2(0, \lambda)$ функцией Вейля.

Не трудно показать, что

$$\Phi(x, \lambda) = c(x, \lambda) + M(\lambda)s(x, \lambda), \quad (3)$$

где $c(x, \lambda)$ и $s(x, \lambda)$ решения уравнения (1), при начальных условиях

$$c(0, \lambda) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad s(x, \lambda) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Функция Вейля является мероморфной функцией с простыми полюсами в точках λ_n , где λ_n – собственные значения краевой задачи (1)-(2) (λ_n^0 – собственные значения краевой задачи (1)-(2) при $\Omega(x) \equiv 0$).

Теорема 1. Справедливо представление

$$M(\lambda) = H - \left[\frac{1}{\alpha_0(\lambda - \lambda_0)} + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left(\frac{1}{\alpha_n(\lambda - \lambda_n)} + \frac{1}{\alpha_n^0 \lambda_n^0} \right) \right],$$

где α_n – нормировочные числа задачи (1)-(2) (α_n^0 – нормировочные числа задачи (1)-(2) при $\Omega(x) \equiv 0$).

Таким образом, можно определить матрицу-функцию $\Omega(x)$ по заданной функции Вейля $M(\lambda)$.

Теорема 2. Задание функции Вейля $M(\lambda)$ однозначно определяет краевую задачу (1)-(2).

Теорема 3. Спектральные данные $\{\lambda_n, \alpha_n\}$ однозначно определяют краевую задачу (1)-(2).

К ОПТИМИЗАЦИИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

С.Т. Малик

misirmardanov@yahoo.com

В данной статье рассматривается дискретная задача оптимизации с довольно общими исходными данными (без предположений о типе выпуклости и гладкости) и предложен новый подход получения необходимого условия оптимальности. Полученное условие оптимальности, как дискретный принцип максимума, позволяет заменить многомерную задачу минимизации на последовательность задач меньшей размерности.

1. Пусть требуется минимизировать функционал

$$s(u) = \Phi(x(t_1)) \quad (1)$$

на решениях дискретной системы

$$x(t+1) = f(x(t), u(t), t), t \in T, \quad x(t_0) = x^0 \quad (2)$$

при ограничении

$$u(t) \in U(t), \quad t \in T. \quad (3)$$

Здесь $x = (x_1, \dots, x_n)'$ - вектор состояния ('штрих)-операция транспонирования), $u = (u_1, \dots, u_r)'$ - вектор управления, t - дискретное время и $t \in T = \{t_0, t_0 + 1, \dots, t_1 - 1\}$; $U(t), t \in T$ - заданные множества r -мерного евклидова пространства E^r , $\Phi(x), x \in E^n$, $f(x, u, t), (x, u, t) \in E^n \times E^r \times [t_0, t_1]$ - заданные непрерывные функции.

Управления, отвечающие ограничению (3), будем называть допустимыми.

Допустимые управления и соответствующие им решения системы (2), для которых функционал (1) принимает наименьшее значение, назовем оптимальными.

2. Доказывается следующая

Теорема. Пусть $u^0(t), t \in T$ - допустимое управление, а $x^0(t), t \in T \cup \{t_1\}$ - соответствующее ему решение системы (2). Тогда для оптимальности управления $u^0(t), t \in T$ в задаче (1) - (3) необходимо, чтобы при каждом $u(t) \in U[x^0(t)]$ и при всех $\theta \in T, v \in U(\theta)$ выполнялось неравенство

$$\Phi(x^0(t_1) + z(t_1; u(\cdot), \theta, v)) - \Phi(x^0(t_1)) \geq 0, \quad (4)$$

где $z(t; u(\cdot), \theta, v)$ является решением системы

$$\begin{cases} z(t+1; u(\cdot), \theta, v) = f(x^0(t) + z(t; u(\cdot), \theta, v), u(t), t) - f(x^0(t), u^0(t), t), t \in \{\theta_1, \theta_2, \dots\} \cap T, \\ z(\theta_1; u(\cdot), \theta, v) = \Delta_v f(x^0(\theta), u^0(\theta), \theta), \end{cases} \quad (5)$$

соответствующем управлению $u(t), t \in T$, а множество $U[x^0(t)]$, следуя [1] определяется следующим образом:

$$U[x^0(t)] = \{u(t): f(x^0(t), u(t), t) = f(x^0(t), u^0(t), t), t \in T, u(t) \in U(t), t \in T\}. \quad (6)$$

Очевидно, что $U[x^0(t)] \neq \emptyset$, так как $u^0(t) \in U[x^0(t)]$.

Следует отметить, что необходимое условие оптимальности (4) является довольно общим. Преимущество условия (4) по сравнению с дискретным принципом максимума [2] состоит в том, что в нем не делается никаких предположений о типе выпуклости и гладкости относительно исходных данных задачи (1) - (3). Как видно, применение условия оптимальности (4) является более удобным тогда, когда его проверка проводится последовательно по

$$\theta = t_1 - 1, t_2 - 2, \dots, t_0.$$

В качестве иллюстрации содержательности и схемы применения условие оптимальности (4) рассмотрим конкретный пример.

Пример. $x_1(t+1)=u_1(t), x_2(t+1)=|x_1(t)|-|u_1(t)|,$
 $x_3(t+1)=x_2(t)u_2(t), x_i(0)=0, i=1,2,3, T=\{0,1\}, \Phi(x(2))=x_3(2),$
 $u=(u_1, u_2)' \in U=U^* \times U^*, U^*=[-2, -1] \cup \{0\} \cup [1, 2]$ (7)

Исследуем на оптимальность допустимое управление $u^0(t)=(u_1(t), u_2(t))' \equiv (0, 0)', t \in T$.

Легко вычислить, что $x^0(t)=(x_1^0(t), x_2^0(t), x_3^0(t))' \equiv (0, 0, 0)',$
 $t \in \{0,1,2\}$. По (6) имеем $U[x^0(t)]=\{u(t)=(u_1(t), u_2(t))': u_2(t) \in U^*, t \in T - \text{любая}$
 функция}. Решая систему (5) находим $z(2; u^0(\cdot), 1, v)$, а затем

$$z(2; u^0(\cdot), 0, v): z(2; u^0(\cdot), 1, v) = \Delta_v f(x^0(1), u^0(1), 1) = (v_1, -|v_1|, 0)', v_1 \in U^*;$$

$$z(2; u^0(\cdot), 0, v) = (0, |v_1|, 0)' \text{ (здесь учтено, что } z(1; u^0(\cdot), 0, v) = (v_1, -|v_1|, 0)').$$

Условие (4) для управления $u(t)=u^0(t) \equiv (0, 0)'$ выполняется:
 $x_3^0(2) + z_3(2; u^0(\cdot), \theta, v) - x_3^0(2) = 0 \geq 0, \theta \in T, v \in U$.

Теперь проверяем условие (4) для допустимого управления $u(t) \equiv (0, 1) \in U[x^0(t)]$. При этом решая систему (5) получим, что
 $z(2; u(\cdot), 1, v) = (v_1, -|v_1|, 0)', v_1 \in U^*, z(2; u(\cdot), 0, v) = (0, |v_1|, -|v_1|)'$ (здесь учтено, что
 $z(1; u(\cdot), 0, v) = (v_1, -|v_1|, 0)').$ Условие оптимальности (4) при $u(t) \equiv (0, 1), t \in T$
 принимает противоречивый вид: $z_3(2; u(\cdot), 0, v) = -|v_1| \geq 0, v_1 \in U^*$.

Следовательно, по теореме управление $u^0(t) \equiv (0, 0)'$ неоптимальное.

В заключение отметим, что так как правая часть системы (7) не дифференцируема по x, u , то нельзя применить, например, результаты работ [2, 3].

Автор благодарит проф. М.Дж. Марданова за постановку задачи и ценные советы.

Литература

1. Меликов Т.К. Дек. В ВИНТИ АН СССР, №2637-79, 31 с.
2. Габасов Р. Журнал вычисл. математика и матем. Физики, т.8, №4, 1968.
3. Минченко Л.И. Дифференциальные уравнения, т.12, №7, 1976.

О РАЗБИЕНИИ ВЫПУКЛЫХ МНОЖЕСТВ В ПРОСТРАНСТВАХ ФРЕШЕ

Э.М. Мамедов

Институт Математики и Механики НАНА

Данный доклад посвящен вопросу о возможности установления свойства выпуклости «большого» множества, по предположению о выпуклости «элементарных составляющих» этого множества. В частности, если плоскостное множество разбито некоторыми параллельными прямыми на части, таким образом, что объединение любых двух соседних частей есть выпуклое множество, то можно утверждать, что само множество тоже выпукло. В работе доказывается, что аналогичное утверждение имеет место и в пространствах Фреше.

Пусть X - пространство Фреше, X^* - сопряженное пространство, $V \subset X$ замкнутое подмножество и

$$\exists \alpha < \beta \in R, \exists f \in X': V_1 = \{x \in X : f(x) \geq \alpha\} \cap V \neq \emptyset, V_2 = \{x \in X : f(x) \leq \beta\} \neq \emptyset.$$

$$\text{Обозначим } P_1 = \{x : f(x) = \alpha\}, P_2 = \{x : f(x) = \beta\}$$

Теорема. Если V_1, V_2 выпуклые множества, то V есть выпуклое множество.

Доказательство. Из условия следует, что, $W = V_1 \cap V_2$ - выпуклое множество. Докажем, что

$$\forall a, b \in V, \forall t \in [0;1] \Rightarrow ta + (1-t)b \in V.$$

Будем считать, что $a \in \text{int}(V_1 \setminus W)$, $b \in \text{int}(V_2 \setminus W)$ ($\text{int } M$ означает внутренность множества M). Предположим обратное $[a;b] \not\subset V$. Тогда ясно, что

$$\exists t_1, t_2 \in [0;1], t_1 < t_2 \Rightarrow [a; at_1 + (1-t_1)b] \subset V_1 \setminus W, [at_2 + (1-t_2)b; b] \subset V_2 \setminus W \\ (at_1 + (1-t_1)b; at_2 + (1-t_2)b) \cap V = \emptyset$$

В самом деле, если $x \in (at_1 + (1-t_1)b; at_2 + (1-t_2)b) \cap V$ то либо $x \in V_1 \setminus W$, либо $x \in W$, либо $x \in V_2 \setminus W$. В первом случае имеет место включение $[a; at_1 + (1-t_1)b] \subset [a; x] \subset V_1 \setminus W$, во втором случае $[a; b] \subset V$, в третьем случае $[at_2 + (1-t_2)b; b] \subset (x; b] \subset [x; b] \subset V$, которые противоречат определению чисел t_1 и t_2 . Обозначим через $[a;b] \cap P_1 = a'$, $[a;b] \cap P_2 = b'$. Из предыдущего следует, что $a' \notin V$, $b' \notin V$. Возьмем $\forall c \in \text{int } W$, $\alpha < f(c) < \beta$. Рассмотрим отрезки $[a;c]$, $[c;b]$. Ясно, что $[a;c] \subset V_1$, $[c;b] \subset V_2$. Введем обозначения: $[a;c] \cap P_1 = a_1$; $[c;b] \cap P_2 = b_1$. Так как $a_1, b_1 \in W, i=1,2$, то ясно, что $[a_1; b_1] \subset W \subset V$. Рассмотрим отрезки $[a; b_1]$, $[a_1; b]$. Их пересечения с P_1, P_2 обозначим соответственно a_2, b_2 . По индукции определяем последовательности $\{a_k\}_{k=1}^\infty \subset \{f(x) = \alpha\}$, $\{b_k\}_{k=1}^\infty \subset \{f(x) = \beta\}$ следующим образом: если a_k, b_k определены, то $a_{k+1} = [a; b_k] \cap P_1$, $b_{k+1} = [a_k; b] \cap P_2$.

Очевидно, что $\{a_k\}_{k=1}^\infty \cup \{b_k\}_{k=1}^\infty \subset \vee(a, b, c)$ ($\vee(a, b, c)$ - выпуклая оболочка элементов a, b, c). Поэтому дальнейшие рассуждения аналогичны рассуждениям, проводимым в случае плоскости. Легко доказать, что

$$[a_{k+1}; a_0] \subset [a_k; a_0], [b_{k+1}; b_0] \subset [b_k; b_0], \exists \lim_{k \rightarrow \infty} a_k = a_0 \in W; \exists \lim_{k \rightarrow \infty} b_k = b_0 \in W$$

Докажем, что $a_0, b_0 \in [a, b]$. В самом деле, в противном случае, рассмотрим отрезки $[a; b_0], [a_0; b]$ и их пересечения с гиперплоскостями P_1 и P_2 . Эти точки не могут принадлежать соответствующим отрезкам $[a_k; a_0], [b_k; b_0]$. А это противоречит предельности точек a_0, b_0 . Таким образом $a_0, b_0 \in [a, b] \cap W$. Тогда $[a, b] = [a, b_0] \cup [a_0, b] \subset V$. Это приводит к противоречию. ■

По индукции доказывается следующее

Следствие. Пусть X, V из теоремы и

$$\exists f \in X^* \exists \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_n < \alpha_{n+1} \in R, V \subset \{x: f(x) > \alpha_1\} \cap \{x: f(x) < \alpha_{n+1}\}$$

и $V_i = \{x \in V: \alpha_i \leq f(x) \leq \alpha_{i+1}\}, i = 1, 2, \dots, n-1$ - выпуклые множества. Тогда V само тоже есть выпуклое множество. ■

О ПОВЕДЕНИЕ РЕШЕНИЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА Э.М. МАМЕДОВ

Институт Математики и Механики НАНА

Рассматривается задача

$$\begin{cases} u_{tt} + \Delta^2 u - \Delta u_t + \alpha u_t + f_1(u, v) = 0 \\ v_{tt} + \Delta^2 v - \Delta v_t + \beta v_t + f_2(u, v) = 0, (x, t) \in \Omega \times [0, T] \end{cases} \quad (1)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), u_t(x, 0) = u_1(x), x \in \Omega \quad (2)$$

$$v(x, 0) = v_0(x), v_t(x, 0) = v_1(x), x \in \Omega \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial n} + \frac{\partial u}{\partial n} = g_1(u), (x, t) \in \partial \Omega \times [0, T] \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Delta v}{\partial n} + \frac{\partial v}{\partial n} = g_2(v), (x, t) \in \partial \Omega \times [0, T] \quad (5)$$

где $\Omega \subset R^n$ -ограниченная область с достаточно гладкой границей $\partial \Omega$, $u_i(x) \in W_2^1(\Omega), u_i(x) \in L_2(\Omega), i = 1, 2, \alpha > 0, \beta > 0$ -некоторые числа, $f_i(u, v)$ и $g_i(u), i = 1, 2$ - некоторые нелинейные функции, $\Delta^2 u = \Delta(\Delta u)$, $\frac{\partial}{\partial n}$ -производное по направлению внешней нормали к $\partial \Omega$.

Вопрос о поведении решений для задач для псевдогиперболического уравнения типа (1) посвящена серия работ (см. например, [1]- [3] и литературы приведенные в них). В основном, в этих работах поставленный вопрос исследуется в случае, когда нелинейности имеются только в уравнении.

Имеются результаты относящиеся о поведения решений для одного и систем уравнений третьего порядка с нелинейными граничными условиями (см. например, [1]- [4]).

В данной работе исследуется вопрос о стабилизации решений задачи (1)-(5), когда нелинейные граничные функции обладают некоторыми свойствами гладкости.

Для задачи (1)-(5) доказана следующая

Теорема. Пусть для функции $g_i(s)$ выполняются следующие условия

$$1. \left. \begin{aligned} G_1(u) &= \int_0^u g_1(s) ds \geq 0, \\ G_2(u) &= \int_0^u g_2(s) ds \geq 0, g_1(0) = g_2(0) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\text{причем} \left. \begin{aligned} ug_1(u) - G_1(u) &\geq 0 \\ ug_2(u) - G_2(u) &\geq 0, \text{ для } \forall u \in R^1 \end{aligned} \right\}$$

2. Для любого $\xi = (\xi_1, \xi_2) \in R^2$ выполняется неравенство

$f_1(\xi_1, \xi_2)\xi_1 + f_2(\xi_1, \xi_2)\xi_2 \geq F(\xi_1, \xi_2)$, где функции F_1 и F_2 для $\forall(u, v) \in R^2$ имеют вид

$$F_1(u, v) = \int_0^u f_1(\xi_1, v) d\xi_1, \quad F_2(u, v) = \int_0^u f_2(u, \xi_2) d\xi_2$$

3. Для функции $f_i, i=1,2$ удовлетворяется условие

$$F(u, v) \geq M(u^2 + v^2), \forall u, v \in R^2 \quad (6)$$

где $-M = \frac{3k+5}{2(k+4)}$, а k -выбирается из неравенства Пуанкаре:

$$\|u\|^2 \leq k(\|\nabla u\|^2 + \|u\|_{\partial\Omega}^2) \quad (7)$$

Тогда, для всякого решение $(u, v) \in W_2^1(0, T; W_2^2(\Omega)) \cap W_2^2(0, T; L_2(\Omega))$

это решение стабилизируется в смысле

$$\|u_t\|_{L_2} + \|u(x, t)\|_{W_2^1(\Omega)} + \|v_t\|_{L_2} + \|v(x, t)\|_{W_2^1(\Omega)} \rightarrow 0, \text{ при } t \rightarrow \infty$$

Литература

1. Лионс Ж. Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач, М, "Мир", 1972.
2. Калантаров В.К., Ладыженская О.А. Стабилизация решений некоторого класса квазилинейных параболических уравнений при $t \rightarrow \infty$, СМЖ, 1978, Т. 19, с. 1043-1052
3. Ларькин Н. А. Гладкие решения уравнений трансзвуковой газодинамики, Новосибирск, "Наука", Сиб. Отд., 1991.
4. Мамедов Э.М. Поведение решения для одной нелинейной задачи при $t \rightarrow \infty$, Деп. в ВИНТИ, 09.11.95, № 2983-B95.
5. Mamedov E. M. On stabilization of solution of the third equation with nonlinear boundary conditions, Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, 2002, Vol. XVI (XXIV), pp.75-80

АППРОКСИМАЦИОННАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ ОБОБЩЕННЫХ ОПЕРАТОРОВ САССА В СЛУЧАЕ ФУНКЦИИ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

А.Н. Мамедова

Институт Математики и Механики НАНА

ay.mammadova@yahoo.com

Следуя [1] обобщенный оператор Сасса порядка (n, m, r) определим в виде

$$S_{n,m,r}(f; x, y) = e^{-nx-my} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{i=0}^r \left[\left(x - \frac{k}{n} \right) \frac{\partial}{\partial x} + \left(y - \frac{l}{m} \right) \frac{\partial}{\partial y} \right]^i f\left(\frac{k}{n}, \frac{l}{m}\right) \frac{(nx)^k}{k!} \frac{(my)^l}{l!}. \quad (1)$$

Пусть $C^{(r)}(R_+^2)$ класс r -раз непрерывно дифференцируемых на R_+^2 функций, где $R_+^2 = \{(x, y) \in R^2; x \geq 0, y \geq 0\}$. Тогда для оператора (1) справедлива следующая теорема.

Теорема. Пусть $f \in C^{(r)}(R_+^2)$. Тогда для обобщенного оператора Сасса $S_{n,m,r}(f; x, y)$ справедливо неравенство

$$\sup_{\substack{0 \leq x \leq \infty \\ 0 \leq y \leq \infty}} \frac{|S_{n,m,r}(f; x, y) - f(x, y)|}{1 + x^{\frac{r+1}{2}} + y^{\frac{r+1}{2}}} \leq C(r) n^{-\frac{r}{2}} m^{-\frac{r}{2}} \Omega\left(f^{(r)}; n^{-\frac{1}{2}}, m^{-\frac{1}{2}}\right),$$

где

$$\Omega(f; \delta_1, \delta_2) = \sup_{\substack{|h_1| \leq \delta_1 \\ |h_2| \leq \delta_2 \\ x, y \in [0, \infty)}} \frac{|f(x+h_1, y+h_2) - f(x, y)|}{(1+x^m+y^m)(1+h_1^m+h_2^m)}.$$

Литература

[1]. G.H.Kirov. A Generalization of the Bernstein polynomials. Math. Balkanica. vol 6., 1992, p. 147-153.

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ЖИДКОСТЬЮ

Г.А. Мамедова, М.А. Рустамова

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана

gular-gulshan@rambler.ru, mehsetir@yahoo.com

В данной работе, уравнения движения сферической оболочки разделены на две части: систему описывающую потенциальное движение и уравнение описывающее вихревое движение. Первая система в случае тонкостенной оболочки будет иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \cdot \frac{2}{r^2} W + \frac{1}{r^2} \Delta_0 W + \frac{4\nu-3}{(1-2\nu)r^2} \Delta_0 \Phi + \lambda^2 W - \frac{p\omega}{Gh} &= 0 \\ \frac{4(1-\nu)}{1-2\nu} \cdot \frac{1}{r^2} W + \frac{1}{r^2} \Delta_0 W + \frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)r^2} \Delta_0 \Phi + \lambda^2 \Phi &= 0 \quad (p = h\omega e^{i\omega t}) \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь

$$\lambda^2 = \frac{q\omega^2}{Gh}$$

ν -коэффициент Пуассона; r -радиус оболочки; h -толщина; p -давление жидкости на оболочку; ω – частота; q -плотность материала оболочки; G -модуль сдвига; W -радиальное смещение.

$$\Delta_0 = \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

φ, θ -сферические координаты.

Поверхностные смещения u и g представлены в виде

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial F}{\partial \varphi};$$

$$g = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi} - \frac{\partial F}{\partial \theta}$$

где Φ, F – функции описывающие потенциальную и вихревую составляющую движения.

Давление жидкости определяется для случая потенциального движения сжимаемой жидкости следующим образом.

$$p = -\rho \frac{\partial \Pi}{\partial t} \quad (2)$$

где ρ - плотность жидкости, r -расстояние от центра, Π - потенциал скорости, удовлетворяющей уравнению

$$a^2 \Delta \Pi = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial t^2} \quad (3)$$

где Δ - оператор Лапласа, a - скорость распространения возмущений в жидкости.

Радиальная скорость оболочки и потенциал скорости жидкости на поверхности контакта связаны соотношением.

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} = \frac{\partial \Pi}{\partial r} \quad (4)$$

где u_r -радиальное перемещение оболочки, или учитывая, что при колебаниях

$$\Pi = \Pi_\omega e^{i\omega t}$$

$$u_r = W e^{i\omega t}$$

имеем

$$\omega W = \frac{\partial \Pi_\omega}{\partial r} \quad (5)$$

Согласно (2) при колебаниях будет

$$p_\omega = \rho \omega \Pi_\omega \quad (6)$$

А уравнение (3) обратится в уравнение Гельмгольца, решением которого отвечающим рассматриваемой задаче о свободных колебаниях сферической оболочки будет

$$\Pi_{\omega} = \frac{\Pi_n}{\sqrt{r}} Z_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\omega r}{a}\right) \cdot \bar{Y}_n(\theta, \varphi) \quad (n=1,2,\dots) \quad (7)$$

где $Z_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\omega r}{a}\right) = j_n\left(\frac{\omega r}{a}\right) \cdot \bar{Y}_n(\theta, \varphi)$ - сферическая гармоника.

$$j_n\left(\frac{\omega r}{a}\right) = \sqrt{\frac{\pi a}{2\omega r}} \cdot J_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\omega r}{a}\right) \quad (8)$$

Неизвестные функции в (1) также выражаются при помощи сферических гармоник

$$W = W_n \bar{Y}_n(\theta, \varphi); \quad \Phi = \Phi_n \bar{Y}_n(\theta, \varphi) \quad (9)$$

Из (7) и (8) следует

$$\Pi_{\omega} = \frac{\Pi_n}{r} \sqrt{\frac{\pi a}{2\omega}} \cdot J_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\omega r}{a}\right) \cdot \bar{Y}_n(\theta, \varphi) \quad (10)$$

Из (5), (9) и (10) можно получить

$$W_n = \frac{\Pi_n}{r\omega} \sqrt{\frac{\pi a}{2\omega}} \cdot \left[\frac{\omega}{a} J'_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\omega r}{a}\right) - \frac{1}{r} J_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\omega r}{a}\right) \right] \quad (11)$$

Из (6), (10) и (11) можно определить давление p следующим образом

$$p = \frac{\rho \omega^2 J_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\omega r}{a}\right) \cdot W_n \bar{Y}_n(\theta, \varphi)}{\frac{\omega}{a} J'_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\omega r}{a}\right) - \frac{1}{r} J_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\omega r}{a}\right)} \quad (12)$$

учитывая, что функции в (9) удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} \Delta_0 W + n(n+1)W &= 0; \\ \Delta_0 \Phi + n(n+1)\Phi &= 0; \end{aligned} \quad (13)$$

и используя (12), (13) и (11) в (1) и получим уравнения частот.

Полученные уравнения связывают свободную частоту системы со свободной частотой оболочки в отсутствии жидкости. Нахождение частот свободных колебаний системы в целом связаны с решением трансцендентного уравнения. При решении трансцендентного уравнения часто авторы прибегают к приближенным методам, в частности к асимптотическим [1,2,3]. Однако решение обратной задачи позволяет, строить спектр частот графики, что упрощает исследование, в том числе определение частоты.

При некоторых данных значениях параметров задачи на интервале $0 - 6 \cdot 10^7$ для $N(\omega)$ и $0 - 25$ для ω построены графики $N(\omega) - \omega$ рис.1. ($N(\omega) = \omega_0$). На рисунках показаны три фрагмента частотного спектра $\omega - \omega_0$ для трёх значений отношения плотности жидкости к плотности оболочки.

$$r = 100, \quad a = 500, \quad \frac{p}{q} = 0.3$$

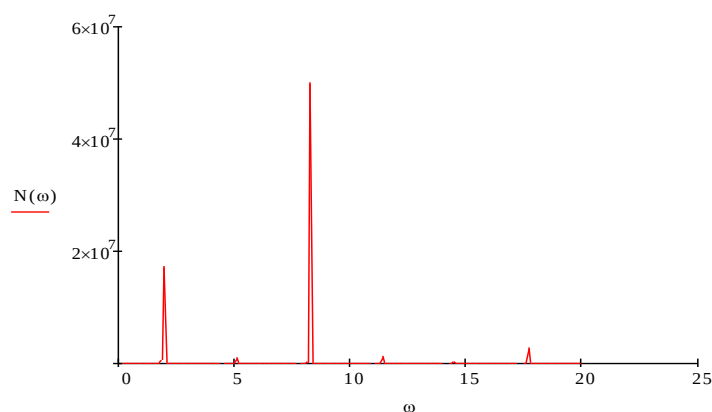


Рис.1. Зависимости частоты колебаний не содержащей жидкость оболочки $N(\omega)$, частоты колебаний системы ($r = 100, a = 500, \frac{P}{q} = 0.3$).

Рассмотрим участок графика соответствующий первой моде колебаний жидкости. С увеличением ω_0 (жёсткости оболочки) частота собственных колебаний системы ω заметно нарастая, затем замедляет рост, асимптотически приближаясь к некоторому значению соответствующему жёсткому закреплению. На второй моде колебаний жидкости при небольшом ω_0 (жёсткости) частота системы ω начиная со значения соответствующего жёсткого закрепления при первой моде, сначала быстро возрастает с последующим замедлением, асимптотически приближаясь к значению соответствующему жёсткому закреплению для второй моды. Аналогичная картина наблюдается и для последующих мод. Следует отметить, что имеет место чередование крутизны кривых для последующих мод.

Анализируя характер кривых в зависимости от значений различных параметров следует отметить: увеличение скорости звука в жидкости увеличивает крутизну кривой $\omega - \omega_0$.

Литература

1. Латифов Ф.С. Колебания оболочек с упругой и жидкой средой. Баку: Элм, 1999, 164с.
2. Сейфуллаев А.И. Мамедова Г.А. Влияние плотности среды на свободные колебания цилиндра содержащего сжимаемую жидкость. Механика – машиностроение, 2011, №1, с.28-32
3. Смирнов В.Н. Курс высшей математики. Т.3, ч.2, М., Наука, 1974, 672с.

ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ СОСТАВНОГО ТЕЛА.

К.С. Мамедова

Институт Математики и Механики НАНА

konul_1984@mail.ru

Рассмотрим составное упругое тело, состоящее из сплошной упругой среды (матрицы) и распределенных в ней включений из другого упругого материала. Процесс разрушения таких материалов определяется концентрационным взаимодействием включений (волокон) с матрицей.

Армированные волокна проектируются в основном круглого поперечного сечения. Включения из другого материала (подкрепляющие элементы), составляя по весу сравнительно небольшую часть, существенно влияют на ее прочность[1]. Задача теории оптимального проектирования заключается в определении характеристик составного тела таким образом, чтобы тело при действии заданных нагрузок в определенном смысле являлось наилучшим из всех составных тел рассматриваемого тела.

Пусть неограниченное тело находится в условиях плоской деформации или плоского напряженного состояния.

Обозначим границу раздела различных упругих сред через L' . Полагаем, что границу L' соединения включения с матрицей можно представить в виде

$$r = \rho(\theta) = \lambda + \varepsilon H(\theta),$$

где ε – малый параметр, равный $R_{\max}/\lambda$; $R_{\max}$ – наибольшая высота неровности профиля контура L' от окружности радиуса λ . Для оптимизации несущей способности составного тела предлагается метод, заключающийся в выборе класса неровностей поверхности поперечного сечения включения, обеспечивающие повышение несущей способности составного тела. Таким образом, требуется построить такую геометрию поверхности соединения включения и связующего, чтобы созданное ею упругое поле снижало бы концентрацию напряжений в составном теле. Очевидно, что чем ниже уровень напряженности в составном теле, тем выше ресурс ее работы.

Не уменьшая общности поставленной задачи оптимизации, принимаем, что искомая функция $H(\theta)$ может быть представлена в виде отрезка ряда Фурье

$$H(\theta) = \sum_{k=0}^{\infty} (\alpha_k \cos k\theta + \beta_k \sin k\theta)$$

Компоненты тензора напряжений σ_x , σ_y , τ_{xy} и вектора смещений u , v в плоской задаче теории упругости можно представить с помощью комплексных потенциалов Колосова-Мусхелишвили [2]

$$\sigma_x + \sigma_y = \sigma_r + \sigma_\theta = 2[\Phi(z) + \overline{\Phi(\bar{z})}] ;$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = (\sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{r\theta})e^{-2i\theta} = 2[\bar{z}\Phi'(z) + \Psi(z)];$$

$$2\mu(u + iv) = \chi\varphi(z) - z\overline{\Phi(z)} - \overline{\psi(z)},$$

где μ – модуль сдвига материала; χ – постоянная Мусхелишвили, зависящая от коэффициента Пуассона, $\chi = 3 - 4\nu$ в случае плоской деформации и $\chi = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ для обобщенного плоского напряженного состояния; r, θ – полярная система координат.

При деформации составного тела (композита) смежные точки контура соединения включения и связывающего будут иметь одинаковые перемещения, а усилия, действующие со стороны связывающего на включение, будут равны по величине и противоположны по знаку усилиям, действующим на связывающее со стороны включения.

для нулевого приближения

$$\sigma_{r_0}^{(0)} + i\tau_{r\theta_0}^{(0)} = \sigma_r^{(0)} + i\tau_{r\theta}^{(0)}; \quad u_{r_0}^{(0)} + iu_{r\theta_0}^{(0)} = u_r^{(0)} + iu_{r\theta}^{(0)}$$

для первого приближения

$$\sigma_{r_0}^{(1)} + i\tau_{r\theta_0}^{(1)} = \sigma_r^{(1)} + i\tau_{r\theta}^{(1)} + f_1 + if_2; \quad u_{r_0}^{(1)} + iu_{r\theta_0}^{(1)} = u_r^{(1)} + iu_{r\theta}^{(1)} + g_1 + ig_2$$

Для оценки прочности составного тела необходимо определить нормальное напряжение σ_t , действующее вблизи контура L' . С помощью преобразований для величины σ_t с точностью до величин первого порядка относительно малого параметра ε найдем[3]

$$\sigma_t = \sigma_\theta|_{r=\rho} = \sigma_\theta^{(0)}|_{r=\lambda} + \varepsilon \left[H(\theta) \frac{\partial \sigma_\theta^{(0)}}{\partial r} + \sigma_\theta^{(1)} \right]_{/r=\lambda}$$

Для функции $\sigma_t(\theta)$ находим ее максимальное значение на границе соединения различных сред

$$\sigma_{t\max} = \sigma_\theta^{(0)}(\theta_*) + \varepsilon \left[H(\theta_*) \frac{\partial \sigma_\theta^{(0)}(\theta_*)}{\partial r} + \sigma_\theta^{(1)}(\theta_*) \right]_{/r=\lambda}$$

Здесь величина θ_* есть корень уравнения $\frac{\partial \sigma_t}{\partial \theta} = 0$

При этом должно выполняться следующее ограничение $\sigma_{t\max} \leq [\sigma]$, где $[\sigma]$ – допустимое напряжение для материала связывающего, определяемое опытным путем.

Для оптимизации полученной математической модели могут быть применены численные методы решения задач линейного программирования.

В рассматриваемой задаче наиболее эффективным методом оказался симплексный алгоритм[4].

Результаты расчетов для

$$\lambda = 0,3; \quad \nu_s = 0,30; \quad \mu_s = 2,5 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \quad \nu_b = 0,32; \quad \mu_b = 3,6 \cdot 10^5 \text{ МПа}$$

приведены в таблице

	α_0	α_2	α_4	α_6
ОР	0,062	0,041	0,018	0,005
ВР	0,054	0,033	0,011	0,003

Здесь ОР – одностороннее растяжение, ВР – всестороннее растяжение[5] .

Аналогично задача может быть рассмотрена для иных критериев оптимизации.

Литература

1. Andreev L. In the world of shells. Mir Publishers. Moscow. 1990. – 200 p.
2. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.
3. Mirsalimov V.M., Inverse theory of elasticity problem of mounting a disk on a rotating shaft// J.of Machinery Manufacture and Reliability.2007.V.36.№1.p.35-38.
4. Юдин Д.Б. Гольдштейн Е.Г. Линейное программирование. Теория и конечные методы. М.: Физматлит, 1963. 775с.
5. Мамедова К.С. Минимизация напряженного состояния составного тела, армированного однонаправленными волокнами // Elmi əsərlər fundamental elmlər, 2010, cild IX(36), №4, с. 66–69

РЕШЕНИЯ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЗАДАЧИ О КОЛЬЦОВОЙ ПЛАСТИНЕ, НАГРУЖЕННОЙ ПО ВНУТРЕННЕМУ КОНТУРУ МОМЕНТОМ

М.А. Мамедова

Институт Математики и Механики НАНА

Кольцевая пластинка с внутренним радиусом a и внешним радиусом b нагружается по внутреннему контуру моментом $M(t)$, где t - время. Используется полярная система координат (r, φ) . Предполагается, что материал пластины механически несжимаемый и его механические свойства описываются известными нелинейными уравнениями В.В.Москвитина, которые применительно к нашей задаче имеет вид

$$\frac{\sigma_\varphi - \sigma_r}{2G_0} = (\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r) \varphi(\varepsilon_+) - \int_0^t R(t-\tau) (\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r) \varphi(\varepsilon_+) d\tau, \quad (1)$$

$$\frac{\sigma_\varphi + \sigma_r}{6G_0} = (\varepsilon_\varphi - \varepsilon_+) \varphi(\varepsilon_t) - \int_0^t R(t-\tau) (\varepsilon_\varphi + \varepsilon_r) \varphi(\varepsilon_+) d\tau, \quad (2)$$

$$\frac{\sigma_{r\varphi}}{2G_0} = \varepsilon_{r\varphi} \varphi(\varepsilon_+) - \int_0^t R(t-\tau) \varepsilon_{r\varphi} \varphi(\varepsilon_+) d\tau. \quad (3)$$

Здесь G_0 -мгновенный модуль сдвига, σ_φ, σ_r -кольцевое и радиальное напряжения $\sigma_{r\varphi}$ -касательное напряжение, $\varepsilon_\varphi, \varepsilon_r$ -кольцевая и радиальная деформации, $\varepsilon_{\varphi r}$ -деформация сдвига, ε_+ -интенсивность деформаций:

$\varepsilon_+ = \left(\frac{2}{3} e_{ij} e_{ij} \right)^{\frac{1}{2}}$, ℓ_{ij} -девиаторы деформаций; $\varphi(\varepsilon_+)$ -функция нелинейности, $R(t)$ -ядро релаксации.

К уравнениям (1)-(3) добавляются уравнения равновесия

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{\sigma_\varphi - \sigma_r}{r}, \quad \frac{\partial}{\partial r} (\sigma_{r\varphi} r^2) = 0 \quad (4)$$

и геометрические соотношения Коши.

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_\varphi = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_{r\varphi} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \right), \quad (5)$$

где u_r и u_φ - перемещения в радиальном и окружном направлениях.

Граничные условия следующие

$$\sigma_r(a, t) = \sigma_r(b, t) = 0, \quad u_\varphi(b, t) = 0. \quad (6)$$

$$M = \int_0^{2\pi} \sigma_{r\varphi} r^2 d\varphi \quad (7)$$

Задача (1)-(5) приведена к задаче теории упругопластичности, решение которой приведена в статье [1].

Литература

1. Nordgren R.P., Naghdi P.M. Loading und unloading Solutions for an elastic-plastic annular plate in the state of plane stress under combined pressure und couple-international Journal of Engineering Science, 1963, № 1, p.33-70.

РАЦИОНАЛЬНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ В МЕТРИКЕ $L_1(\Gamma)$ НА КРИВЫХ В КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ

Дж.И. Мамедханов, И.Б. Дадашова

jamalmamedkhanov@rambler.ru

В работе рассматривается аппроксимация труднодоступного и малоизученного класса функций $L_1(\Gamma)$ посредством рациональных функций

вида $R_n(z) = \sum_{k=-n}^n a_k (z-b)^k$. При этом рассматриваются функции из класса

$L_1(\Gamma)$ удовлетворяющее естественному условию Липшица на кривой Γ , а именно $\|f(z(s+h)) - f(z(s))\|_{L_1(\Gamma)} \leq \text{const} |h|^\alpha$ и получена соответствующая

теорема аппроксимации.

Рассмотрен самый труднодоступный и малоизученный случай в задачах как полиномиальной, так и рациональной аппроксимации, а именно задача аппроксимации, в метрике $L_1(\Gamma)$, где Γ есть кривая в комплексной плоскости. Напомним, что $f \in L_p(\Gamma)$ ($p \geq 1$), если

$$\|f\|_{L_p(\Gamma)} = \left(\int_{\Gamma} |f(z)|^p dz \right)^{1/p} < +\infty.$$

Изучена задача аппроксимации класса функции, определенной лишь на границе Γ области G . В этом случае, как известно полиномиальная аппроксимация, вообще говоря, невозможна. Поэтому, за агрегат аппроксимации, в данном случае, используется обобщенные многочлены или рациональные функции вида

$$R_n(z) = \sum_{k=-n}^n a_k (z-b)^k \quad (*)$$

где b -некоторая точка, лежащая строго внутри рассматриваемой кривой Γ (неумоляя общности, будем считать $b=0$).

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ОДНОЙ ДИСКРЕТНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ

К.Б. Мансимов*, Э.А. Гараева**

Бакинский Государственный Университет, Институт Кибернетики НАНА

e-mail: mansimov@front.ru

Рассмотрим задачу о минимуме функционала

$$S(u, v) = \varphi_1(y(x_1)) + \sum_{x=x_0}^{x_1-1} \varphi_2(x, z(t_1, x)) \quad (1)$$

при ограничениях

$$u(t) \in U \subset R^r, \quad t \in T = \{t_0, t_0+1, \dots, t_1-1\}, \quad (2)$$

$$v(x) \in V \subset R^q, \quad x \in X = \{x_0, x_0+1, \dots, x_1-1\},$$

$$z(t+1, x) = f(t, x, z(t, x), u(t)), \quad t \in T, \quad x \in X \cup x_1, \quad (3)$$

$$z(t_0, x) = y(x), \quad x \in X \cup x_1,$$

$$y(x+1) = g(x, y(x), v(x)), \quad x \in X, \quad y(x_0) = y_0. \quad (4)$$

Здесь $f(t, x, z, u)$ ($g(x, y, v)$) – заданная n -мерная вектор-функция, непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по (z, u) ((y, v)) до второго порядка включительно, y_0 – заданный постоянный вектор, t_0, t_1, x_0, x_1 – заданные числа, причем разности $t_1 - t_0, x_1 - x_0$ – есть натуральные числа, $\varphi_1(y), \varphi_2(x, z)$ – заданные скалярные функции

непрерывные по совокупности переменных вместе с $\partial\varphi_1(y)/\partial y$, $\partial^2\varphi_1(y)/\partial y^2$, $\partial\varphi_2(x,z)/\partial z$, $\partial^2\varphi_2(x,z)/\partial z^2$ соответственно, $u(t)(v(x))$ – r (q)-мерный вектор управляющих воздействий, U (V) – заданное непустое, ограниченное и открытое множество.

Пару $(u(t), v(x))$ – с вышеперечисленными свойствами назовем допустимым управлением, а соответствующий процесс $(u(t), v(x), z(t, x), y(x))$ – допустимым процессом. Допустимое управление $(u^o(t), v^o(x))$ доставляющее минимум функционалу (1) при ограничениях (2)-(4) назовем оптимальным управлением.

Считая $(u^o(t), v^o(x))$ фиксированным допустимым управлением введем в рассмотрение аналоги функции Гамильтона-Понтрягина

$$H(t, x, z, u, \psi^o) = \psi^{o'} f(t, x, z, u), \quad M(x, y, v, p^o) = p^{o'} g(x, y, v).$$

Здесь $(\psi^o(t, x), p^o(x))$ – вектор функция сопряженных переменных являющееся решением задачи

$$\begin{aligned} \psi^o(t-1, x) &= \frac{\partial H(t, x, z^o(t, x), u^o(t), \psi^o(t, x))}{\partial z}, \quad \psi^o(t_1-1, x) = -\frac{\partial \varphi_2(x, z^o(t_1, x))}{\partial z}, \\ p^o(x-1) &= \frac{\partial M(x, y^o(x), v^o(x), p^o(x))}{\partial y} + \psi^o(t_0-1, x), \quad p^o(x_1-1) = -\frac{\partial \varphi_1(y^o(x_1))}{\partial y}. \end{aligned} \quad (5)$$

Пусть $(\delta u(t), \delta v(x))$ есть вариация управления, где $\delta u(t) \in R^r$, $t \in T$, $\delta v(x) \in R^q$, $x \in X$ – произвольные ограниченные вектор-функции соответствующих размерностей.

Через $(\delta z(t, x), \delta y(x))$ обозначим вариацию траектории $(z^o(t, x), y^o(x))$ являющаяся решением уравнения в вариациях

$$\begin{aligned} \delta z(t+1, x) &= f_z(t, x, z^o(t, x), u^o(t)) \delta z(t, x) + f_u(t, x, z^o(t, x), u^o(t)) \delta u(t), \\ \delta z(t_0, x) &= \delta y(x), \quad x \in X \cup x_1, \\ \delta y(x+1) &= g_y(x, y^o(x), v^o(x)) \delta y(x) + g_v(x, y^o(x), v^o(x)) \delta v(x), \quad \delta y(x_0) = 0. \end{aligned}$$

Используя аналогии классических вариаций управления $(u^o(t), v^o(x))$. получен вид первой и второй вариаций функционала качества.

Из условия равенства нулю первой вариации функционала (1) следует

Теорема 1. При сделанных предположениях для оптимальности допустимого управления $(u^o(t), v^o(x))$ необходимо, чтобы выполнялись соотношения:

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1} H_u(\theta, x, z^o(\theta, x), u^o(\theta), \psi^o(\theta, x)) = 0$$

для всех $\theta \in T$,

$$M_v(\xi, y^o(\xi), v^o(\xi), p^o(\xi)) = 0$$

для всех $\xi \in X$.

Далее используя не отрицательность второй вариации функционала качества вдоль оптимального процесса при помощи методики предложенной в работах [1, 3-6] и др. получены конструктивно проверяемые необходимые условия оптимальности второго порядка.

Литература

1. Москаленко А.И. Об одном классе задач оптимального регулирования // Журн. Вычисл. мат. и мат. физики. 1969, № 1, с. 69-95.
2. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Особые оптимальные управления. М. Наука, 1973, 256 с.
3. Мансимов К.Б. Многоточечные необходимые условия оптимальности особых в классическом смысле управлений в системах с запаздыванием // Дифференц. уравнения. 1985, т. 21, № 3, с. 527-530.
4. Мансимов К.Б. Особые управления в системах с запаздыванием. Б. Изд-во ЭЛМ, 1999, 174 с.
5. Мансимов К.Б., Марданов М.Дж. Качественная теория оптимального управления системами Гурса-Дарбу. Баку, Элм, 2010, 365с.
6. Мансимов К.Б. Дискретные системы. Баку. Изд-во Бакинского Госуниверситета, 2013, 161 с.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТИПА

А.И. МОСКАЛЕНКО

К.Б. Мансимов, Ш.М. Расулова

Бакинский Государственный Университет, Институт Кибернетики НАНА
mansimov@front.ru

В работе изучается непрерывная задача оптимального управления впервые рассмотренная в работе [1] А.И. Москаленко. При предположении выпуклости области управления получены линеаризованные и квадратичные [2-5] необходимые условия оптимальности.

Пусть требуется минимизировать функционал

$$J(u, v) = \varphi_1(y(x_1)) + \int_{x_0}^{x_1} \varphi_2(x, z(t_1, x)) dx \quad (1)$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} u(t) &\in U \subset R^r, \quad t \in T = [t_0, t_1], \\ v(x) &\in V \subset R^q, \quad x \in X = [x_0, x_1], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial z(t, x)}{\partial t} = f(t, x, z(t, x), u(t)), \quad (t, x) \in D = T \times X, \quad (3)$$

$$z(t_0, x) = y(x), \quad x \in X,$$

$$\frac{dy(x)}{dx} = g(x, y(x), v(x)), \quad x \in X, \quad y(x_0) = y_0. \quad (4)$$

Здесь $f(t, \tau, z, u)$, $g(x, y, v)$ – заданные n -мерные вектор-функции непрерывные, соответственно в $T \times X \times R^n \times R^r$, $X \times R^n \times R^q$ вместе с частными производными по (z, u) , (y, v) , соответственно до второго порядка включительно, y_0 – заданный постоянный вектор, $\varphi_1(y)$, $\varphi_2(x, z)$ – заданные скалярные функции непрерывные в R^n , $X \times R^n$ соответственно, вместе с частными производными по y , z соответственно, до второго порядка включительно, $u(t)$ ($v(x)$) – r (q)-мерный кусочно-непрерывный (с конечным числом точек разрыва первого рода) вектор управляющих воздействий, U (V) – заданное непустое, ограниченное и выпуклое множество, t_0 , t_1 , x_0 , x_1 – заданы.

Пару $(u(t), v(x))$ с вышеприведенными свойствами назовем допустимым управлением.

Считая $(u^o(t), v^o(x), z^o(t, x), y^o(x))$ заданным допустимым процессом введем обозначения

$$H(t, x, z, u, \psi^o) = \psi^{o'} f(t, x, z, u), \quad M(x, y, v, p^o) = q^{o'} g(x, y, v),$$

$$H_z(t, x) \equiv H_z(t, x, z^o(t, x), u^o(t), \psi^o(t, x)),$$

$$M_y(x) \equiv M_y(x, y^o(x), v^o(x), p^o(x)),$$

$$H_u(t, x) \equiv H_u(t, x, z^o(t, x), u^o(t), \psi^o(t, x)), \quad M_v(x) \equiv M_v(x, y^o(x), v^o(x), p^o(x)).$$

Здесь $(\psi^o(t, x), p^o(x))$ – вектор-функция сопряженных переменных являющаяся решением задачи

$$\frac{\partial \psi^o(t, x)}{\partial t} = -\frac{\partial H(t, x)}{\partial z}, \quad \psi^o(t_1, x) = -\frac{\partial \varphi_2(x, z(t_1, x))}{\partial z},$$

$$\frac{dq(x)}{dx} = -\frac{\partial M_y(x)}{\partial y} - \psi(t_0, x), \quad q(x_1) = -\frac{\partial \varphi_1(y(x_1))}{\partial y}.$$

Теорема 1. Для оптимальности допустимого управления $(u(t), v(x))$ в задаче (1)-(4) необходимо, чтобы выполнялись соотношения

$$\int_{x_0}^{x_1} H'_u(\theta, x)(u - u^o(\theta)) dx \leq 0 \quad \text{для всех } \theta \in [t_0, t_1], \quad u \in U \quad (5)$$

$$M'_v(\xi)(v - v^o(\xi)) \leq 0 \quad \text{для всех } \xi \in [x_0, x_1], \quad v \in V. \quad (6)$$

Здесь и в дальнейшем $\theta \in [t_0, t_1]$, $\xi \in [x_0, x_1]$ – произвольные точки непрерывности управлений $u(t)$ и $v(x)$, соответственно.

Система соотношений (5), (6) является аналогом линеаризованного условия максимума для задачи (1)-(4).

Далее изучен случай вырождения линеаризованного условия максимума.

Литература

1. Москаленко А.И. Об одном классе задач оптимального регулирования // Журн. Вычисл. Мат. и мат. физики. 1969, № 1, с. 68-95.
2. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Принцип максимума в теории оптимального управления. Минск. Наука и техника. 1974, 274 с.
3. Мансимов К.Б., Марданов М.Дж. Качественная теория оптимального управления системами Гурса-Дарбу. Баку: Изд-во «ЭЛМ», 2010, 363 с.
4. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Особые оптимальные управления. М. Наука, 1973, 256 с.
5. Марданов М.Дж., Мансимов К.Б., Меликов Т.К. Исследование управлений и необходимые условия оптимальности второго порядка в системах с запаздыванием. Баку, ЭЛМ, 2013, 356 с.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

М.Дж. Марданов^{*,**}, К.Б. Мансимов^{**,***}

*Институт Математики и Механики НАНА, Институт Кибернетики НАНА
Бакинский Государственный Университет*

В работах [1-8] и др. получен ряд необходимых условий оптимальности второго порядка и исследованы случаи вырождения необходимых условий оптимальности первого порядка (особый случай) в процессах, описываемых системой гиперболических уравнений, с краевыми условиями Гурса.

В предлагаемом докладе рассматривается одна задача оптимального управления, описываемая системой интегро-дифференциальных уравнений гиперболического типа с краевыми условиями Гурса. Получены необходимые условия оптимальности первого и второго порядков.

Пусть требуется найти минимум функционала

$$S(u) = \varphi(z(t_1, x_1)) \quad (1)$$

при ограничениях

$$u(t, x) \in U \subset R^r, \quad (t, x) \in D, \quad (2)$$

$$z_{tx}(t, x) = \int_{t_0}^t \int_{x_0}^x f(t, x, \tau, s, z(\tau, s), z_\tau(\tau, s), z_s(\tau, s), u(\tau, s)) ds d\tau, \\ (t, x) \in D = T \times X = [t_0, t_1] \times [x_0, x_1], \quad (3)$$

$$\begin{aligned} z(t_0, x) &= a(x), \quad x \in X, \\ z(t, x_0) &= b(t), \quad t \in T, \\ a(x_0) &= b(t_0). \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь $\varphi(z)$ – заданная дважды непрерывно дифференцируемая скалярная функция, $f(t, x, \tau, s, z, z_\tau, z_s, u)$ – заданная n -мерная вектор-функция непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по (z, z_τ, z_s, u) до второго порядка включительно, $a(x)$, $b(t)$ – заданные Липшицевы вектор-функции, U – заданное непустое и ограниченное множество, $u(t, x)$ – r -мерный кусочно непрерывный (с конечным числом линий разрыва первого рода не параллельные к координатным осям) вектор управляющих воздействий (см.. напр. [9]).

Предполагается, что каждому допустимому управлению $u = u(t, x)$ соответствует единственное абсолютно непрерывное решение $z(t, x)$ задачи (3)-(4).

Задачи оптимального управления системами Гурса-Дарбу давно привлекают внимание специалистов. Для подобных задач оптимального управления изучены вопросы связанные с выводом необходимых и достаточных условий оптимальности, доказаны теоремы существования оптимальных управлений предложены численные методы (см. например [6-8]), где имеется достаточно полный обзор соответствующих результатов.

В докладе методика, предложенная в [1-3] и развитая в работах [7,8] и др. применяется для получения необходимых условий оптимальности второго порядка в задаче (1)-(4).

Литература

1. Мансимов К.Б. Об одной схеме исследования особого случая в системах Гурса-Дарбу // Изв. АН Азерб. Сер. физ.-техн. и матем. наук. 1981, № 3, с. 100-104.
2. Мансимов К.Б. Исследование особого случая в нелинейных системах Гурса-Дарбу // Мат-лы II конф. молодых ученых по автоматическому управлению. Тбилиси, 1982, с. 56-58.
3. Мансимов К.Б. К теории необходимых условий оптимальности особых управлений в задаче на минимакс // Изв. АН Азерб. Сер. физ.-техн. и матем. наук. 1982, № 1, с. 40-45.
4. Марданов М.Дж. Необходимые условия оптимальности в системах Гурса-Дарбу с запаздываниями при наличии фазовых ограничений // В сб.: Дифференц. уравнения с частными производными и их прил. Баку, Бакинский Гос. Университет, 1989, с. 43-55.
5. Марданов М.Дж. Необходимые условия оптимальности второго

порядка в системах с распределенными параметрами // Изв. АН Азерб. Сер. физ.-техн. и матем. наук. 1987, № 4, с. 181-197.

6. Меликов Т.К. Особые в классическом смысле управления в системах Гурса-Дарбу. Баку. Изд-во ЭЛМ. 2003, 96 с.

7. Мансимов К.Б. Особые управления в задачах управления системами с распределенными параметрами // Современная математика и ее приложения. 2006, т. 42, с. 39-83.

8. Мансимов К.Б., Марданов М.Дж. Качественная теория оптимального управления системами Гурса-Дарбу. Баку, Элм, 2010, 360с.

9. Ащепков Л.Т., Васильев О.В. Об оптимальности особых управлений в системах Гурса-Дарбу// Журн. Вычисл. мат. и мат. физ. 1975, № 5. с. 1157-1167.

О НЕОБХОДИМЫХ УСЛОВИЯХ ОПТИМАЛЬНОСТИ ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

М.Дж. Марданов, Т.К. Меликов

misirmardanov@yahoo.com

В работе приводится доказательство усиленного варианта линеаризованного принципа максимума и предлагается новая схема получения многоточечных необходимых условий оптимальности второго порядка в дискретной задаче терминального управления со свободным правым концом траектории.

1. Рассматривается задача терминального управления дискретными системами:

$$x(t+1) = f(x(t), u(t), t), \quad x(t_0) = x^0, \quad t \in T = \{t_0, t_0 + 1, \dots, t_1 - 1\}, \quad (1)$$

$$u(t) \in U, \quad t \in T, \quad (2)$$

$$S(u) = \varphi(x(t_1)) \rightarrow \min, \quad (3)$$

где $x = (x_1, \dots, x_n)'$ - вектор состояния, $u = (u_1, \dots, u_r)'$ - вектор управления, ('(штрих) - операция транспонирования); $x^0 \in E^n$ - заданный вектор, U - выпуклое множество r - мерного евклидова пространства E^r ; $f(x, u, t), (x, u, t) \in E^n \times E^r \times [t_0, t_1]$ - заданная вектор-функция, непрерывная по совокупностям переменных вместе с частными производными по x, u до второго порядка включительно, $\varphi(x), x \in E^n$ - заданная дважды непрерывно-дифференцируемая функция.

Управления, отвечающие ограничению (2), будем называть допустимыми. Допустимые управления и соответствующие им решения системы (1), для которых функционал (3) принимает наименьшее значение назовем оптимальными.

2. Доказываются следующие утверждения.

Теорема 1. Пусть $u^0(t), t \in T$ - допустимое управление, а

$x^0(t), t \in T \cup \{t_1\}$ - соответствующее ему решение системы (1). Тогда для оптимальности управления $u^0(t), t \in T$ в задаче (1) – (3) необходимо, чтобы при каждом $u(t) \in U[x^0(t)]$ и при всех $t \in T, v \in U$ выполнялось неравенство

$$H'_u(\psi[u(\cdot)](t), x^0(t), u(t), t)(v - u(t)) \leq 0, \quad (4)$$

где $H(\psi, x, u, t) = \psi f(x, u, t)$, $\psi(t) = \psi[u(\cdot)](t)$ является решением системы

$$\begin{aligned} \psi(t-1) &= H_x(\psi(t), x(t), u(t), t), \quad t \in \{t_1-1, t_1-2, \dots, t_0+1\}, \\ \psi(t_1-1) &= -\varphi_x(x(t_1)), \end{aligned} \quad (5)$$

соответствующей управлению $u(t), t \in T$, а множество $U[x^0(t)]$, следуя [1], определяется следующим образом:

$$U[x^0(t)] = \{u(t) : u(t) \in U, t \in T, f(x^0(t), u(t), t) = f(x^0(t), u^0(t), t), t \in T\}. \quad (6)$$

Очевидно, что $U[x^0(t)] \neq \emptyset$.

Условие оптимальности (4) является обобщением линеаризованного принципа максимума [2]. При этом оно позволяет существенно сузить множество управлений, подозрительных на оптимальность. Рассмотрим пример, подтверждающий сказанное.

Пример. $x_1(t+1) = u_1(t)$, $x_2(t+1) = x_1(t) + u_1(t)$, $x_3(t+1) = x_2(t)u_2(t)$
 $x_i(0) = 0, i = 1, 2, 3, t \in T = \{0, 1\}, u = (u_1, u_2) \in U = U^* \times U^*, U^* = [-1, 1], \varphi(x(2)) = x_3(2)$.
 Исследуем на оптимальность допустимое управление $u^0(t) = (0, 0)', t \in T$.

Вдоль него имеем: $x^0(t) = (x_1^0(t), x_2^0(t), x_3^0(t))' \equiv (0, 0, 0)', t \in T$,

$$\psi[u^0(\cdot)](1) = (0, 0, -1)', \psi[u^0(\cdot)](0) = (0, 0, 0)', H(\psi[u^0(\cdot)](t), x^0(t), u, t) \equiv 0,$$

$$t \in \{0, 1\}, u \in (u_1, u_2) \in U = [-1, 1] \times [-1, 1]; H_u(\psi[u^0(\cdot)](t), x^0(t), u^0(t), t) \equiv (0, 0)'.$$

Легко заметить, что линеаризованный принцип максимума [2] в данном случае неэффективен: $0 \leq 0, t \in T, v \in U$, т.е. он оставляет это управление в числе претендентов на оптимальность.

Теперь применим условие (4). По (6) имеем

$$U[x^0(t)] = \left\{ u(t) = (0, u_2(t))' : u_2(t) \in U^* = [-1, 1], t \in \{0, 1\} - \text{любая функция} \right\}.$$

Проверим условие (4) вдоль управления $u(t) \equiv (0, 1)' \in U[x^0(t)]$. При этом, решая систему (5), находим, что $\psi[u(\cdot)](1) = (0, 0, -1)', \psi[u(\cdot)](0) = (0, -1, 0)'$. Далее, так как $H(\psi[u(\cdot)](0), x^0(0), u, 0) = -u_1, u_1 \in [-1, 1]$, то условие оптимальности (4) при $u(t) \equiv (0, 1)', t \in T$ и $t = 0$ принимает противоречивый вид:

$$(-1, 0) \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 - 1 \end{pmatrix} = -v_1 \leq 0, v_1 \in [-1, 1], \quad \text{т.е. по теореме 1 управление}$$

$u^0(t) = (0, 0)', t \in T$ неоптимально.

Определение. Допустимое управление $u(t) \in U[x^0(t)]$, удовлетворяющее условию (4), назовем квазиисобым в точке $\theta \in T$ по множеству $\Omega(\theta) \subset U$, если для всех $v \in \Omega(\theta)$ выполняется равенство

$$H'_u(\psi[u](\theta), x^0(\theta), u(\theta), \theta)(v - u(\theta)) = 0,$$

где $\Omega(\theta) \setminus \{u(\theta)\} = \emptyset$.

Теорема 2. Пусть допустимое управление $u(t) \in U[x^0(t)]$ является квазиисобым в точках $\theta, \theta_k \in T(\theta_k = \theta + k)$, соответственно по множествам $\Omega(\theta), \Omega(\theta_k)$. Тогда для оптимальности $u(t), t \in T$ необходимо, чтобы при всех $v \in \Omega(\theta), \tilde{v} \in \Omega(\theta_k), \alpha, \alpha_k \in (0, +\infty)$ выполнялись неравенства

$$L(\theta, v) \leq 0, L(\theta_k, \tilde{v}) \leq 0, \quad (7)$$

$$\alpha^2 L(\theta, v) + \alpha_k^2 L(\theta_k, \tilde{v}) + 2\alpha\alpha_k(\tilde{v} - u(\theta_k))' [H_{ux}(\theta_k) + f'_u(\theta_k)\Psi(\theta_k)f_x(\theta_k)] Z(\theta_k)(v - u(\theta)) \leq 0,$$

(8)

где $\Psi(\cdot), Z(\cdot), L(\cdot)$ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \Psi(t-1) &= f'_x(t)\Psi(t)f_x(t) + H_{xx}(t), \\ t &= \{t_1-1, t_1-2, \dots, t_0+1\}, \quad \Psi(t_1-1) = -\varphi_{xx}(x(t_1)); \\ Z(t+1) &= f_x(t)Z(t), \quad t \in \{\theta_1, \theta_2, \dots\} \cap T, \quad Z(\theta_1) = f_u(\theta); \\ L(\xi, \tilde{u}) &= (\tilde{u} - u(\xi))' \left[f'_u(\xi)\Psi(\xi)f_u(\xi) + H_{uu}(\xi) \right] (\tilde{u} - u(\xi)). \end{aligned} \quad (9)$$

Отметим, что условие оптимальности (7) достаточно хорошо известно [3]. А условие оптимальности (8) существенно усиливает условие (7). Условие оптимальности, подобное (8), получено в [4, 5] другим способом (при помощи дискретного аналога матрицы Коши).

Отметим также, что используя свойства множества $U[x^0(t)]$ и систему (9) в случае открытой области управлений не трудно получить:

- 1) усиленный вариант дискретного аналога уравнения Эйлера;
- 2) условия оптимальности типа (8).

Литература

1. Меликов Т.К. Деп. В ВИНТИ АН СССР, №2637-79, 31с.
2. Габасов Р. Журнал вычисл. матем. и математической физики, т.4., №8, 1968, с.780-796.
3. Габасов Р. Кириллова Ф.М. Автоматика и телемеханика №12, 1969, с.39-47.
4. Ащепков Л.Т. Сб. Дифференциальные и интегральные уравнения. Иркутск – 1973. Вып. 1, с. 15-26.
5. Мансимов К.Б. Особые управления в системах с запаздыванием. Изд-во «Элм», Баку, 1999.

РАЗРЕШИМОСТЬ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ЦЕПОЧКИ ВОЛЬТЕРРА С НАЧАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ТИПА СТУПЕНЬКИ

М.Г. Махмудова

Бакинский Государственный Университет

Цепочка Вольтерра представляет особый прикладной интерес (см. [1] и литературу в ней) и является активным предметом изучения. Рассмотрим следующую задачу Коши для цепочки Вольтерра

$$\dot{a}_n = \frac{1}{2} a_n (a_{n-1}^2 - a_{n+1}^2), n \in \mathbb{Z}, a_n = a_n(t) > 0, \cdot = \frac{d}{dt}, \quad (1)$$

$$a_n(0) = a_n^0, a_n^0 \rightarrow a^\pm > 0, n \rightarrow \pm\infty. \quad (2)$$

Решение задачи (1)-(2) ищется в классе

$$\left\| \sum_{n>0} n |a_n(t) - a^+| + \sum_{n<0} n |a_n(t) - a^-| \right\|_{C[-T,T]} < \infty, \quad (3)$$

где $T > 0$ - любое число. В работе [2] изучалась асимптотика решения задачи (1)-(2). Вместе с тем вопрос о существовании решения остался открытым.

В настоящей работе, пользуясь принципом сжатых отображений и априорными оценками доказывается следующая

Теорема. *Задача (1)-(2) имеет единственное решение в классе (3).*

Литература

[1] Тода М. Теория нелинейных решеток. М.:Мир, 1984, 264 с.

[2] Верещагин В.Л. Асимптотическое разложение решения задачи Коши для цепочки Вольтерра со ступенеобразным начальным условием //Теор.и матем. физика, 1997, т.111, №3, с.335-344.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ПРОДОЛЬНО ПОДКРЕПЛЕННОЙ ОРТОТРОПНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, КОНТАКТИРУЮЩЕЙ С ВЯЗКОУПРУГОЙ СРЕДОЙ

М.А. Мехтиев

*Институт Математики и Механики НАН А
mahirmehdiyev@mail.ru*

В данной работе с помощью вариационного принципа в геометрической нелинейной постановке решена задача о параметрическом колебании продольно подкрепленной ортотропной цилиндрической оболочки, контактирующей с внешней вязкоупругой средой и находящейся под действием внутреннего давления. Влияния внешней среды учтены с помощью модели Пастернака.

Дифференциальные уравнения движения и естественные граничные условия для продольно подкрепленной ортотропной цилиндрической оболочки,

контактирующей со средой, получим на основе вариационного принципа Остроградского-Гамильтона. Для применение принципа Остроградского-Гамильтона предварительно запишем потенциальную и кинетическую энергии системы.

Потенциальная энергия упругой деформации ортотропной цилиндрической оболочки имеет вид [1]:

$$\begin{aligned}
 V_0 = \frac{hR}{2} \iint \left\{ B_{11} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 - 2(B_{11} + B_{12}) \frac{w}{R} \frac{\partial u}{\partial x} + B_{11} \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - (B_{11} + B_{12}) \frac{w}{R} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \right. \\
 + \frac{B_{11}}{4} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^4 + \frac{w^2}{R^2} (B_{11} + 2B_{12} + B_{22}) + \frac{B_{22}}{R^2} \left(\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \theta} \right)^2 - (B_{12} + B_{22}) \frac{w}{R^3} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 - \\
 - 2(B_{12} + B_{22}) \frac{w}{R^2} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \theta} + B_{22} \frac{1}{R^3} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \theta} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 + B_{22} \frac{1}{4R^4} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^4 + 2B_{12} \frac{1}{R^2} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \theta} + \\
 \left. + B_{12} \frac{1}{R^2} \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 + B_{12} \frac{1}{R} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \theta} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + B_{12} \frac{1}{2R^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right\} dx d\theta, \quad (1)
 \end{aligned}$$

где

$$B_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_1 \nu_2}; \quad B_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_1 \nu_2}; \quad B_{12} = \frac{\nu_2 E_1}{1 - \nu_1 \nu_2} = \frac{\nu_1 E_2}{1 - \nu_1 \nu_2}, \quad R - \text{радиус срединной}$$

поверхности оболочки, h — толщина оболочки, u, v, w — составляющие перемещений точек срединной поверхности оболочки.

Выражения для потенциальной энергии упругой деформации i -го продольного ребра таковы [2]:

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} \left[E_i F_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right)^2 + E_i J_{yi} \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} \right)^2 + E_i J_{zi} \left(\frac{\partial^2 \mathcal{G}_i}{\partial x^2} \right)^2 + G_i J_{kpi} \left(\frac{\partial \varphi_{kpi}}{\partial x} \right)^2 \right] dx. \quad (2)$$

В выражение (2) x_1, x_2 — координаты криволинейных и прямолинейных краев оболочки; $F_i, J_{zi}, J_{yi}, J_{kpi}$ — площадь и моменты инерции поперечного сечения i -го продольного стержня относительно оси Oz , и оси параллельной оси Oy и проходящей через центр тяжести сечения, а также его момент инерции при кручении; E_i, G_i — модули упругости и сдвига материала i -го продольного стержня.

Потенциальная энергия оболочки, под действием внешних поверхностных и краевых нагрузок приложенных к оболочке, определяется как работа, совершаемая этими нагрузками при переводе системы из деформированного состояния в начального недеформированного, и представляется в виде:

$$\begin{aligned}
 A_0 = - \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} (q_x u + q_y \mathcal{G} + q_z w) dx dy - \int_{y_1}^{y_2} (T_1 u + S_1 \mathcal{G} + Q_1 w + M_1 \varphi_1) \Big|_{x=x_1}^{x=x_2} dy - \\
 - \int_{x_1}^{x_2} (S_2 u + T_2 \mathcal{G} + Q_2 w + M_2 \varphi_2) \Big|_{y=y_1}^{y=y_2} dx. \quad (3)
 \end{aligned}$$

Потенциальные энергии внешних краевых нагрузок, приложенных к торцам i -го продольного стержня, аналогично определяются следующими выражениями (принимается, что к ребрам приложены только краевые нагрузки):

$$A_i = -\left(T_i u_i + S_i \vartheta_i + Q_i w_i + M_i \varphi_i + M_{1i} \varphi_{zi} + M_{kpi} \varphi_{kpi}\right) \Big|_{x=x_1}^{x=x_2}. \quad (4)$$

Полная потенциальная энергия системы равна сумме потенциальных энергий упругих деформаций оболочки и ребер, а также потенциальных энергий всех внешних нагрузок:

$$\Pi = V_0 + \sum_{i=1}^{k_1} \Pi_i + A_0 + \sum_{i=1}^{k_1} A_i. \quad (5)$$

Кинетические энергии оболочки и ребер записывается в виде:

$$K_0 = \frac{\rho_0 R^2 h}{2} \int_0^{\xi_1} \int_0^{2\pi} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] d\xi d\theta, \quad (6)$$

$$K_i = \rho_i F_i \int_{x_1}^{x_2} \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vartheta_i}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_i}{\partial t} \right)^2 + \frac{J_{kpi}}{F_i} \left(\frac{\partial \varphi_{kpi}}{\partial t} \right)^2 \right] dx, \quad (7)$$

здесь t - временная координата, ρ_0 , ρ_i - плотности материалов, из которых изготовлены оболочка и i -й продольный стержень.

Кинетическая энергия ребристой оболочки определяется так:

$$K = K_0 + \sum_{i=1}^{k_1} K_i. \quad (8)$$

Уравнения движения подкрепленной ортотропной оболочки, контактирующей со средой, получены на основе принципа стационарности действия Остроградского-Гамильтона:

$$\delta W = 0, \quad (9)$$

где $W = \int_{t'}^{t''} L dt$ - действие по Гамильтону, $L = K - \Pi$ - функция Лагранжа, t' и t'' - заданные произвольные моменты времени.

Интенсивность нагрузки, действующей на оболочку со стороны вязкоупругого заполнителя, можно написать в следующем виде:

$$q_z = k_c w - \int_{-\infty}^t \Omega(t-\tau) w(\tau) d\tau, \quad (10)$$

здесь Ω - ядро релаксации, а коэффициент k_c определяется зависимостью $k_c = q_1 + q_0 \nabla^2$ (модель Пастернака), где ∇^2 - двумерный оператор Лапласа на поверхности контакта, w - прогиб оболочки, q_0, q_1 - постоянные.

Выражаем перемещение стержней через перемещение оболочки. Из условия стационарности (9) получаем систему нелинейных алгебраических уравнений относительно искомых неизвестных.

На примере исследовано нелинейные параметрические колебания продольно подкрепленной круговой ортотропной цилиндрической оболочки под действием радиальной нагрузки $q_z = q_0 + q_1 \sin \omega t$. Считая, что края оболочки шарнирно оперты.

Аппроксимируя неизвестные величины u, v, w и подставляя их в функционал L , получаем функцию от искомых величин. Стационарное значение полученной функции определяется нелинейной системой, которая решена методом Ньютона.

Счет показывает, что как в изотропной оболочке [3,4], так и для ортотропной оболочке, учет влияния среды приводит к росту критической силы. Рост параметра γ ($\gamma = \frac{E_1}{E_2}$) приводит также к увеличению критической силы.

Литература

1. Кантор Б.Я. Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек. Киев: Наукова думка, 1971. – 136с.
2. Амиро И.Я., Заруцкий В.А. Теория ребристых оболочек. Методы расчета оболочек. Киев, Наукова думка, 1980. – 367с.
3. Мехтиев М.А. Нелинейные параметрические колебания подкрепленной цилиндрической оболочки с вязкоупругим заполнителем//Механика Машин, Механизмов и Материалов. Минск-2011, №3(16). С. 28-30.
4. Мехтиев М.А. Нелинейные параметрические колебания подкрепленной кольцевыми ребрами цилиндрической оболочки, контактирующей вязкоупругой средой//Вестник Бакинского Университета. Серия физико-математических наук. Баку-2011, №3. С. 80-86.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ О.Д.У. ВТОРОГО ПОРЯДКА

Г.Ю. Мехтиева, Т.М. Аскеров, А.М. Гулиева

Бакинский Государственный Университет

Известно, что обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков с помощью замены переменных можно свести к системе уравнений первого порядка и, таким образом, вопрос о решении дифференциальных уравнений высших порядков можно считать исчерпанным. Однако, построенные здесь гибридные методы показывают, что специальные методы, построенные для решения обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка могут иметь более высокий порядок точности и расширенную область устойчивости. Здесь рассматривается исследование многошагового метода и построение устойчивого многошагового метода дробных шагов имеющие степень $p = 8$ при $k = 2$.

Ученые исследованием методов дробных шагов занимаются с середины XX века после известных работ Хаммера и Холлингсурта (см. [1]) и Яненко (см. [2]). Эта идея развивалась в известных работах Гира, Батчера и др. (см. напр. [3]-[6]), в которых метод дробных шагов называли гибридным методом. Однако, все эти методы применены к численному решению обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Существует несколько работ, посвященных применению гибридных методов к решению обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.

Рассмотрим следующую начальную задачу:

$$y'' = F(x, y, y'), \quad y(x_0) = y_0, \quad y'(x_0) = y'_0, \quad x \in [x_0, X]. \quad (1)$$

Предполагаем, что эта задача имеет единственное решение, определенное на отрезке $[x_0, X]$ и является достаточно гладкой. С целью нахождения численного решения задачи (1), отрезок $[x_0, X]$ с помощью постоянного шага $h > 0$ разбиваем на N равных частей и точки разбиений определяем в виде: $x_i = x_0 + ih$ ($i = 0, 1, \dots, N$). Обозначим через y_m и y'_m приближенные, а через $y(x_m)$ и $y'(x_m)$ - точные значения решения задачи (1) и ее первой производной в точках x_m ($m = 0, 1, 2, \dots$).

С численным решением задачи (1) занимались ученые из разных стран. Они, в основном, к численному решению задачи (1) применяли систему разностных методов, которая в одном варианте может быть записана в следующей форме:

$$\sum_{i=0}^k \bar{\alpha}_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^k \bar{\beta}_i y'_{n+i} + h^2 \sum_{i=0}^k \bar{\gamma}_i F_{n+i}, \quad (2)$$

$$\sum_{i=0}^k \alpha'_i y'_{n+i} = h \sum_{i=0}^k \beta'_i F_{n+i}, \quad (3)$$

здесь коэффициенты $\bar{\alpha}_i, \bar{\beta}_i, \bar{\gamma}_i, \alpha'_i, \beta'_i$ - некоторые действительные числа, причем $\alpha_k \neq 0, \alpha'_k \neq 0$, а $F_m = F(x_m, y_m, y'_m)$, ($m = 0, 1, 2, \dots, N$). Величина k представляет порядок конечно-разностного метода (2) или (3). Поэтому точность этих методов определяют по значениям их степеней, которые определяется в следующей форме.

Определение 1. Допустим, что $y(x)$ достаточно гладкая функция. Тогда целозначный параметр $p > 0$ называют степенью метода (2), если имеет место:

$$\sum_{i=0}^k (\alpha_i y(x+ih) - h \beta_i y''(x+ih) - h^2 \gamma_i y'''(x+ih)) = O(h^{p+1}), \quad h \rightarrow 0. \quad (4)$$

Здесь $x = x_0 + nh$ является фиксированной точкой.

Как известно при исследовании некоторых задач функция $F(x, y, z)$ в соответствующем уравнении не зависит от переменной z . В этом случае, задача (1) заменяется следующим:

$$y'' = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0, \quad y'(x_0) = y'_0, \quad x \in [x_0, X]. \quad (5)$$

Известно, что применение методов (2) и (3) к решению задачи (1) сопровождается некоторыми дополнительными операциями. Поэтому Штермер предложил метод, который в общей форме может быть записан в следующем виде:

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i y_{n+i} = h^2 \sum_{i=0}^k \gamma_i f_{n+i} . \quad (6)$$

Здесь следующие методы применены к решению некоторых модельных задач:

$$y_{n+2} = 2y_{n+1} - y_n + h^2(4f_{n+\gamma_2} + f_{n+1} + f_{n+\gamma_0})/9, \quad (7)$$

$$y_{n+2} = 2y_{n+1} - y_n + h^2(19f_{n+2} + 870f_{n+1} + 19f_n)/1740 + \\ + h^2(1323f_{n+1} - \sqrt{13/42} + 58f_{n+1} + 1323f_{n+1} + \sqrt{13/42})/5655. \quad (8)$$

Для применения этих методов использован один алгоритм, который показывает преимущества этих методов.

Литература

1. P.C. Hammer, J.W. Hollingsworth, trapezoidal methods of approximating solution of differential equations, МТАС-vol.9, 1955, p.92-96.
2. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск, Наука, 1967.
3. C.S Gear. Hybrid methods for initial value problems in ordinary differential equations. SIAM, J. Numer. Anal. v. 2, 1965, pp. 69-86.
4. Butcher J.C. A modified multistep method for the numerical integration of ordinary differential equations. J. Assoc. Comput. Math., v.12, 1965, pp.124-135.
5. Мехтиева Г.Ю., Ибрагимов В.Р. Построение гибридных методов с помощью методов Рунге-Кутты. Вестник БГУ, 2006., № 3, 17-22.
6. J.O. Ehigie, S.A.Okunuga, A.B.Sofoluwe, M.A.Akanbi. On generalized 2-step continuous linear multistep method of hybrid type for the integration of second order ordinary differential equations. Archives of Applied Research, 2010, 2(6), pp.362-372.

О СКОРОСТИ РАВНОМЕРНОЙ РАВНОСХОДИМОСТИ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО СОБСТВЕННЫМ ФУНКЦИЯМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ЧЕТНОГО ПОРЯДКА

Х.Р. Мехтизаде

*Азербайджанский Государственный Педагогический Университет
mehdizade.xedice@gmail.com*

Рассмотрим формальный дифференциальный оператор

$$Lu = u^{(2n)} + P_2(x)u^{(2n-2)} + \dots + P_{2n}(x)u$$

определенной на интервале $G = (0,1)$, где коэффициенты $P_\ell(x)$, $\ell = \overline{2, 2n}$, вещественные суммируемые функции.

Пусть $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$ полная ортонормированная в $L_2(G)$ система состоящая из собственных функций оператора L т.е. $Lu_k + \lambda_k u_k = 0$, $\{\lambda_k\}$ -соответствующая система собственных значений.

Предполагая $(-1)^n(-\lambda_k) \geq 0$, введем обозначения $\mu_k = \sqrt[n]{(-1)^n(-\lambda_k)}$ и частичную сумму ортогонального разложения функции $f(x) \in W_1^1(G)$ по системе $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$

$$\sigma_v(x, f) = \sum_{\mu_k \leq v} f_k u_k(x), \quad f_k = (f, u_k).$$

В работе изучается разность

$$\Delta_v(x, f) = \sigma_v(x, f) - S_v(x, f), \quad (1)$$

где $S_v(x, f)$ частичная сумма тригонометрического ряда Фурье функции $f(x)$, доказываются следующие теоремы.

Теорема 1. На любом компакте $K \subset G$ разность (1) равномерно стремится к нулю при $v \rightarrow \infty$ и справедлива оценка

$$\max_{x \in K} |\Delta_v(x, f)| \leq C(K) \Phi(v) \|f\|_{W_1^1(G)}, \quad (2)$$

где $C(K)$ независит от $f(x)$, но зависит от коэффициентов оператора L ,

$$\Phi(v) = v^{-1} \inf_{m \geq 2} \{\omega_1(P_2, m^{-1}) \ln v + \ln m\}$$

Следствие. Для разности (1) справедлива оценка

$$\max_{x \in K} |\Delta_v(x, f)| = o(v^{-1} \ln v). \quad (3)$$

Теорема 2. Пусть функция $f(x) \in W_1^1(G)$ имеет компакте носитель в G . Тогда на любом компакте $K \subset G$ справедлива оценка

$$\max_{x \in K} |\Delta_v(x, f)| = o(\Phi(v)), \quad v \rightarrow \infty. \quad (4)$$

Отметим, что подобные теоремы при $n=1,2$ доказаны ранее в работах [1], [2]

Литература

1. Kurbanov V.M., Сафаров Р.А. Он униформ ъонверэенъе оф ортцозонал екпансионс ин еизенфунстионс оф Стурм-Лиоувилле оператор. Транс. оф ИММ of НАС of Азербайжан, 2004, XXIV, №1, п.161-168
2. Mamedov Sh . H. On equiconvergence rate of orthogonal expansion respondent to the fourth order differential operator //Trans. оф ИММ of NAS of Azerb., 2006, v. XXVI, №1, p. 137-150.

ОБ ОДНОЙ СИСТЕМЕ ФУНКЦИЙ, ЯВЛЯЮЩЕЙСЯ БАЗИСОМ В $P_2 \times P_2$

С. Мешаик

Гянджинский Государственный Университет

seytur_meshaik@inbox.ru

Пусть

$$P = P_2 \times P_2 = \langle \bigcup_{n=1}^{\infty} P_2^{(n)} \times P_2^{(n)}; \zeta, \tau, \Delta, \nabla, * \rangle$$

где $P_2 = \langle P_2; \zeta, \tau, \Delta, \nabla, * \rangle$ -полная алгебра Поста на множестве $E_2 = \{0,1\}$.

Множество функций $F \subseteq P$ порождает замкнутый класс $A \subseteq P$, если A содержит те и только те функции, которые можно получить из функций, принадлежащих множеству F , с помощью подстановок. Множество функций $F \subseteq P$, порождающее замкнутый класс A , называется *полным* в A [1]. Система функций $S \subset P$, порождающая замкнутый класс A , называется *базисом* класса A , если никакая подсистема системы S не порождает класс A . Вопросы функциональной полноты существенно связаны с, так называемыми, предполными классами.

Замкнутый класс A функций из P называется *максимальным* или *предполным*, если $A \neq P$ и любой другой замкнутый класс, содержащий все функции из A , совпадает либо с A , либо с P .

В [1] показано что, для того чтобы система функций S порождала класс P необходимо и достаточно, чтобы эта система не содержалась целиком ни в каком максимальном замкнутом классе.

Б. А. Ромов показал что, система пар булевых функций полна в $P_2 \times P_2$ тогда и только тогда, когда она не содержится ни в одной из максимальных подалгебр, определяемых отношениями $R_1 - R_{21}$ [2].

$R_1 - R_5$ одноосновное отношении над E_2 :

$R_1 \equiv \{0\}$, определяет подалгебру $C_0 \times P_2$;

$R_2 \equiv \{1\}$, определяет подалгебру $C_1 \times P_2$;

$R_3 \equiv \{(0,1), (1,0)\}$, определяет подалгебру $D \times P_2$;

$R_4 \equiv \{(0,0), (0,1), (1,1)\}$, определяет подалгебру $M \times P_2$;

$R_5 \equiv x_1 = x_2 \& x_3 = x_4 \vee x_1 = x_3 \& x_2 = x_4 \vee x_1 = x_4 \& x_2 = x_3$, определяет $L \times P_2$;

$R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}$ соответственно определяет подалгебру $P_2 \times C_0$, $P_2 \times C_1$,

$P_2 \times D$, $P_2 \times M$, $P_2 \times L$;

$R_{11} \equiv x_1 = x_2 \vee y_1 = y_2$, т.е. $Пол(R_{11}) \subset (L \times P_2) \cup (P_2 \times L)$

$R_{12}(x, y) \equiv \{(0,0), (1,1)\}$; $R_{13}(x, y) \equiv \{(0,1), (1,0)\}$; $R_{14}(x, y) \equiv x = 0 \vee y = 0$; $R_{15}(x, y) \equiv x = 0 \vee y = 1$;

$R_{16}(x, y) \equiv x = 1 \vee y = 0$; $R_{17}(x, y) \equiv x = 1 \vee y = 1$; $R_{18}(x_1, x_2, y) \equiv x_1 = x_2 \vee y = 0$;

$R_{19}(x_1, x_2, y) \equiv x_1 = x_2 \vee y = 1$; $R_{20}(x, y_1, y_2) \equiv x = 0 \vee y_1 = y_2$; $R_{21}(x, y_1, y_2) \equiv x = 1 \vee y_1 = y_2$

Если функция содержится в максимальной подалгебре, определяемой отношением R , то пишем $f \in R$. Наша цель – построить систему функций, являющуюся базисом в $P_2 \times P_2$.

Рассмотрим следующие функции:

1. $f_1 = \langle f_{11}, f_{21} \rangle$, где $f_{11}(x, y, z) \equiv 0$, $f_{21}(x, y, z) = x$ и $f_1 \notin R_2 \cup R_3 \cup R_{12} \cup R_{13} \cup R_{16} \cup R_{17} \cup R_{21}$
2. $f_2 = \langle f_{12}, f_{22} \rangle$, где $f_{12}(x, y, z) \equiv 1$, $f_{22}(x, y, z) = x$ и $f_2 \notin R_1 \cup R_{14} \cup R_{15} \cup R_{20}$
3. $f_3 = \langle f_{13}, f_{23} \rangle$, где $f_{13}(x, y, z) = x$, $f_{23}(x, y, z) \equiv 0$ и $f_3 \notin R_7 \cup R_8 \cup R_{19}$
4. $f_4 = \langle f_{14}, f_{24} \rangle$, где $f_{14}(x, y, z) = x$, $f_{24}(x, y, z) \equiv 1$ и $f_4 \notin R_6 \cup R_{18}$
5. $f_5 = \langle f_{15}, f_{25} \rangle$, где $f_{15}(x, y, z) = x + y + z$, $f_{25}(x, y, z) = x$ и $f_5 \notin R_4 \cup R_{11}$
6. $f_6 = \langle f_{16}, f_{26} \rangle$, где $f_{16}(x, y, z) = x$, $f_{26}(x, y, z) = x + y + z$ и $f_6 \notin R_9$
7. $f_7 = \langle f_{17}, f_{27} \rangle$, где $f_{17}(x, y, z) = \min\{x, y, z\}$, $f_{27}(x, y, z) = x$ и $f_7 \notin R_5$
8. $f_8 = \langle f_{18}, f_{28} \rangle$, где $f_{18}(x, y, z) = x$, $f_{28}(x, y, z) = \min\{x, y, z\}$ и $f_8 \notin R_{10}$

Как видно, система функций $\{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, f_8\}$ порождает $P_2 \times P_2$, так как эта система не содержится целиком ни в каком максимальном замкнутом классе, и никакая подсистема этой системы не порождает $P_2 \times P_2$, т.е. данная система функций является базисом.

Литература

1. Мальцев И.А. – Дискретная математика. Новосибирск, 2007
2. Ромов Б. А. – О полноте на квадрате функции алгебры логики и в системе $P_k \times P_l$. Кибернетика, 1987, №4

НАПРЯЖЕННО – ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ВТУЛКИ ФРИКЦИОННОЙ ПАРЫ ПРИ НАЛИЧИИ ТРЕЩИН С КОНТАКТИРУЮЩИМИ БЕРЕГАМИ.

В.М. Мирсалимов, П.Э. Ахундова

Институт Математики и Механики НАНА

Рассматривается напряженно – деформированное состояние втулки в процессе работы фрикционной пары. Пусть в упругой втулке вблизи поверхности трения имеются N прямолинейных трещин длиной $2l_k$ ($k=1,2,\dots,N$). В центрах трещин размещены начала локальных систем координат $x_k O_k y_k$, ось x_k которых совпадают с линиями трещин и образуют углы α_k с осью x ($\theta=0$). Полагается наличие концевых областей трещин, в которых берега трещин вошли в контакт. Считается, что эти области примыкают к вершинам соответствующих трещин, а их размеры заранее неизвестны и могут быть срав-

нимы с размерами трещин. Частичное взаимодействие берегов трещин будет препятствовать раскрытию трещин. В концевых зонах, где берега трещин вошли в контакт, будут возникать нормальные $q_{y_k}(x_k)$ и касательные $q_{x_k y_k}(x_k)$ ($k=1,2,\dots,N$) напряжения. Величины контактных напряжений $q_{y_k}(x_k)$ и $q_{x_k y_k}(x_k)$ заранее неизвестны и подлежат определению в процессе решения краевой задачи механики контактного разрушения.

Отнесем втулку фрикционной пары к полярной системе координат $r\theta$, выбрав начало координат в центре концентрических окружностей L_0 и L с радиусами R_0 и R соответственно. Граничные условия рассматриваемой задачи для втулки в процессе работы фрикционной пары имеют следующий вид

$$\sigma_r = -p(\theta), \quad \tau_{r\theta} = -fp(\theta) \quad \text{на контактной площадке при } r=R_0 \quad (1)$$

$$\sigma_r = 0, \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad \text{вне площадки контакта, } v_r - iv_\theta = g(\theta) \quad \text{при } r=R \quad (2)$$

$$\sigma_{y_k} - i\tau_{x_k y_k} = 0 \quad \text{на свободных берегах трещин} \quad (3)$$

$$\sigma_{y_k} - i\tau_{x_k y_k} = q_{y_k}(x_k) - iq_{x_k y_k}(x_k) \quad \text{на контактирующих берегах трещин}$$

Здесь f – коэффициент трения фрикционной пары; r, θ – полярная система координат; $p(\theta)$ – контактное давление; в зоне контакта, кроме контактных давлений, действует касательное напряжение $\tau_{r\theta}$, связанное с контактным давлением $p(\theta)$ по закону Кулона. Принято, что выполняются условия плоской деформации, на наружной поверхности втулки заданы перемещения.

Втулку и плунжер моделируем изотропным упругим телом. Режимы работы фрикционной пары, в которой могут возникнуть остаточные деформации, считаются недопустимыми. Условия нагружения считаются квазистатическими. Для определения контактного давления $p(\theta)$ вначале рассматривается износоконтактная задача о вдавливании плунжера в поверхность втулки. Условие, связывающее перемещение втулки v_1 и плунжера v_2 , имеет вид [1,2]

$$v_1 + v_2 = \delta(\theta) \quad \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2 \quad (4)$$

где $\delta(\theta)$ – осадка точек поверхности втулки и плунжера, определяемая формой внутренней поверхности втулки и плунжера, а также величиной прижимающей силы P ; $(\theta_1 - \theta_2)$ – величина угла (площадки) контакта. Для решения поставленной задачи необходимо совместное решение износоконтактной задачи о вдавливании плунжера в поверхность втулки и задачи механики разрушения.

Величины θ_1 и θ_2 , являющиеся концами участка соприкосновения плунжера с втулкой, неизвестны. Для их определения используем условие [3]

$$p(\theta_1) = 0, \quad p(\theta_2) = 0 \quad (5)$$

Для решения краевой задачи (1) – (5) механики контактного разрушения используются методы теории аналитических функций. Сущность применяемого

метода – построение в явной форме комплексных потенциалов, соответствующих неизвестным смещениям вдоль трещин. С помощью комплексных потенциалов, формул Колосова – Мусхелишвили и интегрирования кинетического уравнения изнашивания материала втулки находим перемещение v_1 контактной поверхности втулки. Аналогично находим решение задачи теории упругости для плунжера. Найденные величины v_1 и v_2 подставляем в основное контактное уравнение (4). Для алгебраизации основного контактного уравнения неизвестная функция контактного давления ищется в виде разложения. Удовлетворяя построенными комплексными потенциалами граничным условиям задачи, получена система N сингулярных интегральных уравнений относительно искомых коэффициентов. В полученные разрешающие уравнения входят неизвестные контактные напряжения $q_{y_k}(x_k)$ и $q_{x_k y_k}(x_k)$. Записывая условия отсутствия раскрытия трещин в концевых зонах трещин, получены дополнительные уравнения для определения неизвестных контактных напряжений. Для замыкания алгебраических систем необходимо еще добавить условия конечности напряжений у вершин трещин, служащих для определения размеров концевых зон. Объединенная алгебраическая система уравнений оказалось нелинейной из-за неизвестных размеров концевых контактирующих зон. Для решения нелинейных алгебраических систем использовали метод последовательных приближений [4].

Литература

1. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. М.: Наука, 1980. – 304 с.
2. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия, М.:Наука,2001.478 с.
3. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. – 707 с.
4. Мирсалимов В.М. Неоднородные упругопластические задачи. М.:Наука,1987. – 256 с.

ОГРАНИЧЕННОСТЬ ОПЕРАТОРОВ ВЛОЖЕНИЯ В АБСТРАКТНЫХ АНИЗОТРОПНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Г.К. Мусаев

Бакинский Государственный Университет

Работа посвящена исследованию непрерывности и ограниченности операторов вложения в абстрактных анизотропных пространствах, возникающих при изучении дифференциально-операторных уравнений.

Пусть H_0 и H некоторые гильбертовы пространства, H_0 непрерывно и плотно вложено в H . R^n -евклидово пространство n измерений, Ω - произвольная область в R^n .

Введем такие обозначения $\Omega_N = \Omega \setminus \Omega^N$, где $\Omega^N = \{x; x \in \Omega, |x| \leq N, N > 0\}$

Через $L_p(\Omega; H)$ обозначим пространство сильно измеримых функций f со значениями из H и суммируемое со степенью p с нормой

$$\|f\|_{L_p(\Omega; H)} = \left(\int_{\Omega} \|f\|_H^p dx \right)^{\frac{1}{p}}, 1 \leq p < \infty.$$

$$W_p^l(\Omega; H_0, H) = \{f, f \in L_p(\Omega, H_0), D_k^{l_k} f \in L_p(\Omega, H),$$

$$\|f\|_{W_p^l(\Omega; H_0, H)} = \|f\|_{L_p(\Omega, H_0)} + \sum_{k=1}^n \|D_k^{l_k} f\|_{L_p(\Omega, H)} < \infty, l = (l_1, \dots, l_n)\}$$

При $l = (l_1, \dots, l_n)$, $l_i > 0$, $\exists \nu > 0$, $\exists \varepsilon > 0$, множество

$$V(l) = V(l, h) = \bigcup_{0 < \nu < h} \left\{ x; \frac{x_i}{a_i} > 0, \nu < \left(\frac{x_i}{a_i} \right)^{l_i} < (1 + \varepsilon)\nu, i = 1, \dots, n \right\}$$

называется l -рогом. Если существуют области $\Omega_k \subset R^n$ такие что

$$\Omega = \bigcup_{k=1}^N \Omega_k = \bigcup_{k=1}^N (\Omega_k + V_k(l, h)), \quad \exists N \geq 1.$$

то тогда говорят что область Ω удовлетворяет условию l -рога.

При $-\infty < \theta < \infty$ для положительного оператора A положим $H(A^\theta) = \{u; u \in D(A^\theta), \|u\|_{H(A^\theta)} = \|A^\theta u\|_H + \|u\|_H < \infty\}$, u -абстрактная функция со значениями из H .

Применяя теорию мультипликаторов Фурье, используя свойство положительных операторов и после построения линейно ограниченный оператор продолжения действующий из $W_p^l(\Omega; H(A), H)$ в $W_p^l(R^n; H(A), H)$ доказывается непрерывность вложения $D^m W_p^l(\Omega; H(A), H) \subset L_q(\Omega; H(A^{1-\chi}))$

Теорема: Пусть A позитивный оператор в H . Область Ω - удовлетворяет условию l -рога. Тогда при $m = (m_1, \dots, m_n)$, $l = (l_1, \dots, l_n)$, $1 < p \leq q < \infty$, $\chi = \left| \left(m + \frac{1}{p} - \frac{1}{q} \right) : l \right| \leq 1$ и при любом $u \in W_p^l(\Omega; H(A), H)$ имеет место оценка.

$$\|D^m u\|_{L_q(\Omega; H(A^{1-\chi}))} \leq C \|u\|_{W_p^l(\Omega; H(A), H)}$$

Литература

1. Лионс Ш.Л., Э,Мадженес. Неоднородные граничные задачи и их приложения. М.1971
2. Шахмуров В.Б. Теоремы вложения в абстрактных анизотропных пространствах и их применения. ДАН СССР, 1985, 281, 5.

КОМПАКТНОСТЬ МНОЖЕСТВА В АБСТРАКТНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Г.К. Мусаев, Н.А. Казымова

Бакинский Государственный Университет

Nata_one.02@yahoo.com

Работа посвящена исследованию теорем компактности оператора вложения в абстрактных функциональных пространствах. Компактность множеств в различных функциональных пространствах исследованы со стороны разных авторов.

Пусть H_0 и H некоторые гильбертовы пространства, H_0 непрерывно и плотно вложено в H , R^n -евклидово пространство n измерений, Ω - произвольная область в R^n .

Введем обозначение:

$$\Omega_N = \Omega \setminus \Omega^N, \text{ где } \Omega^N = \{x; x \in \Omega, |x| \leq N, N > 0\}$$

Через $L_p(\Omega; H)$ обозначим пространство сильно измеримых функций f со значениями из H и суммируемое со степенью p и нормой

$$\|f\|_{L_p(\Omega; H)} = \left(\int_{\Omega} \|f\|_H^p dx \right)^{\frac{1}{p}}, 1 \leq p < \infty$$

Пусть Q какое-либо множество из $L_p(\Omega; H_0)$. Доказывается компактность множества Q в абстрактных $L_p(\Omega; H)$ пространствах.

Теорема. Для того чтобы множество $Q \subset L_p(\Omega; H_0)$ было компактно в $L_p(\Omega; H)$, необходимо и достаточно, выполнение следующих условий:

1) H_0 компактно вложено в H ;

2) Q равномерно ограничен в $L_p(\Omega; H_0)$, т. е

$$\sup_{f \in Q} \|f\|_{L_p(\Omega; H_0)} < \infty;$$

3) множество Q равномерно непрерывно в целом, т.е

$$\lim_{y \rightarrow 0} \int_{\Omega} \|f(x+y) - f(x)\|_H^p dx = 0 \text{ равномерно по } f \in Q, \text{ где } f \text{ доопределено нулем вне } \Omega;$$

4) Функции $f \in Q$ равномерно убывают на бесконечности по норме L_p , т.е

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \int_{\Omega_N} \|f(x)\|_H^p dx = 0 \text{ равномерно по } f \in Q.$$

Заметим что, для ограниченных областей условие (4) отпадает. Для доказательства компактности множества Q в $L_p(\Omega; H)$ сначала определяют среднюю функцию f_h и доказывается f_h сходятся в $L_p(\Omega; H)$ к порождающим их функциям f равномерно на Q .

Для доказательства компактности множество Q в пространстве $L_p(\Omega; H)$ надо показать что для него существует конечная ε -сеть для множества Q в $L_p(\Omega; H)$.

Из компактности M вытекает ее ограниченность, т.е условие (2) выполняется. Аналогично доказывается выполнения условия (3) и (4).

Литература

1. Лионс Ш.Л., Э.Мадженес. Неоднородные граничные задачи и их приложения. М.1971
2. Шахмуров В.Б. Теоремы вложения в абстрактных анизотропных пространствах и их применения. ДАН СССР, 1985, 281, 5.

MƏHDUD ÇUBUQDA İSTİLİYİN PAYLANMASININ OPTİMAL İDARƏ OLUNMASI MƏSƏLƏSİ

Ə.C. Məmmədov, B.M. Yusifov, H.H. Əliyeva

Sumqayıt Dövlət Universiteti
akbar.mammadov@rambler.ru

İşdə məhdud çubuqda istiliyin paylanmasının optimal idarə olunması məsələsi araşdırılır. Optimal idarəedici olaraq çubuğun uclarında istiliyi paylanması və xarici istilik mənbəyinin intensivliyi götürülür. Qoyulan məsələnin həllinin varlığı və yeganəliyi məsələsi araşdırılır.

Fərz edək ki, idarəolunan proses parabolik tip xüsusi törəməli diferensial tənliklə

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[p(x) \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right] + g(x)y(x,t) + u(t)\delta(x - \theta(t)), \quad (1)$$

$$y(x,0) = \varphi(x), \quad (2)$$

başlangıç şərti və

$$y(0,t) = \mu_1(t), \quad y(\ell,t) = \mu_2(t), \quad (3)$$

sərhəd şərtləri ilə təsvir olunmuşdur. Burada $p(x), g(x), \varphi(x)$ funksiyaları $[0, \ell]$ parçasında verilmiş kifayət qədər hamar funksiyadır, bundan əlavə $p(x)$ funksiyası $(0, \ell)$ intervalında sonlu törəməyə malik funksiyalardır. $u(t)$ və $\theta(t)$ funksiyaları müvafiq olaraq xarici istilik mənbəyinin intensivliyini və yerləşdiyi yeri bildirir, $\mu_1(t)$ və $\mu_2(t)$ funksiyaları çubuğun uc nöqtələrində istiliyin paylanma qanunudur, $\delta(x)$ - Dirak funksiyasıdır. İdarəedici parametr olaraq $u(t), \mu_1(t), \mu_2(t)$ funksiyaları götürülür.

Optimal idarəetmə məsələsi belə qoyulur: Mümkün idarəedicilər sinifindən elə $u(t), \mu_1(t), \mu_2(t)$ idarəedicilərini tapmalı ki, onlar (1)-(3) məsələsinin həlli üzrə

$$I[u, \mu_1, \mu_2] = \int_0^\ell [y(x, T) - y_1(x)]^2 dx + \int_0^T [\alpha u^2(t) + \beta \mu_1^2(t) + \gamma \mu_2^2(t)] dt, \quad (4)$$

funksionalına minimum qiymət versin, burada $\alpha \geq 0, \beta \geq 0, \gamma \geq 0, \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 > 0$. Baxılan məsələ üçün mümkün idarəedicilər sinifi aşağıdakı çoxluqdur:

$$U = \{(u, \mu_1, \mu_2) | u \in L_2(0, T); \|u\| \leq L; \mu_1(t), \mu_2(t) \in L_2(0, T)\}.$$

Asanlıqla göstərmək olar ki [1], hər bir mümkün idarəedici $(u(t), \mu_1(t), \mu_2(t))$ üçün (1)-(3) qarışıq məsələsinin həlli aşağıdakı kimidir:

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \varphi_n + \int_0^t [(\gamma_n + \lambda_n \alpha_n - \sigma_n) \mu_1(\tau) + (\sigma_n + \delta_n + \lambda_n \beta_n) \mu_2(\tau) + u(\tau) X_n[\nu(\tau)] \ell^{-\lambda_n \tau} d\tau] \ell^{-\lambda_n t} X_n(x), \right. \quad (5)$$

burada $\{\lambda_n\}$ və $\{X_n(x)\}$ müvafiq olaraq

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} \left[p(x) \frac{dX(x)}{dx} \right] + g(x) X(x) = -\lambda X(x), \\ X(0) = 0, \quad X(\ell) = 0, \end{cases}$$

spektral məsələsinin məxsusi ədədlər ardıcılığı və ortonormal funksiyalar ardıcılığı,

$$\begin{aligned} \gamma_n &= \int_0^\ell \left(1 - \frac{x}{\ell} \right) g(x) X_n(x) dx, & \delta_n &= \int_0^\ell \frac{x}{\ell} g(x) X_n(x) dx, \\ \sigma_n &= \int_0^\ell \frac{p'(x)}{\ell} X_n(x) dx, & \alpha_n &= \int_0^\ell \left(1 - \frac{x}{\ell} \right) X_n(x) dx, \\ \beta_n &= \int_0^\ell \frac{x}{\ell} X_n(x) dx, & \varphi_n &= \int_0^\ell \varphi(x) X_n(x) dx. \end{aligned}$$

(5) düsturundan istifadə edərək (4) funksionalı daha sadə şəkilə gətirilir. Daha sonra göstərilir ki, (4) funksionalı mümkün idarəedicilər çoxluğunda zəif yarımkəsilməz və aşağıdan məhduddur. Buradan mümkün idarəedicilər çoxluğunun məhdudluğuna və zəif qapalılığına görə [3], heç olmasa bir $(u(t), \mu_1(t), \mu_2(t))$ idarəedici var ki, $I(u)$ funksionalına minimum qiymət verir. Bundan əlavə optimal idarəedicinin təyini qaydası verilir.

Литература

1. А.Д.Мамедов Задача оптимального подвижного управления для процесса теплопроводности.// Дифференциальные уравнения, Т.25, №6, 1989, стр..994-1000.
2. А.Г.Бутковский, А.М.Пустыльников. Теория подвижного управления системами с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1980
3. М.М.Вайнберг. Вариационные методы исследования нелинейных операторов. – М.: ГИТЛ, 1956.

ÇUBUĞUN ENİNƏ RƏQSİNİN OPTİMAL İDARƏ OLUNMASI MƏSƏLƏSİ

Ə.C. Məmmədov, B.M. Yusifov, L.M. Ramazanova

Sumqayıt Dövlət Universiteti

Email: akbar.mammadov@rambler.ru

Fərz edək ki, idarəolunan sistem

$$\rho(x)A(x)\frac{\partial^2 \omega(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} [E(x)I(x)\frac{\partial^2 \omega(x,t)}{\partial x^2}] = 0, \quad (1)$$

tənliyi

$$\begin{cases} \omega(0,t) = \mu_1(t); & u(\ell,t) = \mu_2(t), \\ \omega''_{xx}(0,t) = 0; & \omega''_{xx}(\ell,t) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

sərhəd şərtləri və

$$\omega(x,0) = \varphi(x), \quad \omega'_t(x,0) = \psi(x), \quad (3)$$

başlanğıc şərtləri ilə təsvir olunmuşdur. Burada $\mu_1(t), \mu_2(t)$ funksiyaları $[0,T]$ parçasında təyin olunmuş idarəedicilərin funksiyalarıdır, $\varphi(x), \psi(x)$ funksiyaları isə $[0,\ell]$ parçasında verilmiş kifayət qədər hamar funksiyalardır, ℓ - isə çubuğun uzunluğudur.

Aşağıdakı optimal idarəetmə məsələsinə baxaq: Mümkün idarəedicilər sinifindən elə $\mu(t) = (\mu_1(t), \mu_2(t)) \in U \equiv \{\mu_i(t) \in L_2(0,T); \|\mu_i(t)\| \leq 1, i=1,2\}$ idarəedicisini tapmalı

ki, o, (1)-(3) məsələsinin həlli üzrə aşağıdakı funksionala minimum qiymət versin:

$$\begin{aligned} J(\mu) = & \int_0^\ell \{ [p(x)A(x)(\omega(x,T) - Q_1(x))]^2 + [\rho(x)A(x)(\omega'_t(x,T) - Q_2(x))]^2 \} dx + \\ & + \int_0^T [\alpha \mu_1^2(t) + \beta \mu_2^2(t)] dt, \end{aligned} \quad (4)$$

Burada $Q_1(x), Q_2(x), [0,\ell]$ parçasında verilmiş kəsilməz funksiyalardır, $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$ ($\beta^2 + \alpha^2 > 0$) - sabit ədədlərdir.

Hər bir $\mu(t) \in U$ mümkün idarəedicisi üçün (1)-(3) qarışıq məsələsinin həllini

$$\omega(x,t) = z(x,t) + \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \mu_1(t) + \frac{x}{\ell} \mu_2(t), \quad (5)$$

şəklində axtaraq.

Asanlıqla göstərmək olar ki, $z(x,t)$ funksiyası

$$\rho(x)A(x)\frac{\partial^2 \omega(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[E(x)I(x)\frac{\partial^2 \omega(x,t)}{\partial x^2} \right] = f(x,t), \quad (6)$$

tənliyinin

$$\begin{cases} z(0,t) = 0, & z(\ell,t) = 0, \\ z''_{xx}(0,t) = 0, & z''_{xx}(\ell,t) = 0, \end{cases} \quad (7)$$

bircins sərhəd şərtlərini və

$$\begin{cases} z(x,0) = \varphi(x) - \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \mu_1(0) - \frac{x}{\ell} \mu_2(0), \\ z'_t(x,0) = \psi(x) - \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \mu'_1(0) - \frac{x}{\ell} \mu'_2(0), \end{cases} \quad (8)$$

başlanğıc şərtlərini ödəyən həllidir, burada

$$f(x,t) = -\rho(x)A(x) \left[\left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \mu_1(t) + \frac{x}{\ell} \mu_2(t) \right]$$

işarə olunmuşdur.

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dx^2} \left[E(x)I(x) \frac{d^2 X(x)}{dx^2} \right] = \lambda \rho(x)A(x)X(x), \\ X(0) = 0, X(\ell) = 0; X''(0) = 0, X''(\ell) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

spektral məsələsinin məxsusi funksiyalar sistemini $\{X_n(x)\}$, məxsusi ədədlər ardıcılığını isə $\{\lambda_n\}$ -lə işarə edək.

Aşağıdakı teoremlər doğrudur:

Teorem 1. (9) spektral məsələsinin müsbət, monoton artan, limiti sonsuzluğa yaxınlaşan məxsusi ədədlər $\{\lambda_n\}$ ardıcılığı və $[0, \ell]$ parçasında $\rho(x)A(x)$ çəkisinə nəzərən ortoqonal olan məxsusi funksiyalar $\{X_n(x)\}$ sistemi var.

Teorem 2. Hər bir mümkün idarəedici $\mu(t) = (\mu_1(t), \mu_2(t)) \in U$ üçün (1)-(3) məsələsinin ümumiləşmiş həlli var və aşağıdakı düsturla təyin olunur:

$$\begin{aligned} \omega(x,t) = & \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \varphi_n \cos \sqrt{\lambda_n} t + \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} \psi_n \sin \sqrt{\lambda_n} t - \right. \\ & \left. - \sqrt{\lambda_n} \int_0^t [\alpha_n \mu_1(\tau) - \beta_n \mu_2(\tau)] \sin \sqrt{\lambda_n} (t - \tau) d\tau \right\} X_n(x), \end{aligned} \quad (10)$$

burada

$$\begin{aligned} \varphi_k &= \int_0^{\ell} \rho(x)A(x)X_k(x)dx, \quad \psi_k = \int_0^{\ell} \rho(x)A(x)\psi(x)X_k(x)dx, \\ \alpha_k &= \int_0^{\ell} \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \rho(x)A(x)X_k(x)dx, \quad \beta_k = \int_0^{\ell} \frac{x}{\ell} \rho(x)A(x)X_k(x)dx, \end{aligned}$$

$\{X_k(x)\}$ (9) spektral məsələsinin $\rho(x)A(x)$ çəkisinə nəzərən $[0, \ell]$ -də ortonormal məxsusi funksiyalar sistemi, $\{\lambda_k\}$ - isə məxsusi ədədlər ardıcılığıdır.

(1)-(3) qarışıq məsələsinin həllinin aşkar şəkildəki (10) ifadəsindən istifadə edərək (4) funksionalını eynigüclü çevirmələr vasitəsi ilə aşağıdakı şəkilə gətirə bilərik:

$$\begin{aligned}
I[\mu_1, \mu_2] = & \sum_{n=1}^{\infty} [(\varphi_n \cos \sqrt{\lambda_n} T + \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} \psi_n \sin \sqrt{\lambda_n} T)^2 + \\
& + [-\sqrt{\lambda_n} \varphi_n \sin \sqrt{\lambda_n} T + \psi_n \cos \sqrt{\lambda_n} T]^2] + 2 \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} \{ [\varphi_n \cos \sqrt{\lambda_n} T + \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} \sin \sqrt{\lambda_n} T] \times \\
& \times \sqrt{\lambda_n} (\alpha_n \mu_1(\tau) - \beta_n \mu_2(\tau)) \} \sin \sqrt{\lambda_n} (T - \tau) + \{ \lambda_n (-\sqrt{\lambda_n} \varphi_n \sin \sqrt{\lambda_n} T + \psi_n \cos \sqrt{\lambda_n} T) \times \\
& \times (\alpha_n \mu_1(\tau) \beta_n \mu_2(\tau)) \cos \sqrt{\lambda_n} (T - \tau) \} d\tau + \int_0^T \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} [\lambda_n (\alpha_n \mu_1(\tau) - \beta_n \mu_2(\tau)) \times \\
& \times (\alpha_n \mu_1(s) - \beta_n \mu_2(s)) \sin \sqrt{\lambda_n} (T - \tau) \sin \sqrt{\lambda_n} (T - s) + \lambda_n^2 (\alpha_n \mu_1(\tau) - \beta_n \mu_2(\tau)) \times \\
& \times (\alpha_n \mu_1(s) - \beta_n \mu_2(s)) \cos \sqrt{\lambda_n} (T - \tau) \cos \sqrt{\lambda_n} (T - s)] d\tau ds + \int_0^T [\alpha \mu_1^2(t) + \rho \mu_2^2(t)] dt.
\end{aligned} \quad (11)$$

Asanlıqla göstərmək olar ki, (11) bərabərliyi ilə təyin olunan funksional mümkün idarəedicilər çoxluğunda ciddi qabarıqdır, aşağıdan zəif yarımkəsilməzdir. Mümkün idarəedicilər çoxluğu zəif kompakt olduğundan Vaynberq teoreminə görə (11) funksionalı mümkün idarəedicilər sinifində özünün ən kiçik qiymətini alar. Beləliklə, qoyulan optimal idarəetmə məsələsinin həllinin varlığı və yeganəliyi isbat olundu.

TOKSİKİ ZƏHƏRLƏNMƏLƏRDƏ MONİTORİNGİN TƏŞKİLİ

İ.H. Mirzəzadə

AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu
irada811@gmail.com

Xəstənin vəziyyətinin operativ qiymətləndirilməsi tibbin bir sıra mühüm istiqamətləri üçün xarakterdir. Toksik zəhərlənmələr bu sıradan olan sinfə aiddir ki, t zaman parametri dominant təşkil edir. Burada zərərçəkəni ekstremal vəziyyətdən çıxarmaq, sonra tələb olunarsa stasionar müalicə aparmaq mütləqdir. Lakin son zamanlar aparılan tədqiqatlar göstərmişdir ki, bu proseslərin spesifikliyindən biri də toksiki maddələrlə zəhərlənmənin törətdiyi fəsadlardır, aydındır ki, toksikoloji zəhərlənmələrdən sonra monitoringin təşkili labüd məsələdir.

Monitoringin əsas məsələsi real zaman ərzində verilənlərin fasiləsiz interpretasiyası və bu və ya digər parametrlərin buraxıla biləcək həddən kənara çıxması zamanı bir növ xəbərdarlıqdır və onun əsas hissəsi müalicə planı sona yetdikdən sonra başlanır. Bu zaman monitoringin ilkin məlumatı həm diaqnostika parametrləri, həm də müalicə nəticəsinin parametrləridir. Monitoringin aparılması üçün mühüm taktikadan biri zaman və zaman intervallarının müəyyənləşdirilməsidir. Bunların müəyyənləşdirilməsi həm obyektiv, həm də subyektiv səbəblərlə bağlı ola bilər. Ona görə də hansı zaman intervalları daxilində monitoringin başlanması üçün şərti olaraq müalicədən sonra istənilən ilkin vaxt bölgüsü qoyulur. Bu, müalicədən sonra bir həftə, bir ay və hətta bir il sonra da başlanı bilər. Monitoring zamanı gözlənilən

nəticələrdən asılı olaraq zaman intervallarına düzəliş edilir. Zaman sıralarının analizi zamanı üç komponent ayırırlar: göstəricinin sistematik dəyişiklikləri; dövrü dəyişən komponent; təsadüfi amillərin göstəriciyə təsiri nəticəsində yaranan təsadüfi komponent. Beləliklə, t zamanında göstəricinin qiyməti aşağıdakı kimi olur:

$$y_i = u_i + v_i + \varepsilon_i, \quad (1)$$

burada u_i – göstəricinin sistematik dəyişiklikləri; v_i – dövrü dəyişən komponent; ε_i – təsadüfi komponent.

Zaman sırasında göstərici erqodiklik xüsusiyyətinə malik olur, yəni təkrar olunan göstəricinin bir realizasiyasının kifayət qədər uzun müddət ərzində seçmə xarakteristikası qiymətləndirilə bilər. Xəstəliyin müşahidəsinin 4-10 il ərzində aparılması məqsədəuyğun hesab edilir. Beləliklə, zaman sırası göstəricinin uzun müddət dəyişməsinə və dövrü komponentinin dəyişməsinə göstərir. Göstəricinin dəyişməsinə izləmək üçün bir faktorlu reqressiya analizdən istifadə edilir. Asılı olmayan dəyişən kimi zaman indeksləri $t = 1, 2, \dots, n$ götürülür, asılı dəyişən isə araşdırılan $y_1, y_2, \dots, y_n$ göstəricilərinin səviyyələridir. n – zaman sırası müşahidələrinin ümumi sayıdır və ya müşahidə müddətidir, məsələn, $n=5$ ay, $n= 2$ il və s.

Göstəricilərin zaman ərzində dəyişməsinin aşkar edilməsi üçün avtokorrelyasiya funksiyasından, parametrik, qeyri-parametrik statistik meyarlardan istifadə edilə bilər. Avtokorrelyasiya funksiyası zaman sırasında göstəricinin qiymətlərinin zaman intervalından asılı olaraq arasındakı əlaqəni xarakterizə edir. Cüt avtokorrelyasiya əmsalları aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$K_{y(t)} = \frac{\sum_{i=1}^n [y_i(t)y_i(t+\tau)] - n\bar{y}(t)\bar{y}(t+\tau)}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n y_i^2(t) - n\bar{y}^2(t) \right] \left[\sum_{i=1}^n y_i^2(t+\tau) - n\bar{y}^2(t+\tau) \right]}}, \quad (2)$$

harada $y_i(t)$ – t zamanında göstəricinin qiyməti; $Y_i(t+\tau)$ – $(t+\tau)$ zamanında göstəricinin qiyməti, yəni zamanın τ qədər sürüşməsi olduqda; $Y(t)$ və $y(t+\tau)$ – t və $t+\tau$ zamanlarında göstəricinin orta qiyməti; n – göstəricinin cüt qiymətlərinin sayı.

Avtokorrelyasiya əmsallarının qiymətləri göstəricinin cüt qiymətlərinin sayı çoxaldıqca daha da artır, yəni müşahidənin davam etməsi uzandıqca artır. Göstəricinin qiymətləri arasında əlaqə və əlaqənin əhəmiyyəti avtokorrelyasiya əmsalının qiyməti və işarəsinə görə təyin edilir. Əmsalın müsbət qiyməti əlaqənin düz, mənfi qiyməti isə əks olduğunu göstərir. Əmsalın qiyməti: $<0,3$ – əlaqə zəif; $-0,3-0,7$ – əlaqə normal; $- >0,7$ – əlaqənin güclü olduğunu bildirir.

Monitoring zamanı hər hansı göstəricinin dəyişməsi qənaətbəxş olduqda lü-zumsuz yoxlamalara ehtiyac olmur. Bu səbəbdən göstəricilərin neçə dəfə yoxlan-masını qabaqcadan proqnoz etmək olmur. Göstəricinin dəyişməsinin dürüstlüyünün yoxlanması üçün qeyri-parametrik metod olan Manna-Uitni, Vilkokson, Fridman, Klakson-Uollisin meyarlarından istifadə etmək olar:

Manna-Uitni U-meyarı. Ümumi rənglərin sayı: $N = n_1 + n_2$, harada n_1 – birinci

seçmənin sayı, n_2 - ikinci seçmənin sayıdır. İki rəng cəmindən ən böyüyü (T_x) müəyyən olunur. O, n_x seçməsinə uyğun gəlir. Manna-Uitni meyarı aşağıdakı düsturla müəyyən olunur:

$$U = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_x \cdot (n_x + 1)}{2} - T_x. \quad (3)$$

n_1 və n_2 üçün meyarın kritik qiyməti tapılır.

Vilkoksonun T-meyarı müalicədən əvvəl və sonra alınmış əlaqəli göstəricilər arasında fərqlərin qiymətləndirilməsi üçün istifadə olunur.

Fridman meyarı eyni bir seçmədə zaman ərzində təkrar ölçülmüş göstəricilər arasında yaranmış fərqlərin düsturla aşkar edilməsində istifadə olunur. Müşahidənin nəticəsi sıralanır. Rənglərin cəmi müəyyən edilir. Əgər tapılmış qiymət kritik qiyməti aşırırsa 0-cı hipotez rədd edilir. x_{ij} -un k və n müşahidələri verilmişdir, harada $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq k$. x_{ij} elementinin rəngi r_{ij} kimi işarə olunur ($r_{ij} = 1, 2, 3, \dots, k$). Meyar aşağıdakı kimi müəyyən edilir:

$$S = \frac{12n}{k(k+1)} \sum_{j=1}^k \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_{ij} - \frac{k+1}{2} \right)^2. \quad (4)$$

Əgər $S < S_{\alpha}(n, k)$ onda 0-cı hipotez qəbul edilir (S_{α} cədvəl qiyməti).

Kraskal-Uollisin H-meyarı $x_1^{n_1} = \{x_{11}, \dots, x_{1n_1}\}, \dots, x_k^{n_k} = \{x_{k1}, \dots, x_{kn_k}\}$ Ümumiləşdirilmiş seçmə $x = x_1^{n_1} \cup x_2^{n_2} \cup \dots \cup x_k^{n_k}$ kimi olacaqdır. Bütün

$$N = \sum_{i=1}^k n_i$$

$$H = \sum_{i=1}^k \left(1 - \frac{n_i}{N} \right) \left\{ \frac{\bar{R}_i - \frac{N+1}{2}}{\sqrt{\frac{(N-n_i)(N+1)}{12n_i}}} \right\}^2 = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \left(\bar{R}_i - \frac{N+1}{2} \right)^2 = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1),$$

$$R_i = \sum_{j=1}^k R_{ij}; \quad \bar{R}_i = \frac{1}{n_i} R_i. \quad (5)$$

Əgər $H \geq H_{\alpha}$ olarsa 0-cı hipotez rədd edilir (H_{α} cədvəl qiymətidir).

Ədəbiyyat

1. Афанасьев В.В. Неотложная токсикология. М.: «Геотар-Медиа», 2009, 379 с.
2. Биостатистика. Информ.проект в области здравоохранения. Оттава, 2003.

OPERATOR ƏMSALLI BİR SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN HƏLL OLUNMASI HAQQINDA

N.L. Muradova

Naxçıvan Dövlət Universiteti
nazilamuradova@gmail.com

Tutaq ki, H separabel Hilbert fəzası, A isə H -da müsbət-müəyyən özü-özünə qoşma operatorudur ($A = A^* \geq cE$, $c > 0$).

H_γ ($\gamma \geq 0$) işarəsi altında A operatorunun doğurduğu Hilbert fəzaları şkalasını başa düşəcəyik, yəni $H_\gamma = D(A^\gamma)$, $(x, y)_\gamma = (A^\gamma x, A^\gamma y)$, $x, y \in D(A^\gamma)$.

X fəzasından Y fəzasına təsir edən xətti məhdud operatorlar fəzasını $L(X, Y)$ ilə işarə edəcəyik.

Aşağıdakı Hilbert fəzalarını daxil edək (bax [1, fəsil 1]):

$$L_2(R_+; H) = \left\{ f(t) : \|f\|_{L_2(R_+; H)} = \left(\int_0^{+\infty} \|f(t)\|_H^2 dt \right)^{1/2} < +\infty \right\},$$

$$W_2^3(R_+; H) = \left\{ u(t) : \|u\|_{W_2^3(R_+; H)} = \left(\int_0^{+\infty} \left\| \frac{d^3 u(t)}{dt^3} \right\|_H^2 + \|A^3 u(t)\|_H^2 dt \right)^{1/2} < +\infty \right\}.$$

Törəmələr ümumiləşmiş funksiyalar mənasında başa düşülür.

H fəzasında

$$u'''(t) + \rho(t)A^3 u(t) + \sum_{j=1}^3 A_j u^{(3-j)}(t) = f(t), \quad t \in R_+, \quad (1)$$

$$u(0) = Tu''(0) \quad (2)$$

sərhəd məsələsinə baxaq. Burada $f(t) \in L_2(R_+; H)$, $u(t) \in W_2^3(R_+; H)$, $0 \leq t \leq 1$ olduqda $\rho(t) = \alpha$, $1 < t < +\infty$ olduqda $\rho(t) = \beta$ və həmdə nəzərə almaq lazımdır ki, α, β müsbət, ümumiyyətlə desək bir-birinə bərabər olmayan ədədlərdir, A_j , $j = 1, 2, 3$, xətti, ümumiyyətlə desək qeyri-məhdud operatorlardır, $T \in L(H_{1/2}, H_{5/2})$.

İşdə (1), (2) sərhəd məsələsinin operator əmsallarının xassələri vasitəsilə ifadə olunan elə şərtlər göstərilmişdir ki, bu şərtlər daxilində sərhəd məsələsi korrekt və birqiymətli həll olunan olsun.

Aşağıdakı işarələnmələri qəbul edək:

$$C = A^{5/2} T A^{-1/2},$$

$$T_{\alpha, \beta} = E - \sqrt[3]{\alpha^2} T A^2 + \frac{\sqrt[3]{\alpha} - \sqrt[3]{\beta}}{\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta} \omega_2} \left(E + \sqrt[3]{\alpha^2} \omega_2 T A^2 \right) e^{-\sqrt[3]{\alpha}(\omega_1 + 1)A} +$$

$$+ \frac{\sqrt[3]{\alpha} - \sqrt[3]{\beta}}{\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta} \omega_1} \left(E + \sqrt[3]{\alpha^2} \omega_1 T A^2 \right) e^{-\sqrt[3]{\alpha}(\omega_2 + 1)A},$$

burada

$$\omega_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \quad \omega_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

Aşağıdakı hökm doğrudur.

Teorem. Tutaq ki, $A = A^* \geq cE$, $c > 0$, $T \in L(H_{1/2}, H_{5/2})$, $T_{\alpha, \beta}$ operatoru $H_{5/2}$ fəzasında məhdud tərsə malikdir, $\operatorname{Re} C \leq 0$, $A_j A^{-j} \in L(H, H)$, $j = 1, 2, 3$, və aşağıdakı bərabərsizlik ödənilir:

$$a_1 \|A_1 A^{-1}\|_{H \rightarrow H} + a_2 \|A_2 A^{-2}\|_{H \rightarrow H} + a_3 \|A_3 A^{-3}\|_{H \rightarrow H} < 1,$$

burada

$$a_1 = \frac{\sqrt{2} \max(1; \alpha; \beta)}{\min(\alpha; \beta)}, \quad a_2 = \frac{\max(1; \alpha; \beta)}{\min(\alpha; \beta)}, \quad a_3 = \frac{1}{\min(\alpha; \beta)}.$$

Onda istənilən $f(t) \in L_2(R_+; H)$ üçün (1), (2) sərhəd məsələsi $W_2^3(R_+; H)$ fəzasından olan yeganə $u(t)$ həllinə malikdir.

Qeyd edək ki, $A_3 = 0$ və $T = 0$ olduqda (1), (2) sərhəd məsələsi [2] işində araşdırılmışdır.

Ədəbiyyat

1. Lions J.L., Magenes E. Non-homogeneous boundary value problems and applications, Dunod, Paris, 1968; Mir, Moscow, 1971; Springer-Verlag, Berlin, 1972.
2. Mirzoyev S.S., Aliyev A.R. Initial boundary value problems for a class of third order operator-differential equations with variable coefficients // Transactions of NAS of Azerbaijan, ser. of phys.-tech. and math. sci., 2006, vol. 26, no. 4, p. 153-164.

ELLİPTİK TIPLİ OPERATOR-DİFERENSİAL TƏNLIYIN ÇƏKİLİ FƏZADA HƏLL OLUNMASI HAQQINDA

A. A. Mursaliyev

Qafqaz Universiteti

agababamursaliyev@gmail.com

Tutaq ki, H separabel Hilbert fəzası, A operatoru isə H -da tamamilə kəsilməz tərsə malik və spektri $S_\varepsilon = \{\lambda : |\arg \lambda| \leq \varepsilon\}$ ($0 \leq \varepsilon < \frac{\pi}{4}$) bucaq sektorunda yerləşən normal operatorudur. Onda məlumdur ki, A operatoru H -da tam ortonormal sistemə malikdir: $\{e_k\}_{k=1}^\infty$, $Ae_k = \lambda_k e_k$, $\lambda_k = r_k e^{i\varphi_k}$, $r_k > 0$, $|\varphi_k| \leq \varepsilon$. Bu zaman A operatoru $A = UC$ şəklində göstərilir, burada C öz-özüə qoşma müsbət-müəyyən operator, U isə unitar operatorudur: $C \cdot = \sum_{k=1}^\infty r_k (\cdot, e_k) e_k$, $U \cdot = e^{i\varphi_k} (\cdot, e_k) e_k$.

$H_\theta = \text{Dom}(C^\theta)$ ($\theta \geq 0$) ilə $(x, y)_\theta = (C^\theta x, C^\theta y)$ skalyar hasilinə malik Hilbert fəzasını işarə edək.

Aşağıdakı funksional fəzalarını daxil edək:

$$L_{2,\gamma}(R; H) = \left\{ f(t) : f(t) e^{-\frac{\gamma}{2}t} \in L_2(R; H), \|f\|_{L_{2,\gamma}(R; H)}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \|f(t)\|_H^2 e^{-\gamma t} dt < +\infty \right\},$$

$$W_{2,\gamma}^2(R; H) = \left\{ u(t) : u''(t), C^2 u(t) \in L_{2,\gamma}(R; H), \|u\|_{W_{2,\gamma}^2(R; H)}^2 = \left(\|u\|_{L_{2,\gamma}(R; H_2)}^2 + \|u''\|_{L_{2,\gamma}(R; H)}^2 \right)^{1/2} \right\},$$

buradakı $L_2(R; H)$ fəzası üçün bax [1]-ə.

$$-u''(t) + A^2 u(t) = f(t), \quad t \in R = (-\infty, +\infty), \quad (1)$$

tənliyinə baxaq, burada $f(t) \in L_{2,\gamma}(R; H)$, $u(t) \in W_{2,\gamma}^2(R; H)$, A operatoru isə yuxarıda qeyd olunan xassələrə malikdir.

İşdə (1) tənliyinin korrekt və birqiymətli həll olunması üçün kafi şərt tapılmışdır.

Ədəbiyyat

1. Хилле Э., Филлипс Р. Функциональный анализ и полугруппы. М.: ИЛ, 1962, 829 с.

ÖRTÜKLƏR NƏZƏRİYYƏSİNİN YARANMASI VƏ HESABATI

X.İ. Musayev, F.S. Hüseynov

AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu

xasay.musayev.29@mail.ru, fuad.huseynov.18@facebook.com

Keçən əsrin 70-ci illərində alman mexaniki və fiziki Q.Kirxhof həndəsi və fiziki fərziyyələr yürüdərək əyilən lövhə nəzəriyyəsini yaratmışdır. Aron Kirxhofun həndəsi və fiziki fərziyyələrindən istifadə edərək öz nəzəriyyəsini vermişdir. V.Lyava 1888-ci ildə yaranan nəzəriyyələrin bir necə səhvlərini göstərmiş və özünün "Riyazi elastikiyyət nəzəriyyəsi" kitabını 1935-ci ildə çap etdirmişdir. Bir neçə xarici və sovet alimləri örtüklər nəzəriyyəsi haqqında verilən nəzəriyyələrin əsasında öz kitablarını dərc etdirmişdilər. Xarici qüvvə təsirindən lövhədə əmələ gələn yerdəyişmə və gərginliklərin dəqiq həll üsulunu Koşi və Puasson vermişlər.

Yuxarıda qeyd olunan alimlərin yaratdıqları nəzəriyyələr vasitəsilə konstruksiya hesabatının ən asan və həqiqi həll üsulu ƏİQBМ - hesablama maşınlarıdır. Örtüklərin hesabatının hesablama maşınları vasitəsilə aparılması bir məqsədə qulluq edir: deformasiyaya uğramış və gərgin vəziyyətdə olan konstruksiyaları əldə etmək, eləcədə layihəçi konstruktorların işini asanlaşdırmaq məqsədi ilə hesablama maşınlarından istifadə etmək məqsədə uyğun hesab edilmişdir. Cəbri şəkildə olan sistem tənlikləri mühəndis konstruktorların həll etməsi üçün, hesablama maşınlarından istifadə etmələri əlverişlidir.

Y.M. Qriqorenko ixtiyari formada olan fırlanan örtüklərin sərtliyinə aid bir sıra məsələlərin klassik həll üsulunu vermişdir. Eləcədə D.V.Vaynberq tələbələri ilə birlikdə xarici qüvvə təsirindən örtükdə əmələ gələn gərginlik və deformasiyanın hesabatını variasiya metodu ilə həll yolunu göstərmişlər. Örtüklərin ədədi hesabatını aparmaq üçün minlərlə sistem tənlik tələb olunur. Cox saylı örtüklərin hesabatını apararkən ən sərfəli sistem olan proqramlaşdırma üsulundan istifadə etmişlər. A.P. Filin ixtiyari formada olan örtüklərin hesabatını istənilən sərhəd şərtləri daxiləndə həll yolunu göstərmişdir. Örtüklər manalit və ayrı-ayrılıqda yığma elementləri olan hissələrdən ibarətdir.

1932-ci ildə V.Z. Vlasov silindrik şəkilli örtüklərin hesabat modelini vermişdir. Örtüyün sərtliyinin hesabatını aparmaq üçün, hesablama maşınlarından istifadə etmək

ən sərfəli üsuldur. Beləki, Vlasov xarakterik olaraq yatıq sferik örtüyün konstruksiyasının hesabatını misal şəklində həll yolunu ƏİBM – hesablama maşınlarının vasitəsilə göstərmişdir.

X.M. Muştari örtüklərin davamlılığının hesabatını qeyri-xətti tənliklər vasitəsi ilə həll üsulunu vermişdir.

Bir neçə təqribi misalların həqiqi nəticəsinin hesabatını vermək üçün ƏİBM - hesablama maşınlarından istifadə etmək məqsədə uyğundur.

Ədəbiyyat

1. Ильюшин А.А. Пластичность. Гостехиздат, 1948, 282 с.
2. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. Судпромгиз, 1962, 259 с.
3. Балабух Л.И. Строительная механика. «Высшая школа», 1969, 278 с.
4. Авдонин А.С. Прикладные методы расчета оболочек и тонкостенных конструкций «Машиностроение», 1969, 239 с.

A NECESSARY CONDITION FOR THE WEIGHTED DIFFERENCE INEQUALITY

F. Mamedov, S.Memmedli

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

farman-m@mail.ru, sayka-426@mail.ru

The following Jakovlev-Grisvard inequality is well-known

$$\int_0^\infty \frac{|u(x)|^p}{x^{\lambda p}} \leq C_{p,\lambda} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{|u(x)-u(t)|^p}{|x-t|^{1+\lambda p}} dx dt ,$$

for the functions $u \in C^\infty(0,\infty)$ such that $\lim_{t \rightarrow +0} u(t) = 0$ if $\frac{1}{p} < \lambda < 1$, $1 < p < \infty$ and

$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} \int_0^t u(s) ds = 0$ if $0 < \lambda < \frac{1}{p}$, $1 < p < \infty$. In this note, we study a necessary condition for

the weight inequality

$$\int_0^\infty v(x) |u(x)|^p \leq C \int_0^\infty \int_0^\infty \omega(|x-t|) |u(x)-u(t)|^p dx dt , \quad 1 < p < \infty , \quad (1)$$

to hold of the functions $u \in AC(0,\infty)$ and weight functions.

A necessary condition on the weight function $\mathcal{G}, \omega: R^+ \rightarrow R^+$, $\mathcal{G}, \omega \in L^{1,loc}(0,\infty)$ is proposed for the inequality (1) to hold:

$$\int_0^h \mathcal{G}(t) dt \leq C \left[\frac{1}{h^{p-1}} \int_0^h t^p \omega(t) dt + \int_h^\infty \omega(t) dt \right] .$$

For a self-contained exposition of Hardy type inequalities we refer the reader, for instance, to [1].

References

- [1] Kufner A., Persson L.E. Weighted inequalities of Hardy type. World Scientific Publishing, River Edge, NJ, 2003
-

ON HARNACK'S INEQUALITY FOR DEGENERATED SEMILINEAR ELLIPTIC EQUATIONS

F. Mamedov, Y. Shukurov

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS
farman-m@mail.ru, yasarsukurov77@yahoo.com

In this note we study an isolated singularities for nonlinear degenerated elliptic equations

$$-\operatorname{div} a(x, u, u_x) = b(x, u, u_x), \quad (1)$$

where D is a bounded domain in R^n and $a: D \times R \times R^n \rightarrow R^n$, $b: D \times R \times R^n \rightarrow R$ are measurable functions satisfying to the following growth conditions:

$\exists \lambda \in (0, 1)$ for any $x \in D, \xi \in R, \eta \in R^n$ it follows that

$$a(x, \xi, \eta) \eta \geq \lambda \omega(x) |\eta|^p;$$

$$|a(x, \xi, \eta)| \leq \lambda^{-1} \omega(x) |\eta|^{p-1};$$

$$b(x, \xi, \eta) \xi \geq \vartheta(x) |\xi|^q.$$

Here $1 < p < \infty$, $q > p - 1$, $n \geq 2$ and weight functions $\vartheta, \omega: D \rightarrow R^+$ are such that it is satisfied some additional conditions of Muchenhaupt and A_{pq} type. In this paper it is proposed a Harnack's inequality for positive solutions of the equation (1)

$$\frac{\sup_{y \in Q_r^x} u(y)}{\inf_{y \in Q_{\frac{r}{2}}^x} u(y)} \leq C,$$

in ball Q_r^x , where the constant C depends on the functions ϑ, ω and λ, q, p, n .

For a self-contained exposition on second order linear PDEs we refer the reader, for instance, to [1].

References

- [1] Gilbarg D., Trudinger N.S. Elliptic Partial Differential Equations of Second Order, Springer, 2001, 517 pages.
-

ON AN INVERSE SCATTERING PROBLEM FOR A DISCONTINUOUS SCHRÖDINGER EQUATION

Kh.R. Mamedov, A.A. Nabiev

*Mersin University, Department of Mathematics, Turkey,
Cumhuriyet University, Department of Mathematics, Turkey,
aadiloglu@cumhuriyet.edu.tr, hanlar@mersin.edu.tr*

Numerous studies has been devoted to the scattering problem on the real line $-\infty < x < +\infty$ for the one dimensional Schrödinger equation because of its applications in many physical problems, for example, in electrical engineering or in quantum mechanics [1,2, 3]. In this work, we study the one dimensional inverse scattering problem for the Schrödinger equation with piecewise-constant coefficient.

Consider the differential equation

$$-y'' + q(x)y = \lambda^2 \rho(x)y, \quad -\infty < x < +\infty,$$

where

$$\rho(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ \alpha^2, & x < 0, \end{cases} \quad (\alpha \neq 1, \alpha > 0),$$

$q(x)$ is a real-valued function defined on the real line and the condition

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (1 + |x|)|q(x)|dx < +\infty$$

is satisfied.

The inverse scattering problem on the whole axis for the equation (1) with the condition (3) in the case $\rho(x) = 1$ was completely solved by Faddeev (see also [1, 4-10] and etc.). The inverse scattering problem for the discontinuous case was first studied by Gasymov [11], Darwish [12]. In these papers solution of the inverse scattering problem on the half line $[0, \infty)$ is reduced to solution of two inverse problems on the intervals $[0, a]$ and $[a, \infty)$. In the case $\rho(x) \neq 1$ the inverse scattering problem on the half line was solved by Guseinov and Pashaev [13] by using the new (non-triangular) representation of the Jost solution of the equation (1). This new integral representation of the Jost solution was also applied to investigate the similar problem under different boundary conditions ([14]). For the case $q(x) = 0$, the uniqueness of the solution of the inverse problem with a geophysical application for equation (1) was given by Tikhonov [15].

In the present work, on the whole real line we consider direct and inverse scattering problems for equation (1) with $\rho(x) \neq 1$. Under the condition (3) we construct new integral representations of Jost solutions of equation (1) on the whole real line. Using these new integral representations for the Jost solutions, we solve the direct scattering problem, introduce the scattering data and investigate the properties of the scattering data. We derive the Faddeev type main integral equations which

have a great role in the investigation of the inverse scattering problem. Finally, uniqueness of the solution of the inverse scattering problem is proved and the potential is given.

Reference

1. Chadan K and Sabatier P C 1977 *Inverse Problems in Quantum Scattering Theory* (Springer-Verlag).
2. 2McLaughlin J R 1986 Analytical methods for recovering coefficients in differential equations from spectral data. *SIAM Rev.* 28(1) 53-7
3. Jaulent M and Jean C 1976 The inverse problem for the one dimensional Schrödinger equation with an energy-dependent potential *Ann. Inst. Henri. Poincare* 25 105-137.
4. Deift P and Trubowitz E 1979 Inverse scattering on the line *Comm. Pure Appl. Math.* 32 121-251.
5. Faddeev L D 1958 On the connection of the s-matrix and the potential for the one-dimensional Schrödinger operator *Dokl. Akad. Nauk SSSR.* 121(1) 63-66 (in Russian).
6. Faddeev L D 1959 The inverse problem in the quantum theory of scattering *Uspechi Mat. Nauk.* 14(4) 57-119 (in Russian); 1963 *J. Math. Phys.* 4 72-104 (Engl. transl.).
7. Guseinov I M 1985 On the continuity of the coefficient of reflection of the Schrödinger one-dimensional equation *Diff. Uravn.* 21(11) 1993-1995 (in Russian).
8. Huseynov H M and Osmanli J A 2013 Inverse scattering problem for one-dimensional Schrödinger equation with discontinuity conditions *Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry* 9(3) 332-359.
9. Levitan B M 1975 The inverse scattering problem of quantum theory *Math. Notes.* 17 611-624.
10. Marchenko V A 1986 *Sturm-Liouville Operators and Their Applications* (Basel: Birkhauser).
11. Gasymov M G 1977 The direct and inverse problem of spectral analysis for a class of equations with a discontinuous coefficient (*Non-Classical Methods in Geophysics*) ed M. M. Lavrent'ev (Novosibirsk Nauka) pp. 37- 44 (in Russian).
12. Darwish A A 1993 The inverse problem for a singular boundary value problem *New Zeland Journal of Mathematics* 22 37-66.
13. Guseinov I M and Pashaev R T 2002 On an inverse problem for a second-order differential equation *Uspekhi Math Nauk.* 57 147-148.
14. Mamedov Kh R 2010 On an inverse scattering problem for a discontinuous Sturm-Liouville equation with a spectral parameter in the boundary condition *Boundary Value Problems* Article ID 171967, 17 pages, doi:10.1155/2010/171967.
15. Tikhonov A N 1949 On the uniqueness of the solution of the problem of electric prospecting *Dokl. Akad. Nauk SSSR.* 69 797-800.

WEIGHTED INEQUALITIES FOR DUNKL FRACTIONAL MAXIMAL FUNCTION AND DUNKL FRACTIONAL INTEGRALS

Y.Y. Mammadov

Nakhchivan Teacher Institute

In the present work, establishes the boundedness in weighted $L_{p,w,\alpha}(\mathbb{R})$ spaces with Dunkl maximal operator, Dunkl fractional maximal operator and Dunkl fractional integrals.

For a real parameter $\alpha \geq -1/2$, we consider the Dunkl operator, associated with the reflection group Z_2 on $\mathbb{R}$:

$$\Lambda_\alpha(f)(x) = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{2\alpha+1}{x} \left(\frac{f(x) - f(-x)}{2} \right)$$

Let $\alpha > -1/2$ be a fixed number and μ_α be the weighted Lebesgue measure on $\mathbb{R}$, given by

$$d\mu_\alpha(x) := \left(2^{\alpha+1} \Gamma(\alpha+1) \right)^{-1} |x|^{2\alpha+1} dx.$$

Let $B(x, r) = \{y \in \mathbb{R} : |y| \in [\max\{0, |x| - r\}, |x| + r]\}$ and $r > 0$. Then $B_r = B(0, r) =]-r, r[$ and $\mu_\alpha B_r = b_\alpha r^{2\alpha+2}$, where $b_\alpha = [2^{\alpha+1}(\alpha+1)\Gamma(\alpha+1)]^{-1}$.

An almost everywhere positive and locally integrable function $\omega : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ will be called a weight. Denote by $L_{p,w,\alpha}(\mathbb{R})$ the set of measurable functions $f(x)$, $x \in \mathbb{R}$, with finite norm.

$$\|f\|_{L_{p,w,\alpha}} = \left(\int_{\mathbb{R}} |f(x)|^p \omega(x) d\mu_\alpha(x) \right)^{\frac{1}{p}} < \infty, \quad 1 \leq p < \infty.$$

We define the Dunkl-type maximal function by

$$M_\alpha f(x) = \sup_{r>0} (\mu_\alpha B_r)^{-1} \int_{B_r} \tau_x |f(y)| d\mu_\alpha(y).$$

Definition 1. The weight function ω belongs to the class $A_{p,\alpha}(\mathbb{R})$ for $1 < p < \infty$, if

$$\sup_{x,r} \left(|B(x, r)|_\alpha^{-1} \int_{B(x,r)} \omega(y) d\mu_\alpha(y) \right) \left(|B(x, r)|_\alpha^{-1} \int_{B(x,r)} \omega^{-\frac{1}{p-1}}(y) d\mu_\alpha(y) \right)^{p-1} < \infty$$

and ω belongs to $A_{1,\alpha}(\mathbb{R})$, if there exists a positive constant C such that for any $x \in \mathbb{R}$ and $r > 0$

$$|B(x, r)|_\alpha^{-1} \int_{B(x,r)} \omega(y) d\mu_\alpha(y) \leq C \operatorname{ess\,inf}_{y \in B(x,r)} \omega(y).$$

Theorem 1. 1) If $f \in L_{1,w,\alpha}$ and $w \in A_{1,\alpha}$, then $M_\alpha f \in WL_{1,w,\alpha}$ and

$$\|M_\alpha f\|_{WL_{1,w,\alpha}} \leq C_{1,\omega,\alpha} \|f\|_{L_{1,w,\alpha}},$$

where $C_{1,w,\alpha} > 0$ is independent of f .

2) If $f \in L_{p,w,\alpha}(\mathbb{R})$, $1 < p < \infty$ and $w \in A_{p,\alpha}$, then $M_\alpha f \in L_{p,w,\alpha}$ and

$$\|M_\alpha f\|_{L_{p,w,\alpha}} \leq C_{p,w,\alpha} \|f\|_{L_{p,w,\alpha}},$$

where $C_{p,w,\alpha} > 0$ is independent of f .

Definition 2. The weight function ω belongs to the class $A_{p,q,\alpha}$ for $1 < p < \infty$, $1 \leq q < \infty$, if

$$\sup_{x,r} (|B(x,r)|_\alpha^{-1} \int_{B(x,r)} \omega(y)^q d\mu_\alpha(y))^{1/q} (|B(x,r)|_\alpha^{-1} \int_{B(x,r)} \omega^{-p'}(y) d\mu_\alpha(y))^{1/p'} < \infty$$

and ω belong to $A_{1,q,\alpha}$, if there exists a positive constant C such that for any $x \in \mathbb{R}$ and $r > 0$

$$(|B(x,r)|_\alpha^{-1} \int_{B(x,r)} \omega(y)^q d\mu_\alpha(y))^{1/q} \left(\operatorname{ess\,sup}_{y \in B(x,r)} \frac{1}{\omega(y)} \right) \leq C.$$

For the D -fractional maximal functions $M_{\beta,\alpha} f$

$$M_{\beta,\alpha} f(x) = \sup_{r>0} (\mu_\alpha B(0,r))^{\frac{\beta}{2\alpha+2}-1} \int_{B(0,r)} \tau_x |f|(y) d\mu_\alpha(y), \quad 0 \leq \beta < 2\alpha + 2$$

The following theorem is valid.

Theorem 2. 1Let $0 < \beta < 2\alpha + 2$, $1 < p < \frac{2\alpha+2}{\beta}$, $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{\beta}{2\alpha+2}$,

$\omega \in A_{1+\frac{q}{p'},\alpha}(\mathbb{R})$, $p' = \frac{p}{p-1}$. Then the following inequality is valid:

There exists $C > 0$, such that, for all $f \in L_{p,\omega,\alpha}(\mathbb{R})$ the inequality

$$\left(\int_{\mathbb{R}} (M_{\beta,\alpha}(f\omega^\beta)(x))^q \omega(x) d\mu_\alpha(x) \right)^{\frac{1}{q}} \leq C \left(\int_{\mathbb{R}} |f(x)|^p \omega(x) d\mu_\alpha(x) \right)^{\frac{1}{p}}$$

is valid.

We now consider the B_n fractional integral

$$I_{\beta,\alpha} \varphi(x) = \int_{\mathbb{R}} |y|^{\beta-2\alpha-2} \tau_y \varphi(x) d\mu_\alpha(y), \quad 0 < \beta < 2\alpha + 2.$$

In this we give a full description of measures for which weighted estimates for the Dunkl fractional integral $I_{\beta,\alpha} f$ hold, using the method of G. Welland.

Theorem 3. Suppose $1 < p < \frac{2\alpha+2}{\beta}$, $\frac{1}{q} = \frac{1}{p} - \frac{\beta}{2\alpha+2}$. Then the inequality

$$\left(\int_{\mathbb{R}} |I_{\beta,\alpha}(f\omega^\beta)(x)|^q \omega(x) d\mu_\alpha(x) \right)^{\frac{1}{q}} \leq c \left(\int_{\mathbb{R}} |f(x)|^p \omega(x) d\mu_\alpha(x) \right)^{\frac{1}{p}}$$

Holds for any $f \in L_{p,\omega,\alpha}(\mathbb{R})$ with a constant $c > 0$ independent of f if and only if

$$\omega \in A_{\beta,\alpha}(\mathbb{R}), \quad \beta = 1 + \frac{q}{p'}.$$

References

- [1]. C. Abdelkefi and M. Sifi, *Dunkl Translation and Uncentered Maximal Operator on the Real Line*. International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences, Vol. 2007, Article ID 87808, 9 pages doi:10.1155/2007/87808.
- [2]. C.F. Dunkl, *Differential-difference operators associated with reflections groups*. Trans. Amer. Math. Soc. 1989, v. 311, pp. 167-183.

- [3]. V.S. Guliyev, Y.Y. Mammadov, *Function spaces and integral operators for the Dunkl operator on the real line*. Khazar Journal of Mathematics, 4 (2006), no. 4, pp. 17-42.
- [4]. V.S.Guliyev, Y.Y.Mammadov, *On fractional maximal function and fractional integrals associated with the Dunkl operator on the real line*. Journal of Mathematical Analysis and Applications. 2009, v. 353, Issue 1, pp. 449-459.
- [5].G.Welland, *Weighted norm inequalities for fractional integrals*. Proc. Amer. Math. Soc. 51, No.1 (1975), 143-148.

GRAVITY AS A CHIRAL MODEL

M.A. Mukhtarov

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

Consider Einstein equations for standard metric of a stationary axisymmetric $4d$ space-time [1]

$$ds^2 = w^{-1}[e^{2k}(dx^2 + d\rho^2) + \rho^2 d\varphi^2] - w(dt + Wd\varphi)^2 \quad (1)$$

Einstein equations imply the Ernst equation [2]:

$$\left((\xi - \bar{\xi})g_{\xi}g^{-1}\right)_{\bar{\xi}} + \left((\xi - \bar{\xi})g_{\bar{\xi}}g^{-1}\right)_{\xi} = 0 \quad (2)$$

It has been shown how the equation (2) can be reduced to the equations of the principal chiral field problem with moving poles [3]:

$$(z - \bar{z})\theta_{z,\bar{z}} = [\theta_{\bar{z}}, \theta_z] \quad (3)$$

with additional constraining conditions.

We'll find the solution in a form:

$$f = \frac{z + \bar{z}}{4} H + \alpha(z, \bar{z}) X^+,$$

where $H, X^{\pm}$ are generators of $SL(2, R)$ algebra.

The equation for the function $\alpha(z, \bar{z})$:

$$(z - \bar{z})\alpha_{z,\bar{z}} = \frac{1}{2}(\alpha_z - \alpha_{\bar{z}}) \quad (4)$$

The latter equation is solved and the solution is expressed in terms of Bessel functions. Generalization of solutions by means of applying the discrete symmetry transformations [4] is discussed.

Reference

- [1] V.A.Belinskii and V.A.Zakharov, Sov. Phys. JETP 48, 1978, 985; 50, 1979, 1
- [2] D. A. Korotkin and H.Nicolai, Nucl. Phys. B 475, 1996, 397
- [3] M.A. Mukhtarov. Fizika, 9(2), 2003, 59
- [4] M.A. Mukhtarov. Proc.Ins.Math.Mech., 10(18), 2000, 123

ON BASIS PROPERTIES OF DEGENERATE EXPONENTIAL SYSTEM

T.R. Muradov, Z.V. Mamedova

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS
togrilmuradov@gmail.com, zahira_eng13@hotmail.com

In this work the basis properties of exponential systems with a degenerate coefficient are studied in the spaces $L_p(-\pi, \pi)$, $1 \leq p < +\infty$, when the degenerate coefficient does not satisfy the Muckenhoupt condition. A similar problem was considered earlier in [1].

We consider a system of exponents

$$\{E_n(\mu)\}_{n \in \mathbb{Z}} \equiv \{\mu(t)e^{\text{int}}\}_{n \in \mathbb{Z}},$$

with a degenerate coefficient

$$\mu(t) = \prod_{k=0}^r |t - t_k|^{\alpha_k},$$

where $t_0 = 0$, $0 \neq t_k \in (-\pi, \pi]$, $k = \overline{1, r}$, are different points.

The following theorem is true.

Theorem 1. Let the following condition be satisfied $\{\alpha_k\}_{k=0}^r \subset \left(-\frac{1}{p}, \frac{1}{q}\right)$. Then the system $\{E_n(\mu)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ forms a basis for $L_p(-\pi, \pi)$, $1 < p < +\infty$. If the relation

$$\alpha_0 \in \left[\frac{1}{q}, 1 + \frac{1}{q}\right), \quad \{\alpha_k\}_1^r \subset \left(-\frac{1}{p}, \frac{1}{q}\right),$$

holds, then this system is complete, but is not minimal in $L_p(-\pi, \pi)$, $1 < p < +\infty$. In this case system $\{\mu(t)e^{\text{int}}\}_{n \neq 0}$, is complete and minimal in $L_p(-\pi, \pi)$, but does not form a basis for it.

The following theorem is also true

Theorem 2. Let the conditions

$$\{\alpha_k\}_{k=0}^r \subset (-1, 0],$$

be satisfied. Then the system $\{E_n(\mu)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ is complete and minimal in $L_1(-\pi, \pi)$, but does not form a basis in it. If the conditions

$$\alpha_0 \in (0, 1], \quad \{\alpha_k\}_1^r \subset (-1, 0],$$

hold, then system $\{\mu(t)e^{\text{int}}\}_{n \neq 0}$, is complete and minimal in $L_1(-\pi, \pi)$, but does not form a basis for it.

References

[1] Golubeva E.S. The System of Weighted Exponentials with Power Weights. Herald of Samara State University. Natural Sciences, 2011, No2 (83), pp.15-25.

L_p - ESTIMATES FOR ANISOTROPIC RIESZ POTENTIAL OVER ELLIPSOIDS

Sh.A. Muradova

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

mshams01@yahoo.com

Let R^n be n -dimensional Euclidean space with routine norm $|x|$ for each $x \in R^n$, S^{n-1} denotes the unit sphere on R^n . For $x \in R^n$ and $r > 0$, let $B(x, r)$ denote the open ball centred at x of radius r and ${}^cB(x, r)$ denote the set $R^n \setminus B(x, r)$. Let $d = (d_1, \dots, d_n)$, $d_i \geq 1$, $i = 1, \dots, n$, $|d| = \sum_{i=1}^n d_i$ and $t^d x \equiv (t^{d_1} x_1, \dots, t^{d_n} x_n)$. The function $F(x, \rho) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \rho^{-2d_i}$, considered for any fixed $x \in R^n$, is a decreasing one with respect to $\rho > 0$ and the equation $F(x, \rho) = 1$ is uniquely solvable. This unique solution will be denoted by $\rho(x)$. It is a simple matter to check that $\rho(x - y)$ defines a distance between any two points $x, y \in R^n$. Thus R^n , endowed with the metric ρ , defines a homogeneous metric space. The balls with respect to ρ , centred at x of radius r , are just the ellipsoids

$$\varepsilon_d(x, r) = \left\{ y \in R^n : \frac{(y_1 - x_1)^2}{r^{2d_1}} + \dots + \frac{(y_n - x_n)^2}{r^{2d_n}} < 1 \right\},$$

with the Lebesgue measure $|\varepsilon_d(x, r)| = v_n r^{|d|}$, where v_n is the volume of the unit ball in R^n . Also let ${}^c\varepsilon_d(x, r) = R^n \setminus \varepsilon_d(x, r)$ be the complement of $\varepsilon_d(0, r)$. If $d = 1 \equiv (1, \dots, 1)$, then the clearly $\rho(x) = |x|$ and $\varepsilon_1(x, r) = B(x, r)$.

Let $f \in L_1^{loc}(R^n)$. The anisotropic Riesz potential I_α^d is defined by:

$$I_\alpha^d f(x) = \int_{R^n} f(y) \rho(x - y)^{\alpha - |d|} dy, \quad 0 < \alpha < |d|.$$

We consider the following “partial” anisotropic Riesz potentials

$$\begin{aligned} \underline{I}_\alpha^d f(x) &\equiv I_\alpha^d (f | \chi_{\varepsilon_d(x, r)})(x) \\ \bar{I}_\alpha^d f(x) &\equiv I_\alpha^d (f | \chi_{{}^c\varepsilon_d(x, r)})(x). \end{aligned}$$

Lemma 1. Let $0 < p < \infty$, $0 < \alpha < |d|$ and $f \in L_1^{loc}(R^n)$. Then for any ball $\varepsilon_d(x, r)$ in R^n

$$\|I_\alpha^d (f |)\|_{L_p(\varepsilon_d(x, r))} \approx \|I_\alpha^d (f | \chi_{\varepsilon_d(x, r)})\|_{L_p(\varepsilon_d(x, r))} + r^{\frac{n}{p}} \bar{I}_{\alpha, 2r}^d (f |)(x)$$

and

$$\|I_\alpha^d (f |)\|_{WL_p(\varepsilon_d(x, r))} \approx \|I_\alpha^d (f | \chi_{\varepsilon_d(x, r)})\|_{WL_p(\varepsilon_d(x, r))} + r^{\frac{n}{p}} \bar{I}_{\alpha, 2r}^d (f |)(x).$$

Lemma 2. Let $0 \leq p_1 < p_2 < \infty$ and $0 < \alpha < |d|$. The inequality

$$\|I_\alpha^d (f | \chi_{\varepsilon_d(x, r)})\|_{L_{p_2}(\varepsilon_d(x, r))} \leq r^{\alpha - |d| \left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} \right)} \|f\|_{L_{p_1}(\varepsilon_d(x, 2r))}$$

holds for any ball $\varepsilon_d(x, r) \subset R^n$ and for all $f \in L_{p_1}^{loc}(R^n)$ if and only if in the case $p_1 > 1$

$$\alpha \geq |d| \left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} \right)$$

in case $p_1 = 1$

$$\alpha > |d| \left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} \right).$$

Moreover, for $1 < p_2 < \infty$ and $\alpha = |d| \left(1 - \frac{1}{p_2} \right)$ the inequality

$$\|I_\alpha^d(f|\chi_{\varepsilon_d(x,r)})\|_{WL_{p_2}(\varepsilon_d(x,r))} \leq \|f\|_{L_1(\varepsilon_d(x,2r))}$$

holds for any ball $\varepsilon_d(x,r) \subset R^n$ and for all $f \in L_1^{loc}(R^n)$.

Theorem 1.

(1) Let $0 < p < \infty$ and $|d| \left(1 - \frac{1}{p} \right)_+ < \alpha < |d|$. Then the equivalences

$$\begin{aligned} \|I_\alpha^d(f)\|_{WL_p(\varepsilon_d(x,r))} &\approx \|I_\alpha^d(f)\|_{L_p(\varepsilon_d(x,r))} \approx r^{\frac{|d|}{p}} \bar{I}_{\alpha,r}^d(f)(x) + r^{\alpha - |d| \left(1 - \frac{1}{p} \right)} \|f\|_{L_1(\varepsilon_d(x,2r))} \approx \\ &\approx \int_0^\infty \|f\|_{L_1(\varepsilon_d(x,2r))} \frac{dt}{t^{|d| - \alpha + 1}} \end{aligned}$$

holds for any ball $\varepsilon_d(x,r) \subset R^n$ and for all $f \in L_1^{loc}(R^n)$.

(2) Let $1 < p < \infty$ and $\alpha = |d| \left(1 - \frac{1}{p} \right)$. Then the equivalences

$$\begin{aligned} \left\| I_{|d| \left(1 - \frac{1}{p} \right)}^d(f) \right\|_{WL_p(\varepsilon_d(x,r))} &\approx r^{\frac{|d|}{p}} \bar{I}_{|d| \left(1 - \frac{1}{p} \right), r}^d(f)(x) + \|f\|_{L_1(\varepsilon_d(x,2r))} \approx \\ &\approx r^{\frac{|d|}{p}} \int_r^\infty \|f\|_{L_1(\varepsilon_d(x,2r))} \frac{dt}{t^{\frac{|d|}{p} + 1}}. \end{aligned}$$

holds for any ball $\varepsilon_d(x,r) \subset R^n$ and for all $f \in L_1^{loc}(R^n)$.

Remark . Note that Lemmas 1, 2 and Theorem 1 were proved in [1]. The isotropic case $d_1 = \dots = d_n = 1$ Lemmas 1, 2 and Theorem 1 were proved in [2].

References

- [1] A.Akbulut, V.S.Guliyev, Sh.A.Muradova. Boundedness of the anisotropic Riesz potential in anisotropic local Morrey-type spaces. Complex Variables and Elliptic Equations, vol.59, no.2, pp.259-280.
- [2] V.I. Burenkov and V.S. Guliyev, Necessary and sufficient conditions for the boundedness of the Riesz potential in local Morrey-type spaces, Potential Anal. 30(3) (2009), pp. 211–249.

C_0 -SEMIGROUPS AND WEAK MIXING

H.S. Mustafayev

Yuzuncu Yil University, Department of Mathematics, TURKEY

hsmustafayev@yahoo.com

Let X be a complex Banach space and let $B(X)$ be the algebra of all bounded linear operators on X . A family $\mathbf{T} = \{T(t)\}_{t \geq 0}$ in $B(X)$ is called a C_0 -semigroup if the following properties are satisfied:

(i) $T(0) = I$, the identity operator on X ;

(ii) $T(t+s) = T(t)T(s)$, for all $t, s \geq 0$;

(iii) $\lim_{t \rightarrow 0^+} \|T(t)x - x\| = 0$, for all $x \in X$.

The generator of $\mathbf{T}$ is the linear operator A with domain $D(A)$ defined by

$$Ax = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{T(t)x - x}{t}, \quad x \in D(A).$$

The generator is always a closed, densely defined operator. A C_0 -semigroup $\mathbf{T}$ is said to be *bounded* if there exists a constant $C > 0$ such that $\|T(t)\| \leq C$ for all $t \geq 0$. If $\mathbf{T}$ is a bounded C_0 -semigroup, then the spectrum $\sigma(A)$ of A belongs to the closed left half-plane. By $\sigma_p(A^*)$ we denote the point spectrum of A^* . If $\lambda \in \sigma_p(A^*) \cap i\mathbf{R}$, then λ is called *unitary eigenvalue* of A^* .

Let m denote the Lebesgue measure on $\mathbf{R}$ and let S be a Lebesgue measurable subset of $(0, \infty)$. The *density* $d(S)$ of S is defined by

$$d(S) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{m(S \cap (0, t])}{t}.$$

A C_0 -semigroup $\mathbf{T} = \{T(t)\}_{t \geq 0}$ is called *weak mixing* if there exists Lebesgue measurable subset $S \subset (0, \infty)$ with $d(S) = 1$ such that $T(t) \rightarrow \infty$ in the weak operator topology as $t \in S$, $t \rightarrow \infty$ [1, 2]. This means that

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t |\langle x^*, T(s)x \rangle| ds = 0 \quad \text{for all } x \in X \text{ and } x^* \in X^*.$$

Theorem 1. Let $\mathbf{T} = \{T(t)\}_{t \geq 0}$ be a bounded C_0 -semigroup on a Banach space X with generator A . Assume that X does not contain an isomorphic copy of l^1 . Then, $\mathbf{T}$ is weak mixing if and only if A^* has no unitary eigenvalues.

If $\mathbf{T}$ is a C_0 -semigroup, then its adjoint $\mathbf{T}^* := \{T(t)^*\}_{t \geq 0}$ may not be a C_0 -semigroup.

Theorem 2. Let $\mathbf{T} = \{T(t)\}_{t \geq 0}$ be a C_0 -semigroup on a Banach space X with generator A . If $\mathbf{T}^*$ is weakly almost periodic, then $\mathbf{T}^*$ is a bounded C_0 -semigroup on X^* with generator A^* .

From this theorem, it follows that if $\mathbf{T}^*$ is weakly almost periodic, then $\sigma_p(A^*) \cap i\mathbf{R} = \sigma_p(A^{**}) \cap i\mathbf{R}$. We have the following.

Theorem 3. Let $\mathbf{T} = \{T(t)\}_{t \geq 0}$ be a C_0 -semigroup on a Banach space X with generator A such that $\mathbf{T}^*$ is weakly almost periodic. Assume that X^* does not contain an isomorphic copy of l^1 . Then the following conditions are equivalent:

(a) A^* has no unitary eigenvalues.

(b) $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t |\langle x^{**}, T^*(s)x^* \rangle| ds = 0$ for all $x^* \in X^*$, $x^{**} \in X^{**}$.

References

1. F. Hiai, Weakly mixing properties of semigroups of linear operators, Kodai Math. J. 1(1978), 376-393.
2. L.K. Jones, M. Lin, Unimodular eigenvalues and weak mixing, J. Funct. Anal. 35(1980), 42-48.
3. J. Van Neerven, The Asymptotic Behavior of Semigroups of Linear Operators, Birkhauser, Basel, 88(1996).

УСТАЛОСТНОЕ РАЗРУШЕНИЕ ПЛАСТИНЫ В СТАЦИОНАРНОМ СТОХОСТИЧЕСКОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Н.М. Нагиева

Институт Математики и Механики НАНА

Пластина толщиной h произвольной формы в плане свободна от внешних нагрузок. На обеих граничных плоскостях пластины осуществляется подвод стационарного случайного тепла q , используется прямоугольная система координат (x_1, x_2, x_3) . Оси x_2 и x_3 располагаются в средней плоскости $x_1 = 0$. Детерминистическое распределение температуры T принимается в соответствии с формулой [1]:

$$T = \frac{2q\chi^2}{\chi h^2}, \quad (1)$$

где χ - коэффициент теплопроводности.

Процесс температурного нагружения определен с помощью функции спектральной плотности, которая построена с использованием формулы (1). Плотность распределения случайного температурного процесса считается соответствующим закону распределения Релея:

$$P(s) = \frac{s}{\sigma_s^2} \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma_s^2}\right), \quad (s \geq 0), \quad (2)$$

где σ_s^2 - дисперсия функции нагружения s . Дисперсия σ_s определяется через построенной функции спектральной плотности.

Характеристическая долговечность определена по формуле [2]:

$$T_* = \left\{ \left(1 + \lambda \int_{s^0}^{\infty} \left[\frac{1}{T_e(s)} - \int_{s^0}^s \frac{P(s)}{T_e(s)} ds \right]^\lambda \frac{P(s)}{T_e(s)} \frac{ds}{N_s^{1+\lambda}(s)} \right)^{-\frac{1}{1+\lambda}} \right\}.$$

Здесь T_* - характеристическая долговечность; λ - экспериментально определяемый параметр, который учитывает влияния истории нагружения на долговечность, s^0 - предел выносливости материала, $T_e(s)$ - эффективный период, $P(s)$ - плотность распределения случайного процесса нагружения s ; $N_s(s)$ - характеристическая функция усталостного разрушения. Эффективный период $T_e(s)$ находится через построенную функцию спектральной плотности, функция плотности распределения $P(s)$ - по формуле (2), $N_s(s)$ - по формуле, которая приведена в [3].

Полученный результат представлен в виде графика $T_* \sim \frac{s_0}{\sigma_s}$.

Литература

1. Weiner I.H. An elastoplastic thermal-stress analysis of a free plate. I. Appl. Mech. 1956, 23
2. Kostreva M.M., Talebly L.K., Viktorova I.V. Modeling of fatigue fracture under stationary stochastic loading conditions// Applied Mathematics and Computation 2007, V. 184, p. 874-879.
3. N.M. Nagiyeva. On a characteristic function of fatigue failure under asymmetric loading cycles. Proceedings of IMM of NASA. 2012, v. XXXVI (XLVI), pp. 105-108.

ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ ТЕОРЕМЫ ДЛЯ ОБОБЩЕННОГО ПРОСТРАНСТВА БЕСОВА-МОРРИ

А.М. Наджафов, А.Т. Оруджова

Институт Математики и Механики НАНА

В работе изучаются дифференциальные и дифференциально-разностные свойства функций из пересечений пространства с параметрами типа

$$\bigcap_{i=0}^n \mathcal{L}_{p_\mu^i, \theta_\mu^i, a, \chi, \tau}^{< l^{i, \mu} >} (G), \quad (\mu = 1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

где $G \subset R^n, 1 \leq p_\mu^i < \infty, 1 \leq \theta_\mu^i \leq \infty, l^{i, \mu} = (l_1^{i, \mu}, l_2^{i, \mu}, \dots, l_n^{i, \mu}), l_0^{i, \mu} \geq 0, l_j^{i, \mu} \geq 0 (i \neq j, j = 1, 2, \dots, n), l_i^{i, \mu} > 0, 0 \leq a \leq 1, \chi \in (0, \infty)^n, 1 \leq \tau \leq \infty$. С этой целью сначала получены интегральные представления функций из обобщенное пространства Бесова

$$\bigcap_{i=0}^n \mathcal{L}_{p^i, \theta^i}^{< l^i >} (G),$$

когда область удовлетворяет условию гибкого λ - рога введенным [1].

Пространством с параметрами типа

$$\bigcap_{i=0}^n \mathcal{L}_{p_\mu, \theta_\mu, a, \chi, \tau}^{< l^{i, \mu} >} (G),$$

назовем нормированное пространство функций f определенных на G с конечной нормой $(m_j^{i, \mu} > l_j^{i, \mu} - k_j^{i, \mu} > 0, j = 1, 2, \dots, n)$

$$\|f\|_{\bigcap_{i=0}^n \mathcal{L}_{p_\mu, \theta_\mu, a, \chi, \tau}^{< l^{i, \mu} >} (G)} = \left\{ \int_0^{h_0} \left[\frac{\|\Delta^{m^{i, \mu}}(h, G, \lambda) D^{k^{i, \mu}} f\|_{p_\mu^i, a, \chi, \tau}}{h^{(\lambda, l^{i, \mu} - k^{i, \mu})}} \right]^{\theta_\mu^i} dh \right\}^{\frac{1}{\theta_\mu^i}},$$

$$\|f\|_{p_\mu^i, a, \chi, \tau; G} = \sup_{x \in G} \left\{ \int_0^\infty \left[t^{-\frac{(\chi, a)}{p_\mu^i}} \|f\|_{p_\mu^i, G_t \chi(x)} \right]^\tau \frac{dt}{t} \right\}^{\frac{1}{\tau}},$$

$m_j^{i, \mu} = (m_1^{i, \mu}, m_2^{i, \mu}, \dots, m_n^{i, \mu}) - m_j^{i, \mu}$ – натуральные, $k_j^{i, \mu} = (k_1^{i, \mu}, k_j^{i, \mu}, \dots, k_j^{i, \mu}) k_j^{i, \mu}$ – целые неотрицательные числа, $[t] = \min\{1, t\}$.

Отметим, что пространство (1) в случае, когда $\mu = 1, l^0 = (0, 0, \dots, 0), l^i = (0, \dots, 0, l_i, 0, \dots, 0)$ совпадает с пространством типа Бесова - Морри $B_{p^0, p^1, \dots, p^n, \theta^1, \theta^2, \dots, \theta^n, a, \chi, \tau}^{l_1, l_2, \dots, l_n}(G)$ которые изучены в [2].

Доказаны теоремы вложение типа $(\tau_1 \leq \tau_2, \theta_1 \leq \theta_2)$

$$1) D^\nu : \bigcap_{\mu=1}^N \bigcap_{i=0}^n \mathcal{L}_{p_\mu, \theta_\mu, a, \chi, \tau}^{< l^{i, \mu} >} (G) \hookrightarrow \mathcal{L}_{q, b, \chi, \tau}(G) (C(G))$$

$$2) D^\nu : \bigcap_{\mu=1}^N \bigcap_{i=0}^n \mathcal{L}_{p_\mu, \theta_\mu, a, \chi, \tau}^{< l^{i, \mu} >} (G) \hookrightarrow B_{q, \theta, b, \chi, \tau}^{l^i}(G)$$

3) Доказано также, что для функции из пересечений пространства (1), обобщенные производные $D^\nu f$ удовлетворяют условию Гельдера в метрике $L_q(G)$ и $C(G)$.

Литература

- О.В.Бесов, С.М.Никольский, В.П.Ильин, *Интегральные представления функций и теоремы вложения*. М. ,Наука, 1996, 480 с.
- А.М.Najafov. On some properties of functions in the Besov-Morrey type spaces $B_{p^0, p^1, \dots, p^n, \theta, a, \chi, \tau}^l(G)$, Khazar Journal of Math., 2006, 2, P. 41-62.

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ОБОБЩЕННОГО ПРОСТРАНСТВА ЛИЗОРКИНА – ТРИБЕЛЯ - МОРРИ

А.М. Наджафов, Н.А. Ханмаммедова
Институт Математики и Механики НАНА
patriot_100@inbox.ru

В работе вводятся пространства с параметрами типа

$$\bigcap_{i=0}^n \mathcal{L}_{p^i, \theta^i, a, \chi, \tau}^{< l^i >} (G), \quad (\mu = 1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

и изучаются как дифференциальные, так и дифференциально - разностные свойства функций из построенного пространства, когда область G удовлетворяет условию гибкого рога [1].

Пространством (1) назовем нормированное пространство функции f определенных на G с конечной нормой $(m_j^i > l_j^i - k_j^i > 0, \quad j = 1, 2, \dots, n)$

$$\|f\|_{\bigcap_{i=0}^n \mathcal{L}_{p^i, \theta^i, a, \chi, \tau}^{< l^i >} (G)} = \sum_{i=0}^n \left\| \left\{ \int_0^{h_0} \left[\frac{\delta^{m^i - k^i}(h^\lambda) D^{k^i} f}{h^{(\lambda, l^i - k^i)}} \right]^{\theta^i} \frac{dh}{h} \right\}^{\frac{1}{\theta^i}} \right\|_{p^i, a, \chi, \tau},$$

где

$$\delta^{m^i}(h^\lambda) f(x) = \left(\prod_{j=1}^n \delta_j^{m_j^i}(h^{\lambda_j}) \right) f(x), \quad \delta_j^{m_j^i}(h^{\lambda_j}) f(x) = \int_{-1}^1 \left| \Delta_j^{m_j^i}(h^{\lambda_j} u, G_{h^\lambda}) f(x) \right| du,$$

$$\|f\|_{p^i, a, \chi, \tau; G} = \sup_{x \in G} \left\{ \int_0^\infty \left[[t]_h^{-\frac{(\chi, a)}{p^i}} \|f\|_{p^i, G_{t^\chi}(x)} \right]^\tau \frac{dt}{t} \right\}^{\frac{1}{\tau}},$$

$$l^i = (l_1^i, l_2^i, \dots, l_n^i), \quad l_j^i \geq 0 (j \neq i, j = 1, 2, \dots, n); \quad l_i^i > 0 (j = i) \quad m^i = (m_1^i, m_2^i, \dots, m_n^i)$$

m_j^i – натуральные, $k^i = (k_1^i, k_2^i, \dots, k_n^i)$ – k_j^i – целые неотрицательные числа,

$$p^i \in (1, \infty), \theta^i, \tau \in [1, \infty], a \in [0, 1]^n, \chi \in (0, \infty)^n, [t]_h = \min\{1, t\};$$

$$G_{t^\chi}(x) = G \cap I_{t^\chi}(x) = G \cap \{y : |y_j - x_j| < t^{\chi_j}, j = 1, 2, \dots, n\}.$$

Отметим, что пространство (1) совпадает с пространством типа Лизоркина – Трибеля - Морри $F_{p, \theta, a, \chi, \tau}^l(G)$ в случае, когда $l^0 = (0, 0, \dots, 0)$,

$l^i = (0, \dots, 0, l_i, 0, \dots, 0)$ $p^i = p, \theta^i = \theta (i = 0, 1, \dots, n)$, которые изучены в [2].

Доказаны теоремы вложение типа $(\tau_1 \leq \tau_2)$

$$1) D^\nu : \bigcap_{i=0}^n \mathcal{L}_{p^i, \theta^i, a, \chi, \tau}^{< l^i >} (G) \hookrightarrow \mathcal{L}_{q, b, \chi, \tau}^{< l^i >} (G);$$

2) Доказано также, что для функции из пространства (1), обобщенные производные $D^\nu f$ удовлетворяют условию Гельдера в метрике $L_q(G)$ и $C(G)$.

Литература

1. О.В.Бесов, С.М.Никольский, В.П.Ильин, *Интегральные*

представления функций и теоремы вложения. М. ,Наука, 1996, 480 с.

2. А. М.Наджафов, *Интерполяционные теоремы для пространств типа Бесова-Морри и Лизоркина-Трибеля-Морри*. Мат. науч. конф. "Вопросы функц.анализа и математической физики" посвящ. 80-ию БГУ им. М.А.Расульзаде. Баку 1999, с.363-366.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

М.А. Наджафов

Азербайджанский Государственный Педагогический Университет

В этой работе рассмотрено колебание в случае , когда внутри оболочки протекает газ со сверхзвуковой скоростью u_0 , а вне нее ($r \geq R$) находится покоящийся газ с параметрами ρ_1, p_1, a_1, k_1 . Для вычисления избыточного давления воспользуемся формулами [1], в которых оставим только внеинтегральные слагаемые и приближенно положим

$$\frac{M}{(M^2 - 1)^{1/2}} \cong 1; \quad \frac{(M^2 - 2)}{(M^2 - 1)} \cong 1;$$

Формулу для Δq_0 внутри оболочки запишем в виде:

$$\Delta q_0 = -\frac{k_0 p_0}{a_0} \left(\frac{\partial W}{\partial t} + u_0 \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{a_0}{2R} W \right) \quad (1)$$

Будем считать, что аналогичное выражение справедливо и для взаимодействия оболочки с внешним покоящимся газом

$$\Delta q_1 = -\frac{k_1 p_1}{a_1} \left(\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{a_1}{2R} W \right) \quad (2)$$

Так, что общее давление будет равно $\Delta q = \Delta q_0 + \Delta q_1$

Аналогично [1] положим что, $W = W_0(z) + W_1(z, y, t)$, $F = F_0 + F_1(z, y, t)$, $y = R\theta$. После линеаризации получим для квазистатического состояния

$$DW_0^{IV} = h\sigma_{zz}^0 W_0^{II} + \frac{h}{R} \sigma_{yy}^0 + \Delta p_0 \quad (3)$$

$$F_0^{IV} + \frac{E}{R} W_0^{II} = 0$$

Здесь Δp_0 – квазистатический перепад давлений.

$$\Delta p_0 = p_1 - p_2 - k_0 p_0 \frac{\partial W_0}{\partial z} - \frac{k_0 p_0}{2R} \left(1 + \frac{k_1 p_1}{k_0 p_0} \right) W_0$$

Для возмущенного состояния будем иметь (нижний индекс в дальнейшем опустим) :

$$D\Delta^2 W - h\sigma_{zz}^0 \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - h\sigma_{yy}^0 \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{h}{R} \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} - \Delta q = 0 \quad (4)$$

$$\Delta^2 F + E W_0'' \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{E}{R} \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = 0 \quad (5)$$

Торцы оболочки $z=0, z=l$ будем считать шарнирно закрепленными.
Решение системы (4), (5) будем искать в виде

$$W = W(z) \exp(\omega t) \cos n\theta, \quad F = \Phi(z) \exp(\omega t) \cos n\theta;$$

После подстановки получим

$$D \Delta^2 W - h \sigma_{zz}^0 W'' + h \sigma_{yy}^0 \frac{n^2}{R} W - \frac{h}{R} \Phi'' - \Delta q = 0 \quad (6)$$

$$\Delta_n^2 \Phi - E W_0'' \frac{n^2}{R^2} W + \frac{E}{R} W'' = 0 \quad (7)$$

Здесь обозначено

$$\Delta q = -\frac{k_0 p_0}{a_0} \left(1 + \frac{k_1 p_1 a_0}{k_0 p_0 a_1} \right) W - \frac{k_0 p_0}{2R} \left(1 + \frac{k_1 p_1}{k_0 p_0} \right) W - k_0 p_0 M W^I - \rho h \omega^2 W \quad (8)$$

$$\Delta_n^2 = \frac{\partial^4}{\partial z^4} - 2 \frac{n^2}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{n^4}{R^4}$$

Введем безразмерную координату $z' = z/l$, оставив за ней прежнее обозначение, и безразмерную частоту $\Omega = l\omega/a_0$. Подставим (8) в систему (6), (7), получим в результате

$$\Delta_n^2 W - B_2 W'' + B_1 M W^I + B_0 W - A_0 \Phi'' - \lambda W = 0 \quad (9)$$

$$\Delta_n^2 \Phi + D_2 W'' - D_0 \omega_0'' W = 0 \quad (10)$$

Здесь введены обозначения

$$\Delta_n^2 = \frac{\partial^4}{\partial z^4} - 2n^2 \alpha^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \alpha^4 n^4; \quad \alpha = \frac{l}{R};$$

$$B_0 = \frac{\sigma_{yy}^0 n^2 \alpha^2 l^2 h}{D} + \frac{k_0 p_0 l^3 \alpha}{2D} \left(1 + \frac{k_1 p_1}{k_0 p_0} \right)$$

$$B_0 = \frac{\sigma_{yy}^0 n^2 \alpha^2 l^2 h}{D} + \frac{k_0 p_0 l^3 \alpha}{2D} \left(1 + \frac{k_1 p_1}{k_0 p_0} \right)$$

$$A_1 = \frac{k_0 p_0 l^3}{D} \left(1 + \frac{k_1 p_1 a_0}{k_0 p_0 a_1} \right); \quad A_2 = \frac{\rho h \sigma l^2}{D};$$

$$D_0 = E n^2 \alpha^2; \quad D_2 = E \alpha l \quad A_1 \Omega + A_2 \Omega^2 + \lambda = 0$$

Область устойчивых и неустойчивых колебаний разделяет условие $Re \Omega = 0$; этому условию в комплексной плоскости собственных значений λ отвечает парабола устойчивости $A_2 (Im \lambda)^2 = A_1^2 Re \lambda$; это равенство служит для определения критических значений параметров.

Литература

1. Najafov M.A. Geometrically nonlinear aeroelastic vibrations and stability of a cylindrical shell // Transactions of Azerbaijan NAS, series of physical and mathematical sciences, 2006, v. XXVI, No 7

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДИСКРЕТНЫМИ СИСТЕМАМИ С НЕЛИНЕЙНЫМИ НЕЛОКАЛЬНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

М.Я. Наджафова, К.Б. Мансимов

*Институт Кибернетики НАНА, Бакинский Государственный Университет
mansimov@front.ru*

Работа посвящена установлению необходимых условий оптимальности в одной дискретной задаче оптимального управления, описываемая системой обыкновенных разностных уравнений с нелокальными краевыми условиями.

Пусть требуется минимизировать функционал

$$J(u) = \varphi(x(t_0), x(t_1)) \quad (1)$$

при ограничениях

$$u(t) \in U \subset R^r, \quad t \in T = \{t_0, t_0 + 1, \dots, t_1 - 1\}, \quad (2)$$

$$x(t+1) = f(t, x(t), u(t)), \quad t \in T, \quad (3)$$

$$\Phi(x(t_0), x(t_1)) = 0. \quad (4)$$

Здесь $f(t, x, u)$ – заданная n -мерная вектор-функция непрерывна по (x, u) вместе с частными производными по x при всех $t \in T$, $\Phi(x_0, x_1)$ – заданная непрерывно дифференцируемая в $R^n \times R^n$ n -мерная вектор-функция, $\varphi(x_0, x_1)$ – заданная непрерывно дифференцируемая в $R^n \times R^n$ скалярная функция, U – заданное непустое и ограниченное множество, t_0, t_1 – заданы, причем разность $t_1 - t_0$ – есть натуральное число, $u(t)$ – r -мерный вектор управляющих воздействий.

Управление $u(t)$ удовлетворяющий соотношению (2) назовем допустимым управлением.

Пусть $(u(t), x(t))$ фиксированный допустимый процесс.

Положим

$$H(t, x, u, \psi) = \psi' f(t, x, u),$$

$$M(x_0, x_1, \lambda) = \lambda' \Phi(x_0, x_1).$$

Здесь пара $(\psi(t), \lambda)$ определяется из соотношений

$$\psi(t-1) = \frac{\partial H(t, x(t), u(t), \psi(t))}{\partial x},$$

$$\begin{aligned}\psi(t_0-1) &= \frac{\partial \Phi'(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_0} \lambda + \frac{\partial \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_0}, \\ \psi(t_1-1) &= -\frac{\partial \Phi'(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_0} \lambda - \frac{\partial \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_1}.\end{aligned}$$

Теорема 1. (Дискретный принцип максимума) Если множество

$$f(t, x(t), U) = \{\alpha: \alpha = f(t, x(t), v), v \in U\}$$

выпукло, то для оптимальности допустимого управления $u(t)$ необходимо, чтобы неравенство

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1} [H(t, x(t), v(t), \psi(t)) - H(t, x(t), u(t), \psi(t))] \leq 0 \quad (5)$$

выполнялось для всех $v(t) \in U$.

Имеет место также

Теорема 2. (Линеаризованный принцип максимума) Пусть $f(t, x, u)$ при всех $t \in T$ непрерывно дифференцируема по (x, u) , а множество U выпуклое. Тогда для оптимальности допустимого управления $u(t)$ необходимо, чтобы неравенство

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1} H'_u(t, x(t), u(t), \psi(t))(v(t) - u(t)) \leq 0$$

выполнялось для всех $v(t) \in U$, $t \in T$.

Далее изучен случай вырождения полученных необходимых условий оптимальности.

Литература

1. Габасов Р., Кириллова Ф.М. К теории необходимых условий оптимальности для дискретных систем // Автоматика и телемеханика, 1969, № 12, с. 39-47.
2. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Методы оптимального управления // В кн. Современные проблемы математики. Итоги науки и техники. М. Наука, 1976, т. 6, с. 131-204.
3. Габасов Р. К теории оптимальных процессов в дискретных системах // Журн. Вычисл. мат. и мат. физики. 1968, № 4, с. 790-796.
4. Габасов Р., Кириллова Ф.М., Мансимов К.Б. Необходимые условия оптимальности высокого порядка (обзор) // Препринт ИМ АН БССР. № 30(155). Минск, 1982, 48 с.
5. Мансимов К.Б. Дискретные системы. Баку. Изд-во БГУ. 2013, 161 с.

ВОПРОСЫ АППРОКСИМАЦИИ ФУНКЦИЙ ИЗ ПРОСТРАНСТВА $Q\Lambda$

Н.А. Нейматов

Институт Математики и Механики НАНА

Пусть Q является множеством всевозможных векторов $i = (i_1, \dots, i_s)$, с координатами $i_k \in \{0, 1, 2, \dots, n_k\} (k = 1, 2, \dots, s)$, при этом заметим, что количество всевозможных векторов $i = (i_1, \dots, i_s) \in Q$ равно $|Q| = \prod_{k=1}^s (1 + n_k)$, следовательно $(n+1) \leq |Q| \leq 2^n, (n = n_1, \dots, n_s)$ и пусть векторы $m^i = (m_1^{i_1}, \dots, m_s^{i_s})$ и $N^i = (N_1^{i_1}, \dots, N_s^{i_s})$ с целочисленными неотрицательными координатами-векторами $m_k^{i_k} = (m_{k,1}^{i_k}, \dots, m_{k,n_k}^{i_k})$ и $N_k^{i_k} = (N_{k,1}^{i_k}, \dots, N_{k,n_k}^{i_k}) (k = 1, 2, \dots, s)$, т.е. $m_k^{i_k} \geq 0, N_k^{i_k} \geq 0 (k = 1, 2, \dots, s)$; $|m^i| = |m_1^{i_1}| + \dots + |m_s^{i_s}|$, $D^{m^i} f(x) = D_1^{m_1^{i_1}} \dots D_s^{m_s^{i_s}} f(x_1, \dots, x_s)$, а смешанная разность $\Delta^{N^i}(t; G)g(x) = \Delta^{N^i}(t)g(x) = \Delta_1^{N_1^{i_1}}(t_1) \dots \Delta_s^{N_s^{i_s}}(t_s)g(x)$ строится по вершинам многогранника, целиком лежащего в области $G \subset E_n$, а в противном случае полагаем, что $\Delta^{N^i}(t; G)g(x) = 0$. Введем полунорму в пространстве $Q\Lambda$ (в частном случае норму) равенством $\|f\|_{\Lambda_{p_i, \theta_i}^{<m^i, N^i>}} = \sum_{i \in Q} \|f\|_{\Lambda_{p_i, \theta_i}^{<m^i, N^i>}(G, \varphi^i)} < \infty$, где сумма берется по всевозможным векторам $i = (i_1, \dots, i_s) \in Q$. Заметим, что при каждом $i = (i_1, \dots, i_s) \in Q$

$$\|f\|_{\Lambda_{p_i, \theta_i}^{<m^i, N^i>}(G, \varphi^i)} = \left\{ \int_{E_{|\mathcal{E}_{N^i}|}} \left\| \frac{\Delta^{N^i}\left(\frac{z}{N^i}; G\right) D^{m^i} f(\cdot)}{\prod_{k \in \mathcal{E}_{N^i}} \prod_{j \in \mathcal{E}_{N_k^{i_k}}} \varphi_{k,j}^{i_k}(z_{k,j})} \right\|_{L_{p_i}(G)}^{\theta_i} \frac{dz}{z} \right\}^{\frac{1}{\theta_i}} < \infty$$

если $1 \leq \theta_i < \infty (i \in Q)$, при этом $\frac{dz}{z} = \prod_{k \in \mathcal{E}_{N^i}} \prod_{j \in \mathcal{E}_{N_k^{i_k}}} \frac{dz_{k,j}}{z_{k,j}}$, а в случае $\theta_i = \infty (i \in Q)$ полагается,

что

$$\|f\|_{\Lambda_{p_i, \theta_i}^{<m^i, N^i>}(G, \varphi^i)} = \text{vrai sup}_{z \in E_{|\mathcal{E}_{N^i}|}} \left\| \frac{\Delta^{N^i}\left(\frac{z}{N^i}; G\right) D^{m^i} f(\cdot)}{\prod_{k \in \mathcal{E}_{N^i}} \prod_{j \in \mathcal{E}_{N_k^{i_k}}} \varphi_{k,j}^{i_k}(z_{k,j})} \right\|_{L_{p_i}(G)}.$$

Заметим, что (при каждом $i = (i_1, \dots, i_s) \in Q$) вектор-функция $\varphi^i(t) = (\varphi_1^{i_1}(t_1), \dots, \varphi_s^{i_s}(t_s))$, с координатами вектор-функциями $\varphi_k^{i_k}(t_k) = (\varphi_{k,1}^{i_k}(t_{k,1}), \dots, \varphi_{k,n_k}^{i_k}(t_{k,n_k})) (k = 1, 2, \dots, s)$, такая, что $\varphi_{k,j}^{i_k}(t_{k,j}) > 0$ при $t_{k,j} \neq 0$, при этом $\varphi_{k,j}^{i_k}(t_{k,j}) \downarrow 0$ при $t_{k,j} \downarrow 0 (j = 1, 2, \dots, n_k) (k = 1, 2, \dots, s)$, а множество $E_{|\mathcal{E}_{N^i}|} = \prod_{k \in \mathcal{E}_{N^i}} E_{|\mathcal{E}_{N_k^{i_k}}|}$ при каждом

$$E_{|\varepsilon_{N_k^{i_k}}|} = \left\{ z_k \in E_{n_k}; z_{k,j} = 0 (j = \{1, 2, \dots, n_k\} \setminus \varepsilon_{N_k^{i_k}}) \right\},$$

при этом множество $\varepsilon_{N_k^{i_k}} = \text{supp } N_k^{i_k}$ является носителем координат - вектора $N_k^{i_k} = (N_{k,1}^{i_k}, \dots, N_{k,n_k}^{i_k})$, т.е. это множество вторых индексов координат вектора, для которых соответствующие координаты $N_{k,j}^{i_k} \neq 0$, следовательно

$$\varepsilon_{N^i} = \left\{ k \in e_s = \{1, 2, \dots, s\}; \varepsilon_{N_k^{i_k}} \neq \emptyset \right\}.$$

Определение. Пространством

$$\tilde{Q}\Lambda_{p_i, \theta_i}^{<m^i, N^i>} = \bigcap \tilde{\Lambda}_{p_i, \theta_i}^{<m_i, N_i>}(G, \varphi^i)$$

называется замыкание множества достаточно финитных в E_n функции $f(x)$ по норме

$$\sum_{i \in Q} \|f\|_{\Lambda_{p_i, \theta_i}^{<m^i, N^i>}(G, \varphi^i)} < \infty,$$

где сумма берется по всевозможным векторам $i \in Q$.

Пусть $H = (H_1, \dots, H_s), H_k > 0 (k \in e_s)$ положительный вектор $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_s)$ с координатами-векторами $\sigma_k = (\sigma_{k,1}, \dots, \sigma_{k,n_k}) (k \in e_s)$, т.е. $\sigma_{k,j} > 0 (j = 1, 2, \dots, n_k, k \in e_s)$, а вектор $H^\sigma = (H_1^{\sigma_1}, \dots, H_s^{\sigma_s})$, где $H_k^{\sigma_k} = (H_{k,1}^{\sigma_{k,1}}, \dots, H_{k,n_k}^{\sigma_{k,n_k}})$ при всех $k \in e_s$.

Теорема. Пусть

$$1 \leq p_i \leq \theta_i < \infty (i \in Q), G \in C_\varepsilon(H^\sigma)$$

и

$$f \in \bigcap_{i \in Q} \Lambda_{p_i, \theta_i}^{<m^i, N^i>}(G, \varphi^i).$$

Тогда можно построить последовательность $\varphi_\nu = \varphi_\nu(x) (\nu = 1, 2, \dots)$ бесконечно дифференцируемых в R^n функций, для которых

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} \|f - \varphi_\nu\|_{\bigcap_{i \in Q} \Lambda_{p_i, \theta_i}^{<m^i, N^i>}(G, \varphi^i)} = 0.$$

ALI İQTİSAD MƏKTƏBLƏRİNDƏ RİYAZİYYATIN TƏDRİSİ

Q.M. Namazov

Bakı Biznes Universiteti

Təhsil Nazirliyi tərəfindən aparılan eksperimentlər, Azərbaycanın 2005-ci ildə Bolonya prosesinə qoşulması və həm də dünya və Avropa təhsilinə inteqrasiyası riyaziyyat kursunun məzmununun yeniləşməsinə səbəb olmuşdur. Riyaziyyat kursuna ayrılmış saatların azaldılması mövcud standartlar əsasında tərtib olunmuş proqramların tələb olunan səviyyədə yerinə yetirilməsinə imkan vermir.

Odur ki, yeni texnologiyaların tələblərinə uyğun olaraq fənn proqramlarının yeni mövzular hesabına genişləndirilməsi zərurəti yaranır. Ona görə də riyaziyyat

proqramının yeniləşdirilməsini, iqtisadçı üçün daha zəruri olan biliklərin qazanılmasını zəruri edən mövzulara üstünlük verilməsini və ayrı-ayrı mövzuların tədrisi metodikasının işlənməsini tələb edir.

Riyaziyyat və onun başqa elmlərlə əlaqəli öyrədilməsi prosesi mürəkkəb və müəyyən metodika tələb edir. Şübhəsiz ki, riyaziyyat müstəqil bir elm sahəsidir, özünə məxsus xüsusiyyətləri var, başqa elmlərin inkişafında böyük rolu olmaqla öz-özlüyündə qiymətlidir. Riyaziyyat həm də iqtisadçı, idarəetmə - menecer mütəxəssisləri üçün idarəetmənin təşkili və təhlili üçün bir alət, bir vasitədir.

Ali iqtisad məktəblərində tədris edilən ali riyaziyyat kursu digər ali məktəblərdə tədris edilən ali riyaziyyat kurslarından bir sıra xüsusiyyətləri ilə fərqlənməlidir. Bu fərqləri aşağıdakı kimi qruplaşdırmaq olar.

-öyrədilən riyazi anlayışlar iqtisadi, maliyyə, idarəetmə və s. sahələrinə aid əyani əlavələrlə (həyatda rast gəlinən iqtisadi məsələlərlə) izah olunmalıdır. Bəzən bu əyani əlavələr tədris prosesində riyazi anlayışların izahına, digər hallarda riyaziyyatın iqtisadçı üçün bir alət olmasına və həm də riyaziyyatın iqtisadiyyata tətbiqinə xidmət etməlidir.

-proqram materiallarının genişliyi səbəbindən vaxt çatışmamazlığını aradan qaldırmaq məqsədi ilə bir sıra mövzuların tədrisi üçün yeni metodikalar işlənilməli, zəruri hallarda kompüter proqram paketlərindən praktik məşğələlərdə və ya müstəqil iş prosesində istifadə etməli.

Ali iqtisad məktəblərinin bakalavr pilləsinin qarşısında duran əsas məsələlərdən biri də iqtisadi məsələlərin optimal həllərini tapa biləcək peşəkarlar hazırlamaqdır. Bu problemin daha uğurlu alınmasına nail olmaq üçün tələbələrin riyazi hazırlığını yüksək səviyyədə qurmaqla bərabər nəzəri materialların praktik məsələlərə tətbiqinin təşkil olunması zəruridir.

VECTOR CLASSES L_p AND H_p

T.I. Najafov

Nakhchivan State University

tofiq-necefov@mail.ru

In this work vector classes $L_p(X)$ and $H_p(X)$ are considered, where X is a Banach space. These classes are the generalizations of similar Lebesgue and Hardy classes in scalar case. Two different definitions for Hardy class are given, and their equivalence is proved. Riemann boundary value problems in different formulations are considered. Under certain conditions, their correct solvability is proved. Subspace bases in $L_p(X)$ are also considered. Vector classes $H_p(X)$ previously were considered in [1-6].

References

1. Bukvalov A.V. Hardy spaces of vector-valued functions (Russian). Zap. Nauchn. Sem. Leningrad Otdel. Mat. Inst. Akad. Nauk SSSR **65**, 5–16 (1976); English translation: J. Soviet Math. **16**, 1051–1059 (1981).
 2. Blasko O. Hardy spaces of vector-valued functions: Duality, Trans. Of the American Math. Soc., v. 308, No2, 1988, pp. 495-507.
 3. Bourgain J. Vector valued singular integrals and H' -BMO duality, Probability Theory and Harmonic Analysis, Chao J.A. and Woyczynski W.A., editors, Marcel Dekker, New York, 1986, pp. 1-19.
 4. Hensgen W. Hardy-Raume vector wertiger funktionen, Thesis, Munchen, 1986.
 5. Hille E., Phillips R.S. Functional analysis and semi-groups publisher: American Mathematical Society, 1996, 808 p.
 6. Markus A.S. Introduction to the Spectral Theory of Polynomial Operators Pencils. American Mathematical Soc., 1988, 250 p.
-

COMMUTATORS OF VECTOR-VALUED INTRINSIC SQUARE FUNCTIONS ON VECTOR-VALUED GENERALIZED WEIGHTED MORREY SPACES

M.N. Omarova

Baku State University

mehriban_omarova@yahoo.com

We consider vector-valued generalized weighted Morrey spaces $M_w^{p,\varphi}(R^n, l^2)$ including their weak versions. In this work, we will obtain the strong type and weak type estimates for vector-valued analogues of intrinsic square functions in the generalized weighted Morrey spaces. We prove the boundedness of the intrinsic square functions including the Lusin area integral, Littlewood–Paley g -function and g_λ^* -function and their commutators on the vector-valued generalized weighted Morrey spaces $M_w^{p,\varphi}(R^n, l^2)$. In all the cases the conditions for the boundedness are given either in terms of Zygmund-type integral inequalities on $\varphi(x, r)$ without assuming any monotonicity property of $\varphi(x, r)$ in r .

References

- [1] V. S. Guliyev, Boundedness of the maximal, potential and singular operators in the generalized Morrey spaces, J. Inequal. Appl. Art. ID 503948 (2009). 20 pp.
- [2] V. S. Guliyev, Generalized weighted Morrey spaces and higher order commutators of sublinear operators, Eurasian Math. J. 3 (3) (2012), 33-61.
- [3] V. S. Guliyev, Commutators of intrinsic square functions on generalized weighted Morrey spaces. Submitted

[4] V. S. Guliyev and P. S. Shukurov, Commutators of intrinsic square functions on generalized Morrey spaces, Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan. (in press).

SOFT TOPOLOGY ON FUNCTION SPACES

T.Y. ÖZTÜRK^{a} and S. BAYRAMOV^{a}

^{a}Department of Mathematics, Faculty of Science and Letters,
Kafkas University, TR-36100 Kars, Turkey
taha36100@hotmail.com , baysadi@gmail.com

Let's consider the topological product $\left(\prod_{s \in S} X_s, \prod_{s \in S} \tau_s, \prod_{s \in S} E_s\right)$ of a family of soft topological spaces $\{(X_s, \tau_s, E)\}_{s \in S}$. We take the contraction to the diagonal $\Delta \subset \prod_{s \in S} E_s$ of each soft set $F: \prod_{s \in S} E_s \rightarrow P(\prod_{s \in S} X_s)$. Now, let us define the topology on $\left(\prod_{s \in S} X_s, E\right)$. Let $(p_{s_0}, 1_E): \left(\prod_{s \in S} X_s, \tau, E\right) \rightarrow (X_{s_0}, \tau_{s_0}, E)$ be a projection mapping and the soft set $(p_{s_0}, 1_E)^{-1}(F_{s_0}, E)$ be for each $(F_{s_0}, E) \in \tau_{s_0}$. Then

$$(p_{s_0}, 1_E)^{-1}(F_{s_0}, E) = (p_{s_0}^{-1}(F_{s_0}), E) = \left(F_{s_0} \times \prod_{s \neq s_0} X_s, E\right).$$

The topology generated from $\left\{\left(F_{s_0} \times \prod_{s \neq s_0} X_s, E\right) \mid s_0 \in S, (F_{s_0}, E) \in \tau_{s_0}\right\}$ as a soft subbase and the soft topology is denoted by $\tau = \prod_{s \in S} \tau_s$.

Definition.1 $\left(\prod_{s \in S} X_s, \tau, E\right)$ is called the soft product .

Now, let the family of soft topological spaces $\{(X_s, \tau_s, E)\}_{s \in S}$ be disjoint. For the soft set $F: E \rightarrow \bigcup_{s \in S} X_s$, define the soft set $F|_{X_s}: E \rightarrow X_s$ by $F|_{X_s}(e) = F(e) \cap X_s, \forall e \in E$ and the soft topology τ define by $(F, E) \in \tau \Leftrightarrow (F|_{X_s}, E) \in \tau_s$. It is clear that τ is a soft topology.

Definition 2. $\bigoplus_{s \in S} (X_s, \tau_s, E)$ is called soft topological sum.

Theorem 3. Let $\{(X_s, \tau_s, E)\}_{s \in S}$ be a family of soft topological spaces. Then

$$\left(\prod_{s \in S} X_s, \tau_e\right) = \prod_{s \in S} (X_s, \tau_{s_e}) \text{ and } \left(\bigoplus_{s \in S} X_s, \tau_e\right) = \bigoplus_{s \in S} (X_s, \tau_{s_e})$$

are satisfied for each $e \in E$.

Let (X, τ, E) and (Y, τ', E) be two soft topological spaces. Y^X is denoted the all soft continuous mappings from the soft topological space (X, τ, E) to the soft topological space (Y, τ', E) .

If (F, E) and (G, E) are two soft set over X and Y , respectively then we define the

soft set (G^F, E) over Y^X as follows;

$$G^F(e) = \left\{ (f, 1_E) : (X, \tau, E) \rightarrow (Y, \tau', E) \mid f(F(e)) \subset G(e) \right\} \text{ for each } e \in E.$$

Now, let $x_\alpha \in (X, \tau, E)$ be an any soft point. We define the soft mapping

$e_{x_\alpha} : (Y^X, E) \rightarrow (Y, \tau', E)$ by $e_{x_\alpha}(f) = f(x_\alpha) = (f(x))_\alpha$. This mapping is called an

evaluation map. For the soft set (G, E) over Y , $e_{x_\alpha}^{-1}(G, E) = (G^{x_\alpha}, E)$ is satisfied. The soft topology that is generated from the soft sets $\{(G^{x_\alpha}, E) \mid (G, E) \in \tau'\}$ as a subbase is called pointwise soft topology and denoted by τ_p .

Definition.4 (Y^X, τ_p, E) is called a pointwise soft function space (briefly *PISFS*).

Theorem.5 If the soft topological space (Y, τ', E) is a soft T_i -space for each $i = 0, 1, 2$ then the soft space (Y^X, τ_p, E) is also a soft T_i -space.

Let $\{(X_s, \tau_s, E)\}_{s \in S}$ be a family of pairwise disjoint soft topological spaces, (Y, τ', E) be a soft topological spaces and $\prod_{s \in S} (Y^{X_s}, \tau_{s_p}, E)$, $\bigoplus_{s \in S} (X_s, \tau_s, E)$ be a product and sum of soft topological spaces, respectively. Define

$$\nabla : \prod_{s \in S} (Y^{X_s}, \tau_{s_p}, E) \rightarrow \left(Y^{\bigoplus_{s \in S} X_s}, \left(\tau^{\bigoplus_{s \in S} \tau_s} \right)_p, E \right)$$

such that $\forall \{(f_s, 1_E)\} \in \prod_{s \in S} Y^{X_s}$, $\forall x_\alpha \in \bigoplus_{s \in S} (X_s, \tau_s, E)$, $\nabla(\{f_s\})(x_\alpha) = f_{s_0}(x_\alpha) = (f_{s_0}(x))_\alpha$, where x_α belongs to unique (X_{s_0}, τ_{s_0}, E) . We define the mapping

$$\nabla^{-1} : \left(Y^{\bigoplus_{s \in S} X_s}, \left(\tau^{\bigoplus_{s \in S} \tau_s} \right)_p, E \right) \rightarrow \prod_{s \in S} (Y^{X_s}, \tau_{s_p}, E)$$

by $\nabla^{-1}(f) = \{f \circ i_s = f|_{X_s} : X_s \rightarrow Y\} \in \prod_{s \in S} (Y^{X_s}, \tau_{s_p}, E)$ for each $f : \bigoplus_{s \in S} X_s \rightarrow Y$. It is clear that the mapping ∇^{-1} is an inverse of the mapping ∇ .

Theorem.6 The mapping $\nabla : \prod_{s \in S} (Y^{X_s}, \tau_{s_p}, E) \rightarrow \left(Y^{\bigoplus_{s \in S} X_s}, \left(\tau^{\bigoplus_{s \in S} \tau_s} \right)_p, E \right)$ is a soft

homeomorphism in the pointwise soft topology.

Now, $\{(Y_s, \tau'_s, E)\}_{s \in S}$ be the family of soft topological spaces, (X, τ, E) be a soft topological space. We define mapping

$$\Delta : \prod_{s \in S} (Y^{X_s}, \tau'_{s_p}, E) \rightarrow \left(\left(\prod_{s \in S} Y_s \right)^X, \left(\prod_{s \in S} \tau'_s \right)_p, E \right)$$

by the rule $\forall \{f_s : X \rightarrow Y_s\} \in \prod_{s \in S} (Y^{X_s}, \tau'_{s_p}, E)$, $\Delta\{f_s\} = \Delta_{s \in S} f_s$.

Theorem.7 The mapping $\Delta: \prod_{s \in S} (Y^{X_s}, \tau'_{s_p}, E) \rightarrow \left(\left(\prod_{s \in S} Y_s \right)^X, \left(\prod_{s \in S} \tau'_s \right)_p, E \right)$ is a soft homeomorphism in the pointwise soft topology.

Now, let (X, τ, E) , (Y, τ', E) and (Z, τ'', E) be soft topological spaces and $f: (Z, \tau'', E) \times (X, \tau, E) \rightarrow (Y, \tau', E)$ be a soft mapping. Then the induced map $\hat{f}: X \rightarrow Y^Z$ is defined by $\hat{f}(x_\alpha)(z_\beta) = f(x_\alpha, z_\beta)$ for soft points $x_\alpha \in (X, \tau, E)$ and $z_\beta \in (Z, \tau'', E)$. We define exponential law $E: Y^{Z \times X} \rightarrow (Y^Z)^X$ by using induced maps $E(f) = \hat{f}$ i.e., $E(f)(x_\alpha)(z_\beta) = f(z_\beta, x_\alpha) = \hat{f}(x_\alpha)(z_\beta)$. We define the mapping $E^{-1}: (Y^Z)^X \rightarrow Y^{Z \times X}$ which is an inverse mapping E as follows

$$E^{-1}(\hat{f}) = f, E^{-1}(\hat{f})(z_\beta, x_\alpha) = E^{-1}(\hat{f}(x_\alpha)(z_\beta)) = f(z_\beta, x_\alpha).$$

Theorem.8 Let (X, τ, E) , (Y, τ', E) and (Z, τ'', E) be soft topological spaces and the mapping $e: Y^Z \times X \rightarrow Z$, $e(f, z) = f(z)$ be soft continuous. Function space Y^X with pointwise soft topology and for each soft continuous mapping $\hat{g}: X \rightarrow Y^Z$, $E^{-1}(\hat{g}): Z \times X \rightarrow Y$ is also soft continuous.

References

- [1] Shabir M., Naz M., On soft topological spaces, Comput. Math. Appl. 61 (2011) 1786-1799.
- [2] Bayramov S., Gunduz C., Soft locally compact spaces and soft paracompact spaces, Journal of Math. and Sys. Sci. 3 (2013) 122-130.

ВЛИЯНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ НА ФИЛЬТРАЦИЮ В НЕОДНОРОДНЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Г.М. Панахов, Н.Н. Аббасова

Институт Математики и Механики НАНА

pan_vniineft@rambler.ru

В настоящей работе рассматривается задача, описывающая массообмен и двухфазное течение воды и углеводородной жидкости в неоднородной по фильтрационно-емкостным свойствам среде. Рассматривается процесс возникновения гидродинамической неустойчивости вследствие массообменных эффектов в системе трещинно-поровой матрицы с учетом модели двойной пористости. Такой подход позволяет предположить наличие в поровом пространстве подвижной и слабоподвижной частей: подвижная часть содержит

подвижные фазы воды и нефти, насыщающие зоны высокой проницаемости. Слабоподвижная часть пористой среды соответствует зонам, содержащим иммобильные относительно конвективных процессов переноса жидкости.

При движении одной жидкости вдоль своей плоскости, в то время как вторая ограничивает основание капилляров, соединяющих слой с некоторым объемом переноса и находящимся под давлением p_m , давление в слое можно описать с помощью уравнений теории смазки, u и v – составляющие скорости вдоль осей x и y :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

удовлетворяющей условиям:

$$u = U; v = 0 \text{ при } y = 0; u = 0.$$

$$v = -\frac{\chi}{\mu}(p_m - p) \text{ при } y = h.$$

$$p = p_2 \text{ при } x = 2r = l; p = p_1 \text{ при } x = 0.$$

Величина χ находится из условия $p_m = p_m(0)$ из $\chi = \frac{\mu k_y}{h} = \frac{k_y}{h}$.

При движении жидкости по высокопроницаемым каналам нефть «захватывается» и увлекается потоком вытесняющей жидкости из поровой емкости в виде тонкой струйки. Предположим, что вблизи поверхности можно выделить две области. В первой области, примыкающей к неподвижной стенке (капилляр) в иммобильных порах основное влияние на форму свободной поверхности оказывают силы поверхностного натяжения, что дает основание считать, что она имеет форму кругового цилиндра радиусом R . Капиллярное разрежение будет равно $p_0 = \frac{\sigma}{R}$. В другой области, представляющей собой тонкий слой нефти, увлекаемого движущимся потоком, следует учитывать совместное действие капиллярных и гидродинамических сил. Для описания движения нефти в области иммобильных пор воспользуемся уравнениями теории смазки с учетом малого изменения толщины слоя:

$$p \approx -\sigma \frac{d^2 h}{dx^2} \quad (2)$$

Граничные условия примем в виде:

$$u = U \cdot v \text{ при } y = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \text{ при } y = h \quad (3)$$

Проинтегрировав уравнения (1) и (2) при условиях (4) и обозначив через q' отток из иммобильных капилляров, получим:

$$\frac{d^3h}{dx^3} + \frac{3\mu U}{\sigma} \cdot \frac{h-h^*}{h^3} = 0; \quad q' = Ubh^* \quad (5)$$

$$h^* = \frac{q'}{Ub_k};$$

$$(h - h^*) \ll h^*$$

В случае $(h - h^*) \ll R$ и ограниченности h на бесконечности найдем:

$$h = h^*(1 + \eta); \quad \eta = A \exp \left[- \left(\frac{3\mu U^{1/3}}{\sigma} \right) \frac{x}{h^*} \right] \quad (6)$$

Решение уравнения (6) нужно сомкнуть с уравнением окружности, определяющей форму свободной поверхности, при $y_{10} \ll \frac{R}{\cos \theta}$ (или $y_{10} \ll R$).
Выбрав условия смыкания:

$$\left. \frac{dh}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{dy_1}{dx_1} \right|_{x_1=x_{10}}; \quad \left. \frac{d^2h}{dx^2} \right|_{x=0} = \left. \frac{d^2y_1}{dx_1^2} \right|_{x=x_{10}}.$$

$$A = \left(\frac{\sigma}{3\mu U} \right)^{2/3} \frac{h^*}{R}; \quad h_0 = h^* + 2y_{10}, \quad (A - \text{бесконечная постоянная величина}).$$

Если искать $h^* < R$ в форме $R=0,5D$, то отношение квадрата среднего радиуса иммобильной зоны "всасывания" к размеру пор l , можно найти как

$$L = \frac{R^2}{l}.$$

Тогда q' находится в виде:

$$q' = L \frac{\sigma \cdot S}{\mu \cdot l}$$

ОБ РАВНОМЕРНОЙ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ СЕМЕЙСТВА ГРАНИЧНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ, СВЯЗАННЫХ С ПЕРЕСЕЧЕНИЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ ГРАНИЦ СЛУЧАЙНЫМ БЛУЖДЕНИЕМ

Ф.Г. Рагимов, В.С. Халилов, М. Навиди
xelilov67@mail.ru

Пусть на некотором вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ задана последовательность независимых одиноково распределенных случайных величин $\xi_n, n \geq 1$. Положим

$$S_0 = 0, \quad S_n = \sum_{k=1}^n \xi_k, \quad n \geq 1.$$

Рассмотрим семейство моментов первого выхода

$$\tau_a = \inf \{n \geq 1: S_n > f_a(n)\}$$

случайного блуждания S_n , $n \geq 0$, за нелинейную границу $f_a(t)$. Здесь предполагается, что $f_a(t)$, $t > 0$ есть некоторой семейства нелинейных функций

от растущего параметра $a > 0$ и $\inf \{\phi\} = \infty$.

Граничные функционалы случайного блуждания, связанных с моментом первого пересечения τ_a лежать в основе теории граничных для случайного блуждания [1].

В работах [1], [2] изучены вопросы равномерной непрерывности семейств некоторых граничных функционалов, связанных с τ_a .

Отметим, что решение задачи сходимости моментов семейства случайных величин тесно связано с вопросами равномерной интегрируемости этого семейства. Как известно понятие равномерной интегрируемости играет ключевую роль в переходе от сходимости по вероятности к сходимости в среднем.

В настоящей работе доказывается теорема о равномерной интегрируемости нормированного семейства моментов первого выхода τ_a .

Литература

1. Gut A. Stopped random Walks limit theorems and Applications springer-Verlag. 1988.
2. Rahimov F.H., Navidi M. On uniformly integrability of family of some normalized boundary functional associated with nonlinear boundaries crossing by random walk. Transactions of NAS of Azerbaijan XXXIII, N 1, 2013, pp. 57-63.

РЕШЕНИЕ ТРЁХМЕРНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

М.Б. Расулов

mubariz1950@mail.ru

Недавно в работе [1] найден класс функций остающихся неизменными (до промежуточного комплексного переменного) после двухкратных Лаплас-Фурье преобразований и удовлетворяющих двумерному волновому уравнению.

Дальнейшие исследования показали, что сохранив себя эти функции приобретают некоторые свойства характерных для изображений. Это позволяет построить решение соответствующих уравнений математической физики без применяя методов интегральных преобразований.

Решение представим в форме:

$$U(x, y, z, t) = \int_0^{\infty} \varphi(x, y, \tau) \cdot G(z, t, \tau) d\tau \quad (1)$$

где

$$\varphi = \frac{F(\theta)}{\sqrt{\tau^2 - x^2 - y^2}}; \quad (2)$$

$$\theta = \frac{\tau \sqrt{\tau^2 - x^2 - y^2} - xyi}{\tau^2 - y^2} = thp \quad (3)$$

$$F(\theta) = \int_0^{\infty} e^{-\eta\theta} f(\eta) d\eta \quad (4)$$

G -неизвестная подлежащая к определению функция.
В работе [1] доказано:

$$\int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(\theta)}{\sqrt{\tau^2 - x^2 - y^2}} e^{-s\tau} e^{ikx} d\tau dx = \frac{e^{-y\sqrt{s^2 + k^2}}}{\sqrt{s^2 + k^2}} F(\theta^*) \quad (5)$$

где $\theta^* = \sqrt{\frac{s^2}{k^2} + 1} = thp^*$ согласно свойству преобразований Лаплас-Фурье дифференцирования оригиналов по x и y приводить лишь умножению изображение на $-ik = -schp^*$ и $-\sqrt{s^2 + k^2} = -ishp^*$

Тогда учитывая нулевые начальные условие нетрудно доказать :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^n \varphi}{\partial x^n} &= \frac{\partial^n (\varphi(-chp)^n)}{\partial \tau^n} \\ \frac{\partial^n \varphi}{\partial y^n} &= \frac{\partial^n (\varphi(-ishp)^n)}{\partial \tau^n} \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} chp &= \frac{1}{2} \left(\frac{R}{z^*} + \frac{z^*}{R} \right) \\ shp &= \frac{1}{2} \left(\frac{R}{z^*} - \frac{z^*}{R} \right) \\ R &= \tau^2 + \sqrt{\tau^2 - |z^*|^2} \\ z^* &= x + iy \end{aligned}$$

а теперь подставив (1) в уравнения

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad (7)$$

и учитывая (6) получим

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} \cdot G + \varphi \cdot \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} - \varphi \frac{1}{a^2} \cdot \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} \right) d\tau = 0 \quad (8)$$

Но $\left. \frac{\partial^n \varphi}{\partial \tau^n} \right|_0 = 0$ поэтому, интегрируя по частям получим:

$$\int_0^\infty \frac{\partial^n \varphi}{\partial \tau^n} \cdot G d\tau = (-1)^n \int_0^\infty \varphi \frac{\partial^n G}{\partial \tau^n} d\tau \quad (9)$$

Учитывая (9) в (8) мы видим, что G должна удовлетворять двумерному волновому уравнению. В качестве частного решения принимаем.

$$G = \frac{1}{\sqrt{t^2 a^2 - z^2 - \tau^2}} \quad (10)$$

Подставив (10) в (1) получим решение трехмерного волнового уравнения.

$$U(x, y, z, t) = \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{t^2 a^2 - z^2}} \frac{F(\theta)}{\sqrt{\tau^2 - x^2 - y^2}} \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{t^2 a^2 - z^2 - \tau^2}};$$

Теорема Эфроса [2] позволяет доказать :

$$\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty U \cdot e^{-st+ikx+ikz} dt dx dz = \frac{e^{-y\sqrt{s^2+k_x^2+k_z^2}}}{\sqrt{s^2+k_x^2+k_z^2}} F(s, k_x, k_z)$$

Стоит отметить, что при $F(\theta) = 1$ решения (7) выражается через полный эллиптический интеграла I рода

$$U(x, y, z, t) = \frac{K\left(\sqrt{\frac{t^2 a^2 - x^2 - y^2 - z^2}{t^2 a^2 - z^2}}\right)}{\sqrt{t^2 a^2 - z^2}}$$

Литература

1. М.Б. Расулов Однородное решения плоских задач эластодинамики. Теор. И прикл. Мех. №3-4 Баку 2012 стр. 108-110
2. М.А. Лаврентьев и Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного м. 1973 стр. 512.

НЕКОТОРЫЕ ОЦЕНКИ АППРОКСИМАЦИИ ФУНКЦИЙ СИНГУЛЯРНЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ

Р.М.Рзаев¹, Г.Х.Мамедова²

¹Институт Математики и Механики НАНА,

¹Азербайджанский Государственный Педагогический Университет,

²Гянджинский Государственный Университет

rrzaev@rambler.ru

Пусть $L(R^n)$ – класс всех функций, суммируемых на евклидовом пространстве R^n . Функция $K \in R^n$ называется ядром, если $\int_{R^n} K(x) dx = 1$.

Пусть $x \in R^n$, $\varepsilon > 0$, $K_\varepsilon(x) = \varepsilon^{-n} K\left(\frac{x}{\varepsilon}\right)$ и

$$K_\varepsilon f(x) = (K_\varepsilon * f)(x) = \int_{R^n} K_\varepsilon(x-t) f(t) dt \quad (1)$$

где f локально интегрируемая функция такая, что при любом $\varepsilon > 0$ интеграл в правой части равенства (1) конечен (см., напр., [1], [2]).

Пусть f локально суммируемая в R^n функция, т.е. $f \in L_{loc}(R^n)$, $B(x, r) := \{y \in R^n : |x - y| \leq r\}$ — замкнутый шар в R^n и радиусом $r > 0$,

$f_{B(x, r)} = \frac{1}{|B(x, r)|} \int_{B(x, r)} f(t) dt$, где $|B(x, r)|$ обозначает объем шара $B(x, r)$.

Точка $x_0 \in R^n$ называется d -точкой для $f \in L_{loc}(R^n)$, если существует конечный предел $\lim_{r \rightarrow 0} f_{B(x_0, r)} = s_f(x_0)$. Совокупность всех d -точек функции f обозначим через $D(f)$.

Для $f \in L_{loc}(R^n)$ и $x_0 \in D(f)$ введем также следующее обозначение

$$\omega_f(x_0; \delta) = \sup_{0 < r \leq \delta} \frac{1}{|B(x_0, r)|} \int_{B(x_0, r)} |f(t) - s_f(x_0)| dt, \quad \delta > 0.$$

Легко видеть, что $\omega_f(x_0; \delta)$ монотонно возрастает на интервале $(0, +\infty)$ по аргументу δ .

Теорема 1. Пусть $K \in L(R^n)$ является ядром, $k(x) = \text{ess sup}\{K(y) : |y| \geq |x|\}$, $k \in L(R^n)$, $k_0(|x|) = k(x)$, $f \in L_{loc}(R^n)$, $x_0 \in R^n$ есть d -точка функции f . Тогда при сходимости интеграла в правой части верно неравенство

$$|K_\varepsilon f(x_0) - s_f(x_0)| \leq c \cdot \varepsilon^{-n} \int_0^\infty t^{n-1} k_0\left(\frac{t}{\varepsilon}\right) \omega_f(x_0; 4t) dt, \quad \varepsilon > 0, \quad (2)$$

где c — положительная постоянная, зависящая лишь от размерности n .

Теорема 2. Пусть $x_0 \in R^n$ и

1) $K(x)$ — неотрицательное ядро такое, что $K(x) \equiv k_0(|x|)$, $x \in R^n$, где $k_0(t)$ монотонно убывает на $[0, +\infty)$;

2) $\omega(\delta)$ — положительная монотонно возрастающая на $(0, +\infty)$ и удовлетворяющая условию $\lim_{\delta \rightarrow +0} \omega(\delta) = 0$ функция, для которой существует число $c_0 > 0$ такое, что $\omega(2\delta) \leq c_0 \cdot \omega(\delta)$, $\delta \in (0, +\infty)$.

Тогда существует функция $f_0 \in L_{loc}(R^n)$ такая, что

$\exists c_1, c_2 > 0 \quad \forall \delta \in (0, +\infty): \quad c_1 \cdot \omega_{f_0}(x_0; \delta) \leq \omega(\delta) \leq c_2 \cdot \omega_{f_0}(x_0; \delta)$ и

$$|K_\varepsilon f_0(x_0) - s_{f_0}(x_0)| \geq c \cdot \varepsilon^{-n} \int_0^\infty t^{n-1} k_0\left(\frac{t}{\varepsilon}\right) \omega_{f_0}(x_0; 4t) dt, \quad \varepsilon > 0,$$

где постоянная $c > 0$ зависит только от постоянной c_0 и размерности n .

Последняя теорема показывает неулучшаемость оценки (2) в некотором классе ядер.

Литература

[1]. Голубов Б.И. Об асимптотике кратных сингулярных интегралов для дифференцируемых функций. Матем. заметки, 1981, т.30, №5, с.749-762.

[2]. Gadzhiev N.M., Rzaev R.M. On the order of locally summable functions approximation by singular integrals. Functiones et Approximatio (UAM), 1992, v.20, p.35-40.

VECTOR-VALUED INTRINSIC SQUARE FUNCTIONS AND THEIR HIGHER ORDER COMMUTATORS ON OF VECTOR-VALUED GENERALIZED MORREY SPACES

K.R. Rahimova

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

In this tesis, we will obtain the strong type and weak type estimates for vector-valued analogues of intrinsic square functions in the generalized Morrey spaces $M^{p,\varphi}(R^n, l^2)$. We study the boundedness of intrinsic square functions including the Lusin area integral, Littlewood-Paley g -function and g_λ^* -function and their higher order commutators on vector-valued generalized Morrey spaces $M^{p,\varphi}(R^n, l^2)$. In all the cases the conditions for the boundedness are given either in terms of Zygmund-type integral inequalities on $\varphi(x, r)$ without assuming any monotonicity property of $\varphi(x, r)$ on r .

For any $f \in L^{p,loc}(R^n, l^2)$, we denote by $M^{p,\varphi}(R^n, l^2)$ the generalized weighted Morrey spaces, if $\|f\|_{M^{p,\varphi}(l^2)} = \sup_{x \in R^n, r > 0} \varphi(x, r)^{-1} |B(x, r)|^{\frac{1}{p}} \|f\|_{l^2(B(x, r))} < \infty$.

There are many papers discussed the conditions on $\varphi(x, r)$ to obtain the boundedness of operators on the generalized Morrey spaces. We will obtain the boundedness of the intrinsic function, the intrinsic Littlewood-Paley g function, the intrinsic g_λ^* function and their commutators on generalized Morrey spaces when the pair (φ_1, φ_2) satisfies condition

$$\int_r^\infty \frac{\operatorname{ess\,inf}_{t < s < \infty} \varphi_1(x, s) |B(x, s)|^{\frac{1}{p}}}{|B(x, s)|^{\frac{1}{p}}} \frac{dt}{t} \leq C \varphi_2(x, r) \quad (1)$$

or the following inequalities,

$$\int_r^\infty \ln^k \left(e + \frac{t}{r} \right) \frac{\operatorname{ess\,inf}_{t < s < \infty} \varphi_1(x, s) |B(x, s)|^{\frac{1}{p}}}{|B(x, s)|^{\frac{1}{p}}} \frac{dt}{t} \leq C \varphi_2(x, r) \quad (2)$$

where C does not depend on x and r . Our main results in this paper are stated as follows.

Theorem 1. Let $1 \leq p < \infty$, $0 < \alpha \leq 1$ and (φ_1, φ_2) satisfies condition (1). Then the operator G_α is bounded from $M^{p, \varphi_1}(R^n, l^2)$ to $M^{p, \varphi_2}(R^n, l^2)$ for $p > 1$ and from $M^{1, \varphi_1}(R^n, l^2)$ to $WM^{1, \varphi_2}(R^n, l^2)$.

Theorem 2. Let $1 \leq p < \infty$, $0 < \alpha \leq 1$, $\lambda > 3 + \frac{\alpha}{n}$ and (φ_1, φ_2) satisfies condition (1). Then the operator $g_{\lambda, \alpha}^*$ is bounded from $M^{p, \varphi_1}(R^n, l^2)$ to $M^{p, \varphi_2}(R^n, l^2)$ for $p > 1$ and from $M^{1, \varphi_1}(R^n)$ to $WM^{1, \varphi_2}(R^n)$.

Theorem 3. Let $1 < p < \infty$, $0 < \alpha \leq 1$, $b \in BMO$ and (φ_1, φ_2) satisfies condition (2). Then $[b, G_\alpha]^k$ is bounded from $M^{p, \varphi_1}(R^n, l^2)$ to $M^{p, \varphi_2}(R^n, l^2)$.

Theorem 4. Let $1 < p < \infty$, $0 < \alpha \leq 1$, $b \in BMO$ and (φ_1, φ_2) satisfies condition (2), then for $\lambda > 3 + \frac{\alpha}{n}$, $[b, g_{\lambda, \alpha}^*]^k$ is bounded from $M^{p, \varphi_1}(R^n, l^2)$ to $M^{p, \varphi_2}(R^n, l^2)$.

ВАРИАЦИОННОЕ НЕРАВЕНСТВО ДЛЯ СИСТЕМ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ

А.И. Сабзалиев

Нахичеванский Государственный Университет

ali_zmh@mail.ru

Пусть $\Omega \subset R^n$ -ограниченная область с гладкой границей Γ . Скалярное произведение в $L_2(\Omega)$ обозначим через $\langle \cdot, \cdot \rangle$, а норму через $\|\cdot\|$. Пусть

$$K_r = \left\{ u \in \overline{W_2^r}, \|\nabla^r u\| \leq 1 \right\}, \quad \text{где} \quad \overline{W_2^r} = \left\{ u \in W_2^r(\Omega), \Delta^l u(x) = 0, \text{ где} \right.$$

$$\left. l = 0, 1, \dots, \frac{r}{2}, \text{ если } r \text{ четно}, l = 0, 1, \dots, \frac{r-1}{2}, \text{ если } r - \text{нечетно} \right\}.$$

В области $Q = (0, T) \times \Omega$ рассматривается задача Коши для систем вариационных неравенств

$$\begin{cases} \langle L_1(u_1, u_2), z_1 - u_{1t} \rangle(t) \geq 0, z_1 \in K_{R_1}, \\ \langle L_2(u_1, u_2), z_2 - u_{2t} \rangle(t) \geq 0, z_2 \in K_{R_2}, \end{cases} \quad (1)$$

с начальными условиями

$$\begin{aligned} u_1(0, x) &= \varphi_1(x), \quad u_{1t}(0, x) = \psi_1(x), \quad x \in \Omega, \\ u_2(0, x) &= \varphi_2(x), \quad u_{2t}(0, x) = \psi_2(x), \quad x \in \Omega, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$L_i(u_1, u_2) = u_{it} + (-1)^{l_i} a_i (\|\nabla^{r_{1i}} u_1\|^2, \|\Delta^{r_{2i}} u_2\|^2) \Delta^{l_i} u_i - f_i(t, x),$$

$R_i = \max\{r_{i1}, r_{i2}\}$, $i=1,2$. Будем искать решение задачи (1),(2) принадлежащий пространству $H_T = H_T(K_{R_1}, K_{R_2})$, где

$$H_T(K_{R_1}, K_{R_2}) = \left\{ (u_1, u_2): u_i(\cdot) \in L_\infty(0, T; \overline{W}_2^{2l_i}), u_{it}(\cdot) \in L_\infty(0, T; \overline{W}_2^{l_i}), \right. \\ \left. u_{itt}(\cdot) \in L_\infty(0, T; L_2(\Omega)), u_{it}(t, \cdot) \in K_{R_i}, \text{ п.в.}, i=1,2 \right\}.$$

Предположим, что выполнены следующие условия:

1. $a_i(\cdot) \in C^1(R_+^2)$, $a_i(\xi, \eta) \geq a_0 > 0$;
2. $R_i \leq l_i, i=1,2$;
3. $f_i(\cdot) \in L_2(0, T; \overline{W}_2^{l_i})$, $f_{it}(\cdot) \in L_2(0, T; L_2(\Omega))$, $i=1,2$;
4. $\varphi_i(\cdot) \in \overline{W}_2^{2l_i}$, $\psi_i(\cdot) \in K_{R_i} \cap \overline{W}_2^{l_i}$, $i=1,2$.

Справедлива следующая

Теорема. Предположим, что выполнены условия 1-4. Тогда задача (1), (2) имеет единственное решение $(u_1, u_2) \in H_T(K_{R_1}, K_{R_2})$.

КРИТЕРИЯ БАЗИСНОСТИ ОДНОЙ СИСТЕМЫ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА $W_p^1(0, \pi)$

В.Ф. Салманов, В.С. Мирзоев

Институт Математики и Механики НАНА

valid.salmanov@mail.ru

Рассмотрим систему синусов

$$\{\sin(nt + \alpha(t))\}_{n=1}^\infty \quad (1)$$

где $\alpha(t)$, пока какая-то функция определенная на сегменте $[0, \pi]$. В работах [1-4] рассмотрен базисность этой системы в пространствах $L_p(0, \pi)$ и $W_p^1(0, \pi)$ когда $\alpha(t) = \alpha t$ и $\alpha(t) = \alpha t + \beta$, где α, β - действительные или комплексные параметры, $1 < p < \infty$. Когда $\alpha(t)$ непрерывная или кусочно-непрерывная функция базисные свойства системы (1) полностью изучена Б.Т.Билаловым [5-8].

Пусть система $\{u_n\}_{n=0}^\infty$ определена следующим образом:

$$u_0 = 1, u_n = \int_0^t \sin(n\theta + \alpha(\theta)) d\theta, t \in (0, \pi).$$

Используя методом предложенной в работе [9] можно доказать следующую теорему.

Теорема. Система $\{u_n\}_{n=0}^{\infty}$ образует базис в пространстве $W_p^1(0, \pi)$ тогда и только тогда, когда система (1) образует базис в пространстве $L_p(0, \pi)$, $1 < p < +\infty$.

Литература

1. Моисеев Е. И. О базисности систем синусов и косинусов // ДАН СССР, 1984, т. 275, №4, с. 794-798.
2. Моисеев Е. И. О базисности одной системы синусов // Дифференц. уравнения, 1987, т.23, №1, с. 177-179.
3. Седлецкий А.М. Биортогональные разложения в ряды экспонент на интервалах вещественной оси. Усп. мат. наук, 1982, т. 37, в. 5(227), с.51-95.
4. Моисеев Е.И. О дифференциальных свойствах разложений по системе синусов и косинусов. Дифференциальные уравнения, 1996, т.32, №1, с.117-126.
5. Билалов Б.Т. Базисность некоторых систем экспонент, косинусов и синусов. Дифф. уравнения, 1990, т.26, №1, с. 10-16.
6. Билалов Б.Т. О базисности систем экспонент косинусов и синусов в L_p . Докл. РАН, 1999, т.365, №1, с. 7-8.
7. Билалов Б.Т. О базисности некоторых систем экспонент, косинусов и синусов в L_p . Докл. РАН, 2001, т. 379, №2, с. 7-9.
8. Билалов Б.Т. Базисные свойства некоторых систем экспонент, косинусов и синусов. Сибирский матем. журнал, 2004, Т.45, №2, с.264-273.
9. V.F. Salmanov, V.S. Mirzoev. On basicity of a system of functions in the space $W_p^1(0, \pi)$. Proceed. of IMM of NAS of Azerbaijan, 2010 vol. XXXIII (XLI), pp.153-156

ТРАНЗИТИВНАЯ РОЛЬ ТЕОРЕМЫ ЛАГРАНЖА В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ И ИНТЕГРАЛЬНОМ ИСЧИСЛЕНИИ

И.С. Сафарли, С.Б. Акберова

Сумгаитский Государственный Университет

Переход от интегрального к дифференциальному исчислению традиционно осуществляется посредством введения понятия первообразной функции $F(x)$ для некоторой функции $f(x)$, которая является производной функции $F(x)$. Затем, как известно, вводится понятие неопределённого интеграла и далее выполняется переход к определённому интегралу. Такая методика осуществления связи между базовыми понятиями основных разделов

математического анализа требует значительных затрат времени, что весьма актуально в современных условиях работы учебных заведений, когда значительная часть программного материала отводится на самостоятельное изучение студентами. В связи с этим определённый интерес представляет поиск новых методов для изучения математических дисциплин. В контексте к сказанному мы и рассматриваем известную теорему Лагранжа как транзитивное звено для более естественного перехода от дифференциального исчисления к изучению интегрального исчисления.

Обратимся к условиям теоремы Лагранжа: если функция $f(x)$ непрерывна на промежутке $[a, b]$ и дифференцируема во всех точках $x \in]a, b[$, то выполняется равенство:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\xi), \quad \xi \in]a, b[. \quad (1)$$

Ясно, что, если $f(x)$ удовлетворяет условиям теоремы Лагранжа на $[a, b]$, то это будет сохраняться и для $\forall [x_i, x_{i+1}] \subset [a, b]$. То есть

$$\frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} = f'(\xi_i), \quad \xi_i \in]x_i, x_{i+1}[. \quad (2)$$

Согласно равенство (2) записываем

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n [f(x_{i+1}) - f(x_i)] &= \sum_{i=1}^n f'(\xi_i)(x_{i+1} - x_i) \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [f(x_{i+1}) - f(x_i)] = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [f'(\xi_i)(x_{i+1} - x_i)] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} [f(x_1) - f(x_0) + f(x_2) - f(x_1) + \dots + f(x_n) - f(x_{n-1})] = \lim_{n \rightarrow \infty} [f(b) - f(a)] = f(b) - f(a). \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [f'(\xi_i)(x_{i+1} - x_i)] = f(b) - f(a). \quad (3)$$

Учитывая общность рассуждений относительно $f(x)$, $x \in [a, b]$ и, полагая что $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f'(\xi_i)(x_{i+1} - x_i)$ существует, получаем:

$$\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a) \quad (4)$$

Равенство (4) даёт наглядное представление о связи между функцией $f(x)$ и её производной. При этом нет необходимости рассматривать вопрос о существовании интеграла - это обусловлено условиями теоремы Лагранжа. Далее предположим, что промежуток интегрирования имеет переменный верхний предел. Тогда из равенства (4) получаем:

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f'(\xi_i)(x_{i+1} - x_i) + f(a) \quad (5)$$

Пологая, что при $n \rightarrow \infty \max \Delta x_i \rightarrow 0$, приходим к понятию неопределённого интеграла

$$\lim_{\max \Delta x_i \rightarrow 0} \sum_{i=0}^n f'(\xi_i) \Delta x_i = \int f'(x) dx. \quad (6)$$

То есть

$$\int f'(x)dx = f(x) + C, \quad (7)$$

где C - неопределённая постоянная, если не определён промежуток интегрирования $[a, b]$.

Примечание: Естественно, что для более удобного использования формул (4) и (7) целесообразно ввести в них общепринятые обозначения: $F(x)$ - функция; $f(x)$ - производная функции $F(x)$.

Что меняется в методике изучения интегрального исчисления? Изменяется порядок введения понятий определённого и неопределённого интегралов. Какие мы получаем при этом дидактические преимущества? Их несколько:

1) чётко прослеживается связь между производной и самой функцией, то есть видно, что интегрирование это обратная операция дифференцирования;

2) получение формулы (4) в процессе определения интеграла позволяет использовать её непосредственно к изучению свойств интеграла;

3) неопределённый интеграл рассматривается как средство отработки техники вычислений определённых интегралов, которые являются главным объектом интегрального исчисления и во многом определяют основные цели и задачи всего курса дифференциально-интегрального исчисления.

ЗАДАЧА ГРАНИЧНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ТОНКОЙ ПЛАСТИНЫ

Х.И. Сейфуллаева

Сумгаитский Государственный Университет

Пусть управляемый процесс описывается уравнением колебаний тонкой пластины

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + a^2 \Delta^2 u = 0 \text{ в } Q_T = \Omega \times (0, T), \quad \Omega = (0, l_1) \times (0, l_2) \quad (1)$$

с начальными

$$u(x_1, x_2, 0) = \varphi_0(x_1, x_2), \quad \frac{\partial u(x_1, x_2, 0)}{\partial t} = \varphi_1(x_1, x_2), \quad (x_1, x_2) \in \Omega \quad (2)$$

и граничными условиями

$$\begin{aligned} u(0, x_2, t) = v(x_2, t), \quad u(l_1, x_2, t) = 0, \quad \frac{\partial u(0, x_2, t)}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial u(l_1, x_2, t)}{\partial x_1} = 0, \quad (x_2, t) \in (0, l_2) \times (0, T), \\ u(x_1, 0, t) = 0, \quad u(x_1, l_2, t) = 0, \quad \frac{\partial u(x_1, 0, t)}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial u(x_1, l_2, t)}{\partial x_2} = 0, \quad (x_1, t) \in (0, l_1) \times (0, T), \end{aligned} \quad (3)$$

где a^2, l_1, l_2, T - заданные положительные числа, $v(x_2, t)$ - граничная управляющая функция, $\varphi_0(x_1, x_2) \in W_2^2(\Omega)$, $\varphi_1(x_1, x_2) \in L_2(\Omega)$ - заданные функции, Δ - оператор Лапласа по x_1, x_2 .

Рассмотрим пространство управлений $H = W_2^{4,2}((0, l_2) \times (0, T))$.

За класс допустимых управлений U_{ad} берется множество функций $\nu(x_2, t)$ из H , для которых $\nu(0, t) = \nu(l_2, t) = 0$, $\frac{\partial \nu(0, t)}{\partial x_2} = \frac{\partial \nu(l_2, t)}{\partial x_2} = 0$,

$$\nu(x_2, 0) = \frac{\partial \nu(x_2, 0)}{\partial t} = 0, \text{ причем } \left\| \frac{\partial^4 \nu}{\partial x_2^4} \right\|_{L_2((0, l_2) \times (0, T))} \leq M_1, \left\| \frac{\partial^2 \nu}{\partial t^2} \right\|_{L_2((0, l_2) \times (0, T))} \leq M_1, \text{ где } M_1 -$$

заданное число.

Ставится задача: в множестве U_{ad} найти такую функцию, что она вместе решением краевой задачи (1)-(3) доставляет минимум функционалу

$$J(\nu) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [u(x_1, x_2, T)]^2 dx_1 dx_2 + \frac{\alpha}{2} \int_0^T \int_0^{l_2} \nu^2(x_2, t) dx_2 dt, \quad (4)$$

где $\alpha > 0$ - положительное число.

Под решением задачи (1)-(3) для каждого фиксированного допустимого управления $\nu(x_2, t)$ понимается такая функция $u(x_1, x_2, t) \in W_2^{2,1}(Q_T)$, что она для любой функции $\eta \in W_2^{2,1}(Q_T)$, $\eta(x_1, x_2, T) = 0$,

$$\begin{aligned} \eta(0, x_2, t) = 0, \quad \eta(l_1, x_2, t) = 0, \quad \frac{\partial \eta(0, x_2, t)}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial \eta(l_1, x_2, t)}{\partial x_1} = 0, \\ \eta(x_1, 0, t) = 0, \quad \eta(x_1, l_2, t) = 0, \quad \frac{\partial \eta(x_1, 0, t)}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial \eta(x_1, l_2, t)}{\partial x_2} = 0 \end{aligned}$$

удовлетворяет интегральному тождеству

$$\int_{Q_T} \left[-\frac{\partial u}{\partial t} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial t} + a^2 \Delta u \Delta \eta \right] dx_1 dx_2 dt - \int_{\Omega} \varphi_1(x_1, x_2) \eta(x_1, x_2, 0) dx_1 dx_2 = 0 \quad (5)$$

и условиям

$$u(x_1, x_2, 0) = \varphi_0(x_1, x_2), \quad u(0, x_2, t) = \nu(x_2, t) \quad (6)$$

в обычном смысле.

Отметим, что можно доказать теорему существования и единственности решения $u(x_1, x_2, t)$ краевой задачи (1)-(3) [1] при каждом фиксированном допустимом управлении $\nu(x_2, t)$ и такое решение обладает свойствам $u \in C([0, T]; W_2^2(\Omega))$, $u \in C([0, T]; L_2(\Omega))$.

Теорема 1. В задаче оптимального управления (1)-(4) существует единственное оптимальное управление.

Введем сопряженную задачу для заданного управления $\nu(x_2, t)$:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + a^2 \Delta^2 \psi = 0 \quad \text{в } Q_T, \quad (7)$$

$$\psi(x_1, x_2, T) = 0, \quad \frac{\partial \psi(x_1, x_2, T)}{\partial t} = -u(x_1, x_2, T), \quad (x_1, x_2) \in \Omega, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \psi(0, x_2, t) = \psi(l_1, x_2, t) = 0, \quad \frac{\partial \psi(0, x_2, t)}{\partial x_1} = \frac{\partial \psi(l_1, x_2, t)}{\partial x_1} = 0, \quad (x_2, t) \in [0, l_2] \times [0, T], \\ \psi(x_1, 0, t) = \psi(x_1, l_2, t) = 0, \quad \frac{\partial \psi(x_1, 0, t)}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial \psi(x_1, l_2, t)}{\partial x_2} = 0, \quad (x_1, t) \in [0, l_1] \times [0, T], \end{aligned} \quad (9)$$

где $u(x_1, x_2, t)$ решение задачи (1)-(3) для заданного управления $v(x_2, t)$.

Теорема 2. Пусть выполнены вышеналоженные условия на данные задачи (1)-(4). Тогда функционал (4) непрерывно дифференцирует по Фреше на H и его дифференциал в точке $v(x_2, t) \in U_{ad}$ с приращением $\delta v(x_2, t) \in H$, $v(x_2, t) + \delta v(x_2, t) \in U_{ad}$ определяется выражением

$$\langle J'(v), \delta v \rangle_H = \int_0^T \int_0^{l_2} \left[v(x_2, t) - a^2 \left(\frac{\partial^3 \psi(0, x_2, t)}{\partial x_1^3} + \frac{\partial^3 \psi(0, x_2, t)}{\partial x_1 \partial x_2^2} \right) \right] \delta(x_2, t) dx dt. \quad (10)$$

Теорема 3. Пусть выполнены выше наложенные условия на данные задачи (1)-(4).

Тогда для оптимальности управления $v_*(x_2, t) \in U_{ad}$ в задаче (1)-(4) необходимо и достаточно, что выполнялось неравенство

$$\int_0^T \int_0^{l_2} \left[v(x_2, t) - a^2 \left(\frac{\partial^3 \psi_*(0, x_2, t)}{\partial x_1^3} + \frac{\partial^3 \psi_*(0, x_2, t)}{\partial x_1 \partial x_2^2} \right) \right] (v(x_2, t) - v_*(x_2, t)) dx dt \geq 0, \quad \forall v \in U_{ad}, \quad (11)$$

где $\psi_*(x_1, x_2, t)$ решение задачи (7)-(9) при $u = u_*(x_1, x_2, t)$, а $u_*(x_1, x_2, t)$ решение задачи (1)-(3) при $v = v_*(x_2, t)$.

Литература

1. Ломовцев Ф.Е., Юрчук Н.И. Задача Коши для гиперболических дифференциально-операторных уравнений второго порядка. // Дифференциальные уравнения, 1976, Т. 12, №12, 2242-2250 стр.

ОБ ОЦЕНКАХ ТИПА ВИМАНА-ВАЛИРОНА ДЛЯ ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ

Н.М. Сулейманов, Д.Э. Фараджли

Институт Математики и Механики НАНА

Пусть

$$f(z) = \sum_0^{\infty} c_n z^n \quad (1)$$

- целая функция, $M(r)$ и $\mu(r)$ - максимум модуля и максимальный член функции $f(z)$ в круге $|z| \leq r$. Известно, что $\mu(r) \leq M(r)$. Очень важно в приложениях иметь оценку $M(r)$ сверху где $\mu(r)$, т.е. найти класс

функций $\Psi(y)$, $y > 0$, $y \rightarrow \infty$, таких, что вообще говоря, имеет место неравенство типа

$$M(r) \leq \Psi(\mu(r)).$$

Первый такой результат был установлен в прошлом веке Виманом и Валироном [1-2]: вне множества конечной логарифмической меры справедливо неравенство

$$M(r) \leq \mu(r)(\log \mu(r))^{\frac{1}{2}+\varepsilon}, \quad \varepsilon > 0 \quad (2)$$

В области целых функций получено много классических результатов типа (2). В работах Сулейманова [3] была построена теория оценок типа Вимана - Валирона для решений уравнений в частных производных.

В данной работе найдены некоторые более общие оценки типа Вимана - Валирона и проведены некоторые уточнения известных ранее результатов в области эволюционных уравнений.

Рассмотрим эволюционные уравнение в гильбертовом пространстве H :

$$U'(t) - A(t)U(t) = 0, \quad (3)$$

где $A(t)$ — самосопряженный положительный оператор с дискретным спектром. Сопоставим в соответствие решению $U(t)$ случайную величину ξ с распределением вероятностей вида:

$$P(\xi = \lambda_k(t)) = \frac{a_k^2}{\|U(t)\|^2}, \quad a_k = (U, \varphi_k),$$

где $\{\lambda_k\}$ — последовательность собственных значений оператора $A(t)$, а $\{\varphi_k\}$ — полная ортонормированная система собственных функций для $A(t)$. Пусть $N(t)$ — число тех λ_k , которые $\leq \lambda$.

Лемма: Обозначим $g(t) = \frac{1}{2} \log(U(t), U(t))$; $\mu(t) = \max |(U(t), \varphi_k(t))|$.

Справедливо нелинейное дифференциальное неравенство вида:

$$\exp \{2g(t)\} \leq \mu^2(t) \cdot \Delta N(g', g''). \quad (4)$$

Здесь

$$\Delta N(\lambda, \delta) = N(\lambda + \delta) - N(\lambda - \delta), \lambda > \delta > 0, \\ \lambda = g', \delta = c \sqrt{g'' + k(t)g'}, \quad c > 1, \quad k(t) \in L(0, \infty).$$

Теорема: Пусть при $\lambda > \delta > 0$, $\lambda \rightarrow \infty$ для функции $N(\lambda)$ выполняется условие вида

$$\Delta N(\lambda, \delta) \leq c \delta^s \left[1 + \lambda^\alpha \right] \quad 0 \leq \alpha < 1, s > -\frac{1}{2}.$$

Пусть $\Psi(t) > 0$ — возрастающая функция такая, что выполняется условие типа

$$\int_0^\infty \left(\int_0^g \Psi(t) dt \right)^{-\frac{1}{2s+1}} dg < \infty.$$

Тогда вне, возможно, некоторого множества E конечной меры справедлива оценка типа Розенблума [4] :

$$\frac{\|U(t)\|}{\sqrt[4]{\Psi(\log\|U(t)\|)}} \leq \mu(t). \quad (5)$$

Пусть $\Psi(t) = t^k$, $k > 1$. Тогда имеем :

$$\int_1^\infty \left(\int_1^g \Psi(t) dt \right)^{-1/(2s+1)} dg = \int_1^\infty g^{-\frac{k+1}{2s+1}} dg = g^{1-\frac{k+1}{2s+1}} \Big|_1^\infty < \infty,$$

если $k > 2s+1$. Пусть $k = 2s+1+4\varepsilon$. Тогда из (5) получим:

$$\frac{\|U(t)\|}{(\log\|U(t)\|)^{k/4}} \leq \mu(t).$$

Но это соотношение эквивалентно соотношению вида

$$U(t) \leq \mu(t)(\log \mu(t))^{\frac{2s+1}{4} + \varepsilon}.$$

Пусть $A(t) = A(t, D_x)$ - равномерно положительный самосопряженный эллиптический оператор порядка m в R^m . Тогда как известно [5], имеет место формула

$$N(\lambda) = c \lambda^{n/m} + O(\lambda^{\frac{n-1}{m}}), \lambda \rightarrow \infty.$$

В этом случае из (5) получаем оценку типа:

$$\|U(t)\| \leq \mu(t)(\log \mu(t))^{\frac{n-1}{4} + \varepsilon}.$$

Литература

1. Wiman, Acta Math., 1914, 37, p. 305 - 326.
2. Valiron G., Bull. Societe, Math., 1916, p. 45 - 64.
3. Н.М. Сулейманов, Об оценках типа Вимана - Валирона для решений эволюционных уравнений. сб. «Дифференциальные уравнения и смежные вопросы». Труды междунар. научн. конф. 2. Уфа, 2008, Т.1.с. 190 – 194
4. Rosenbloom P.C., Probability and entire functions, Studies in Math. Anal. And Related Topics, California, Stanford Univ. Press, 1963, p. 325-332.
5. Hörmander L., The spectral function of an elliptic operator, Acta Math. 121 (1968), 193-215.

ОБ ОДНОМ ПРИБЛИЖЕННОМ МЕТОДЕ ЗАДАЧ ТИПА СТЕКЛОВА

Н.С.Сулейманов

Бакинский Государственный Университет

Данная работа посвящена изучению задач типа Стеклова с нелокальными граничными условиями, где параметр входит лишь в граничное условие.

Рассмотрим следующую задачу

$$\Delta u = 0 \text{ в } D, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = \lambda u \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_S = 0 \quad (3)$$

где D - ограниченная область n - мерного пространства, граница которой разбита на два куска $\partial D = \Gamma \cup S$; n - орт внешней нормали к границе области D .

Из теории вариационного метода следует, что задаче (1)-(3) эквивалентна вариационная задача на минимум для функционала

$$F(u) = \frac{\int_D \frac{\partial u}{\partial n} u ds}{\int_{\Gamma} u^2 ds} \quad (4)$$

на классе гармонических в области D функций, удовлетворяющих условию ортогональности

$$\int_{\Gamma} u ds = 0$$

Предложенный ранее алгоритмы построение решения задачи (4) основан на предварительном построении системы координатных функций, удовлетворяющих краевому условию задачи на S . Оказывается, можно построить и решения уравнения Лапласа, удовлетворяющие краевому условию на свободной поверхности Γ .

Для нахождения решения сформулированной вариационной задачи воспользуемся методом Ритца. Приближенное решение ищем в виде

$$\psi = \sum_{k=1}^N a_k \Psi_k$$

здесь a_k - постоянные, для которых из необходимых условий минимума функционала получаем систему однородных алгебраических уравнений

$$\sum_{j=1}^N (\alpha_{ij}(\mu) - \lambda(\mu) \beta_{ij}) a_{ij} = 0 \quad (5)$$

где

$$\alpha_{ij}(\mu) = \alpha_{ij}^{(1)} + 2\mu \alpha_{ij}^{(2)} + \mu^2 \alpha_{ij}^{(3)}$$

$\alpha_{ij}^{(1)}, \alpha_{ij}^{(2)}, \alpha_{ij}^{(3)}$ - вычисляются с помощью формулы приближенного интегрирования Гаусса и прямоугольника при достаточном числе узловых точек. Вычисления проводились на персональных ЭВМ IBM, причем функции и их производные определялись по рекуррентным формулам.

Систему (5) можно написать в виде

$$(A_1 + 2\mu A_2 + \mu^2 A_3 - \lambda B)x = 0$$

где A_1, A_2, A_3 и B - матрицы коэффициентов $\alpha_{ij}^{(1)}, \alpha_{ij}^{(2)}, \alpha_{ij}^{(3)}$ и β_{ij} ; μ - заданный параметр, а λ - искомый, x - вектор столбца коэффициентов a_j .

С помощью изложенной модификации вариационного метода можно строить приближенное решение, весьма близкое к точному.

Используя поточных модулей в C++ создан пакет прикладных программ для вычисления собственных значений и собственной функции.

О ПОЛНОТЕ КОРНЕВЫХ ВЕКТОРОВ ОДНОГО КЛАССА КВАДРАТИЧНОГО ОПЕРАТОРНОГО ПУЧКА

Э.Б. Султанова

*Бакинский Государственный Университет
elnare-sultanova@mail.ru*

Рассмотрим в сепарабельном гильбертовом пространстве квадратичный пучок операторов

$$L(\lambda) = (\lambda C - \omega_1 E)(\lambda C - \omega_2 E) + \lambda(B_1 + T_1)(B_2 + T_2) \quad (1)$$

где, λ - спектральный параметр, E - единичный оператор, а коэффициенты пучка $L(\lambda)$ удовлетворяют условиям:

- 1) C полный самосопряженный оператор;
- 2) B_1, B_2 ограниченные операторы в H ;
- 3) T_1 и T_2 вполне непрерывные операторы в H .

Отметим, что если оператор $\omega_1 \omega_2 E + B_2$ обратный оператор в H , то пучок $L(\lambda)$ имеет только дискретный спектр с единичной предельной точкой в бесконечности.

Теорема 1. Если выполняются условия 1)-3) и $C \in \sigma_p(H)$, то резольвента $L^{-1}(\lambda)$ представляется в виде отношение двух целых функций порядка ρ и минимального типа при порядке ρ .

Теорема 2. Пусть выполняются условия 1)-3) и имеет место неравенство

$$q = \frac{1}{2} |\omega_1 \omega_2|^{-1} \|B_1\| + |\omega_1 \omega_2|^{-1} \|B_2\| < 1.$$

Тогда система всех собственных и присоединенных векторов двукратно полна в H в смысле М.В.Кельдыша [1].

Литература

1. М.В.Келдыш. О собственных значениях и собственных функциях некоторых классов несамосопряженных уравнений. ДАН СССР, 1951, т.77, №1, с.11-14.

EVKLİD KUBUNDA YOLLAR YARIMQRUPUNUN SİX ALTYARIMQRUPLARI

Z.Q. Sadıxov, Z.A. Pənahova

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

zmrds@mail.ru

Tutaq ki, bizə hər hansı $A \neq \emptyset$ çoxluğu və $n \in N (n \geq 1)$ natural ədədi verilib.

$$F : A \rightarrow A^n$$

inikasına baxaq. İxtiyari $a \in A$ elementi üçün $F(a)$ -nın $A \times A \times \dots \times A$ Dekart hasilindəki ayrı-ayrı proyeksiyalarını $f_1(a), f_2(a), \dots, f_n(a)$ ilə işarə edək. Deməli F inikasına n sayda A -nı özünə inikas edən funksiya uyğun gəlir. Tərsinə özünə inikasları çoxluğunu $S(A)$ işarə etsək eyni bir a arqumentindən asılı n sayda $f_1, f_2, \dots, f_n \in S(A)$ funksiyalarına bir $F : A \rightarrow A^n$ inikası uyğun gələr. $F = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ işarə edək.

Aydındır ki, göstərdiyimiz uyğunluq qarşılıqlı birqiymətlidir. Digər bir

$$G : A \rightarrow A^n$$

inikasını götürək. $G = (g_1, g_2, \dots, g_n)$ olsun. $f_1 \circ g_1, f_2 \circ g_2, \dots, f_n \circ g_n$ kompozisiyaları yeni bir A -dan A^n -ə inikas təyin edər. Bu inikası $F \circ G$ ilə işarə edək. A -dan A^n -ə bütün inikaslar çoxluğunu $S(A, A^n)$ işarə edək. $S(A, A^n)$ çoxluğu təyin etdiyimiz kompozisiya əməlinə görə yarımqrup əmələ gətirər. İxtiyari $a \in A$ üçün

$$(F \circ G)(a) = (f_1(g_1(a)), f_2(g_2(a)), \dots, f_n(g_n(a)))$$

$n=1$ halında $S(A, A) = S(A)$ olar. Bu zaman yuxarıda təyin etdiyimiz kompozisiya əməli

A çoxluğunda funksiyaların adi kompozisiya əməli ilə üst-üstə düşər. $S(A)$ isə A çoxluğunun çevrilmələri yarımqrupudur. Aydındır ki,

$$S(A, A^n) = (S(A))^n.$$

Əgər A çoxluğu əvəzinə (X, τ) topoloji fəzasının nöqtələri çoxluğunu, $F : X \rightarrow X^n$ inikaslarını isə kəsilməz inikaslar götürsək, onların çoxluğunu $C(X, X^n)$ işarə etsək, aydındır ki, $C(X, X^n)$ çoxluğu $S(X, X^n)$ yarımqrupunda altıyarımqrup olar.

$$C(X, X^n) = (C(X))^n.$$

Tərif: X topoloji fəzasının hər bir $A \subset X$ qapal altçoxluğunun X^n -ə ixtiyari kəsilməz inikasını bütün X -ə davam etdirmək olarsa, onda deyərik ki, X fəzası daxili davam edilmə xassəsinə malikdir. Belə fəzalara misal olaraq Evklid fəzalarını, Evklid kublarını, hesabi diskret fəzasını, Kantor diskontiniumunu və s. göstərmək olar.

Biz bu işimizdə X fəzası olaraq $I = [0, 1]$ vahid parçasına baxarıq. $C(I, I^n)$ yarımqrupunda 2-doğuranlı sıx altqrupun varlığını göstərəcəyik. Onu qeyd edək ki, $C(I, I^n)$ çoxluğunda kompakt-açıq topologiyaya nəzərən inikasların kompozisiyası əməli kəsilməz əməl olar. Yəni topoloji yarımqrup olur [1]. Əsasən Amerika riyaziyyatçısı S.Səbiyənin işinə istinad edəcəyik (S.Subiah [5]).

$C(I, I^n)$ yarımqrupunu isə I^n fəzasında yollar yarımqrupu adlandıracağıq. Bu fəza üçün aldığımız nəticə Evklid vahid kubuna homeomorf olan bütün fəzalar üçün də doğru olar. Yəni həmin fəzalardakı yollar çoxluğu eyni xassəyə malik olar.

S.Səbiyə isbat edir ki, $C(I)$ yarımqrupunda elə iki $\psi_1, \psi_2 \in C(I)$ funksiyaları var ki, onlar $C(I)$ topoloji yarımqrupunda sıx altyarımqrup doğururlar. I -də ehtiyat funksiyasını i ilə işarə edək, yəni ixtiyari $t \in I$ üçün $i(t) = t$.

Onda

$$F_1 = (\psi_1, i, \dots, i), F_2 = (i, \psi_1, \dots, i), \dots, F_n = (i, i, \dots, \psi_1), \\ F_{n+1} = (\psi_2, i, \dots, i), F_{n+2} = (i, \psi_2, \dots, i), F_{2n} = (i, i, \dots, \psi_2)$$

kimi $2n$ sayda yol $C(I, I^n)$ topoloji yarımqrupunda sıx altqrup doğuracaq. Biz elə iki $G_1, G_2 \in C(I, I^n)$ yolları qurarıq ki,

$$\{F_1, F_2, \dots, F_n, F_{n+1}, \dots, F_{2n}\} \in \langle G_1, G_2 \rangle$$

olar. Burada $\langle G_1, G_2 \rangle$ ilə G_1, G_2 inikaslarının $C(I, I^n)$ -də doğurduğu altyarımqrup işarə olunub.

Teorem: $C(I, I^n)$ yarımqrupunun 2-dəyərli sıx altyarımqrupu var.

Ədəbiyyat

1. К. Куратовский, Топология, том 2, Москва, 1969г.
2. Садыхов З.Г., О плотных подалгебрах итеративных и предитеративных алгебр непрерывных функций-УМН, 1984, 39, №6, стр.207-208.
3. Subbiah S.-Some finiteled generated Subsemigroups of $S(X)$.-Fundam. Math. 1975, 87, pp.221-231.

NEFT YATAQLARININ ELEKTROTERMİKİ ÜSULLA İŞLƏNMƏSİ ZAMANI TEMPERATUR PAYLANMASININ TƏDQİQİ

T.Ş. Salavatov, F.F.Məmmədov

Azərbaycan Dövlət Neft Akademiyası

E-mail: fm.solarpower@gmail.com

Hər bir neft yataqlarının işlənməsi zamanı istifadə olunan üsullardan biri də termiki təsir üsuludur. Bu üsulun tətbiqi zamanı əsas məqsəd kimi quyunun məhsuldarlığının artırılması hesab olunur. Yüksək məhsuldarlıq əldə edilməsi üçün laya və ya quyuya tətbiq edilən termiki üsulun növbədən asılı olmayaraq, istiliyin paylanma qanunauyğunluğunu bilmək vacibdir. Quyuda istifadə olunan avadanlığın, quyu ətrafı divarın, süxurların tiplərini bilməklə, termodinamik hesabatı aparmaq mümkündür. İstilikkeçirmənin tənliliklərinə əsaslanan temperatur paylanmasını təyin etmək üçün bir sıra sərhəd şərtlərini nəzərə almaq lazımdır. Bunun üçün aşağıdakı tənliyə nəzər salaq:

$$\frac{dT^*}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{dT^*}{dR} + \frac{d^2T^*}{dZ^2} = 0 \quad (1)$$

Sərhəd şərtlərini nəzərə alsaq onda alarıq:

$$Z = 0; \quad T^* = T_0^*(F_0); \quad (0 \leq R < 1)$$

$$\left. \frac{dT^*}{dZ} \right|_{Z=0} = 0; \quad (1 \leq R < \infty) \quad (2)$$

Burada,

$$T^* - \text{temperaturdur və belə təyin olunur } T^* = \frac{\Delta T \lambda_l r_q}{N};$$

R - temperaturun paylandığı radiusdur;

Z - quyudibi zondan quyu ağzına qədər olan məsafədir;

ΔT - temperaturlar fərqi;

λ_l - layın istilikkeçirməsidir;

r_q - quyuda istiliyin paylanma radiusudur.

(1) və (2) tənliklərini hesablasaq, temperaturu təyin etmək olar.

$$T^* = \frac{2T_0^*(F_0)}{\pi} \int_0^\infty e^{-\rho z} I_0(\rho R) \frac{\sin \rho}{\rho} d\rho \quad (3)$$

Quyuboyu temperaturun dəyişməsinə təyin edək.

$$T_q^* = \frac{2T_0^*(F_0)}{\pi} \arctg \frac{1}{z} \quad (4)$$

Quyu ilə lay arasında istilik mübadiləsi təyin etməkdən ötrü, quyu boyu orta, aşağı və yuxarı hissələrin temperaturlarını bilmək lazımdır. Bunun üçün, əvvəlcə qızdırılan anda quyunun orta temperaturunu təyin edək:

$$T_{or}^* = \frac{\lambda_m \tau}{C_m \pi r_q^2 z_\tau} \quad (5)$$

Burada, λ_m və C_m - uyğun olaraq, quyu mayesinin istilikkeçirməsi və istiliktutumudur.

Buna müvafiq olaraq, (4) formulu əsasında qızdırılan sahədə stasionar hal üçün quyu mayesinin temperaturunu təyin edək:

$$T_{or}^* = \frac{2T_0^*(F_0)}{\pi H} \int_0^H T_q^* dz = \frac{2T_0^*(F_0)}{\pi} \left[\arctg \frac{1}{H} + \frac{1}{2H} \cdot \ln(H^2 + 1) \right] \quad (6)$$

Burada, H , h - uyğun olaraq, qızdırılan zonanın $H = \frac{h}{r_q}$ ölçüsüz və təyin

olunmuş zonaların hündürlüyüdür. Quyuya ötürülən istiliyin miqdarından, temperaturundan, zamandan və quyunun özünün xüsusiyyətlərindən asılı olaraq, qızdırılan zonanın hündürlüyünü də təyin etmək mürəkkəbləşir. Hündürlüyün dəqiq təyin edilməsi üçün aşağıdakı tənlikdən istifadə edək:

$$H = \exp \left[\frac{2\pi l \lambda_m \tau_0}{C_m r_m^3 \left(1 - \frac{\lambda_m}{\lambda_l}\right) E_i \left(-\frac{r_q^2 C_l}{4\lambda_l \tau_0}\right)} \right] \quad (7)$$

Təyin edilmiş hündürlüyə əsasən, qızdırılan zonada lay üzrə paylanan orta temperaturun qiymətini məlum asılılığa əsasən tapaq:

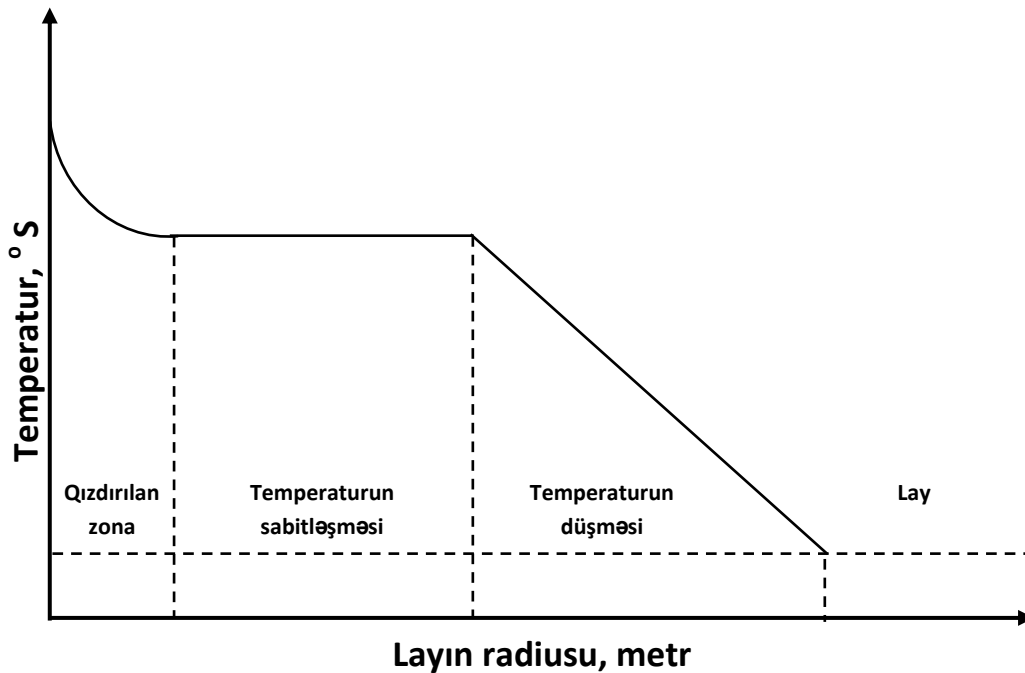
$$T_{or}^* = \frac{r_q^2}{4\pi H} E_i\left(-\frac{r^2}{4\lambda_l \tau}\right) \quad (8)$$

Göründüyü kimi quyunun hündürlüyü üzrə temperatur paylanmasının təyin edilməsi zamanı T_{or}^* - nın qiymətini bir neçə şəkildə hesablamaq mümkündür. Bununla yanaşı, elektrikle qızdırma üsulunun tətbiqi zamanı, bir sıra elektro-energetik hesablamalar vasitəsilə də lazım olan zonada temperaturu təyin etmək olar.

Neft yataqlarının işlənməsi zamanı, termoelektrik qızdırıcının quyuya fasilələrlə salınıb çıxarılması zamanı, layda müəyyən qədər soyumalar baş verir ki, bu da stasionar rejimin pozulmasına səbəb olur. Fasilələrlə qızdırma zamanı, soyuyan mühit üçün lazım olan istiliyin miqdarını bilmək üçün, əvvəlcə, lay üzrə soyuma prosesini bilmək lazımdır. Bunun üçün, aşağıdakı formuladan istifadə edək:

$$T_{soyuma}^* = \frac{\lambda_l \tau_{emal}}{2C_l \pi H} \left\{ \frac{Rr_q \sqrt{\pi}}{8[\alpha_l(\tau_{emal} + \tau)]^{\frac{3}{2}}} \exp\left(\frac{R^2 r_q^2}{8\alpha_l(\tau_{emal} + \tau)}\right) \times \left[\frac{4}{Rr_q \sqrt{\pi}} \sqrt{\alpha_l(\tau_{emal} + \tau)} - \frac{Rr_q}{3,57 \sqrt{\alpha_l(\tau_{emal} + \tau)}} \right] + \frac{1}{r_q R} I_1(Rr_q) \right\}$$

Burada, τ_{emal} - emal müddətidir.



Şəkil. Lay üzrə temperaturların paylanma qrafiki.

Beləliklə, demək olar ki, aparılmış hesablama metodikası, elektrotermiki üsulla işlənmə zamanı, layda və quyudibi zonda qızdırılma zamanı, istilik ətaləti də nəzərə alınmaqla, temperaturun paylanmasını tədqiq edilməsi üçün istifadə oluna bilər.

Ədəbiyyat

1. Salavatov T.Ş., Məmmədov F.F. Layların neftveriminin artırılması məqsədilə alternativ enerji qurğularından istifadənin mümkünlüyü. "Neftqazçıxarmada yeni texnologiyalar" II Beynəlxalq elmi-təcrübi konfrans Bakı 2012. s.155-157.
2. Salavatov T.Ş., Məmmədov F.F. Neft yataqlarının işlənməsi zamanı günəş istilik-energetik qurğularında qızdırılan istilikdaşıyıcılar vasitəsilə qalıq neftin çıxarılmasının tədqiqi. "Neftqaz sahəsində qeyri-Nyuton sistemlər" akademik Azad Xəlil oğlu Mirzəcanzadənin 85-illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq Elmi Konfransın materialları. Bakı 2013. s.231-232.
3. F.F.Məmmədov. Azərbaycanda günəş enerjisindən istifadə və müasir günəş energetik qurğuları. Bakı.: Proqres, 2011.- 204 səh.

BİR TƏRS PARABOLİK OPERATOR-DİFERENSİAL TƏNLİK HAQQINDA

M.A. Söylemezo

Qafqaz Universiteti

msoylemez85@gmail.com

Aşağıdakı operator-diferensial tənliyinə $f(t) \in L_2(R; H)$, $u(t) \in W_2^3(R; H)$ şərtləri daxilində baxaq:

$$\left(\frac{d}{dt} - A \right)^3 u(t) = f(t), \quad t \in R = (-\infty, +\infty), \quad (1)$$

burada A operatoru H separabel Hilbert fəzasında öz-özünə qoşma müsbət-müəyyən operatorudur,

$$L_2(R; H) = \left\{ f(t) : \|f\|_{L_2(R; H)}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \|f(t)\|_H^2 dt < +\infty \right\},$$
$$W_2^3(R; H) = \left\{ u(t) : \|u\|_{W_2^3(R; H)}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\| \frac{d^3 u(t)}{dt^3} \right\|_H^2 + \|A^3 u(t)\|_H^2 dt < +\infty \right\}.$$

Qeyd edək ki, [1] işində operator-diferensial tənliklərin təsnifatı verilmişdir. Həmin təsnifata əsasən (1) tənliyi tərs parabolik tənliklər sinfinə aiddir və göründüyü kimi, təkrarlanan xarakteristikaya malikdir. Bu cür tənliklərə təbiətşünaslığın müxtəlif sahələrində rast gəlinir.

Bu işdə istənilən $f(t) \in L_2(R; H)$ üçün (1) tənliyinin $W_2^3(R; H)$ fəzasından olan yeganə $u(t)$ həllinə malik olması isbat olunmuşdur.

Ədəbiyyat

1. Дубинский Ю.А. О некоторых дифференциально-операторных уравнениях произвольного порядка // Матем. сб., 1973, т. 90(132), № 1, с. 3-22.

ANALYTIC REPRESENTATION OF THE FUNCTION OF THE AMOUNT OF PRIME NUMBERS AND RIEMANN CONJECTURE

N.M. Sabziyev

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

nariman.sabziyev@math.ab.az

Let $\pi(x)$ be the amount of prime numbers not exceeding x . Then it is proved that ([1] p.108).

Theorem 1. Let θ the exact upper bound of real parts of non-trivial zeros of the Riemann function $\xi(x)$. Then as $x \rightarrow \infty$ it holds the following asymptotic formula:

$$\pi(x) = li\ x + O(x^\theta \ln x) \quad \left(\frac{1}{2} \leq \theta \leq 1 \right) \quad (1)$$

In the papers [5], [6], some classes of natural numbers are studied and the function of distribution of prime numbers in natural number series is described. Following [5], denote by $\pi^+(6m+1)$ and $\pi^+(6m-1)$, the prime numbers of the form $6\tau+1$ and $6\tau-1$ ($\tau \in N$) not exceeding the given natural number $x=6m+1$, ($m \in N$). It is proved that [5], if p are prime numbers, then it is necessary that $p \equiv 1 \pmod{6}$, $m \in \mathbb{Z}$ are the sets of integers. And if $6m+1$ are composite numbers, then it is proved that ([5], [6]).

Theorem 2. In order the number $6m+1 > 0$, $k, t \in N$ $m = \{6kt \pm (k+t); k \geq t\} = M_1$, be a composite number, it is necessary and sufficient that, N is the set of natural numbers.

Theorem 3. In order the number $6m-1 > 0$ $m = \{6kt \pm (k-t); k \geq t\} = M_2$, $k, t \in N$, be composite numbers, it is necessary and sufficient that, N is the set of natural numbers.

Denote by H_1 and H_2 the following sets

$$H_1 = N \setminus M_1 \quad (H_1 \cap M_1 \equiv O, H_1 \cup M_1 \equiv N)$$

and

$$H_2 = N \setminus M_2 \quad (H_2 \cap M_2 \equiv O, H_2 \cup M_2 \equiv N).$$

Theorem 4. In order the number $6m+1 > 0$ be a prime number, it is necessary and sufficient that $m \in H_1$

Theorem 5. In order $6m-1 > 0$ be prime a number, it is necessary and sufficient that $m \in H_2$.

On the basis of theorems 2 and 4 ([6], [7]) it is proved.

Theorem 6. The amount of prime numbers of the form $6\tau+1$ ($\tau \in N$) not exceeding the number $6m+1$ ($m \in N$) equals

$$\begin{aligned} \pi^{(+)}(6m+1) &= \pi_{v,k}^{(+)}(6m+1) = \frac{6m+1}{6} \prod_{i=1}^v \left(1 - \frac{1}{6i-1}\right) \prod_{j=1}^k \left(1 - \frac{1}{6j+1}\right) + \\ &+ T_{v,k}^{(+)}(6m+1) + \pi^{(+)}(\sqrt{6m+1}) - 1, \end{aligned} \quad (2)$$

where $\nu = \left\lfloor \frac{1 + \sqrt{6m+1}}{6} \right\rfloor$, $k = \left\lfloor \frac{-1 + \sqrt{6m+1}}{6} \right\rfloor$,

$$T_{\nu,k}^{(+)}(6m+1) = \left\{ \frac{m+1}{6} \right\} + \left\{ \frac{m-1}{7} \right\} + \dots + \left\{ \frac{m+\nu}{6\nu-1} \right\} + \left\{ \frac{m+k}{6k+1} \right\} -$$

$$- \left\{ \frac{m+6}{5 \cdot 7} \right\} - \left\{ \frac{m+46}{5 \cdot 11} \right\} - \left\{ \frac{m+13}{7 \cdot 11} \right\} - \dots \quad (3)$$

$6i-1$ and $6j+1$ are only prime numbers.

On the basis of theorems 3 and 5 [7], we have.

Theorem 7. The amount of prime numbers of the form $6\tau-1$ ($\tau \in N$) not exceeding $6m-1$ equals

$$\pi^{(-)}(6m-1) = \pi_{s,r}^{(-)}(6m-1) = \frac{6m-1}{6} \prod_{i=1}^s \left(1 - \frac{1}{6i-1}\right) \prod_{j=1}^r \left(1 - \frac{1}{6j+1}\right) +$$

$$+ T_{s,r}^{(-)}(6m-1) + \pi^{(-)}(\sqrt{6m-1}), \quad (4),$$

where $s = r = \left\lfloor \sqrt{\frac{m}{6}} \right\rfloor$,

$$T_{s,r}^{(-)}(6m-1) = \left\{ \frac{m-1}{5} \right\} + \left\{ \frac{m+1}{7} \right\} + \left\{ \frac{m-2}{11} \right\} + \left\{ \frac{m+2}{13} \right\} + \dots + \left\{ \frac{m-s}{6s-1} \right\} + \left\{ \frac{m+r}{6r+1} \right\} -$$

$$- \left\{ \frac{m+29}{5 \cdot 7} \right\} - \left\{ \frac{m+9}{5 \cdot 11} \right\} - \left\{ \frac{m+64}{7 \cdot 11} \right\} - \dots, \quad (5)$$

$6i-1$ and $6j+1$ are only prime numbers.

From the Merten equality [3] we have

$$\prod_{2 \leq p \leq \sqrt{6m+1}} \left(1 - \frac{1}{p}\right) = \frac{1}{\ln(6m+1)} e^{-c(m)}, \quad (6)$$

where $c(m) = \ln 2 - c - O\left(\frac{1}{\ln(6m+1)}\right)$ and as $m \rightarrow \infty$ $c(m) = \ln 2 - c$, $c = 0,5772157\dots$ is the Euler constant.

On the basis of equality (1), we have

$$\pi^{(+)}(6m+1) = O((6m+1)^{\alpha_1} \ln(6m+1)) \quad (7)$$

and

$$\pi^{(-)}(6m-1) = O((6m+1)^{\alpha_2} \ln(6m+1)) \quad (8),$$

where $\frac{1}{4} \leq \alpha_i \leq \frac{1}{2}$ ($i=1,2$).

By virtue of (6), (7) and (8), from the equalities (2) and (4) we get

$$\pi^{(+)}(6m+1) = \frac{6m+1}{2 \ln(6m+1)} + O(\sqrt{6m+1} \ln(6m+1)) \quad (9)$$

and

$$\pi^{(-)}(6m+1) = \frac{6m+1}{2 \ln(6m+1)} + O(\sqrt{6m+1} \ln(6m+1)) \quad (10).$$

From the equalities (9) and (10)

$$\pi(6m+1) = \frac{6m+1}{\ln(6m+1)} + O(\sqrt{6m+1} \ln(6m+1)) \quad (11)$$

If in the equality we substitute , $x = 6m+1$, then

$$\pi(x) = \frac{x}{\ln x} + O(\sqrt{x} \ln x).$$

That shows the validity of the Riemann conjecture.

Referance

1. Ingam A.E. Distribution of prime numbers. M-L. 1936
2. Karatsuba A.A. Basis of analytic theory of numbers. M. 1975
3. Ernst Trost. Prime numbers, M.1959
4. Chandrasekharan K. Arithmetical functions. M.1975
5. Sabziyev N.M. The properties of functions generating the composite numbers of the form $6m \pm 1$. Izv. AN Azerbaijan ser.phys.tekhn. in math.nauk. 2003, №3.
6. Sabziyev N.M. Distribution of prime numbers in natural numbers series. Izv. NAN Azerb. Ser. phys. tech. i math. Nauk. 2003, №3.
7. Sabziyev N.M. Asymptotic representation for the function of the number of prime numbers. Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of physical-technical and Mathematical Sciences, №6, 2011.

RIEMANN BOUNDARY VALUE PROBLEMS IN WEIGHTED HARDY SPACES

A.R. Safarova

Nakhchivan State University

The theory of boundary value problems for analytic functions has a deep history. Well-known monographs like [1-4], have been dedicated to this theory. In classical formulation these problems are well studied (see [1;2]). Since recently, there arose an interest in the study of the Riemann boundary value problems in different spaces of analytic functions (see e.g. [4-9], etc). In case of weighted spaces, all the above-cited works consider mostly the spaces with power weights. It should be noted that the methods of the theory of boundary value problems play a special role in the theory of approximation. They successfully used by the authors of [10-14] and others in the study of basis properties (completeness, minimality, basicity) of power systems and perturbed systems of exponents, cosines and sines in Lebesgue space of functions.

In the present work, we consider the Riemann boundary value problem in the weighted Hardy space with general weight and piecewise Hölder coefficient. We will find a sufficient condition on the weight under which this problem is Noetherian. We will also calculate the index of the problem.

References

1. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения, М., «Наука», 1968, 667 с.
2. Гахов Ф.Д. Краевые задачи, М., «Наука», 1977, 640 с.
3. Данилюк И.И. Нерегулярные граничные задачи на плоскости, Москва, «Наука», 1975, 256 с.
4. Kokilashvili V., Paataashvili V., Samko S. Boundary value problems for analytic functions in the class of Cauchy type integrals with density in $L^{p(\cdot)}(\Gamma)$ // Bound. Value Probl., 2005, №1-2, pp. 43-71.
5. Meshveliani Z. The Riemann-Hilbert problem in weighted Smirnov classes of analytic functions. Proc. A. Razmadze Math. Inst., 137 (2005), pp. 65-86.
6. Kokilashvili V., Paataashvili V. The Riemann-Hilbert problem in a domain with piecewise smooth boundaries in weight classes of Cauchy type integrals with a density from variable exponent Lebesgue spaces. Georgian Math. J. 16 (2009), No.4, pp. 737-755.
7. Manjavidze G., Manjavidze N. Boundary value problems for analytic and generalized analytic functions. Journal of Mathematical Sciences, v. 160, No.6, 2009, pp. 745-821.
8. Климентов С.Б. Краевые задачи Римана и Гильберта в классе ВМО для аналитических функций. Владикавказский математический журнал, 2010, т.12, в.4, с. 28-38.
9. Muradov T.R. On Riemann Boundary Value Problem in Hardy Classes with Variable Summability Exponent. Int. Journal of Math. Analysis, Vol. 6, 2012, no. 15, 743 – 751.
10. Казмин Ю.А. О замыканиях линейных оболочек двух систем функций // ДАН СССР, 1964, т. 155, №6, с. 1253-1254.
11. Моисеев Е.И. О базисности систем синусов и косинусов // ДАН СССР, 1984, т. 275, №4, с. 794-798.
12. Билалов Б.Т. Базисность некоторых систем экспонент, косинусов и синусов // Дифф. уравнения. 1990, т.26, №1, с. 10-16.
13. Билалов Б. Т. Система экспонент со сдвигом и задача А. Г. Костюченко. Сиб. матем. журн., 50:2 (2009), 279–288.
14. Sadigova S.R. On one method for establishing a basis from double systems of exponentials. Applied Mathematics Letters, Vol. 24, Issue 12, pp. 1969-2216 .

ON ANTI-HERMITIAN METRIC CONNECTIONS

A. Salimov, M.B. Asl

Ataturk University, Faculty of Science, Dep. of Mathematics, 25240, Turkey

asalimov@atauni.edu.tr , behboudi@atauni.edu.tr

Let $B(1, i_1, i_2, e)$ be a bicomplex algebra with canonical bases $\{1, i_1, i_2, e\}$, $i_1^2 = i_2^2 = -1$, $i_1 i_2 = i_2 i_1 = e$, $e^2 = 1$. The algebra of bicomplex numbers is the first non-trivial complex

Clifford algebra (and the only commutative one) and has recently been applied to hypercomplex geometry (see [1], [2], [3]).

Let M_{4r} be a Riemannian manifold with metric g , which is not necessarily positive definite, and let on M_{4r} be given the regular bicomplex Π -structure. An anti-Hermitian (Norden) metric with respect to the bicomplex structure is a Riemannian metric g such that if g is pure with respect to the regular bicomplex Π -structure. If (M_{4r}, Π) is a bicomplex manifold with anti-Hermitian metric g , we say that (M_{4r}, Π, g) is a bicomplex anti-Hermitian manifold.

We give a characterization of bicomplex-holomorphic anti-Hermitian manifolds by using pure metric connection: Let M_{4r} be a bicomplex anti-Hermitian manifold with structure (M_{4r}, Π, g) , and let ∇ be a metric connection with pure torsion S . Then a bicomplex anti-Hermitian manifold with structure (M_{4r}, Π, g) is a bicomplex-holomorphic (bicomplex-anti-Kähler) if and only if ∇ preserves the bicomplex Π -structure ($\nabla_{\alpha} \varphi = 0, \alpha = 1, 2, 3, 4$), i.e. ∇ is a pure metric connection.

References

1. Behboudi Asl M., Salimov A.A. On anti-Hermitian metric connections preserving a bicomplex structure. *Adv. Appl. Clifford Algebr*, 24(2014), no. 1, 11-21.
2. Salimov, A.A., Iscan M., Akbulut, K. Some remarks concerning hyperholomorphic B-manifolds. *Chin. Ann. Math. Ser. B*, 29(2008), no. 6, 631-640.
3. Salimov, A.A., Cengiz, N., Behboudi Asl, M. On holomorphic hypercomplex connections. *Adv. Appl. Clifford Algebr*, 23(2013), no. 1, 179-207.

CONNECTION THE ASYMPTOTIC APPROACH TO THE SOLUTION OF ELASTICITY THEORY PROBLEM FOR A CONICAL SHELL WITH SOME APPLIED THEORIES

N.A. Sardarly

Baku State University

Asymptotic integration of the equations of equilibrium is one of the most effective ways to construct approximate analytical solutions. Asymptotic methods are such methods in which most fully used the smallness of the shell thickness. This approach is characterized by a tendency in each stage of the calculation only deal with the same order of smallness [1]. Effectiveness of the asymptotic method in the theory of plates and shells is largely determined by the fact that it does not reject solutions based on the Kirchhoff-Love theory and uses them as a component part.

In work [3] the asymptotic construction of homogeneous solutions for the problem of elastic conical shell is resulted. Since homogeneous solutions satisfy the equilibrium equation and the boundary conditions on the conical surface the Lagrange variational principle takes the following form:

$$r_1 \sum_{t=1}^2 \rho_t^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} [(\sigma_2 - f_{1t})\sigma u_r + (\tau_{r\theta} - f_{2t})\sigma u_\theta]_{\rho=\rho_t} \sin \theta d\theta = 0 \quad (1)$$

Equating the coefficients of the independent variations, we obtain an infinite system of linear algebraic equations:

$$\sum_{k=1}^{\infty} m_{jk} C_k = N_j \quad (j=1,2,\dots) \quad (2)$$

Here

$$m_{jk} = \sum_{t=1}^2 \exp(z_j + z_k) \ln \rho_t \int_{\theta_1}^{\theta_2} (\theta_{2k} u_{rj} + T_k u_{\theta j}) \sin \theta d\theta$$

$$N_j = \sum_{t=1}^2 \exp(z_j + 3/2) \ln \rho_t \int_{\theta_1}^{\theta_2} (f_{1t} u_{rj} + f_{2t} u_{\theta j}) \sin \theta d\theta$$

Using the smallness of the parameter of shell thinness ε , we shall construct an asymptotic solution of (2). We shall clarify assumptions about the external load. Let f_{1t} has the order of 1, then, if we consider that σ_r and $\tau_{r\theta}$ corresponding to the roots of the second group have a different order: $\sigma_r \sim 1$, $\tau_{r\theta} \sim \sqrt{\varepsilon}$, at choice of the order of f_{2t} we shall use the following consideration. Using the asymptotic formula [3], and the fact that $\tau_{r\theta}(\pm 1) = 0$, we obtain:

$$\int_{-1}^1 \tau_{r\theta} d\xi = -8(1 - \nu_1 \nu_2) G \sin \theta_0 \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\rho \sqrt{\rho}} \sum_{k=3}^6 C_k \alpha_k \exp\left(\frac{\alpha_k}{\sqrt{\varepsilon}} \ln \rho\right) \quad (3)$$

If now we shall present stresses given on the bound in the form :

$$f_{2t} = f_{2t}^{(1)} + f_{2t}^{(2)}, \quad f_{2t}^{(1)} = \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f_{2t} d\xi, \quad f_{2t}^{(2)} = f_{2t} - f_{2t}^{(1)} \quad (4)$$

then on the basis of formula (3) it is necessary to assume that $f_{2t}^{(1)}$ has the order $\sqrt{\varepsilon}$ and $f_{2t}^{(2)}$ may have the same order as f_{1t} , i.e. $f_{2t}^{(1)} \sim 1$.

Using the asymptotic formulas [3], we shall find the unknown constants B_n , D_n , E_n in the form

$$\begin{aligned} B_n &= B_{n_0} + \varepsilon B_{n_1} + \dots \\ D_n &= D_{n_0} + \varepsilon D_{n_1} + \dots \\ E_n &= E_{n_0} + \varepsilon E_{n_1} + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Taking into consideration the accepted order of stresses, given on the bound, on the basis of the variational principle, we obtain the system of equations respectively to B_{n_0} , D_{n_0} , E_{n_0} .

Definition of B_{n_i} , D_{n_i} , E_{n_i} ($i=1,2,\dots$) is reduced to the inversion of the same matrix, which coincides with the constructed matrix system. Solvability and convergence of the method for reduction for the obtained matrix systems follows from [2]. The general solution of the problem of determining the stress-strain state of the shell can be obtained by superposition of solutions corresponding to different groups of roots. In the first term of the asymptotics we obtain:

$$u_r = u_r^0 + u_r^1 + u_r^2, \quad u_\theta = u_\theta^0 + u_\theta^1 + u_\theta^2 \quad (6)$$

$$\sigma_r = \sigma_r^0 + \sigma_r^1 + \sigma_r^2, \quad \sigma_\varphi = \sigma_\varphi^0 + \sigma_\varphi^1 + \sigma_\varphi^2, \quad (7)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_\theta^0 + \sigma_\theta^1 + \sigma_\theta^2, \quad \tau_{r\theta} = \tau_{r\theta}^0 + \tau_{r\theta}^1 + \tau_{r\theta}^2$$

In the formulas (6-7), the first and second terms on the right parts correspond to the applied theory of shells, the following are additions to a solution on the Kirchhoff theory. On the bound at $r=r_t$ in stresses σ_r , σ_φ additional members have the same order as in the applied theory, and in stresses σ_θ , $\tau_{r\theta}$ at $\varepsilon > 0$ additional members play a major role.

Refereces

1. Goldenveizer A.L. Methods of substantiation and specification of the theory of shells. PMM, 1968, v.32, issue 4, p.684-695.
2. Ustinov J.A., Judovich V. I. On completeness of the system of elementary solutions of the biharmonic equation in a semistrip. PMM, 1973, v.73, issue 4, p.706-714.
3. Mekhtiyev M. F, Sardarova N.A., Fomina N.I. Asimptotic behaviour of the solution of axis-symmetric problem of the theory of elasticity for a transversely-isotropic hollow cone. Izvestiya RAS, MS, M., Nauka, 2003, №2, p.61-70.
4. Mekhtiyev M. F., Ustinov J.A. Asymptotic analysis of the solution of the elasticity theory problem for a hollow cone ПММ, 1971, v.35, issue 6, p.1108-1115.

NUCLEAR WEIGHTED TYPE ENDOMORPHISMS OF UNIFORM ALGEBRAS WITH ANALYTIC STRUCTURE

A.I. Shahbazov, V.M. Mammadova

Institute Mathematics and Mechanics of ANAS

aydinshahbazov@rambler.ru, vefa.mamedova@yahoo.com

Let X be a domain of C^k ($k \geq 1$) and let $C(X)$ be denote the space of all continuous complex-valued functions defined on the closure of X equipped with the supremum norm. We denote by $A(X)$ the set of all holomorphic functions on X as uniformly closed subspace of $C(X)$. We will consider the operators $T: A(X) \rightarrow A(X)$ of the form $f \mapsto \sum_{i=1}^n u_i \cdot f \circ \varphi_i$ (the symbol “ $\circ$ ” denote the composition of functions), where $u_i \in A(X)$ are fixed functions and $\varphi_i: X \rightarrow X$ are continuous selfmappings of X . The operators of these forms are called the weighted type composition operators induced by the functions u_i (the weighted functions) and by selfmappings φ_i . Since the endomorphisms (the weighted type endomorphisms) of any semisimple commutative Banach algebras (also, any bounded linear operator on Banach spaces) can be represented as operators of these forms, so operators of these forms are very

interesting to study. In particular, composition operators (i.e., the operators of the forms as operator T without the weighted functions, $i=1$) and weighted composition operators on the concrete uniform algebras are being investigated from different points of view (such as compactness, nuclearity, spectrum, closedness of range, etc.) by many authors (see, [1]-[4]). The aim of this note is to clarify the nuclearity of weighted type endomorphisms (i.e. finite sums of weighted endomorphisms) of uniform algebras with analytic structure.

Theorem. The weighted type endomorphism $T:A(X) \rightarrow A(X)$ of the form $f \mapsto \sum_{i=1}^n u_i \cdot f \circ \varphi_i$ is nuclear if and only if, there is a constant $c>0$ such that $\rho\left(\bigcup_{i=1}^n \varphi_i(\{x \in X : \forall i, u_i(x) \neq 0\}), sh(A(X))\right) \geq c$, where ρ is Euclidian metric and $Sh(A(X))$ is Shilov boundary of $A(X)$.

Since in the case $X = D^n$ for the poly-disk algebra $A(D^n)$ the shilov boundary is a proper subset of topological boundary and in the case $X = B^n$ for the ball-algebra $A(B^n)$ the shilov boundary coincides with the topological boundary we have differently easily verifiable criteria of nuclearity of weighted type endomorphisms.

References

- [1].H.Kamowitz, Compact operators of the form $u C_\varphi$, Pacific J. Math., vol.80, No 1 (1979), 205-211.
- [2].A.I. Shahbazov, On some compact operators in uniform spaces of continuous functions, Dokl. Acad. Nauk Azer. SSR, vol.36, No12 (1980), 6-8 (Russian).
- [3].A.I. Shahbazov and Y.N. Dehghan, Compactness and nuclearity of weighted composition operators on uniform spaces, Bulletin of the Ir. Math. Soc., vol.23, No1, (1997), 49-62.
- [4].A.I.Shahbazov, Nuclear weighted composition operators on space of analytic functions, Transactions of NAS of Azerb., 25, No 7 (2005), 119-124.

AN APPLICATION OF GENERALIZED ENTROPY OPTIMIZATION METHODS IN SURVIVAL DATA ANALYSIS

A. Shamilov^{a,*}, C. Giriftinoglu^a, S. Ozdemir^a

^a Faculty of Science, Department of Statistics, Anadolu University

* Corresponding author

asamilov@anadolu.edu.tr, cgiriftinoglu@anadolu.edu.tr, sevdaozdmr@gmail.com

Abstract

In this paper, survival data analysis is realized by applying Generalized Entropy Optimization Methods (GEOM) [6]. It is known that all statistical distributions can be obtained as MaxEnt distribution by choosing corresponding

moment functions. However, Generalized Entropy Optimization Distributions (GEOD) in the form of MinMaxEnt, MaxMaxEnt distributions which are obtained on basis of Shannon measure and supplementary optimization with respect to characterizing moment functions, more exactly represents the given statistical data. For this reason, survival data analysis by GEOD acquire a new significance. In this research, the data of the life table for engine failure data (1980) is examined. The performances of GEOD are established by Chi-Square criteria, Root Mean Square Error (RMSE) criteria and Shannon entropy measure, Kullback-Leibler measure. Comparison of GEOD with each other in the difference senses shows that along of these distributions $(MinMaxEnt)_4$ is better in the senses of Shannon measure and of Kullback-Leibler measure. It is showed that, $(MinMaxEnt)_3$ $((MaxMaxEnt)_4)$ is more suitable for statistical data among $(MinMaxEnt)_m$, $m = 1,2,3,4$ $((MaxMaxEnt)_m$, $m = 1,2,3,4)$, moreover $(MinMaxEnt)_3$ is better for statistical data than $(MaxMaxEnt)_4$ in the sense of RMSE criteria. According to obtained distribution $(MinMaxEnt)_3$ $((MaxMaxEnt)_4)$ estimator of Probability Density Function $\hat{f}(t)$, Cumulative Distribution Function $\hat{F}(t)$, Survival Function $\hat{S}(t)$ and Hazard Function $\hat{h}(t)$ are evaluated and graphically illustrated. The results are acquired by using statistical software MATLAB.

Key words: survival function, censored observation, generalized entropy optimization methods, MaxEnt, MinMaxEnt, MaxMaxEnt distributions.

1. MinMaxEnt and MaxMaxEnt Distributions for Finite Set of Characterizing Moment Functions

In the present research, the data of the life table for engine failure data (1980) given in Table 1 is considered [1].

Table 1 The data of the life table for engine failure data (1980)

Survival Time (year)	Working at the beginning of interval	Failed during the interval	Censored during the interval	Observation probabilities	Corrected probabilities
t	n_i	d_i	c_i	q_i	p_i^*
0-1	200	5	0	0.0485	0.0485
1-2	195	10	1	0.0971	0.1068
2-3	184	12	5	0.1165	0.1650
3-4	167	8	2	0.0777	0.0971
4-5	157	10	0	0.0971	0.0971
5-6	147	15	6	0.1456	0.2039
6-7	126	9	3	0.0874	0.1165
7-8	114	8	1	0.0777	0.0874
8-9	105	4	0	0.0388	0.0388
9-10	101	3	1	0.0291	0.0388

In our investigation, the experiment is planned for numbers of patients surviving at beginning of interval but the presence of censoring from the planning patients individuals stay out the experiment. This situation is taken into account in Table 1.

It should be noted that, the presence of censoring in the survival times leads to a situation where the sum of observation probabilities stands less than for the survival data. For this reason, in solving many problems, it is required to supplement

the sum of observation probabilities up to . Since the sum of observation probabilities q_i in Table 1 is 0.1845, according to the number of censoring, supplementary probability $1 - 0.8155 = 0.1845$ is uniformly distributed to each censoring data and corrected probabilities p_i^* are obtained.

Let $K_0 = \{g_1, \dots, g_r\}$ be the set of characterizing moment vector functions and all combinations of r elements of K_0 taken m elements at a time be $K_{0,m}$. We note that, each element of $K_{0,m}$ is vector g with m components.

In our investigation as components of K_0 characterizing moment vector function $g_1(x) = x$, $g_2(x) = x^2$, $g_3(x) = \ln x$, $g_4(x) = (\ln x)^2$, $g_5(x) = \ln(1 + x^2)$ are chosen. Consequently, $K_0 = g_1, \dots, g_5$.

2. Conclusion

In this study it is established that survival data analysis is realized by applying Generalized Entropy Optimization Methods (GEOM) [6]. The performances of GEOD are established by Chi-Square criteria, Root Mean Square Error (RMSE) criteria and Shannon entropy measure, Kullback-Leibler measure. Comparison of GEOD with each other in the difference senses shows that along of these distributions $(MinMaxEnt)_4$ is better in the senses of Shannon measure and of Kullback-Leibler measure. It is showed that, $(MinMaxEnt)_3$ $((MaxMaxEnt)_4)$ is more suitable for statistical data among $(MinMaxEnt)_m$, $m = 1, 2, 3, 4$ $((MaxMaxEnt)_m$, $m = 1, 2, 3, 4)$, moreover $(MinMaxEnt)_3$ is better for statistical data than $(MaxMaxEnt)_4$ in the sense of RMSE criteria. According to obtained distribution $(MinMaxEnt)_3$ $((MaxMaxEnt)_4)$ estimator of Probability Density Function $\hat{f}(t)$, Cumulative Distribution Function $\hat{F}(t)$, Survival Function $\hat{S}(t)$ and Hazard Function $\hat{h}(t)$ are evaluated and graphically illustrated. These results are also corroborated by graphical representation. Our investigation indicates that GEOM in survival data analysis yields reasonable results.

References

- [1] Deshpande J. V., Purohit S.G., Life Time Data: Statistical Models and Methods, Series on Quality, Reliability and Engineering Statistics, India, Vol. 11 (2005)
- [2] Kapur J. N., Kesavan, Entropy Optimization Principles with Applications, 1992
- [3] Lee E. T., Wang J.W., Statistical Methods for Survival Data Analysis, Wiley-Interscience, Oklahoma, 2003.
- [4] Shamilov A., Entropy, Information and Entropy Optimization, T.C. Anadolu University Publication, Eskisehir, 2009.
- [5] Shamilov A., A Development of Entropy Optimization Methods, Wseas Transactions on Mathematics, Vol. 5, Issue 5 (2006) 568-575

- [6] Shamilov A., Generalized Entropy Optimization Problems and The Existence of Their Solutions, *Physica A : Statistical Mechanics and Its Applications*, 382(2) (2007) 465-472
- [7] Shamilov A., Generalized Entropy Optimization Problems with Finite Moment Functions Sets, *Journal of Statistics and Management Systems*, Vol. 13, Issue 3 (2010) 595-603
- [8] Shamilov A., Giriftinoglu C., Usta I., Mert Kantar Y., A New Concept of Relative Suitability of Moment Function Sets, *Applied Mathematics and Computation*, 206 (2008) 521-529.

INTRINSIC SQUARE FUNCTIONS AND THEIR HIGHER ORDER COMMUTATORS ON GENERALIZED MORREY SPACES

P.S. Shukurov

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS

In this tesis, we will obtain the strong type and weak type estimates of intrinsic square functions in the generalized Morrey spaces $M^{p,\varphi}(R^n)$. We study the boundedness of intrinsic square functions including the Lusin area integral, Littlewood-Paley g -function and g_λ^* -function and their higher order commutators on generalized Morrey spaces $M^{p,\varphi}(R^n)$. In all the cases the conditions for the boundedness are given either in terms of Zygmund-type integral inequalities on $\varphi(x,r)$ without assuming any monotonicity property of $\varphi(x,r)$ on r .

For any $f \in L^{p,loc}(R^n)$, we denote by $M^{p,\varphi}(R^n)$ the generalized weighted Morrey spaces, if

$$\|f\|_{M^{p,\varphi}} = \sup_{x \in R^n, r > 0} \varphi(x,r)^{-1} |B(x,r)|^{\frac{1}{p}} \|f\|_{L^p(B(x,r))} < 1.$$

There are many papers discussed the conditions on $\varphi(x,r)$ to obtain the boundedness of operators on the generalized Morrey spaces. We will obtain the boundedness of the intrinsic function, the intrinsic Littlewood-Paley g function, the intrinsic g_λ^* function and their commutators on generalized Morrey spaces when the pair (φ_1, φ_2) satisfies condition

$$\int_r^\infty \frac{\operatorname{ess\,inf}_{t < s < \infty} \varphi_1(x,s) |B(x,s)|^{\frac{1}{p}}}{|B(x,s)|^{\frac{1}{p}}} \frac{dt}{t} \leq C \varphi_2(x,r) \quad (1)$$

or the following inequalities,

$$\int_r^\infty \ln^k \left(e + \frac{t}{r} \right) \frac{\operatorname{ess\,inf}_{t < s < \infty} \varphi_1(x,s) |B(x,s)|^{\frac{1}{p}}}{|B(x,s)|^{\frac{1}{p}}} \frac{dt}{t} \leq C \varphi_2(x,r) \quad (2)$$

where C does not depend on x and r . Our main results in this paper are stated as follows.

Theorem 1. Let $1 \leq p < \infty$, $0 < \alpha \leq 1$ and (φ_1, φ_2) satisfies condition (1). Then the operator G_α is bounded from $M^{p, \varphi_1}(R^n)$ to $M^{p, \varphi_2}(R^n)$ for $p > 1$ and from $M^{1, \varphi_1}(R^n)$ to $WM^{1, \varphi_2}(R^n)$.

Theorem 2. Let $1 \leq p < \infty$, $0 < \alpha \leq 1$, $\lambda > 3 + \frac{\alpha}{n}$ and (φ_1, φ_2) satisfies condition (1). Then the operator $g_{\lambda, \alpha}^*$ is bounded from $M^{p, \varphi_1}(R^n)$ to $M^{p, \varphi_2}(R^n)$ for $p > 1$ and from $M^{1, \varphi_1}(R^n)$ to $WM^{1, \varphi_2}(R^n)$.

Theorem 3. Let $1 < p < \infty$, $0 < \alpha \leq 1$, $b \in BMO$ and (φ_1, φ_2) satisfies condition (2). Then $[b, G_\alpha]^k$ is bounded from $M^{p, \varphi_1}(R^n)$ to $M^{p, \varphi_2}(R^n)$.

Theorem 4. Let $1 < p < \infty$, $0 < \alpha \leq 1$, $b \in BMO$ and (φ_1, φ_2) satisfies condition (2), then for $\lambda > 3 + \frac{\alpha}{n}$, $[b, g_{\lambda, \alpha}^*]^k$ is bounded from $M^{p, \varphi_1}(R^n)$ to $M^{p, \varphi_2}(R^n)$.

РАЗРУШЕНИЯ СКЛЕРОНОМНОГО ТЕЛА ПРИ ПЕРЕМЕННОМ НАГРУЖЕНИИ

Л.Х. Талыблы

Институт Математики и Механики НАНА

Рассматривается разрушение склерономного тела в общем случае переменных нагрузжений. Вводится непрерывно изменяющийся параметр нагружения λ . За λ может быть принято, например, время или число циклов. Вводится также некоторое эквивалентное напряжение σ_e , которое является функцией инвариантных величин - среднего напряжения и интенсивности напряжений. Последние считаются известными по результатам решения соответствующих краевых задач механики деформируемого твердого тела.

Для характеристики разрушения склерономного тела вводятся три функционала от эквивалентного напряжения, которые при гармоническом нагружении переходят в максимальное значение нагружения, в отношение минимального и максимального значений нагружения и в частоту нагружения. Использование гармонического нагружения связано с экспериментальным фактом о том, что форма циклического нагружения не влияет на разрушения склерономного тела.

Применяется концепция накопленных повреждений. Вводится некоторая неотрицательная монотонно возрастающая функция $\Pi(\lambda)$, характеризующая степень накопленных повреждений склерономного тела при переменном нагружении: $0 \leq \Pi(\lambda) \leq 1$, $\Pi(0) = 0$, $\Pi(\lambda_N) = 1$, где λ_N - значение параметра λ при наступлении разрушения. Величина $\Pi(\lambda)$ определяется как функционал от отмеченных трех функционалов через две неизвестные функции и одной

функции влияния. Сформулирована методика определения неизвестных функций; конкретизированы виды этих функций. Получена конкретная формула для функции $\Pi(\lambda)$. С применением этой формулы и условия $\Pi(\lambda_N)=1$, получено условие прочности, которое позволяет определить значения параметра нагружения λ при наступлении разрушения.

ОПТИМИЗАЦИЯ ДВИЖЕНИЕМ ИСТОЧНИКОВ В ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Р.А. Теймуров

Институт Математики и Механики НАНА

rafqirt@yahoo.com

Рассмотрим управляемый процесс, состояние которого определяется функцией $u(x,t)$, удовлетворяющей уравнению

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + \sum_{k=1}^n p_k(t) \delta(x - s_k(t)), \quad (x,t) \in \Omega, \quad (1)$$

с граничными и начальными условиями

$$u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad 0 < t \leq T, \quad (2)$$

$$u(x,0) = \varphi_1(x), \quad u_t(x,0) = \varphi_2(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (3)$$

где $a, l, T > 0$ - заданные числа; $\Omega = \{(x,t) : 0 < x < l, 0 < t < T\}$; $\varphi_i(x) \in L_2(0,l), i=1,2$, - заданные функции; $\delta(\cdot)$ - функция Дирака; $s_k(t) \in [0,l]$, $p(t) = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t)) \in L_2^n(0,T)$, $s(t) = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)) \in L_2^n(0,T)$ - управляющие функции.

Пару функций $\mathcal{G} = (p(t), s(t))$ будем называть управлением. Для краткости обозначим $H = L_2^n(0,T) \times L_2^n(0,T)$ - гильбертово пространство пар $\mathcal{G} = (p(t), s(t))$ со

скалярным произведением $\langle \mathcal{G}^1, \mathcal{G}^2 \rangle_H = \int_0^T [p^1(t)p^2(t) + s^1(t)s^2(t)] dt$ и с нормой

$$\|\mathcal{G}\|_H = \sqrt{\langle \mathcal{G}, \mathcal{G} \rangle_H} = \sqrt{\|p\|_{L_2}^2 + \|s\|_{L_2}^2}, \quad \text{где } \mathcal{G}^k = (p^k, s^k), k=1,2.$$

Введем множество допустимых управлений

$$V = \{(p,s) \in H : 0 \leq p_i \leq A_i, 0 \leq s_i \leq B_i \leq l, i=\overline{1,n}\}, \quad (4)$$

где $A_i > 0, B_i > 0, i=\overline{1,n}$ - заданные числа и рассмотрим функционал

$$\begin{aligned} J(\mathcal{G}) = & \alpha_1 \int_0^l [u(x,T) - y_1(x)]^2 dx + \alpha_2 \int_0^l [u_t(x,T) - y_2(x)]^2 dx + \\ & + \sum_{k=1}^n \left\{ \beta_1 \int_0^T [p_k(t) - \tilde{p}_k(t)]^2 dt + \beta_2 \int_0^T [s_k(t) - \tilde{s}_k(t)]^2 dt \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \geq 0, \alpha_1 + \alpha_2 > 0, \beta_1 + \beta_2 > 0$ - заданные параметры; $y_i(x) \in L_2(0,l), i=1,2$,

$\omega = (\tilde{p}(t), \tilde{s}(t)) \in H$, $\tilde{p}(t) = (\tilde{p}_1(t), \tilde{p}_2(t), \dots, \tilde{p}_n(t)) \in L_2^n(0,T)$,

$\tilde{s}(t) = (\tilde{s}_1(t), \tilde{s}_2(t), \dots, \tilde{s}_n(t)) \in L_2^n(0,T)$ - заданные функции.

Требуется найти такое допустимое управление $\mathcal{G}=(p(t),s(t))$ из множества V и соответствующее ему решение $u(x,t)$ смешанной задачи (1)-(3), чтобы функционал (5) принимал наименьшее возможное значение.

Задачу о нахождении функцию $u(x,t)=u(x,t;\mathcal{G})$ из условий (1)-(3) при заданном управлении $\mathcal{G} \in V$ назовем редуцированной задачей.

Определение. Под обобщенным решением редуцированной задачи (1)-(3), соответствующей управлению $\mathcal{G}=(p(t),s(t)) \in V$, понимается функция $u(x,t;\mathcal{G}) \in W_2^{1,1}(\Omega)$, удовлетворяющая интегральному тождеству

$$\int_0^l \int_0^T [-u_t \eta_t + a^2 u_x \eta_x] dx dt = \int_0^l \varphi_2(x) \eta(x,0) dx + \sum_{k=1}^n \int_0^T p_k(t) \eta(s_k(t),t) dt, \quad (6)$$

для $\forall \eta = \eta(x,t) \in W_2^{1,1}(\Omega)$ и $\eta(x,T) = 0$.

Пусть $\psi = \psi(x,t)$ - решение из $W_2^{1,1}(\Omega)$ сопряженной задачи

$$\psi_t = a^2 \psi_{xx}, \quad (x,t) \in \Omega, \quad (7)$$

$$\psi_x(0,t) = 0, \quad \psi_x(l,t) = 0, \quad 0 \leq t < T, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \psi(x,T) &= 2\alpha_2[u_t(x,T) - y_2(x)], \quad 0 \leq x \leq l, \\ \psi_t(x,T) &= -2\alpha_1[u(x,T) - y_1(x)], \quad 0 \leq x \leq l. \end{aligned} \quad (9)$$

Функцию

$$H(t,\psi,\mathcal{G}) = - \sum_{k=1}^n \left[\psi(s_k(t),t) p_k(t) + \beta_1(p_k(t) - \tilde{p}_k(t))^2 + \beta_2(s_k(t) - \tilde{s}_k(t))^2 \right],$$

назовем функцией Гамильтона-Понтрягина задачи (1)-(5).

Теорема 1. Пусть выполняется все условия при постановке задачи (1)-(5). Тогда, если $\psi(x,t)$ - решение сопряженной задачи (7)-(9), то функционал (5) дифференцируем по Фреше на множестве V и для его градиента справедливо соотношение

$$J'(\mathcal{G}) = \left(\frac{\partial J(\mathcal{G})}{\partial p}, \frac{\partial J(\mathcal{G})}{\partial s} \right) = - \left(\frac{\partial H}{\partial p}, \frac{\partial H}{\partial s} \right).$$

Теорема 2. Пусть $u^*(x,t), \psi^*(x,t)$ - соответственно решения краевой задачи (1)-(3) и (7)-(9) при $\mathcal{G} = \mathcal{G}^* \in V$. Тогда для оптимальности управления $\mathcal{G}^* = (p^*(t), s^*(t)) \in V$ необходимо выполнение условия

$$H(t,\psi^*,\mathcal{G}^*) = \max_{\mathcal{G} \in V} H(t,\psi^*,\mathcal{G}), \quad \forall (x,t) \in \Omega.$$

Литература

1. Лионс Ж.Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М.: Мир, 1972.-416с.
2. Комков В. Теория оптимального управления демпфированием колебаний простых упругих систем. М.: Мир, 1975.-160с.

KORTEVEQA DE FRİZ TIPLİ QEYRİ-XƏTTİLİYƏ MALİK TƏNLIYIN XÜSUSİ HALLARDA HƏLLİ

M.M.Tağıyev, G.Ə. Cümşüdova

Bakı Dövlət Universiteti

gulnara-cumshudova@mail.ru

Maye ilə doymuş məsaməli mühitlərdə həyəcanlanma mənbəyinin yaratdığı qeyri-xətti dalğalar yaxın və uzaq məsafələrə transformasiya oluna bilər. Belə qeyri-xətti dalğaların yayılma mexanizmini aydınlaşdırmaq üçün müxtəlif riyazi modellər qurulmuşdur [1].

Qeyri-xətti dalğalar xətti dalğalara nisbətən mühit və mənbə haqqında daha çox məlumatlar daşıyır. Birölçülü məsələ kiçik parametrlər metodu ilə həll olunmuşdur. Belə riyazi modellərin birində [2] ikifazlı mühitlərdə qeyri-xətti dalğaların yayılmasını təsvir edən

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \vartheta \frac{\partial \vartheta}{\partial T} - R_2 \vartheta \left(1 + \frac{r}{|R_1|} \left| 1 - \frac{\alpha_1^{(0)} \rho_1^{(0)} - a_0 / (b_0 c^2)}{\rho_1^{(0)} (\alpha_1^{(0)} - \gamma)} \right| \vartheta \right) + \\ + R_3 \sum_{l=1}^n (-1)^{l+1} A_{l+1} \frac{\partial^{l+1} \vartheta}{\partial T^{l+1}} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

evalyusiya tənliyi alınmışdır; burada

$$A_{l+1} = \Gamma_{m-l} \frac{a_0 b_l}{b_0} - \Gamma_{n-l} a_l, \quad \Gamma_{n-l} = 1, n \geq l, \quad \Gamma_{n-l} = 0, n < l$$

ϑ - dalğanın sürəti, T - zaman, R_1, R_2, R_3 - müəyyən əmsallardır, r - fazalararası müqavimətdir, $\alpha_1^{(0)}, \rho_1^{(0)}$ - uyğun olaraq bərk fazanın həcm və sıxlığının başlanğıc qiymətləridir, a_0, b_0 - sabitləri konkret özlü-elastiki modellərə əsasən təyin olunur [3].

(1) tənliyi Korteveqa de Friz tənliyini ümumiləşdirir. Ona görə də (1) tənliyinə Korteveqa de Friz və diffuzion tip qeyri-xəttiliyə malik evalyusiya tənliyi deyilir. (1) tənliyini ümumi halda həll etmək çox çətin olduğundan onu xüsusi hallarda həll edirlər. (1) tənliyindən xüsusi hallarda birfazlı və ikifazlı mühitlərdə qeyri-xətti dalğaların klassik tənlikləri alınır.

Qəbul olunmuş fərziyyələr əsasında (1) tənliyi $n = 4$ üçün həll edilmişdir. $n = 4$ olduqda (1) tənliyi

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \vartheta \frac{\partial \vartheta}{\partial T} - R_2 \vartheta - R_3 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial T^2} + R_4 \frac{\partial^3 \vartheta}{\partial T^3} - \\ - R_5 \frac{\partial^4 \vartheta}{\partial T^4} + R_6 \frac{\partial^5 \vartheta}{\partial T^5} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

şəklinə düşür. (2) tənliyini həll etmək üçün aşağıdakı sərhəd şərtlərini qəbul edək:

$$\vartheta(x, T) \Big|_{x=0} = \vartheta_0(T) \quad (3)$$

$$\vartheta(x, T) \Big|_{T \rightarrow \infty} = \vartheta(x, T) \Big|_{T \rightarrow -\infty} = 0$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial T} \Big|_{T \rightarrow \infty} = \frac{\partial \vartheta}{\partial T} \Big|_{T \rightarrow -\infty} = 0, \quad \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial T^2} \Big|_{T \rightarrow \infty} = 0 \quad (4)$$

(2) – (4) məsələsini həll etmək üçün sonlu fərq və ya şəbəkə üsulundan istifadə olunur.

İşdə ədədi üsulla məsələnin parametrlərinin və fazalararası müqavimət qüvvəsinin həyəcanlanma cəbhəsinin yaranmasına və yayılmasına təsiri tədqiq olunur.

Sonlu amplitudlu dalğalar xətti dalğalara nisbətən çox güclü dağıdıcı xüsusiyyətlərə malik olsa da, maye ilə doymuş mühitlərdə bu dalğalar mənbə ətrafında sürətlə sönür.

Ədəbiyyat

1. Рамазанов Т.К., Нелинейные волны в двухфазных системах. меж.науч.ж., Прикладная механика, Киев, 1995, Т.31, №9, с. 38-45.
2. Таğıуев М.М., Таğıуев Р.М., “Maşınsünaşıq” jurnalı №1, Bakı, 2013, səh. 43-47.
3. Ржаницын А.Р., Теория ползучести. Издат. Литературы по строительству, М.: 1968, 416 с.

A COMPARISON ON STABILITY OF FUNCTIONAL DIFFERENTIAL EQUATIONS OF SECOND ORDER BY FIXED POINT THEORY AND LYAPUNOV THEORY

C. Tunç

*Department of Mathematics, Faculty of Sciences Yüzüncü Yıl University
cemtunc@yahoo.com*

Abstract. In this work, we process a comparison related to the stability of solutions to a kind of scalar Liénard type equations with multiple variable delays by means Lyapunov functional approach and the fixed point technique under an exponentially weighted metric. Our purpose is to make a contribution to the relative literature.

References

- [1] T. A. Burton, Fixed points, stability, and exact linearization. Nonlinear Anal. 61 (2005), no. 5, 857–870.
- [2] T. A. Burton, Stability by fixed point theory for functional differential equations. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2006.
- [3] T. A. Burton; T. Furumochi, Fixed points and problems in stability theory for ordinary and functional differential equations. Dynam. Systems Appl. 10 (2001), no. 1, 89–116.
- [4] M. Fan; Z. Xia; H. Zhu, Asymptotic stability of delay differential equations via fixed point theory and applications. Can. Appl. Math. Q. 18 (2010), no. 4, 361–380.
- [5] C. Jin; J. Luo, Fixed points and stability in neutral differential equations with variable delays. Proc. Amer. Math. Soc. 136 (2008), no. 3, 909–918.

- [6] D. Pi, Study the stability of solutions of functional differential equations via fixed points. *Nonlinear Anal.* 74 (2011), no. 2, 639–651.
- [7] Y. N. Raffoul, Stability in neutral nonlinear differential equations with functional delays using fixed-point theory. *Math. Comput. Modelling* 40 (2004), no. 7-8, 691–700.
- [8] C. Tunç, New stability and boundedness results of solutions of Liénard type equations with multiple deviating arguments. *J. Contemp. Math. Anal.* 45 (2010), no.3, 47–56.
- [9] C. Tunç, Stability, boundedness and uniform boundedness of solutions of nonlinear delay differential equations. *Discrete Contin. Dyn. Syst. Sup.* (2011) 1395–1403.
- [10] Tunç, C., Uniformly stability and boundedness of solutions of second order nonlinear delay differential equations. *Appl. Comput. Math.*, Vol. 10, No.3, (2011), 449-462.
- [11] C. Tunç, Stability to vector Lienard equation with constant deviating argument. *Nonlinear Dynam.* 73(3), 2013, 1245-1251.
- [12] C. Tunç, Stability and boundedness in multi delay Lienard equation. *Filomat.* 27(3) (2013), 437–447.
- [13] C. Tunç, A note on the bounded solutions to $x'' + c(t, x, x') + q(t)b(x) = f(t)$. **Appl. Math. Inf. Sci. (AMIS)**. 8(1), 2014, 393-399.
- [14] C. Tunç.; R. Yazgan, Existence of periodic solutions to multi-delay functional differential equations of second order. *Abstract and Applied Analysis*. Volume 2013 (2013), Article ID 968541, 5 pages.
- [15] R. Zhang; G. Liu, Stability of nonlinear neutral differential equation via fixed point. *Ann. Differential Equations* 28 (2012), no. 4, 488–493.

РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПЕРФОРИРОВАННОЙ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ СРЕДЕ С ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА

Э.Г. Шахбандаев

Институт Математики и Механики НАНА

Рассматривается задача о взаимодействии периодической системы кольцевых включений из инородного упругого материала и прямолинейных трещин коллинеарных осей абсцисс и ординат неравной длины. Изложен способ решения задачи механики разрушения для тепловыделяющей среды с периодической системой круговых отверстий с вставленными упругими кольцевыми шайбами. Внутренние отверстия кольцевых шайб заполнены линейно-сжимаемой жидкостью.

Обозначим левую часть краевого условия

$$\Phi_*(\tau) + \overline{\Phi_*(\tau)} - [\tau\Phi'_*(\tau) + \Psi(\tau)]e^{2i\theta} + \frac{q_*\lambda^2}{32} = \Phi_0(\tau) + \overline{\Phi_0(\tau)} - [\tau\Phi'_0(\tau) + \Psi_0(\tau)]e^{2i\theta} \quad (1)$$

через $f_1(\theta) - if_2(\theta)$. Пусть на контуре L_0 ($\tau = \lambda e^{i\theta}$) функция $f_1 - if_2$ разлагается в ряд Фурье. В силу симметрии этот ряд Фурье имеет вид:

$$f_1(\theta) - if_2(\theta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_{2k} e^{2ki\theta}, \quad \text{Im } A_{2k} = 0 \quad (2)$$

К соотношениям

$$\begin{aligned} \Phi_*(z) &= \Phi_1(z) + \Phi_2(z) + \Phi_3(z); \\ \Psi(z) &= \Psi_1(z) + \Psi_2(z) + \Psi_3(z) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Phi_1(z) &= \frac{1}{2\omega} \int_{L_1} g(t) \text{ctg} \frac{\pi}{\omega}(t-z) dt; \\ \Psi_1(z) &= -\frac{\pi z}{2\omega^2} \int_{L_1} g(t) \sin^{-2} \frac{\pi}{\omega}(t-z) dt; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\Phi_2(z) = \beta_1 \rho_2(z) + \alpha_0 + \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{2k+2} \frac{\lambda^{2k+2} \rho^{(2k)}(z)}{(2k+1)!}; \quad (5)$$

$$\Psi_2(z) = bz^2 - \beta S_1(z) + \sum_{k=0}^{\infty} \beta_{2k+2} \frac{\lambda^{2k+2} \rho^{(2k)}(z)}{(2k+1)!} - \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{2k+2} \frac{\lambda^{2k+2} S^{(2k+1)}(z)}{(2k+1)!};$$

$$\Phi_3(z) = \frac{i}{2\omega} \int_{L_2} g_1(t_1) \text{ctg} \frac{\pi}{\omega}(it_1 - z) dt_1;$$

$$\Psi_3(z) = -\frac{i}{2\omega} \int_{L_2} \left\{ \overline{g_1(t_1)} \text{ctg} \frac{\pi}{\omega}(it_1 - z) + \left[\text{ctg} \frac{\pi}{\omega}(it_1 - z) + \frac{\pi}{\omega}(2t_1 + iz) \sin^{-2} \frac{\pi}{\omega}(it_1 - z) \right] g_1(t_1) \right\} dt_1;$$

следует добавить дополнительные условия, вытекающие из физического смысла задачи

$$\begin{aligned} \int_{-\ell}^{-h} g(t) dt &= 0, & \int_h^{\ell} g(t) dt &= 0 \\ \int_{-\ell_1}^{-h_1} g_1(t_1) dt_1 &= 0, & \int_{h_1}^{\ell_1} g_1(t_1) dt_1 &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Приведем теперь зависимости, которым должны удовлетворять коэффициенты представлений (3)-(5). Из условий симметрии напряженного состояния

$$\begin{aligned} \Phi(-z) &= \Phi(z); & \Psi(\bar{z}) &= \overline{\Psi(z)}; \\ \Psi(-z) &= \Psi(z); & \Phi(\bar{z}) &= \overline{\Phi(z)} \end{aligned}$$

Отсюда находим, что

$$\text{Im } b = 0; \quad \text{Im } \alpha_{2k} = 0; \quad \text{Im } \beta_{2k} = 0 \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Можно убедиться, что представления (3)-(5) определяют класс симметричных задач с периодическим распределением напряжений.

Из условия постоянства главного вектора всех сил, действующих на дугу, соединяющую две конгруэнтные точки в области D , занятой средой, следует

$$b = \frac{q_*}{32}; \quad \alpha_0 = \frac{\pi^2}{24} \beta_2 \lambda^2 + C; \quad \beta_1 = -\frac{\alpha E}{4} \beta_1^*; \quad \beta_1^* = \frac{q}{4\delta} \frac{3\omega^2}{\pi^2};$$

$$C = -\frac{\beta_1}{4} \left[2\rho_3(1) - 2S_2(1) + 2\rho_1(1) - \frac{\pi^2}{18} \right]$$

Неизвестные функции $g(x)$, $g_1(y)$ и коэффициенты α_{2k} , β_{2k} и A_{2k} должны быть определены из граничных условий.

После некоторых преобразований приходим к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений относительно α_{2k}

$$\alpha_{2j+2} = \sum_{k=0}^{\infty} A_{j,k} \alpha_{2k+2} + b_j \quad (j = 0, 1, 2, \dots) \quad (7)$$

$$b_0 = A' - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{g_{k+2} \lambda^{2k+4}}{2^{4k+4}} A'_{-2k-2};$$

$$b_j = A'_{2j+2} - \frac{(2j+1)A'_0 g_{j+1} \lambda^{2j+2}}{K_1 2^{2j+2}} - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2j+2k+3)! g_{j+k+2} \lambda^{2j+2k+4}}{(2j)!(2k+3)! 2^{2j+2k+4}} A'_{-2k-2};$$

$$A'_0 = A_0 + M_0; \quad A'_2 = A_2 + M_2; \quad A'_{2k} = A_{2k} + M_{2k} \quad (k = -1, \pm 2, \pm \dots)$$

Величины M_{2k} определяются из равенств

$$f_1^* + i f_2^* + \varphi_1^* + i \varphi_1^* = \sum_{k=-\infty}^{\infty} M_{2k} e^{2ki\theta}, \quad \text{т.е.} \quad \text{представляют собой сумму}$$

соответствующих величин B_{2k} и B_{2k}^* .

Для определения потенциалов $\Phi_0(z)$, $\Psi_0(z)$ и искомого давления жидкости p поступаем аналогично предыдущему нашему работу. В результате получим соотношения аналогичные (3)-(5).

Функции $\Phi_0(z)$, $\Psi_0(z)$ позволяют после некоторых преобразований, представить граничные условия на контуре кругового отверстия $L_0 (\tau = \lambda e^{i\theta})$ для комплексных потенциалов $\Phi_*(z)$ и $\Psi_*(z)$ в виде

$$\Phi_*(\tau) + \overline{\Phi_*(\tau)} - [\bar{\tau} \Phi'_*(\tau) + \Psi_*(\tau)] e^{2i\theta} + \frac{q_* \lambda^2}{32} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_{2k} e^{2ki\theta} \quad (8)$$

Комплексные потенциалы, описывающие напряженно-деформированное состояние в перфорированной тепловыделяющей среде с периодической системой прямолинейных трещин вдоль осей абсцисс и ординат, ищем в виде (3)-(5).

Постоянные β_{2k} определяются из следующих равенств

$$\beta_2 = \frac{1}{K_1} \left[-A'_0 + 2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{g_{k+1} \cdot \lambda^{2k+2}}{2^{2k+2}} \alpha_{2k+2} \right]; \quad (9)$$

$$\beta_{2j+4} = (2j+3) \alpha_{2j+2} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2j+2k+3)! g_{j+k+2} \lambda^{2j+2k+4}}{(2j+2)!(2k+1)! 2^{2j+2k+4}} \alpha_{2k+2} - A'_{-2j-2}$$

Требую, чтобы функции (3)-(5) удовлетворяли граничным условиям на берегах прямолинейных трещин, после некоторых преобразований получаем систему двух сингулярных интегральных уравнений относительно искомых функций $g(x)$, $g_1(y)$. Получены основные разрешающие уравнения задачи механики разрушения, позволяющие определить, искомые коэффициенты α_{2k} , β_{2k} , A_{2k} и искомые функции $g(x)$, $g_1(y)$. Алгебраизация основных разрешающих уравнений проводится аналогично тому, как это было сделано в предыдущие исследования.

СТОХАСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ОПТИМАЛЬНОГО ВАРИАНТА РАЗРАБОТКИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ УГЛЕВОДОРОДОВ В УСЛОВИЯХ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РИСКА

А.Х. Шахвердиев, Д.А. Мазепин, Э.А. Шахвердиев

Российская Академия Естественных Наук г. Москва, Российская Федерация

Процесс выбора стратегии разработки нефтегазовых месторождений отличается зависимостью показателей и критериев оценки эффективности проектных решений от геолого-геофизической информации, структуры запасов, изменчивости природных условий, вероятностным характером большинства технико-экономических показателей разработки и формирования структуры капиталовложений. На основе этих особенностей формируются системы рисков, к основным из которых относятся ошибки следующего вида: при определении геологических и извлекаемых запасов углеводородов, коэффициента нефтеизвлечения, динамики добычи нефти, прогнозе изменения рынков сбыта, цен на углеводородные продукты, а также целого ряда технологических решений и форс-мажорных обстоятельств. Многовариантность и многофакторность решаемой задачи определяют сложность выбора рентабельной системы разработки нефтяной залежи.

Поиск оптимального решения возможен путем совместного учета и синтеза результатов вероятностно-статистических методов, эвристических критериев, их свертывания с использованием аппарата теории нечетких множеств и построения стратегической схемы принятия решения.

Методы теории статистического анализа и теории нечетких множеств, служат теоретической основой предлагаемой методики выбора оптимального варианта системы разработки нефтяного месторождения в условиях неопределенности.

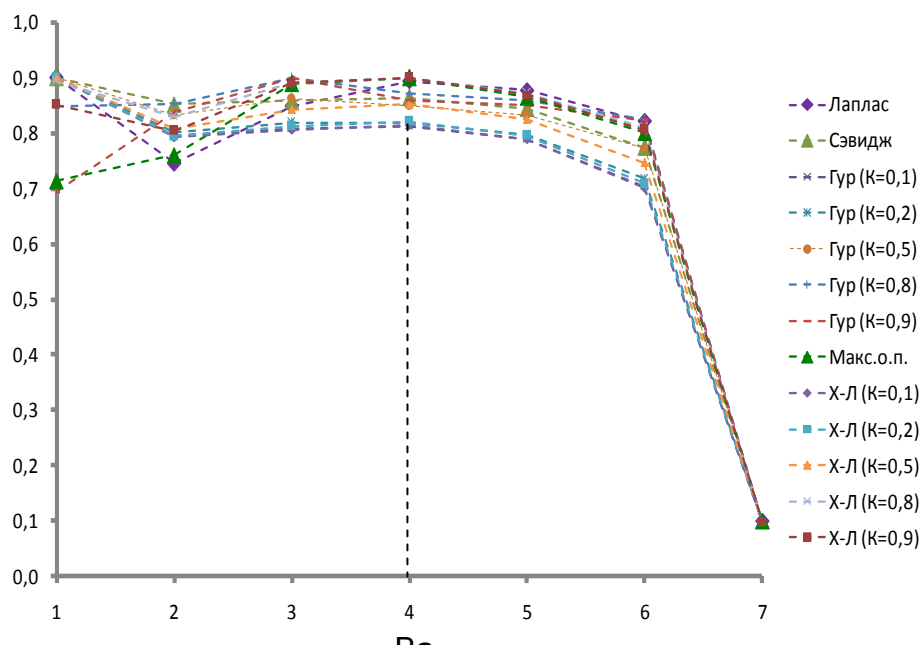
В работе на основе использования в качестве экспертных оценок результатов расчетов по различным критериям известным из теории игр: критерий Лапласа, критерий Гурвица, критерий Вальда, критерий Сэвиджа, критерий максимума ожидаемой полезности, критерий Ходжа-Лемана, а так же

теорию нечетких множеств Л.Заде предлагается унифицирования методика определения оптимального варианта проекта разработки.

Предлагается осуществлять принятие решения при оценке рисков и выборе оптимальной системы разработки на основе построения так называемой «матрицы прибылей».

Для задания значений элементов матрицы используются данные последнего утвержденного проектного документа разработки месторождения; таблицы расчетов экономических показателей для всех вариантов разработки месторождения; геолого-гидродинамические модели всех вариантов разработки месторождения. Неопределенность, сопровождающая проект никак не связана с сознательным противодействием «природы». В теории статистических решений «природа» рассматривается как сторона незаинтересованная, реакция которой априори не известна, или, по крайней мере, не содержит признаков сознательного противодействия планам проектанта. В игровой конфликтной ситуации (теории игр) предположение о диаметральной противоположности интересов противников снимает возникающую неопределенность.

Выбор оптимального варианта системы разработки производится путем обработки данных с использованием статистических критериев, конкретизируемых на основе оценки степени неопределенности условий, в которых принимается решение.



Рассматриваются экономические критерии, определяющие рентабельность проектов разработки месторождений нефти на основе показателей чистого дисконтированного дохода (ЧДД), соответствующих каждому варианту, определяются, насколько этот вариант принадлежит данному множеству, т.е. определяется степень принадлежности. Используются положения теории нечётких множеств Л.Заде путем нахождения функций принадлежности.

В работе строятся нечёткие множества вида «оптимальная альтернатива по i -му критерию», элементами которых являются все варианты разработки (альтернативы). Степень оптимальности каждого варианта определяется значением функции принадлежности, соответствующим этому варианту (см.рис.). Т.е. значение μ определяет, насколько данная альтернатива принадлежит множеству «оптимальная альтернатива по i -му критерию».

Предлагаемая методика позволяет определить оптимальный вариант проекта разработки месторождения с учётом недостатков традиционного подхода, в том числе неопределённостей, возникающих в оценке количества запасов и как следствие экономического риска.

ОГРАНИЧЕННОСТЬ КОММУТАТОРА АНИЗОТРОПНОГО ПОТЕНЦИАЛА РИССА В АНИЗОТРОПНЫХ ОБОБЩЕННЫХ ПРОСТРАНСТВАХ МОРРИ

С.З. Халыгова

Азербайджанский Государственный Педагогический Университет
seva.xaligova@hotmail.com

Пусть $0 \leq b \leq 1$, $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ с $\sigma_i > 0$ для $i = 1, \dots, n$, $|\sigma| = \sigma_1 + \dots + \sigma_n$ и $t^\sigma x \equiv (t^{\sigma_1} x_1, \dots, t^{\sigma_n} x_n)$ для $t > 0$. Для $x \in \mathbb{R}^n$ и $t > 0$, пусть $E_\sigma(x, t) = \prod_{i=1}^n (x_i - t^{\sigma_i}, x_i + t^{\sigma_i})$ обозначает открытый параллелепипед с центром в точке x и с длиной ребра $2t^{\sigma_i}$ для $i = 1, \dots, n$.

Локально-интегрируемая функция b говорят из $BMO(\mathbb{R}^n)$, если

$$\|b\|_{BMO} = \sup_{x \in \mathbb{R}^n, t > 0} \frac{1}{|E_\sigma(x, t)|} \int_{E_\sigma(x, t)} |b(y) - b_{E_\sigma(x, t)}| dy < \infty,$$

где

$$b_{E_\sigma(x, t)} = \frac{1}{|E_\sigma(x, t)|} \int_{E_\sigma(x, t)} b(y) dy.$$

Функции $\varphi(x, r)$, $\varphi_1(x, r)$ и $\varphi_2(x, r)$ используемые в данной работе, не отрицательные измеримые функции на $\mathbb{R}^n \times (0, \infty)$.

Определение 1. Пусть $1 \leq p < \infty$. Обозначим через $M_{p, \varphi, \sigma}$ анизотропное обобщенное пространство Морри, пространство всех функций $f \in L_p^{loc}(\mathbb{R}^n)$ с конечной нормой

$$\|f\|_{M_{p, \varphi, \sigma}} = \sup_{x \in \mathbb{R}^n, t > 0} \varphi(x, t)^{-1} |E_\sigma(x, t)|^{-\frac{1}{p}} \|f\|_{L_p(E_\sigma(x, t))}.$$

Лемма 1. Пусть $1 < p < \infty$, $0 < \alpha < \frac{|\sigma|}{p}$, $\frac{1}{q} = \frac{1}{p} - \frac{\alpha}{|\sigma|}$ и $b \in BMO_\sigma$. Тогда для любого параллелепипеда $E_\sigma = E_\sigma(x, r)$ неравенство

$$\| [b, I_{\alpha, \sigma}] f \|_{L_q(E_\sigma(x, r))} \lesssim \| b \|_{BMO_\sigma} r^{\frac{|\sigma|}{q}} \int_{2c_0 r}^{\infty} \left(1 + \ln \frac{t}{r} \right) \| f \|_{L_p(E_\sigma(x, t))} t^{-1 - \frac{|\sigma|}{q}} dt$$

выполняется для всех $f \in L_p^{loc}(\mathbb{R}^n)$.

Теорема 1. Пусть $1 < p < \infty$, $0 < \alpha < \frac{|\sigma|}{p}$, $\frac{1}{q} = \frac{1}{p} - \frac{\alpha}{|\sigma|}$, и (φ_1, φ_2) удовлетворяют условию

$$\int_r^\infty t^{\alpha-1} \left(1 + \ln \frac{t}{r} \right) \varphi_1(x, t) dt \leq C \varphi_2(x, r),$$

где C независит от x и r . Тогда $[b, I_{\alpha, \sigma}]$ ограничено действует из $M_{p, \varphi_1, \sigma}$ в $M_{q, \varphi_2, \sigma}$.

Теорема 2. Пусть $1 < p < q < \infty$, $0 < \alpha < \frac{|\sigma|}{p}$, $b \in BMO_\sigma$ и пусть $\varphi(x, t)$ удовлетворяет условию

$$\sup_{r < t < \infty} \left(1 + \ln \frac{t}{r} \right) \varphi_1(x, t) \leq C \varphi_2(x, r),$$

и

$$\int_r^\infty \left(1 + \ln \frac{t}{r} \right) t^{\alpha-1} \varphi(x, t)^{\frac{1}{p}} dt \leq C r^{-\frac{\alpha p}{q-p}},$$

где C независит от $x \in \mathbb{R}^n$ и $r > 0$.

Тогда оператор $[b, I_{\alpha, \sigma}]$ ограничено действует из $M_{p, \varphi^{\frac{1}{p}}, \sigma}$ в $M_{q, \varphi^{\frac{1}{q}}, \sigma}$.

ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ МЕТОДА ПРЯМЫХ ПРИ РЕШЕНИИ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО ИНТЕГРО- ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

З.Ф. Ханкишиев

Бакинский Государственный Университет

hankishiyev.zf@yandex.ru

1. Постановка задачи

Пусть требуется найти функцию $u = u(x, t)$, удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b(x)u(x, t) + \int_0^l c(x)u(x, t) dx + f(x, t), \quad 0 < x < l, \quad 0 < t \leq T, \quad (1)$$

граничным условиям

$$u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (2)$$

и начальному условию

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq l. \quad (3)$$

Здесь a - действительное число, $b(x)$, $c(x)$, $f(x,t)$ и $\varphi(x)$ - непрерывные функции своих аргументов.

2. Применение метода прямых

Пусть $N \geq 2$ - фиксированное натуральное число. Разделим отрезок $[0,l]$ на N равных частей и точки деления обозначим через $x_n = nh$, $n = 0,1,\dots,N$, $Nh = l$.

Рассмотрев уравнение (1) на прямых $x = x_n$, $n = 1,2,\dots,N-1$, заменив частную производную $\frac{\partial^2 u(x_n,t)}{\partial x^2}$ соответствующим разностным выражением и применив

метод трапеций к интегралу $\int_0^l c(x)u(x,t)dx$, приходим к равенствам

$$\frac{\partial u(x_n,t)}{\partial t} = a^2 \frac{u(x_{n-1},t) - 2u(x_n,t) + u(x_{n+1},t))}{h^2} + b(x_n)u(x_n,t) + h(c(x_1)u(x_1,t) + c(x_2)u(x_2,t) + \dots + c(x_{N-1})u(x_{N-1},t)) + f(x_n,t) + O(h^2), \quad n = 1,2,\dots,N-1.$$

Отбрасывая в этих равенствах слагаемые порядка $O(h^2)$, получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dy_n(t)}{dt} = a^2 \frac{y_{n-1}(t) - 2y_n(t) + y_{n+1}(t))}{h^2} + b_n y_n(t) + h(c_1 y_1(t) + c_2 y_2(t) + \dots + c_{N-1} y_{N-1}(t)) + f_n(t), \quad n = 1,2,\dots,N-1, \quad 0 < t \leq T. \quad (4)$$

Здесь $b_n = b(x_n)$, $c_n = c(x_n)$, а через $y_n(t)$ обозначено приближенное значение $u(x_n,t)$.

Из граничных и начальных условий (2) и (3) имеем:

$$y_0(t) = 0, \quad y_N(t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (5)$$

$$y_n(0) = \varphi(x_n), \quad n = 0,1,\dots,N. \quad (6)$$

Отметим, что задача (4)-(6) аппроксимирует задачу (1)-(3) с точностью $O(h^2)$, если решение $u = u(x,t)$ уравнения (1) имеет в области $D = \{0 < x < l, 0 < t \leq T\}$ ограниченные частные производные по x до четвертого, а функция $c(x)$ на интервале $(0,l)$ непрерывные производные до второго порядка, включительно.

3. Принцип максимума и следствия, полученные из этого принципа

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений (4) и перепишем ее в виде

$$\begin{aligned} \frac{dy_n(t)}{dt} - a^2 \frac{y_{n-1}(t) - 2y_n(t) + y_{n+1}(t))}{h^2} - b_n y_n(t) - h(c_1 y_1(t) + c_2 y_2(t) + \dots + c_{N-1} y_{N-1}(t)) = \\ = f_n(t), \quad n = 1,2,\dots,N-1, \quad 0 < t \leq T. \end{aligned} \quad (7)$$

Теорема 1 (Принцип максимума). Пусть функции $y_n(t), n = 0, 1, \dots, N$, удовлетворяют уравнениям (14). Пусть выполняются условия $f_n(t) \leq 0$ ($f_n(t) \geq 0$), $0 < t \leq T, n = 1, 2, \dots, N-1$. Если

$$c(x) \geq 0, \inf_{0 < x \leq l} (-b(x)) \geq l \cdot \max_{0 \leq x \leq l} c(x), \quad (8)$$

то решение $y_n(t), n = 1, \dots, N-1$, системы (7), отличное от постоянной, не может принимать наибольшего положительного (наименьшего отрицательного) значения в интервале $t \in (0, T]$ при $n = 1, \dots, N-1$.

Теорема 2. Пусть правые части уравнений (14) удовлетворяют условиям $f_n(t) \geq 0$ ($f_n(t) \leq 0$), $n = 1, 2, \dots, N-1, 0 < t \leq T$. Если $y_0(t) \geq 0, y_N(t) \geq 0, y_n(0) \geq 0, n = 1, 2, \dots, N-1$, и выполняются условия (8), то $y_n(t) \geq 0$ ($y_n(t) \leq 0$), $n = 0, 1, \dots, N, 0 \leq t \leq T$.

Следствие. Пусть выполняются условия (8). Тогда однородная система дифференциальных уравнений, соответствующая системе (7) при однородных граничных и начальных условиях имеет только тривиальное решение $y_n(t) = 0, n = 0, 1, \dots, N$.

Теорема 3 (Теорема сравнения). Пусть $y_n(t), n = 0, 1, \dots, N$ - решение задачи (4)-(6), а $\tilde{y}_n(t), n = 0, 1, \dots, N$ - решение задачи, полученной при замене в (4)-(6) функций $f_n(t), n = 1, 2, \dots, N-1$ и $\varphi(x_n), n = 0, 1, 2, \dots, N$, соответственно на $\tilde{f}_n(t), n = 1, 2, \dots, N-1$ и $\bar{\varphi}(x_n), n = 0, 1, 2, \dots, N$. Тогда, если выполняются условия $|f_n(t)| \leq \tilde{f}_n(t), n = 1, 2, \dots, N-1, 0 < t \leq T$, и $|\varphi(x_n)| \leq \bar{\varphi}(x_n), n = 0, 1, 2, \dots, N$, то при выполнении условий (8) имеет место неравенство $|y_n(t)| \leq \tilde{y}_n(t), n = 0, 1, \dots, N, 0 \leq t \leq T$.

5. Сходимость

Пусть $u(x_n, t)$ - значение точного решения задачи (1)-(3) на прямой $x = x_n$, $y_n(t)$ - решение задачи (4)-(6). Введем вспомогательную функцию

$$z_n(t) = y_n(t) - u(x_n, t), n = 0, 1, \dots, N. \quad (9)$$

Для этой функции получим:

$$\frac{dz_n(t)}{dt} = a^2 \frac{z_{N-1}(t) - 2z_N(t) + z_{N+1}(t)}{h^2} + b_n z_n(t) + h(c_1 z_1(t) + c_2 z_2(t) + \dots + c_{N-1} z_{N-1}(t)) + h^2 R_n(t), n = 1, 2, \dots, N-1, 0 < t \leq T. \quad (10)$$

$$z_0(t) = 0, z_N(t) = 0, 0 \leq t \leq T, \quad (11)$$

$$z_n(0) = 0, n = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (12)$$

Используя формулу Тейлора и остаточный член формулы трапеций, легко можно показать, что

$$|R_n(t)| \leq K, \text{ где } K = \frac{1}{12} \left(\sup_{0 < x < l, 0 < t \leq T} \left| \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \right| + l \cdot \sup_{0 < x < l, 0 < t \leq T} \left| (c(x)u(x, t))''_{xx} \right| \right).$$

Пусть

$$\tilde{z}_n(t) = Lh^2 \xi(l - x_n), n = 0, 1, \dots, N. \quad (13)$$

Здесь $L > 0$, $\xi > 0$ - постоянные. Очевидно, что функция $\tilde{z}_n(t)$ есть неотрицательная функция. Для этой функции после элементарных преобразований имеем:

$$\frac{d\tilde{z}_n(t)}{dt} - a^2 \frac{\tilde{z}_{N-1}(t) - 2\tilde{z}_N(t) + \tilde{z}_{N+1}(t)}{h^2} - b_n \tilde{z}_n(t) - h(c_1 \tilde{z}_1(t) + c_2 \tilde{z}_2(t) + \dots + c_{N-1} \tilde{z}_{N-1}(t)) > \\ > Lh^2 \xi l \cdot \left[\inf_{0 < x \leq l} (-b(x)) - l \cdot \max_{0 \leq x \leq l} c(x) \right] \geq Lh^2 \xi l \cdot \varepsilon \geq Lh^2, \quad (14)$$

если

$$\inf_{0 < x \leq l} (-b(x)) - l \cdot \max_{0 \leq x \leq l} c(x) \geq \varepsilon > 0, \quad \xi \geq \frac{1}{l\varepsilon}. \quad (15)$$

С другой стороны имеем:

$$\tilde{z}_0(t) = Lh^2 \xi l > 0, \quad z_N(t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T \quad (16)$$

$$\tilde{z}_n(0) = Lh^2 \xi (l - x_n) \geq 0, \quad n = 0, 1, \dots, N. \quad (17)$$

Пусть $L = K$. Тогда сравнивая задачу (10)-(12) с задачей (14), (16)-(17), в силу теоремы сравнения имеем:

$$|z_n(t)| \leq \tilde{z}_n(t), \quad n = 0, 1, \dots, N$$

или

$$|y_n(t) - u(x_n, t)| \leq Lh^2 \xi l, \quad n = 0, 1, \dots, N. \quad (18)$$

Итак, имеет место следующая

Теорема 4. Пусть коэффициенты $b(x)$ и $c(x)$ уравнения (1) удовлетворяют первому условию в (15). Если выполняется второе условие в (15), то решение задачи (4)-(6) сходится к решению задачи (1)-(3). При этом имеет место оценка (18).

Литература

1. З.Ф. Ханкишиев. Исследование сходимости метода прямых при решении одной задачи для линейного нагруженного дифференциального уравнения параболического типа. Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук, 2013, №1, с.18-23.

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ЛЕНГМЮРОВСКОЙ ЦЕПОЧКИ СО СТУПЕНЕОБРАЗНЫМ НАЧАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ

Аг.Х. Ханмамедов, Л.К. Асадова

Бакинский Государственный Университет,

Институт Математики и Механики НАНА

Ленгмюровская цепочка известна как интегрируемая бесконечная динамическая система, обладающая разными приложениями в физике плазмы, в зоологии (см.[1]). Известно [1–2], что метод обратной задачи рассеяния позволяет детально исследовать задачу Коши для бесконечной в обе стороны

ленгмюровской цепочки. Однако в случае, когда рассеяния существует лишь в одну сторону, подобная задача не изучалась.

Рассмотрим следующую задачу Коши для ленгмюровской цепочки

$$\frac{dc_n(t)}{dt} = c_n(t)[c_{n-1}(t) - c_{n+1}(t)], n \in Z, c_n(t) > 0, \quad (1)$$

$$c_n(0) = \hat{c}_n > 0, n \in Z \quad (2)$$

где последовательность $\hat{c}_n$ удовлетворяет условиям

$$\hat{c}_n \rightarrow 0, n \rightarrow +\infty,$$

$$\sum_{n<0} |n| |\hat{c}_n - 1| < \infty.$$

Будем искать такое решение задачи $c_n(t)$ задачи (1)-(2), что

$$\|c_n(t)\|_{C[0,T]} \rightarrow 0, n \rightarrow +\infty,$$

$$\left\| \sum_{n<0} |n| |c_n(t) - 1| \right\|_{C[0,T]} < \infty \quad (3)$$

для всех $T > 0$.

В настоящей работе доказана следующая.

Теорема. *Задача (1)-(2) однозначно разрешима в классе (3).*

Далее, методом обратной задачи рассеяния (см. [3]) получены формулы, позволяющие найти решение задачи (1)-(2).

Литература

- [1] Манаков С.В. О полной интегрируемости и стохастизации в дискретных динамических системах // Журн.эксперим. и теор.физ., 1974, т.67, №2, с.543-555.
- [2] Teschl G. Jacobi operators and completely integrable nonlinear lattices // Math. surv.and monographs, AMS, Providence, 2000, v.72.
- [3] Khanmamedov Ag.Kh., Asadova L.K. Inverse scattering problem for a class of discrete Schrodinger operators// Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, 2013, v. XXXVIII(XLVI), pp. 81-86.

ОБРАТНАЯ ВОЛНОВАЯ СПЕКТРАЛЬНАЯ ЗАДАЧА С РАЗРЫВНОЙ ВОЛНОВОЙ СКОРОСТЬЮ НА НЕКОМПАКТНЫМ ГРАФЕ

Р.Ф. Эфендиев

Институт Математики и Механики НАНА

rakibaz@yahoo.com

Дифференциальные уравнения на графах – один из относительно новых разделов теории дифференциальных уравнений.

Под геометрическим графом понимается одномерное стратифицированное многообразие. Ребро графа — это одномерное гладкое регулярное многообразие (кривая). Вершина графа — точка. Удобно считать, что ребра

графа и вершины заданы независимо друг от друга и, кроме того, задано отношение: какие концы каких ребер отождествляются с данной вершиной. Всюду в дальнейшем будем считать ребро N_j бесконечным и отождествим $N_j = [0, \infty)$.

Рассмотрим систему из трех струн натянутую в форме буквы “Y” одним общим концом. На каждом ребре уравнение имеет вид

$$-y_j''(x_j) + q_j(x_j)y_j(x_j) = \lambda^2 \rho(x_j)y_j(x_j) \quad \text{при} \quad x_j \in N_j = [0, \infty)$$

где

$$q_j(x_j) = \sum_{n=1}^{\infty} q_{nj} e^{inx_j}; \quad \left| \sum_{n=1}^{\infty} q_{nj} \right| < \infty;$$

$$\rho(x_j) = \beta_j \quad x_j \in N_j; \quad \beta_j \neq \beta_i \quad \text{при} \quad i \neq j$$

Условия в общей точке примут вид

$$y_1(0) = y_2(0) = y_3(0)$$

$$y_1'(0) + y_2'(0) + y_3'(0) = 0$$

Изучена обратная задача для оператора Штурма–Лиувилля с комплексно периодическим потенциалом и положительно разрывным коэффициентом на некомпактном графе. Исследованы основные характеристики фундаментальных решений и изучен спектр оператора. Дана формулировка обратной задачи, указана процедура восстановления потенциала и разрывного коэффициента.

ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА Юсубов Ш.Ш.

В работе исследуется разрешимость задачи

$$(l_{m_1 \dots m_n} u)(x) \equiv D_{x_1}^{m_1} \dots D_{x_n}^{m_n} u + \sum_{\substack{i_1 + \dots + i_n < m_1 + \dots + m_n \\ 0 \leq i_k \leq m_k; k=1, n}} a_{i_1 \dots i_n}(x) D_{x_1}^{i_1} \dots D_{x_n}^{i_n} u = \varphi_{m_1 \dots m_n}(x),$$

$$x \in G = \prod_{i=1}^n G_i, \quad G_i = (x_i^0, x_i^1), \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

$$(l_{m_1 \dots m_{k-1} i_k 0 \dots 0} u)(x_1, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_n) \equiv D_{x_1}^{m_1} \dots D_{x_{k-1}}^{m_{k-1}} D_{x_k}^{i_k} u(x_1, \dots, x_{k-1}, x_k^0, x_{k+1}, \dots, x_n) =$$

$$= \varphi_{m_1 \dots m_{k-1} i_k 0 \dots 0}(x_1, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_n), \quad (2)$$

$$(x_1, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_n) \in X_k, \quad i_k = \overline{0, m_k - 1}, \quad k = \overline{1, n}, \quad i_n \neq m_n - 1,$$

$$(l_{m_1 \dots m_{n-1} m_n - 1} u)(x_1, \dots, x_{n-1}) \equiv D_{x_1}^{m_1} \dots D_{x_{n-1}}^{m_{n-1}} D_{x_n}^{m_n - 1} u(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n^0) + \int_{x_n^0}^{x_n^1} \alpha(x_n) D_{x_1}^{m_1} \dots D_{x_{n-1}}^{m_{n-1}} D_{x_n}^{m_n - 1} u(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n) dx_n =$$

$$= \varphi_{m_1 \dots m_{n-1} m_n - 1}(x_1, \dots, x_{n-1}), \quad (x_1, \dots, x_{n-1}) \in X_n,$$

с доминирующей смешанной производной $D_{x_1}^{m_1} \dots D_{x_n}^{m_n} u$ в пространстве

С.Л.Соболева

$$W_p^{(m_1, \dots, m_n)}(G) = \left\{ u \in L_p(G) \mid D_{x_1}^{i_1} \dots D_{x_n}^{i_n} u \in L_p(G), i_k = \overline{0, m_k}, k = \overline{1, n} \right\}$$

с нормой

$$\|u\|_{W_p^{(m_1, \dots, m_n)}(G)} = \sum_{\substack{i_k=0 \\ k=1, n}}^{m_k} \|D_{x_1}^{i_1} \dots D_{x_n}^{i_n} u\|_{L_p(G)},$$

где X_k -грань G при $x_k = x_k^0, k = \overline{1, n}$.

Отметим, что задачи типа (1),(2) встречаются при изучении вопросов фильтрации жидкости в трещиноватых средах, в моделировании различных биологических процессов и др [1].

Задача типа (1),(2) при $n=4$ изучена в работе [2].

Исследование задачи (1),(2) проводится на основе специального интегрального представления функции $u \in W_p^{(m_1, \dots, m_n)}(G)$.

Доказывается корректная разрешимость задачи (1),(2) при достаточно общих условиях на данные, без предположения выполнения условий согласования. С помощью априорных оценок доказано существование единственного решения задачи (1),(2).

Литература

1. Нахушев А.М.. Дифференциальные уравнения математических моделей нелокальных процессов. М:Наука, 2006.174 с.
2. Ягубов М.А., Юсубов Ш.Ш., О корректной разрешимости уравнения с доминирующей производной с нелокальными граничными условиями, Математика, Информатика, Физика в науке и образовании, Сборник научных трудов к 140-летию МПГУ, Москва 2012, 95-97 с.

CONNECTIVITY AND SEMIGROUPS OF HOMEOMORPHIC MAPPINGS OF TOPOLOGICAL SPACES

V. Sh. Yusufov

v.yusufov291@gmail.com

Let X be a Tychonov space containing such an open local compact Hausdorff subspace Ω_X that for any two points $\xi, \eta \in \Omega_X$ and every neighbourhood V_ξ of the point ξ there exists a homeomorphism a of X into itself such that $aX \subseteq V_\xi, a\eta = \xi$ and $a\Omega_X$ is an open subspace of X . Let us denote the class of all such spaces M . Let $X \in M$ and for every compact $K \subset \Omega_X$ and an arbitrary point $\xi \in \Omega_X \setminus K$ there

exist homeomorphisms a, b of X into X such that $a\Omega_X \subseteq \Omega_X, b\Omega_X \subseteq \Omega_X$ and $a\Omega_X, b\Omega_X$ are open, $a\eta = b\eta$ for $\eta \in K$ but $a\xi \neq b\xi$. We denote the class of all such spaces M' . Finite dimensional Euclidian spaces and the cube $D^\tau, \tau \geq \aleph_0$ [1] belong to the class M' .

Proposition 1. Let $X \in M'$ and Y is such a subspace of X that $Int_X(Y \cap \Omega_X) \neq \emptyset$, then $Y \in M'$.

Let $X \in M$ and a is such a homeomorphism X into Ω_X that $a\Omega_X$ is open. Let us denote $H(X, \Omega_X)$ the semigroup of all such homeomorphisms. $H_K(X, \Omega_X)$ is a subsemigroup of $H(X, \Omega_X)$ consisting of all $a \in H(X, \Omega_X)$ for which there exists a compact K_a such that $K_a \subseteq \Omega_X, aX \subseteq K_a$. $\{K_i\}$ is a system of compacts $K_i \subset \Omega_X, i \in I$ provided that $\bigcup_{i \in I} Int K_i = \Omega_X$. $H_{\{K_i\}}(X, \Omega_X)$ is a subsemigroup of $H_K(X, \Omega_X)$

consisting of all $a \in H_K(X, \Omega_X)$ for which there exists $i_a \in I$ such that $aX \subseteq K_{i_a}$. Let a be such a homeomorphism X into X that $a\Omega_X \subseteq \Omega_X$ and $a\Omega_X$ is open. $H_{\Omega_X}(X)$ is a semigroup of all such homeomorphisms. It is clear that $H(X, \Omega_X) \subseteq H_{\Omega_X}(X)$. D_{Ω_X} is a subsemigroup of $H_{\Omega_X}(X)$ provided that $H_{\{K_i\}}(X, \Omega_X) \subseteq D_{\Omega_X} \subseteq H_{\Omega_X}(X)$. $D_{\Omega_X}^\circ$ is a set of all such elements $a \in D_{\Omega_X}$ that $\overline{aX} \subseteq \Omega_X$ and $\overline{aX}$ is a compact. Obviously $D_{\Omega_X}^\circ$ is an ideal [2] of D_{Ω_X} . We denote φ an isomorphism between semigroups D_{Ω_X} and D_{Ω_Y} and f homeomorphism between Ω_X and Ω_Y induced by φ .

Theorem 1. Let $X, Y \in M'$. If semigroups D_{Ω_X} and D_{Ω_Y} are isomorphic then X and Y are both connected or non-connected.

References

- [1] Alexandrov P.S. Introduction to set theory and general topology M., Nauka, 1977 (Russian).
- [2] Clifford A.H., Preston G.B. The algebraic theory of semigroups, M., Mir, 1972 (Russian).

MÜNDƏRİCAT

Аббасов Э.М., Агаева Н.А. Влияние виброволнового воздействия на характер распределения давления в пласте с учетом динамической связи системы пласт-скважина	19
Аббасов Э.М., Велиев Н.А., Омрани А.Г. Идентификационная модель сорбционной активности компонентов природного газа	21
Абдуллаева А.Э. О моментах полиномов Хлодовского	22
Агаева Г.А. Об одной краевой задаче на конечном отрезке в гильбертовом пространстве	23
Акперов А.А., Гаджиева Р.О., Алиева С.Я. Некоторые оценки для сублинейных операторов, ассоциированных дифференциальным оператором Лапласа-Бесселя	24
Алиев А.Б. Глобальный анализ для полулинейных гиперболических систем	25
Алиев А.Г., Шахвердиева Р.О. Экономико-математическое моделирование деятельности инновационных структур в условиях неопределенности	26
Алиев А.С., Мамедов Э.М. О законе тождества в трактате Н.Туси «Таджрид ал-Мантик»	29
Алиев Б.А., Курбанова Н.К. Асимптотическое поведение собственных значений задачи Редже для эллиптического дифференциально-операторного уравнения второго порядка	30
Алиев Г. А., Мамедзаде К.С. Существование ограниченного поглощающего множества для одного уравнения флотирующей жидкости с диссипацией	31
Алиев Г.Г. Механика полимерных и композиционных материалов с учетом изменения физико-химических свойств	32
Алиев З.С. Глобальная бифуркация решений нелинейных задач на собственные значения четвертого порядка	34
Алиев З.С., Гейдаров А.Г. Базисные свойства оператора Штурма-Лиувилля с δ – потенциалом и со спектральным параметром в граничном условии	36

Алиев З.С., Гулиева С.Б. <i>Осцилляционные свойства собственных функций уравнения поперечных колебаний стержня, подвергаемого осевым силам</i>	38
Алиев З.С., Дуньямалиева А.А. <i>Некоторые спектральные свойства задачи Штурма-Лиувилля со спектральным параметром в граничных условиях</i>	41
Алиев З.С., Эртен Р.Ш. <i>Структура корневых подпространств одного дифференциального оператора со спектральным параметром в граничных условиях</i>	43
Алиев И.В. <i>Полнота корневых вектор - функций для дифференциально-операторных уравнений второго порядка на всей оси</i>	44
Алиев Р.А. <i>N – интегрирование и коэффициенты Тейлора интегралов типа Коши конечных мер</i>	47
Алиев С.А., Рагимов Ф.Г., Гашимова Т.Э. <i>Об асимптотическом поведении локальных вероятностей пересечения нелинейных границ случайным блужданием</i>	50
Алиева А.Г. <i>Глобальная разрешимость одномерной смешанной задачи для одного класса полулинейных уравнений четвёртого порядка</i>	52
Алиева Л.Р. <i>Многомерный сингулярный интегральный оператор в пространстве $HO_{\varphi, \theta}^{k, \alpha}$</i>	53
Амензаде Р.Ю., Гусейнова Р.М., Киясбейли Э.Т. <i>О скорости распространения волнового движения жидкости в неоднородной упругой трубке с шероховатой внутренней стенкой</i>	55
Амрахова А. Ф. <i>Об аппроксимации бисингулярных интегральных операторов и конструктивное решение бисингулярных интегральных уравнений с постоянными коэффициентами</i>	57
Асадова О.Г. , Аббасова А.Х. <i>Об одной граничной задаче, содержащей в граничных условиях степени комплексного параметра</i>	59
Асланов Г.И. <i>Полнота системы собственных и присоединенных векторов операторов, порожденных операторно-дифференциальными выражениями с частными производными в гильбертовом пространстве</i>	60

Асланов Г.И., Абдуллаева Н.С. Об асимптотическом распределении собственных значений операторно-дифференциального уравнения высокого порядка на олуоси.....	61
Асланов Л.Ф. Оценки свойств неоднородных волновых процессов, влияющих на морские сооружения	62
Асланова Н.М., Байрамоглы М., Асланов Х.М. О регуляризованном следе дифференциального оператора с операторным коэффициентом.....	65
Ахундов А.Я., Селимханов Б.Р. Об одной обратной задаче для системы эллиптических уравнений.....	66
Ахундова Е.Б. Скорость сходимости спектрального разложения по собственным функциям дифференциального оператора третьего порядка.....	67
Abbasov Z.D. İkiqat lövhədə yerdəyişmələrin təyininə aid rəbitəli məsələ	68
Ağayev E., Əliyev S., Sadiqova T. Bir qeyri – xətti 2- ci tərtib elliptik tip tənlik üçün Dirixle məsələsi	70
Abdullayev S.K., Mammadov E.A., Bayramova L.M. The limitation of sublined operator`s discrete analogues on the discrete Morrey spaces.....	71
Ahmedov T.M., Nasibova N.P. Riemann boundary value problem for $H_{p(\cdot),\rho}^{\pm}$ classes	73
Ahmədova Zh., Aliyeva S., Mansimov K. Necessary optimality conditions of quasisingular controls in the problem of control of difference analogy of Barbashin type integro-differential equation	74
Akbarov S.D., Ismailov M.I. On the frequency response of the system consisting of a pre-stressed metal elastic plate, compressible viscous fluid and rigid wall	77
Akbulut A. Commutator of Marcinkiewicz integrals with rough Kernel associated with Schrodinger operator on vanishing generalized Morrey spaces	79
Aliiev M., Zeren Y. On boundedness of the conjugate Hardy operator in variable Lebesgue space	80

Aliyev N.A., Mustafayeva Y.Y. <i>A new method of solvability of three-dimensional Laplace equation with the integro-differential boundary conditions</i>	81
Aliyev O.S., Aliyev Kh.H., Shikhmamedov A. <i>On removable set's of solutions for non uniformly elliptic equations</i>	82
Askerzade I.N. <i>Simulation of spectrum of Josephson junction based quantum bits</i>	83
Əfəndiyeva A.T. <i>Neftqazçıxarma kompleksində istehsal xərclərinin qiymətləndirilməsi</i>	86
Əhmədov S.Z., Ələsgərova S.T. <i>İki tərtibli kəsilmə əmsallı spektral məsələ üçün ayrılış teoremi</i>	88
Əliyev A.B., Mövsümova A.H. <i>Mayenin laminar axın rejimində boruda yayılan dalğalar haqqında</i>	89
Əliyev Ə.Q., Bağirova Ş.V. <i>İKT sferasında iqtisadi artım modelləri vasitəsilə investisiyaların optimal idarə olunması</i>	90
Бабаев А.А., Рахмани Е. <i>Классификация высказываний в трактате Насиреддина Туси “Асас ал-Иктибас”</i>	93
Бабаев Р.М. <i>Об обратном некоторого обобщения потенциала Рисса</i>	94
Бабаев Р.Г., Меджлумбекова В.Ф. <i>О «Мере отношения» величин в работах Насиреддина Туси</i>	95
Бабаева С.Ф. <i>Об одной краевой задаче с оператором в краевом условии для операторно-дифференциального уравнения третьего порядка</i>	96
Багыров Ш.Г., Векилов М.М. <i>Асимптотика решений полулинейного эллиптического уравнения второго порядка в цилиндрических областях</i>	98
Байрамова Г. М., Эйвазов Э.Х. <i>Об отрицательном спектре оператора Шредингера с полиномиально убывающим магнитным потенциалом</i>	99
Babavənd M. <i>İkilik olmayan Bouz-Çoudxuri-Hokvinqem kodları üçün Piterson-Qorensteyn-Çirler alqoritminin bir effektiv realizasiyası</i>	100
Bandaliev R.A., Ismayilova A.F. <i>On Hardy inequality in weighted Banach function spaces</i>	102

Bayramov S., Mdzinarishvili L., Gunduz C. <i>The singular homology groups of soft topological spaces.....</i>	103
Bilalov B.T., Guliyeva F.A. <i>Frames in Noetherian mapping. $\mathcal{H}$-close frames</i>	105
Bilalov B.T., Nazarova T.Y. <i>On statistical convergence in metric spaces</i>	106
Cabbarov İ.İ., Səfərli İ.S., Hədiyeva S.S. <i>Üç zonadan ibarət laylarda mayenin qərarlaşmamış hərəkətində lay parametrinin təyini.....</i>	107
Гаджиев В.Д., Мусаев И.У., Джафаров Х.Г. <i>О колебании неоднородной пластинки, с учетом линейного вязко-упругого сопротивления.....</i>	109
Гаджиев В.Д., Шамиев Т.М., Рзаев Н.С. <i>К устойчивости и колебанию элементов конструкций, изготовленных из разномодульных материалов.....</i>	112
Гамидов Э.Г. <i>Одной краевой задаче для операторно – дифференциальных уравнений второго порядка в пространстве гладких вектор-функций.....</i>	114
Гараев Т.З. <i>Об аппроксимативных свойствах систем функций в Лебеговых пространствах.....</i>	117
Гасанов Г.М. <i>Об оценке погрешности метода коллокации.....</i>	118
Гасанова Т.Х., Садыгова С.Р. <i>О фреймах из двойных и одинарных систем в Лебеговых пространствах.....</i>	119
Гасымов Г.М., Алиев Са.А. <i>Об осесимметричной форме потериустойчивости неоднородной цилиндрической оболочки.....</i>	120
Гасымов Г.Р., Рзаев Э.А. <i>Корреляционный анализ вынужденных колебаний осциллятора Ван-дер-Пола</i>	122
Гасымов Э.А., Эфенди С.Н., Ахадова Ш.А. <i>Применение метода конечного интегрального преобразования к решению некоторых смешанных задач для гиперболических уравнений с нерегулярными граничными условиями.....</i>	123
Гашимов С.А. <i>Об оптимальном управлении для нагруженного параболического уравнения.....</i>	124

Гулиев А.Ф. <i>R – идентичности класс параболических операторов второго порядка.....</i>	127
Гулиева В.Ф. <i>Смешанная задача для систем полулинейных уравнений четвертого порядка</i>	128
Гулиева З.М. <i>Свободные колебания усиленных поперечными системами ребер и нагруженной осевыми сжимающими силами ортотропной вязкоупругой цилиндрической оболочки, с протекающей жидкостью.....</i>	129
Гумбаталиев Р.З. <i>О полноте системы элементарных решений в весовом пространстве.....</i>	132
Гусейнзаде Г.А., Мансимов К.Б. <i>Об оптимальности квазиособых управлений в одной дискретно-непрерывной задаче управления.....</i>	134
Гусейнов В.Г. <i>Оценка нестационарных процессов в нефтепроводах.....</i>	136
Гусейнов С.Т., Тагиев Р.М. <i>Неравенство Харнака для неравномерно вырождающихся параболических уравнений второго порядка.....</i>	137
Quliyeva A.M. <i>Yeni tənada qoşma məsələ.....</i>	138
Gadjiev T.S., Kerimova M.N., Gasanova G.Sh. <i>The solutions degenerate nonlinear elliptic-parabolic equations.....</i>	141
Gasilov N.A., Fatullayev A.G., Amrahov Sh.E. <i>Solving a non-homogeneous fuzzy linear system of differential equations.....</i>	141
Guliyev V.S. <i>Intrinsic square functions and their commutators on generalized weighted Morrey spaces.....</i>	144
Həsənov A.B., Axundova E.M., Babayeva Ü.R. <i>Fraktal strukturlu mühitlərdə birölçülü süzülmə məsələsinin tədqiqi.....</i>	145
Həsənova A.H. <i>Parabolik tənlikdə naməlum əmsalın tapılması haqqında tərs məsələ.....</i>	147
Hüseynov H.M., Dostuyev F.Z. <i>Kəsilən şərtli Şturm-Liuvill operatorlarının məxsusi ədədlərinin asimptotikası.....</i>	148
Hasanov J. J. <i>Φ-admissible sublinear singular operators and generalized Orlicz-Morrey spaces.....</i>	150
Джагангиров А.А. <i>Предельная нагрузка усиленной трехслойной армированной круглой пластинки защемленной по контуру</i>	151

Джалалов М.Д. Экспериментальное исследование трехслойной армированной трубы при конечных деформациях	153
Джалилов К.А. О единственности решения одной обобщенной смешанной задачи для уравнения стержня.....	154
Джафарзаде Т.Р. Моделирование принятия решений человеком-оператором	155
Deringoz F. Maximal and singular operators on vanishing generalized Orlicz-Morrey spaces.....	159
Dzhabarzadeh R.M. About some nonlinear algebraic system.....	159
Jafarov I. The solvability conditions of a boundary-value problem for a second-order partial differential operator equation on a band.....	162
Jafarov S. Z. Moduli of smoothness of functions and their derivatives in Orlicz spaces	164
Eyvazov E.H. Self-adjointness of higher order differential operator in multidimensional case	166
Забидов З.Дж. Исследование собственных векторов и собственных значений экологического состояния атмосферного воздуха в городе Баку.....	167
Заманов Г. Об одной краевой задаче на конечном интервале в гильбертовом пространстве	168
Зейналова Т.Ю. Устойчивость ортотропной пластинки с искривленными структурами сжатой в двух направлениях.....	169
Feyziyev F.G., Hüseynova F.N. Çoxparametrli bixətti modular dinamik sistemlərin bəzi modelləri haqqında	171
Fəttayev H.D. Xətti koreperlərin laylanma fəzasında tenzor meydanlarının tam və horizonta liflərinin təyin olunması	173
Ибадзаде Ч.Г., Набиев И.М. О спектре квадратичного пучка операторов Штурма – Лиувилля со спектральным параметром в граничном условии.....	175
Ибадов Э.Дж. О бесселевости систем корневых вектор-функций оператора типа Дирака.....	176

Ильясов М.Х., Микаилова Н.М. Продольный удар по прямоугольному вязкоупругому параллелепипеду.....	177
Исаева С.Э. Смешанная задача для одного полулинейного гиперболического уравнения с запоминающим оператором.....	180
Искендеров Н.Ш., Мамедов А.А. Некоторые свойства оператора рассеяния на полуоси для гиперболической системы уравнений первого порядка.....	182
Искендерова А.Н. Об одной обратной краевой задаче для параболического уравнения второго порядка с неклассическими краевыми условиями.....	184
Исмаилов М.И. О сопряженных системах к $\tilde{X}$ -фреймам	185
Исмайылов Э.У. О резольvente одного класса операторного пучка третьего порядка.....	186
İmranov F.B., Nağıyev H.Ə. Dinamik sistemlərin stasionar vəziyyətlərinin çoxsaylılığı və geniş diapazonda idarəetmə problemi.....	187
Ilyasov M.H. Nonlinear forced vibrations of viscoelastic bodies.....	189
Ismailov A.I., Hashimov Ch.M. On decomposition in Banach spaces.....	193
Ismailov V. E., Maharov I. K. On the alternating algorithm for the approximation by linear superpositions.....	194
Кадирова Г.Р. Энергетическая оценка с потерей для одного класса гиперболо- параболической системы.....	196
Казимов А.А. Существование ограниченного поглощающего множества для систем полулинейных гиперболических уравнений.....	197
Калантарлы Н.М. Влияние повреждений на напряженно-деформированное состояние кругового диска	198
Калекуш У. Об одном уравнение четвертого порядка в гильбертовом пространстве.....	200
Касумов З.А., Гулиева А.А. О пространствах типа Morrey.....	201
Касумов Р.А. Оптимальное управление в параболических системах с критерием качества по границе области	202

Касумов Т.Б., Гусейнли А.А., Юсифов М.Р. О базисности одной разрывной системы синусов в пространстве L_p	204
Касимова Р.С. Задача оптимального управления для эллиптического уравнения с критерием оптимальности по границе области	205
Кенгерли Т.С., Аббасова А.Ф. Логистическое уравнения для диагностирования сценария перехода системы к хаотическому поведению	207
Курбанов В.М., Гараева А.Т. Оценка скорости покомпонентной равносходимости для оператора Шредингера с матричным потенциалом.....	208
Курбанов В.М., Гусейнова Я.И. О скорости сходимости спектрального разложения по собственным вектор-функциям дифференциального оператора четвертого порядка.....	210
Курбанов В.М., Исмаилова А.И. Об абсолютной и равномерной сходимости разложений по собственным вектор-функциям оператора Дирака	212
Кязимов Д.К. Об одном алгоритме упорядочения выполнений процессов в операционной системе.....	213
Кязимова Р.А., Мамедова Х.А. Определение времени до коррозионного разрушения эллиптической трубы под действием крутящего момента.....	215
Kalantarov V.K. Global stability and instability of solutions to nonlinear wave equations.....	216
Kuzu O. Marcinkiewicz integrals with rough Kernel associated with Schrodinger operator on vanishing generalized Morrey spaces.....	217
Латифов Ф.С., Алыев Ш.Ш. Колебания продольно подкрепленных, нагруженных осевыми сжимающими силами анизотропной цилиндрической оболочки из стеклопластика, с протекающей жидкостью.....	217
Лачынова Ф.С. О полноте производной цепочки операторного пучка третьего порядка с параболической главной частью.....	220
Ляtifова А.Р. Обратная задача для системы уравнений Дирака по функции Вейля	221

Малик С.Т. <i>К оптимизации дискретных систем</i>	222
Мамедов Э.М. <i>О разбиении выпуклых множеств в пространствах Фреше</i>	225
Мамедов Э.М. <i>О поведении решений смешанной задачи для системы псевдогиперболических уравнений четвертого порядка</i>	226
Мамедова А.Н. <i>Аппроксимационная теорема для обобщенных операторов Саса в случае функции двух переменных</i>	228
Мамедова Г.А., Рустамова М.А. <i>Исследование свободных колебаний сферической оболочки с жидкостью</i>	228
Мамедова К.С. <i>Задача оптимизации для нахождения напряженного состояния составного тела</i>	232
Мамедова М.А. <i>Решения вязкоупругой задачи о кольцевой пластине, нагруженной по внутреннему контуру моментом</i>	234
Мамедханов Дж.И., Дадашова И.Б. <i>Рациональная аппроксимация в метрике $L_1(\Gamma)$ на кривых в комплексной плоскости</i>	235
Мансимов К.Б., Гараева Э.А. <i>Необходимые условия оптимальности второго порядка в одной дискретной задаче управления</i>	236
Мансимов К.Б., Расулова Ш.М. <i>Об одной задаче оптимального управления типа А.И. Москаленко</i>	238
Марданов М.Дж., Мансимов К.Б. <i>Об одной задаче оптимального управления интегро-дифференциальными уравнениями гиперболического типа</i>	240
Марданов М.Дж., Меликов Т.К. <i>О необходимых условиях оптимальности для дискретных систем управления</i>	242
Махмудова М.Г. <i>Разрешимость задачи Коши для цепочки Вольтерра с начальным условием типа ступеньки</i>	245
Мехтиев М.А. <i>Нелинейные параметрические колебания продольно подкрепленной ортотропной цилиндрической оболочки, контактирующей с вязкоупругой средой</i>	245
Мехтиева Г.Ю., Аскеров Т.М., Гулиева А.М. <i>Об одном методе для решения О.Д.У. второго порядка</i>	248

Мехтизаде Х.Р. <i>О скорости равномерной равносходимости разложения по собственным функциям дифференциального оператора четного порядка.....</i>	250
Мешаик С. <i>Об одной системе функций, являющейся базисом в $P_2 \times P_2$.....</i>	252
Мирсалимов В.М., Ахундова П.Э. <i>Напряженно – деформированное состояние втулки фрикционной пары при наличии трещин с контактирующими берегами</i>	253
Мусаев Г.К. <i>Ограниченность операторов вложения в абстрактных анизотропных пространствах</i>	255
Мусаев Г.К., Казымова Н.А. <i>Компактность множества в абстрактных функциональных пространствах.....</i>	257
Məmmədov Ə.C., Yusifov B.M., Əliyeva H.H. <i>Məhdud çubuqda istiliyin paylanması optimal idarə olunması məsələsi</i>	258
Məmmədov Ə.C., Yusifov B.M., Ramazanova L.M. <i>Çubuğun eninə rəqsinin optimal idarə olunması məsələsi.....</i>	260
Mirzəzadə İ.H. <i>Toksiki zəhərlənmələrdə monitorinqin təşkili.....</i>	262
Muradova N.L. <i>Operator əmsallı bir sərhəd məsələsinin həll olunması haqqında</i>	264
Mursaliyev A. A. <i>Elliptik tipli operator-diferensial tənliyin çəkili fəzada həll olunması haqqında.....</i>	266
Musayev X.İ., Hüseynov F.S. <i>Örtüklər nəzəriyyəsinin yaranması və hesabı</i>	267
Mamedov F., Memmedli S. <i>A necessary condition for the weighted difference inequality</i>	268
Mamedov F., Shukurov Y. <i>On Harnack's inequality for degenerated semilinear elliptic equations.....</i>	269
Mamedov Kh.R., Nabiev A.A. <i>On an inverse scattering problem for a discontinuous Schrödinger equation</i>	270
Mammadov Y.Y. <i>Weighted inequalities for Dunkl fractional maximal function and Dunkl fractional integrals.....</i>	272
Mukhtarov M.A. <i>Gravity as a Chiral model</i>	274

Muradov T.R., Mamedova Z.V. <i>On basis properties of degenerate exponential system</i>	275
Muradova Sh.A. <i>L_p - estimates for anisotropic Riesz potential over ellipsoids</i>	276
Mustafayev H.S. <i>C_0 -semigroups and weak mixing</i>	278
Нагиева Н.М. <i>Усталостное разрушение пластинны в стационарном стохастическом температурном воздействии</i>	279
Наджафов А.М., Оруджова А.Т. <i>Интерполяционные теоремы для обобщенного пространства Бесова-Морри</i>	280
Наджафов А.М., Ханмаммедова Н.А. <i>Некоторые свойства обобщенного пространства Лизоркина – Трибеля - Морри</i>	282
Наджафов М.А. <i>Геометрически нелинейные колебания</i>	283
Наджафова М.Я., Мансимов К.Б. <i>Об одной задаче оптимального управления дискретными системами с нелинейными нелокальными краевыми условиями</i>	285
Нейматов Н.А. <i>Вопросы аппроксимации функций из пространства $q\Lambda$</i>	287
Namazov Q.M. <i>Ali iqtisad məktəblərində riyaziyyatın tədrisi</i>	288
Najafov T.I. <i>Vector classes L_p and H_p</i>	289
Omarova M.N. <i>Commutators of vector-valued intrinsic square functions on vector-valued generalized weighted Morrey spaces</i>	290
Öztürk T.Y., Bayramov S. <i>Soft topology on function spaces</i>	291
Панахов Г.М., Аббасова Н.Н. <i>Влияние нестационарных процессов на фильтрацию в неоднородных пористых средах</i>	293
Рагимов Ф.Г., Халилов В.С., Навиди М. <i>Об равномерной интегрируемости семейства граничных функционалов, связанных с пересечением нелинейных границ случайным блужданием</i>	295
Расулов М.Б. <i>Решение трехмерного волнового уравнения</i>	296
Рзаев Р.М., Мамедова Г.Х. <i>Некоторые оценки аппроксимации функций сингулярными интегралами</i>	298

Rahimova K.R. <i>Vector-valued intrinsic square functions and their higher order commutators on of vector-valued generalized Morrey spaces</i>	300
Сабзалиев А.И. <i>Вариационное неравенство для систем квазилинейных гиперболических операторов с интегральным нелинейностями</i>	301
Салманов В.Ф., Мирзоев В.С. <i>Критерия базисности одной системы в пространстве Соболева $W_p^1(0, \pi)$</i>	302
Сафарли И.С., Акберова С.Б. <i>Транзитивная роль теоремы Лагранжа в дифференциальном и интегральном исчислении</i>	303
Сейфуллаева Х.И. <i>Задача граничного управления для уравнения колебаний тонкой пластины</i>	305
Судейманов Н.М., Фараджли Д.Э. <i>Об оценках типа Вимана-Валирона для эволюционных уравнений</i>	307
Судейманов Н.С. <i>Об одном приближенном методе задач типа Стеклова</i>	309
Султанова Э.Б. <i>О полноте корневых векторов одного класса квадратичного операторного пучка</i>	311
Sadıxov Z.Q., Pənahova Z.A. <i>Evklid kubunda yollar yarımqrupunun sıx altyarımqrupları</i>	312
Salavatov T.Ş., Məmmədov F.F. <i>Neft yataqlarının elektrotermiki üsulla işlənməsi zamanı temperatur paylanması tədqiqi</i>	313
Söylemezo M.A. <i>Bir tərs parabolik operator-diferensial tənlik haqqında</i>	316
Sabziyev N.M. <i>Analytic representation of the function of the amount of prime numbers and Riemann conjecture</i>	317
Safarova A.R. <i>Riemann boundary value problems in weighted Hardy spaces</i>	319
Salimov A., Asl M.B. <i>On anti-Hermitian metric connections</i>	320
Sardarly N.A. <i>Connection the asymptotic approach to the solution of elasticity theory problem for a conical shell with some applied theories</i>	321
Shahbazov A.I., Mammadova V. <i>Nuclear weighted type endomorphisms of uniform algebras with analytic structure</i>	323

Shamilov A., Giriftinoglu C., Ozdemir S. <i>An application of generalized entropy optimization methods in survival data analysis</i>	324
Shukurov P.S. <i>Intrinsic square functions and their higher order commutators on generalized Morrey spaces</i>	327
Талыблы Л.Х. <i>Разрушения склеромного тела при переменном нагружении</i>	328
Теймуров Р.А. <i>Оптимизация движением источников в одной задаче оптимального управления</i>	329
Tağıyev M.M., Cümşüdoğva G.Ə. <i>Korteveqa de-Friz tipli qeyri-xəttiliyə malik tənliyin xüsusi hallarda həlli</i>	330
Tunç C. <i>A comparison on stability of functional differential equations of second order by fixed point theory and Lyapunov theory</i>	332
Шахбандаев Э. Г. <i>Решение краевой задачи для перфорированной тепловыделяющей среде с внутренними источниками тепла</i>	333
Шахвердиев А.Х., Мазепин Д.А., Шахвердиев Э.А. <i>Стохастические методы оценки оптимального варианта разработки месторождений углеводородов в условиях экономического риска</i>	336
Халыгова С.З. <i>Ограниченность коммутатора анизотропного потенциала Рисса в анизотропных обобщенных пространствах Морри</i>	338
Ханкишиев З.Ф. <i>Исследование сходимости метода прямых при решении одной задачи для линейного интегро-дифференциального уравнения параболического типа</i>	339
Ханмамедов Аг.Х., Асадова Л.К. <i>Задача Коши для лангмюровской цепочки со ступенеобразным начальным условием</i>	342
Эфендиев Р.Ф. <i>Обратная волновая спектральная задача с разрывной волновой скоростью на некомпактном графе</i>	343
Юсибов Ш.Ш. <i>Об одной нелокальной задаче для гиперболического уравнения высокого порядка</i>	344
Yusufov V.Sh. <i>Connectivity and semigroups of homeomorphic mappings of topological spaces</i>	345

1959-cu ildən indiyə qədər Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun müdafiə şurasında 537 nəfər elmlər namizədi, 54 nəfər elmlər doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün dissertasiya müdafiə etmişlər. Həmin illər ərzində institut əməkdaşlarından 79 nəfəri elmlər doktoru, 499 nəfər elmlər namizədi elmi dərəcəsi almaq üçün dissertasiya müdafiə etmişlər.

AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanası 1959-cu ildən fəaliyyət göstərir. Hazırda kitab fondunun həcmi- 19728, o cümlədən xarici dildə - 1033 nüsxə. Dövrü mətbuat fondunun həcmi – 28443 nüsxə, o cümlədən xarici dildə-13849 nüsxə. Xüsusi növ ədəbiyyat fondunun həcmi 21684, o cümlədən xarici dildə- 6806 nüsxə. Ümumi fondun həcmi – 69855 nüsxə, o cümlədən 6806 nüsxə xarici dildə olan ədəbiyyatdan ibarətdir.

İnstitutda 1959-cu ildən Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun “Əsərləri” jurnalı, 1992-ci ildən “AMEA-nın Xəbərləri”-jurnalı (riyaziyyat və mexanika seriyası), 2011-ci ilin yanvar ayından isə “Azerbaijan Journal of Mathematics”-jurnalı nəşr olunur.

İnstitutun əməkdaşları elm və texnikanın, riyaziyyat və mexanikanın nailiyyətlərinin təbliğində yaxından iştirak edir, 45 alimimiz eyni zamanda respublikanın ali, orta ixtisas və ümumtəhsil müəssisələrində çalışırlar.

AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi İnternet saytı (<http://imm.az>) 2013-cü il avqust ayından tam yenilənmiş, müasir standartlara uyğun proqramlaşdırılmışdır. Rəsmi sayt zəngin informasiyaya malikdir və üç dildə - Azərbaycan, Rus və İngilis dillərində fəaliyyət göstərir. 2013-cü il avqust ayından etibarən bu sayta dünyanın 85 müxtəlif ölkəsindən 32 600-ə yaxın ziyarətçi daxil olub, zəngin informasiyasından faydalanmışlar.

**AMEA Riyaziyyat və Mexanika
İnstitutunun direktoru, f.-r.e.d.,
professor Misir Mərdanov**